บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยเรื่องการศึกษาองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาเอกสารและผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยมีรายละเอียดเนื้อหาตามลำดับต่อไปนี้

1. มาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ พ.ศ. 2554
   - 1.1 วิชาเอกคณิตศาสตร์
   - 1.2 คุณลักษณะของบัณฑิตที่พึงประสงค์
   - 1.3 มาตรฐานผลการเรียนรู้
   - 1.4 วิชาพีชคณิตเชิงเส้น
2. ความรู้ของครู
   - 2.1 ความหมายของความรู้
   - 2.2 ประเภทของความรู้
   - 2.3 ความหมายของความรู้ของครู
   - 2.4 ความสำคัญของความรู้ของครู
   - 2.5 ประเภทของความรู้ของครู
3. ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
   - 3.1 ความหมายของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
   - 3.2 องค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์
4. ความรู้ของครูด้านเนื้อหา
   - 4.1 ลักษณะของความรู้ด้านเนื้อหา
   - 4.2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
5. ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้
   - 5.1 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์
   - 5.2 หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

5.3 ความรู้ในหลักสูตร

6. ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน

6.1 ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

6.2 องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

6.3 ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

7. การวิเคราะห์องค์ประกอบ (Factor Analysis)

7.1 การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (Confirmatory Factor Analysis)

7.2 การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสอง (Second Order Confirmatory Factor Analysis)

8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

8.1 งานวิจัยในประเทศ

8.2 งานวิจัยต่างประเทศ

มาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ พ.ศ. 2554

ตามประกาศกระทรวงศึกษาธิการเรื่องกรอบมาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ พ.ศ. 2554 กำหนดให้จัดทำมาตรฐานคุณวุฒิสาขาหรือสาขาวิชา เพื่อให้สถาบันอุดมศึกษานำไปจัดทำหลักสูตรหรือปรับปรุงหลักสูตรและจัดการเรียนการสอน เพื่อให้คุณภาพบัณฑิตในสาขาหรือสาขาวิชาของแต่ละระดับมีมาตรฐานใกล้เคียงกัน จึงจำเป็นต้องกำหนดมาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี สาขาครุศาสตร์และสาขาศึกษาศาสตร์ (หลักสูตรห้าปี) ให้สอดคล้องกับกรอบมาตรฐานคุณวุฒิระดับอุดมศึกษาดังกล่าว ไว้ดังนี้

วิชาเอกคณิตศาสตร์

วิชาคณิตศาสตร์เป็นภาษาและเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงในการนำไปอธิบายศาสตร์ต่าง ๆ ได้ชัดเจน มีหลักการที่ถูกต้องเป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป คณิตศาสตร์สามารถเชื่อมโยงศาสตร์ที่ดูเหมือนว่าไม่มีความเกี่ยวข้องเข้าด้วยกันโดยใช้แนวคิดเชิงปรัชญา โครงสร้างนามธรรม และการให้เหตุผลเชิงตรรกศาสตร์จนอาจกล่าวได้ว่าคณิตศาสตร์เป็นรากฐานที่สำคัญของศาสตร์ทั้งปวง ทฤษฎีต่างๆ ในทางวิทยาศาสตร์ วิศวกรรมศาสตร์ แพทยศาสตร์ วิทยาการคอมพิวเตอร์ เศรษฐศาสตร์ พาณิชยศาสตร์และสังคมศาสตร์ ถ้าสามารถอธิบายได้ด้วยหลักการทางคณิตศาสตร์จะทำให้ทฤษฎีเหล่านั้นเป็นที่ยอมรับเชื่อถือและนำไปอ้างอิงได้

การจัดการศึกษาในสาขาคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา จึงเป็นไปเพื่อให้ผู้สำเร็จการศึกษาทางด้านนี้มีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาวิชา และการให้เหตุผลอย่างถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ รวมทั้งมีความสามารถในการสร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์ เพื่อเชื่อมโยงและสื่อสารให้เข้าใจปัญหาที่เกิดขึ้นในโลกได้อย่างลึกซึ้ง และสามารถนำความรู้และเครื่องมือทางคณิตศาสตร์ ไปประยุกต์ในการแก้ปัญหาเหล่านั้น รายละเอียดของหลักสูตรในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ อาจเกี่ยวข้องกับองค์ความรู้บริสุทธิ์หรือองค์ความรู้ประยุกต์ที่เกี่ยวข้องเชื่อมโยงกับองค์ความรู้ในศาสตร์อื่นได้ ซึ่งแต่ละสถาบันอาจกำหนดชื่อสาขาวิชาและชื่อปริญญาแตกต่างจากที่กำหนดไว้ในกรอบนี้ได้

คุณลักษณะของบัณฑิตที่พึงประสงค์

ลักษณะของบัณฑิตต้องมีความสามารถทางวิชาการโดยทุกสาขาวิชาจะมีลักษณะร่วมกัน ดังนี้

1. มีคุณธรรม จริยธรรม ในการดำรงชีวิตและประกอบอาชีพ และมีความรับผิดชอบในหน้าที่ ที่ได้รับมอบหมาย ตลอดจนรับผิดชอบต่อสังคมและองค์กร

2. มีความรู้และทักษะพื้นฐานในการประกอบอาชีพได้เป็นอย่างดีตลอดจนมีความใฝ่รู้และสามารถพัฒนาความรู้ใหม่ โดยวิธีการทางวิทยาศาสตร์

3. มีความสามารถในการจัดระบบความคิด คิดวิเคราะห์ สังเคราะห์อย่างมีเหตุผลและคิดสร้างสรรค์นวัตกรรมตลอดจนเสนอแนวทางแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการและความรู้วิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4. มีความสามารถในการสังเกต และยอมรับความจริงจากหลักฐาน ตามทฤษฎีที่ปรากฏและมีคำอธิบายหลักฐานเหล่านั้นตามตรรกะในหลักวิชา

5. มีความพร้อมในการทำงานอยู่เสมอและมีความมุ่งมั่นในการพัฒนาตนเอง พัฒนางานและพัฒนาสังคม

6. มีความสามารถในการใช้ภาษาในการสื่อสารและใช้ เทคโนโลยีได้ดี

7. มีความสามารถสูงในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และสถิติไปใช้ในการวิเคราะห์และนำเสนอข้อมูล

8. มีความสามารถในการบริ หารจัดการและทำงานร่วมกับผู้อื่นได้

มาตรฐานผลการเรียนรู้

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ กำหนดมาตรฐานผลการเรียนรู้ 5 ด้านที่สอดคล้องกับกรอบมาตรฐานคุณวุฒิอุดมศึกษาแห่งชาติของสาขาวิชาคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ ดังนี้

1. ด้านคุณธรรม จริยธรรม

1.1 มีความซื่อสัตย์ สุจริต

1.2 มีระเบียบวินัย

1.3 มีจิตสำนึกและตระหนักในการปฏิบัติตามจรรยาบรรณทางวิชาการและวิชาชีพ

1.4 เคารพสิทธิและความคิดเห็นของผู้อื่น

1.5 มีจิตสาธารณะ

2. ด้านความรู้

2.1 มีความรู้ในหลักการและทฤษฎีทางด้านวิทยาศาสตร์และหรือคณิตศาสตร์

2.2 มีความรู้พื้นฐานทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ที่จะนำมาอธิบายหลักการและทฤษฎีในศาสตร์เฉพาะ

2.3 สามารถติดตามความก้าวหน้าทางวิชาการ พัฒนาความรู้ใหม่โดยเฉพาะอย่างยิ่งด้านวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์

2.4 มีความรอบรู้ในศาสตร์ต่าง ๆ ที่จะนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

3. ด้านทักษะทางปัญญา

3.1 สามารถคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ และมีเหตุมีผลตามหลักการและวิธีการทางวิทยาศาสตร์

3.2 นำความรู้ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ไปประยุกต์กับสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม

3.3 มีความใฝ่รู้ สามารถวิเคราะห์และสังเคราะห์ความรู้จากแหล่งข้อมูลต่าง ๆ ที่หลากหลายได้อย่างถูกต้องและเพื่อนำไปสู่การสร้างสรรค์นวัตกรรม

4. ด้านทักษะความสัมพันธ์ระหว่างบุคคลและความรับผิดชอบ

4.1 มีภาวะผู้นำโดยสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นในฐานะผู้นำและสมาชิกที่ดี

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4.2 มีความรับผิดชอบต่อสังคมและองค์กร รวมทั้งพัฒนาตนเองและพัฒนางาน

4.3 สามารถปรับตัวเข้ากับสถานการณ์และวัฒนธรรมองค์กร

5. ด้านทักษะการวิเคราะห์เชิงตัวเลข การสื่อสารและการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ

5.1 สามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์และสถิติ เพื่อการวิเคราะห์ประมวลผลการแก้ปัญหาและนำเสนอข้อมูลได้อย่างเหมาะสม

5.2 มีทักษะการใช้ภาษาเพื่อสื่อสารความรู้ทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพรวมทั้งการเลือกใช้รูปแบบการสื่อสารได้อย่างเหมาะสม

5.3 มีทักษะและความรู้ภาษาอังกฤษหรือภาษาต่างประเทศอื่นเพื่อการค้นคว้าได้อย่างเหมาะสมและจำเป็น

5.4 สามารถใช้เทคโนโลยีสารสนเทศในการสืบค้นและเก็บรวบรวมข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพและเหมาะสมกับสถานการณ์

วิชาพีชคณิตเชิงเส้น

ความเป็นมาของวิชาพีชคณิตเชิงเส้น

วิชาพีชคณิตเชิงเส้น จัดอยู่ในกลุ่มวิชาเอกบังคับ มีหน่วย เป็น 3 หน่วยกิต ประกอบด้วยการสอนโดยการบรรยาย 3 ชั่วโมงและศึกษาด้วยตัวเอง 6 ชั่วโมงต่อสัปดาห์และในระยะเวลา 1 ภาคการศึกษาใช้เวลาเรียน 15 สัปดาห์ โดยเนื้อหาวิชาประกอบด้วยหัวข้อต่อไปนี้ เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ระบบสมการเชิงเส้นและการดำเนินการขั้นมูลฐาน ปริภูมิเวกเตอร์ การแปลงเชิงเส้น ค่าเฉพาะและเวกเตอร์เฉพาะการประยุกต์ พีชคณิตเชิงเส้นเป็นสาขาหนึ่งของคณิตศาสตร์ที่ศึกษาเวกเตอร์ ปริภูมิเวกเตอร์ (หรืออีกชื่อหนึ่งคือ ปริภูมิเชิงเส้น) การแปลงเชิงเส้น และระบบสมการเชิงเส้น ปริภูมิเวกเตอร์เป็นเรื่องที่ได้รับความสนใจอย่างมากในคณิตศาสตร์สมัยใหม่ เนื่องจากพีชคณิตเชิงเส้นถูกนำไปใช้อย่างกว้างขวางในคณิตศาสตร์สองสายหลักคือ พีชคณิตนามธรรมและการวิเคราะห์เชิงฟังก์ชัน พีชคณิตเชิงเส้นนั้นมีรูปแบบที่ชัดเจนใน เรื่องเรขาคณิตวิเคราะห์ และถูกขยายให้กว้างขึ้นในทฤษฎีตัวดำเนินการ และมีการประยุกต์ใช้อย่างแพร่หลายในศาสตร์ทางด้านวิทยาศาสตร์และสังคมศาสตร์ เนื่องจากการสร้างแบบจำลองไม่เชิงเส้น (Nonlinear Model) นั้น ส่วนมากสามารถประมาณการณ์ได้ด้วยรูปแบบของแบบจำลองเชิงเส้น (Linear Model) ดังนั้นในการประยุกต์ของพีชคณิตเชิงเส้น เป็นการแก้ระบบสมการเชิงเส้นหลายตัวแปร เมื่อมีจำนวนที่ไม่

ทราบค่า หรือตัวแปร เท่ากับจำนวนของสมการ แล้วจะสามารถแก้ปัญหาระบบสมการเชิงเส้น n สมการ สำหรับจำนวนที่ไม่ทราบค่า n ตัวได้ (Strang. 1980)

ประวัติของพีชคณิตเชิงเส้นสมัยใหม่ เริ่มต้นในช่วงยุคปี ค.ศ. 1840 โดย ฮาร์มิตอล (Hamilton. 1843 Cite in Cystal. 2000) ได้เสนอแนวคิดเรื่อง Quaternion เพื่อใช้ในการอธิบายกลศาสตร์ในปริภูมิสามมิติ ต่อมาในปี ค.ศ. 1844 Grassmann ได้ตีพิมพ์หนังสือของเขาในชื่อ Dielineale Ausdehnungslehre หลังจากนั้น Cayley (1857) ก็ได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับเมทริกซ์ ซึ่งเป็นหนึ่งในพื้นฐานสำคัญของแนวความคิดเกี่ยวกับพีชคณิตเชิงเส้น แม้แนวความคิดเหล่านี้จะถูกนำเสนอตั้งแต่ในช่วงเวลานั้น แต่การพัฒนาพีชคณิตเชิงเส้นอย่างจริงจังนั้นเริ่มต้นในช่วงหลังปี ค.ศ. 1900 และกลายเป็นหัวข้อที่ได้รับการสนใจจากกลุ่มนักคณิตศาสตร์นานาชาติ จนกลายเป็นสมาคม Quanternion Society (ค.ศ. 1899-1913) ซึ่งถือว่าเป็นสมาคมคณิตศาสตร์นานาชาติ กลุ่มแรก ๆ โดยสนใจศึกษาแนวความคิดใน เรื่อง Allied Systems of Mathematics.

เมทริกซ์ ถูกให้ความหมายไว้ไม่ชัดเจนนักในยุคก่อนหน้าที่จะมีการพัฒนาทฤษฎีริง (Ring Theory) ในพีชคณิตนามธรรม (Abstract Algebra) และด้วยการเข้ามาของทฤษฎีสัมพัทธภาพพิเศษ ก็ทำให้มีการเพิ่มเติมรายละเอียดของพีชคณิตเชิงเส้นอีกมาก Silberstine. (1914) ได้รวมเอา เมทริกซ์ ไว้เป็นหนึ่งใน List of Important Publications in Physis หลังจากนั้นไม่นาน ในสาขาคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ก็ได้นำเอาการประยุกต์ของ Cramer's Rule เข้ามาเป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหา Partial Differential Equations จนถือได้ว่าเป็นเรื่องปกติ และด้วยเหตุนี้เองจึงได้มีการบรรจุ วิชาพีชคณิตเชิงเส้น เข้าอยู่ในหลักสูตรมาตรฐานของมหาวิทยาลัยต่าง ๆ ถึงขนาดที่ Copson ได้เขียนเอาไว้ว่า "When I Went to Edinburgh as a Young Lecturer in 1922, I was Surprised to Find how Different the Curriculum was From that at Oxford. It Included Topics Such as Lebesgue Integration, Matrix theory, Numerical Analysis, Riemannian Geometry, of Which I Knew Nothing... " (Copson. 1973)

Galton ได้เริ่มต้นใช้ สัมประสิทธิ์สัมพัทธ์ (Correlation Coefficients) ในปี ค.ศ. 1888 ซึ่งโดยปกติแล้วจะใช้กับ Random Variable ที่มากกว่าหนึ่งตัวและในบางทีก็เป็นการสัมพัทธ์แบบข้ามกันไปมา (Cross-correlation) นอกจากนี้ในสาขาวิชา Statistical Analysis ที่เกี่ยวกับ Multivariate Random Variables แล้วเครื่องมือ Correlation Matrices นับได้ว่าเป็นเครื่องมือจำเป็นและเหมาะสมมาก ดังนั้นในการศึกษาทางสถิติและการใช้ Random

Vectors จึงเป็นตัวอย่างหนึ่งที่ช่วยให้เห็นความสำคัญของการใช้ประโยชน์จากเมทริกซ์ได้อย่างชัดเจน

การพัฒนาในช่วงหลัง จะเป็นการนำเอาแนวความคิดของปริภูมิเวกเตอร์ (Vector Space) เข้าไปอยู่ใน โครงสร้างเชิงพีชคณิต (Algebraic Structure) และเพื่อใช้ขยายแนวคิดของ Functional Analysis พีชคณิตเชิงเส้นมักจะเริ่มจากการศึกษาเวกเตอร์ในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน 2 และ 3 มิติ ซึ่งเวกเตอร์ในที่นี้ คือ ส่วนของเส้นที่มีทิศทางกำกับ โดยปกติแล้วจะถูกเขียนในรูปแบบของขนาด และ ทิศทาง เวกเตอร์สามารถถูกใช้เพื่อเป็นตัวแทนขององค์ประกอบในทางฟิสิกส์เช่น แรง และเวกเตอร์เหล่านี้สามารถบวกเข้าด้วยกันได้ และสามารถคูณด้วยสเกลาร์ได้ ซึ่งทำให้เราได้ตัวอย่างของปริภูมิเวกเตอร์ของจำนวนจริง พีชคณิตสมัยใหม่ ได้รับการขยายแนวความคิดเพื่อพิจารณาระบบปริภูมิใด ๆ หรือ Infinite Dimension ปริภูมิเวกเตอร์ของปริภูมิขนาด n ถูกเรียกว่า N-space ซึ่งคุณสมบัติโดยส่วนใหญ่ของ 2 หรือ 3 Space สามารถขยายไปสู่มิติที่สูงขึ้นได้ อย่างไรก็ตามเราไม่สามารถที่จะมองเห็นภาพของเวกเตอร์ใน n มิติได้ ดังนั้นการเขียนเวกเตอร์ในลักษณะที่มีองค์ประกอบ n ตัว จึงง่ายกว่าในการเขียนและการเข้าใจ เนื่องจากการเขียนเวกเตอร์ที่มีลักษณะ n ตัวเรียงกัน และมีลำดับที่ชัดเจน ดังนั้นจึงเป็นไปได้ที่จะ บวก หรือ จัดการกับข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพภายในส่วนของข้อมูลในมิตินั้น ๆ

ลักษณะของวิชาพีชคณิตเชิงเส้น

วิชาพีชคณิตเชิงเส้น เป็นการศึกษาในเนื้อหาด้าน เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ระบบสมการเชิงเส้นและการดำเนินการขั้นมูลฐาน ปริภูมิเวกเตอร์ การแปลงเชิงเส้น ค่าเฉพาะและเวกเตอร์เฉพาะการประยุกต์

1. ความรู้ด้านเนื้อหาที่จำเป็น หรือความรู้พื้นฐาน

การทบทวนโดยเริ่มศึกษาจากบทนิยามและทฤษฎีบทที่สำคัญ ในรายวิชาพีชคณิตนามธรรม และวิชาการวิเคราะห์เวกเตอร์ โดยเริ่มจากการศึกษาเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน กลุ่มและสนาม และศึกษาเกี่ยวกับเวกเตอร์ในเชิงเรขาคณิตและเวกเตอร์ใน R^n โดยที่ R เป็นเซตของจำนวนจริง ซึ่งมีเนื้อหา ดังนี้

1.1 ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน (Relations and Functions) ในศึกษาและเรียนรู้เรื่องการแปลงเชิงเส้น จะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเรื่องฟังก์ชันหรือการส่ง (Mapping หรือ Map) ซึ่งจะกล่าวถึงบทนิยามของความสัมพันธ์สมมูล ฟังก์ชัน ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ฟังก์ชันทั่วถึง ฟังก์ชันผกผัน ฟังก์ชันประกอบและพีชคณิตของฟังก์ชัน

1.2 กลุ่มและสนาม (Group and Fields)

เป็นการศึกษาบทนิยามและทฤษฎีบทเกี่ยวกับกลุ่มและสนาม โดยให้ R เป็นเซตของจำนวนจริง เซตย่อยที่สำคัญของจำนวนจริง R ได้แก่ เซตของจำนวนจริง เซตของจำนวนเต็ม เซตของจำนวนตรรกยะ เซตของจำนวนอตรรกยะ และจะกล่าวถึงเซตของจำนวนเชิงซ้อน ต่อจากนั้นกล่าวถึงบทนิยามของกลุ่มฟังก์ชันสาทิสสัณฐาน (Group Homomorphism) แก่นกลางและภาพของฟังก์ชัน และสุดท้ายจะกล่าวถึงบทนิยามและสมบัติพื้นฐานของสนาม

1.3 เวกเตอร์เชิงเรขาคณิต (Geometrical Vectors)

เป็นการศึกษาเกี่ยวกับเวกเตอร์ (Vector) โดยการเริ่มศึกษาเกี่ยวกับปริมาณสเกลาร์ (Scalar) จนนำไปสู่การศึกษาปริมาณที่มีขนาดและทิศทาง เช่น แรง ความเร็ว และความเร่ง ซึ่งจะกล่าวถึงเวกเตอร์เชิงเรขาคณิต จะถูกแทนด้วยลูกศรที่มีขนาดและทิศทาง

1.4 เวกเตอร์ในปริภูมิ n มิติ (Vectors in R^n)

เป็นการศึกษาในเรื่องเวกเตอร์ในเชิงคณิตศาสตร์ โดยจะนิยาม n สิ่งอันดับของจำนวนจริง R สำหรับการบวกและการคูณด้วยสเกลาร์ พร้อมทั้งการพิสูจน์ทฤษฎีบทพื้นฐานของเวกเตอร์ใน R^n

2. เมทริกซ์และตัวกำหนด (Matrices and Determinants)

ศึกษาสมบัติพื้นฐานของเมทริกซ์ เรื่องการบวกและการคูณเมทริกซ์ เมทริกซ์ผกผัน ทฤษฎีบทเกี่ยวกับเมทริกซ์ผกผัน เมทริกซ์สลับเปลี่ยน และเมทริกซ์สมมาตร ตัวกำหนด สมบัติและทฤษฎีบทที่สำคัญๆ ของตัวกำหนด จากนั้นจะนำตัวกำหนดไปหาเมทริกซ์ผกผัน หาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้นและระบุจำนวนผลเฉลยด้วยค่าลำดับชั้นของเมทริกซ์ โดยจะศึกษาตามเนื้อหาดังนี้ เมทริกซ์ (Matrices) การดำเนินการขั้นมูลฐานและเมทริกซ์มูลฐาน (Elementary Operations and Elementary Matrices) ตัวกำหนด (Determinants) สมบัติของตัวกำหนด (Properties of Determinants) ระบบสมการเชิงเส้น (Linear Systems) และค่าลำดับชั้นของเมทริกซ์ (Rank of Matrix)

3. ปริภูมิเวกเตอร์

ศึกษาเกี่ยวกับโครงสร้างและสมบัติของปริภูมิ R^n ซึ่งเป็นโครงสร้างพื้นฐานที่สำคัญของปริภูมิเวกเตอร์ การนิยามปริภูมิเวกเตอร์จะเกี่ยวข้องกับสนาม ซึ่งอาจเป็นสนามของจำนวนจริง สนามของจำนวนเชิงซ้อนหรือสนามอื่น ๆ ซึ่งจะศึกษาเกี่ยวกับบทนิยามของปริภูมิเวกเตอร์ ปริภูมิย่อย การตรวจสอบการเป็นปริภูมิเวกเตอร์ และปริภูมิย่อย การเป็นอิสระเชิงเส้นของเวกเตอร์ และศึกษาการแผ่ทั่วปริภูมิเวกเตอร์ ที่จะนำไปสู่การหาฐาน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สำนักวิทยบริการฯ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม วิทยานิพนธ์ งานวิจัย

หลักและมิติของปริภูมิเวกเตอร์ ซึ่งประกอบด้วยเนื้อหาที่ต้องศึกษา ดังนี้ ปริภูมิเวกเตอร์ (Vector Spaces) ปริภูมิย่อย (Subspaces) ความเป็นอิสระเชิงเส้น (Linear Independence) ฐานหลักและมิติ (Bases and Dimension) และเวกเตอร์พิกัดและสมสัณฐาน (Coordinate Vectors and Isomorphism)

4. การแปลงเชิงเส้น

การรักษาโครงสร้างของปริภูมิเวกเตอร์ เป็นสมบัติอย่างหนึ่งของฟังก์ชันที่ส่งจากปริภูมิเวกเตอร์หนึ่งไปอีกเวกเตอร์หนึ่ง เราจะเรียกฟังก์ชันดังกล่าวนี้ว่า การแปลงเชิงเส้น ซึ่งการแปลงเชิงเส้นมีความสำคัญอย่างยิ่งทั้งในคณิตศาสตร์บริสุทธิ์และคณิตศาสตร์ประยุกต์ เช่น ในวิชาแคลคูลัส การดำเนินการของอนุพันธ์ และการดำเนินการอินทิกรัล ล้วนเกี่ยวข้องกับการแปลงเชิงเส้นทั้งสิ้น ในทางเรขาคณิต การหมุน (Rotations) การสะท้อน (Reflections) และการหาภาพฉาย (Projections) ล้วนเป็นการแปลงเชิงเส้น นอกจากนี้การแปลงเชิงเส้นยังมีความสำคัญในการศึกษาด้านฟิสิกส์ เศรษฐศาสตร์ วิทยาศาสตร์และสังคมอีกด้วย ซึ่งในการศึกษาเรียนรู้เรื่องการแปลงเชิงเส้น จะเริ่มกล่าวถึงบทนิยามของการแปลงเชิงเส้น แก่นกลางและภาพของการแปลงเชิงเส้น เมทริกซ์ที่เกิดจากการแปลงเชิงเส้น การเปลี่ยนฐานและการศึกษาความคล้ายกันของเมทริกซ์ตัวแทนของการแปลงเชิงเส้น ตามเนื้อหา เรื่อง การแปลงเชิงเส้น (Linear Transformations) แก่นกลางและภาพของการแปลงเชิงเส้น (Kernel and Image of Linear) เมทริกซ์ของการแปลงเชิงเส้น (Matrices of Linear Transformations) การเปลี่ยนฐานหลัก (Change of Basis) และความคล้าย (Similarity)

5. ค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ

จากเนื้อหาการแปลงเชิงเส้น ซึ่งได้ศึกษาการแปลงเชิงเส้น T จากปริภูมิเวกเตอร์ V ไปยัง W โดยที่ V และ W เป็นปริภูมิเวกเตอร์เหนือสนาม F เดียวกัน ในหัวข้อนี้จะศึกษาลักษณะเฉพาะของการแปลงเชิงเส้น T โดยที่ $V = W$ ซึ่งเราเรียก T ว่า ตัวดำเนินการเชิงเส้น ซึ่ง T เป็นการแปลงเชิงเส้นบนปริภูมิเวกเตอร์ V โดยที่ V มีมิติจำกัดเหนือสนาม F โดยเริ่มจากบทนิยามของค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะที่สมนัยกัน รวมถึงหาเซตของสเปกตรัมและปริภูมิลักษณะเฉพาะ และได้นำเสนอเกี่ยวกับรอยเมทริกซ์ การทำเมทริกซ์ให้เป็นเมทริกซ์ทแยงมุมโดยอาศัยค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ โดยจะศึกษาตามลำดับหัวข้อ ดังนี้ ค่าลักษณะเฉพาะและเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ (Eigenvalues and Eigenvectors) รอยเมทริกซ์ (Trace of a Matrix) และเมทริกซ์คล้ายและการทำเป็นเมทริกซ์ทแยงมุม (Similar Matrices and Diagonallization)

6. รูปแบบเชิงเส้น

จะศึกษาการแปลงเชิงเส้นจากปริภูมิเวกเตอร์ V ไปยังสนาม F โดยถือว่าสนาม F เป็นปริภูมิเวกเตอร์เหนือสนามตัวเอง จะเรียกการแปลงเชิงเส้นดังกล่าวว่า รูปแบบเชิงเส้น โดยการนำเสนอบทนิยามและตัวอย่างของรูปแบบเชิงเส้น ตัวลบล้างของเวกเตอร์ การแปลงเชิงเส้นคู่และการแปลงเชิงเส้นคู่สมมาตร และรูปแบบกำลังสองบนปริภูมิเวกเตอร์ V โดยศึกษาตามหัวข้อดังนี้ รูปแบบเชิงเส้น (Linear Forms) ตัวลบล้าง (Annihilators) รูปแบบเชิงเส้นคู่ (Bilinear Forms) รูปแบบเชิงเส้นคู่สมมาตร (Symmetric Bilinear Forms) และรูปแบบกำลังสอง (Quadratic Forms)

7. ปริภูมิผลคูณภายใน

การศึกษาปริภูมิเวกเตอร์ V เหนือสนาม F ถ้า F เป็นสนามของจำนวนจริง จะเรียก V ว่าเป็นปริภูมิเวกเตอร์เชิงจริง (Real Vector Space) ถ้า F เป็นสนามของจำนวนจริงเชิงซ้อนจะเรียก V ว่าเป็นปริภูมิเวกเตอร์เชิงซ้อน (Complex Vector Space) ในหัวข้อนี้จะศึกษาเฉพาะปริภูมิเวกเตอร์เชิงจริงในเรื่องค่าประจำ (Norm) และการตั้งฉาก (Orthogonality) ของเวกเตอร์ใน V เหนือสนาม R ซึ่งจะทำให้เกิดโครงสร้างใหม่ในปริภูมิเวกเตอร์ V ที่เรียกว่าปริภูมิผลคูณภายใน (Inner Product Space) นอกจากนี้จะหาฐานหลักเชิงตั้งฉากและฐานหลักเชิงตั้งฉากปกติ โดยใช้กระบวนการ กราม-ชมิดต์ และการพิสูจน์ทฤษฎีบทของผลบวกตรงและส่วนเติมเต็มเชิงตั้งฉากในปริภูมิผลคูณภายใน ซึ่งจะศึกษาตามหัวข้อ ดังนี้ ผลคูณภายในแบบยูคลิด (Euclidean Inner Products) ปริภูมิผลคูณภายใน (Inner Product Spaces) ค่าประจำและระยะทาง (Norms and Distances) ฐานหลักเชิงตั้งฉาก (Orthogonal Bases) กระบวนการกราม-ชมิดต์ (Gram-schmidt Process) ผลบวกตรง (Direct Sums) และส่วนเติมเต็มเชิงตั้งฉาก (Orthogonal Complements)

8. การประยุกต์พีชคณิตเชิงเส้น

พีชคณิตเชิงเส้นเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในศาสตร์ต่าง ๆ อาทิ เช่น การแก้ปัญหาด้านเศรษฐศาสตร์ ด้านวิศวกรรมศาสตร์ ด้านคอมพิวเตอร์ ด้านวิทยาศาสตร์ ด้านสังคมศาสตร์ ด้านคณิตศาสตร์และสถิติที่จำเป็นต้องหาผลเฉลยโดยการแก้ระบบสมการเชิงเส้น และในการศึกษาการประยุกต์พีชคณิตเชิงเส้นด้านต่างๆที่กล่าวมานั้นจะเป็นการประยุกต์โดยการใช้เมทริกซ์แสดงแบบจำลองทางเศรษฐกิจ การหาจุดสมดุลทางเศรษฐศาสตร์ โปรแกรมเชิงเส้น ปัญหาด้านประชากร การประยุกต์ด้านวิศวกรรมไฟฟ้า กาไหลของข่ายงาน คอมพิวเตอร์กราฟฟิก ทฤษฎีกราฟ การสมดุลสมการเคมี ด้านชีววิทยาและ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ฟิสิกส์ และการใช้พีชคณิตเชิงเส้นกับการแก้ปัญหาด้านสถิติ และการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมโดยใช้ตัวกำหนดของเมทริกซ์

8.1 การประยุกต์ด้านเศรษฐศาสตร์ (Application for Economics) การศึกษาด้านเศรษฐศาสตร์เป็นการสังเกตพฤติกรรมของผู้ผลิตและผู้บริโภค ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับตัวแปรและระบบสมการเสมอ เช่น การศึกษาแบบจำลองทางเศรษฐกิจ แบบจำลองดุลยภาพการตัดสินใจโดยใช้ค่าที่เหมาะสมทางเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น ดังนั้นการใช้เมทริกซ์จะช่วยในการเขียนระบบสมการขนาดใหญ่ให้กระชับและง่ายต่อการเข้าใจ และค่าลำดับชั้นของเมทริกซ์จะบอกให้ทราบว่าระบบสมการนั้นมีผลเฉลยหรือไม่

8.2 การประยุกต์ด้านสังคมศาสตร์ (Application for Social Sciences)การประยุกต์เมทริกซ์กับปัญหาด้านสังคม เช่น การย้ายถิ่นฐานของประชากรในชุมชนเมืองและชนบท โดยการศึกษาด้านประชากรหรือการขยายตัวของสิ่งมีชีวิตที่มีลักษณะเป็นช่วงเวลาจะเกี่ยวข้องกับแบบจำลองประชากรของเลสลี (Leslis Population Model) โดยให้ X_0 เป็นเวกเตอร์แทนจำนวนประชากรที่จุดเริ่มต้น

เมื่อเวลาผ่านไป 1 ช่วงเวลา $X_1=AX_0$ โดยที่ A เป็นเมทริกซ์ของเลสลี

หลังจาก 2 ช่วงเวลา $X_2=AX_1 = A(AX_0)=A^2X_0$

. .

. .

. .

เมื่อเวลาผ่านไป k ช่วงเวลา $X_k=A^kX_0$ โดยที่ k=1,2,3,...

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

8.3 การประยุกต์ด้านวิศวกรรมศาสตร์ (Application for Engineering) เป็นการประยุกต์พีชคณิตเชิงเส้นเพื่อแก้ปัญหาด้านวิศวกรรมศาสตร์โดยเฉพาะวิศวกรรมไฟฟ้าในเรื่องระบบควบคุมไฟฟ้า ซึ่งปัญหาด้านวิศวกรรมส่วนใหญ่จะเกี่ยวข้องกับตัวแปร ระบบสมการ การใช้ระเบียบวิธีของเมทริกซ์จะช่วยในการคำนวณและหาผลเฉลยได้ถูกต้องและรวดเร็วขึ้น และในการประยุกต์พีชคณิตเชิงเส้นเกี่ยวกับปัญหาสำคัญทางวิศวกรรมศาสตร์และฟิสิกส์อย่างหนึ่งคือ เรื่องแรงดึงของสปริงในทิศทางและระยะทาง x โดยที่สปริงมีค่าคงที่สปริง (Spring Constant) เท่ากับ c ดังนั้น แรงบนสปริงคือ $F = cx$ โดยที่ x เป็นระยะที่วัตถุเคลื่อนที่เนื่องจากแรง F

8.4 การประยุกต์ด้านคอมพิวเตอร์ (Application for Computer Science) เป็นการประยุกต์ด้านคอมพิวเตอร์ จะเป็นการประยุกต์เพื่อแก้ปัญหาที่เกี่ยวกับ การไหลของงาน ทฤษฎีกราฟ กราฟฟิก การถอดรหัส การเข้ารหัส จำเป็นต้องใช้สมบัติของ เมทริกซ์

และระบบสมการเชิงเส้นมาอธิบายการทำงานของระบบ โดยยึดหลักการไหลเข้าของงานเท่ากับการไหลออก เช่น การประยุกต์การไหลของงาน (Netword Flow)

8.5 การประยุกต์ด้านวิทยาศาสตร์ (Application for Sciences) เป็นการประยุกต์ด้านวิทยาศาสตร์ จะเป็นการใช้สมการเมทริกซ์ในการอธิบาย การสมดุลทางเคมี การขยายตัวของสิ่งมีชีวิต และปัญหาเกี่ยวกับระบบนิเวศวิทยาจำเป็นต้องอาศัยระบบสมการเชิงเส้นและการหาผลเฉลย และเรื่อง แรง ความเร็ว และความเร่งเป็นปริมาณที่มีขนาดและทิศทาง ซึ่งสามารถใช้วิธีของเวกเตอร์ในการแก้ปัญหาได้

8.6 การประยุกต์ด้านคณิตศาสตร์และสถิติ (Application for Mathematics and Statistics) เป็นการประยุกต์ใช้พีชคณิตเชิงเส้นเกี่ยวกับความน่าจะเป็น ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และความแปรปรวนของข้อมูล และสามารถแสดงการหาพื้นที่ของสามเหลี่ยมโดยใช้ตัวกำหนด และใช้ เมทริกซ์ทแยงมุมในการหาค่าเมทริกซ์ที่ยกกำลัง n ที่มีค่ามากๆ

ดังนั้น วิชาพีชคณิตเชิงเส้น (Linear Algebra) หมายถึง ศาสตร์แขนงหนึ่งของคณิตศาสตร์ที่ได้รับความสนใจอย่างมากในศาสตร์สมัยใหม่ เนื่องจากถูกนำไปใช้ในพีชคณิตนามธรรมและการวิเคราะห์เชิงฟังก์ชัน ตามมาตรฐานคุณวุฒิระดับปริญญาตรี 4 ปี หลักสูตรวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ จัดอยู่ในวิชาบังคับโดยมีเนื้อหาวิชาประกอบด้วย เมทริกซ์ และดีเทอร์มิแนนต์ ระบบสมการเชิงเส้นและการดำเนินการขั้นมูลฐาน ปริภูมิเวกเตอร์ การแปลงเชิงเส้น ค่าเฉพาะและเวกเตอร์เฉพาะ และการประยุกต์ทางพีชคณิตเชิงเส้น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ความรู้ของครู

ความรู้ (Knowledge) เป็นสิ่งที่สำคัญและจำเป็นมากในการจัดการเรียนรู้ และมีผลต่อการเรียนรู้และผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน ในหัวข้อนี้ผู้วิจัย ได้จัดแบ่งการนำเสนอหัวข้อความรู้ของครูตามลำดับดังนี้ ความหมายของความรู้ ประเภทของความรู้ ความหมายของความรู้ของครู ความสำคัญของความรู้ของครู และประเภทของความรู้ของครู รายละเอียดเป็นดังนี้

ความหมายของความรู้

มีผู้ให้ความหมายของความรู้ ในหลายทัศนะดังนี้

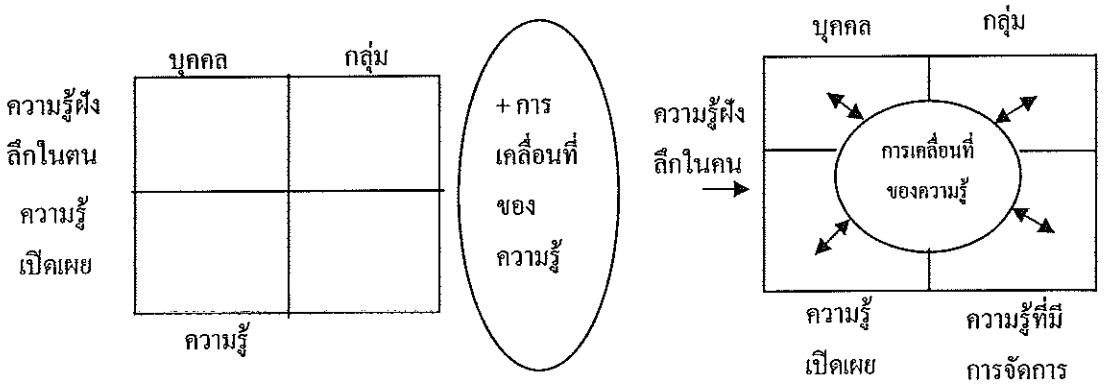
พจนานุกรมศัพท์ปรัชญาอังกฤษ - ไทยฉบับราชบัณฑิตยสถาน (2540 : 54) ได้อธิบายไว้ว่า ความรู้ เป็นองค์ประกอบ 1 ใน 3 ส่วนของกระบวนการรับรู้ได้แก่ ตัวความรู้ (Knowledge) ผู้รู้ (Knower)กับสิ่งที่ถูกรู้ (Known) ซึ่งสามารถรู้ได้ทางตา หู จมูก ลิ้น กายหรือใจ

พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน (2542 : 54) กล่าวว่า ความรู้ หมายถึง สิ่งที่สั่งสมมาจากการศึกษาเล่าเรียน การค้นคว้าหรือประสบการณ์ รวมทั้งความสามารถเชิงปฏิบัติและทักษะ ความเข้าใจหรือสารสนเทศที่ได้รับมาจากประสบการณ์ สิ่งที่ได้รับมาจากการได้ยิน ได้ฟัง การคิดหรือการปฏิบัติ องค์วิชาในแต่ละสาขา

น้ำทิพย์ วิภาวิน (2546 : 86) ได้ให้ความหมายความรู้ว่าเป็นผลที่ได้จากการเรียนรู้ เกิดจากความเข้าใจในสิ่งที่เรียนรู้ เป็นความสามารถในการระลึกนึกออกในสิ่งที่ได้เรียนรู้มาแล้ว ความรู้ที่แต่ละบุคคลมี คือ ความรู้รอบตัวและความรู้ในแต่ละสาขาวิชาชีพ ความรู้ที่องค์การสร้างขึ้นหรือต้องการใช้ในการพัฒนาองค์การให้ดียิ่งขึ้น คือ ความรู้ใหม่ ซึ่งจำเป็นต้องมีวัฒนธรรมองค์การที่ส่งเสริมการเรียนรู้ของคนให้เพิ่มพูนอยู่เสมอโดยเฉพาะอย่างยิ่งการแสวงหาความรู้โดยการอ่านและการคิด

โนนาคา (Nonaka. 1998 : 26-27) ได้ให้ความหมายความรู้ว่า เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นใหม่ จากการเรียนรู้ของบุคคลที่ได้ปะทะกับสิ่งแวดล้อม ผู้ที่มีสติปัญญาและมีการเรียนรู้อยู่เสมอ จะสร้างความรู้ได้ดี การทำให้ความรู้จากบุคคลหนึ่งสู่บุคคลหนึ่ง และสามารถแลกเปลี่ยนความรู้กันและกันได้ ก็จะทำให้เกิดคุณค่าต่อประชาคม

ลิสเติ้ล ดวันทัสและเรย์ (Little , Quintas. and Ray. 2002 : 42) ได้ร่วมกันให้ความหมายของความรู้ว่า ความรู้เป็นพลวัตร (Dynamic) ซึ่งเกิดขึ้นจากการมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันระหว่างบุคคล หรือบุคคลกับองค์การ หรือองค์การกับองค์การ โดยการแลกเปลี่ยนความรู้ฝังลึกในคน และความรู้เปิดเผย ในรูปแบบต่างๆภายใต้เทคโนโลยีที่เหมาะสมและเพียงพอกับการพัฒนาองค์การทั้งในมิติของการสร้างความรู้ การเก็บความรู้ การแลกเปลี่ยนความรู้และการนำความรู้ไปใช้ ดังแผนภาพที่ 1



แผนภาพที่ 1 ความรู้และการเคลื่อนที่ของความรู้

ที่มา : Little; Quintas. and Ray. 2002. Managing Knowledge : 71

สรุปได้ว่า ความรู้ หมายถึง ผลที่เกิดจากการเรียนรู้ การค้นคว้าหรือประสบการณ์ของบุคคล อันเกิดจากการปฏิสัมพันธ์ระหว่างบุคคลกับบุคคล บุคคลกับองค์กร มีลักษณะเป็นพลวัตร (Dynamic) หากมีความสามารถในการระลึกนึกออกในสิ่งที่ได้เรียนรู้จะทำให้ความรู้นั้นมีคุณค่าสูงและสามารถนำไปสู่การกระทำที่มีประสิทธิภาพ

ประเภทของความรู้

นักการศึกษาจำแนกประเภทของความรู้ไว้ ดังนี้

พจนานุกรมศัพท์ปรัชญา อังกฤษ -ไทย ฉบับราชบัณฑิตยสถาน (2540 : 54) ได้แบ่งความรู้ออกเป็น 8 ประเภท ดังนี้

1. ความรู้ก่อนประสบการณ์ (Priori Knowledge) คือ ความรู้ที่ไม่ต้องอาศัยประสบการณ์

2. ความรู้หลังประสบการณ์ (Posteriori Knowledge) คือ ความรู้ที่เกิดขึ้นหลังจากที่มีประสบการณ์แล้ว

3. ความรู้โดยประจักษ์ (Knowledge by Acquaintance) คือ ความรู้ที่เกิดจากสิ่งที่ถูกรู้ ซึ่งปรากฏโดยตรงต่อผู้รู้ผ่านทางหู ตา จมูก ลิ้น หรือ กาย

4. ความรู้โดยบอกเล่า (Knowledge by Description) คือ ความรู้ที่เกิดจากคำบอกเล่า

5. ความรู้เชิงประจักษ์ หรือ ความรู้เชิงประสบการณ์ (Empirical Knowledge) คือ ความรู้ที่ได้จากประสบการณ์ หรือความรู้หลังประสบการณ์

6. ความรู้โดยตรง (Immediate Knowledge) คือ ความรู้ที่ได้รับโดยอาศัยสัมผัสทั้ง 6 คือ ได้เห็น ได้ยิน ได้กลิ่น ได้รส ได้สัมผัสและรับรู้ทางใจ

7. ความรู้เชิงปรวิสัย หรือ ความรู้เชิงวัตถุวิสัย (Objective Knowledge) คือ ความรู้ที่เกิดจากเหตุผล หรือประสบการณ์ที่สามารถอธิบาย หรือทดสอบให้ผู้อื่นรับรู้ได้อย่างที่ตนรู้

8. ความรู้เชิงอัตวิสัย หรือ ความรู้เชิงจิตวิสัย (Subjective Knowledge) คือ ความรู้ที่เกิดจากการประสบด้วยตนเองและตนไม่สามารถอธิบายหรือทดสอบให้ผู้อื่นรับรู้อย่างที่ตนรู้ได้

วิจารณ์ พานิช (2547 : 17) แบ่งความรู้ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ความรู้เด่นชัด (Explicit Knowledge) เป็นความรู้ที่อยู่ในรูปแบบของเอกสารหรือวิชาการ อยู่ในตำรา คู่มือการปฏิบัติงาน

2. ความรู้ซ่อนเร้น (Tacit Knowledge) เป็นความรู้ที่แฝงอยู่ในตัวคน เป็นประสบการณ์ที่สั่งสมมายาวนานเป็นภูมิปัญญา

เทกูชิและโนนาคา (Takeuchi. and Nonaka. 2001 : 143-144) ได้แบ่งประเภทของความรู้เป็น 2 ประเภท คือ Tacit Knowledge (ความรู้ฝังลึกในคน) เป็นความรู้ที่รู้ได้เฉพาะบุคคล ยากที่จะสื่อสารให้เป็นรูปแบบได้ ส่วน Explicit Knowledge (ความรู้เปิดเผย) เป็นความรู้ที่ประมวลแล้วสามารถถ่ายทอดเป็นภาษาที่เป็นรูปแบบและเป็นระบบได้ โดยความรู้ 2 ประเภทนี้ไม่สามารถแยกจากกันอย่างเด็ดขาดและมีความสัมพันธ์กันและสามารถแปลงความรู้กันได้

กรันด์สไตน์ (Grundstein. 2001 : 264) ได้นำเสนอว่า ความรู้มี 2 ประเภท คือ Tacit Knowledge (ความรู้ที่ฝังลึกภายใน) เป็นความรู้ที่ยากจะอธิบายให้เป็นรูปแบบทางภาษาที่ชัดเจนได้ ส่วน Explicit Knowledge (ความรู้ที่เปิดเผย หรือความรู้ชัดแจ้ง) เป็นความรู้ที่สามารถอธิบายให้ทราบเป็นภาษาที่ชัดเจน ทั้งในแง่ของคำจนอุปมา ไปถึงความหมายที่เชื่อมต่อกันได้

ไอพ์ (Ipe. 2003 : 241-247) ได้ทำการศึกษาพื้นฐานของความรู้ที่ถูกสร้างขึ้นมาจากข้อมูลและความรู้ของบุคคลที่มีอิทธิพลต่อกัน พบว่า ความรู้จำแนกได้เป็น 4 ชนิด ได้แก่

1. ความรู้ในทฤษฎี (Theoretical Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีต่างๆ ที่มีพื้นฐานมาจากการเรียนรู้ การอบรมทางวิชาชีพและประสบการณ์เฉพาะบุคคล

2. ความรู้ภายใน (Domain Knowledge) เป็นความรู้ภายในที่มีขอบเขตซึ่งสัมพันธ์กับระบบและการผลิตขององค์การและการฝึกหัดทางธุรกิจ

3. ความรู้เชิงสังคม (Social Knowledge) เป็นการมีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันระหว่างบุคคล และ/หรือกลุ่ม

4. ความรู้ที่ถูกออกแบบโดยทีมงาน (Purposive Emergent Contextual Knowledge) เป็นความรู้ที่ถูกออกแบบโดยทีมงานระหว่างบุคคล และ/หรือกลุ่ม ความรู้ประเภทนี้ต้องใช้การแบ่งปันความรู้ และสร้างความเข้าใจในทีมระดับสูง โดยเป็นการผสมผสานระหว่างความรู้ที่ออกแบบจากจุดประสงค์ที่ต้องการในการทำงานร่วมกันของความรู้ในทฤษฎีและความรู้ภายในภายใต้บริบทของการเพิ่มประสิทธิภาพองค์การร่วมกัน

สรุปได้ว่าประเภทของความรู้แบ่งออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ ความรู้ฝังลึกในคน (Tacit Knowledge) เป็นความรู้ที่ฝังอยู่ในตัวคน เกิดจากประสบการณ์การเรียนรู้ที่สั่งสมมาเป็นเวลายาวนาน ส่วนความรู้เปิดเผย (Explicit Knowledge) เป็นความรู้ที่สามารถอธิบายให้ทราบ

เป็นภาษาที่ชัดเจน ที่มีรูปแบบเป็นเหตุเป็นผล สามารถรวบรวมถ่ายทอดออกมาในรูปแบบต่าง ๆ เช่น เอกสาร ตำราวิชาการ คู่มือปฏิบัติงาน ฯลฯ

ความหมายของความรู้ของครู

ความหมายของความรู้ของครู ตามทัศนะของนักการศึกษา มีดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 214-216) ให้ความหมายความรู้ของครูว่า เป็นความสามารถของผู้เรียนที่เกี่ยวกับการรู้ กระบวนการคิดของนักเรียนในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน

เฟนนีมาร์และแฟรงค์ (Fennema. and Franke. 1992 : 148) ให้ความหมายของความรู้ของครูไว้ว่า ความรู้ของครูคือ ระบบที่ทำงานของสติปัญญาแบบ องค์รวมขนาดใหญ่ที่เกิดขึ้นภายในตัวครู โดยแต่ละส่วนแยกออกจากกันได้ยาก ซึ่งความรู้ของครูนี้เป็นสิ่งที่ไม่ตายตัว

เอลเบส (Elbaz. 1983 : 61) ให้ความหมายของความรู้ของครูว่า เป็นสิ่งที่ถูกสร้างขึ้น เป็นกฎเกณฑ์โดยอาศัยการมีปฏิสัมพันธ์ของครูกับนักเรียนในห้องเรียน ซึ่งความรู้เป็นสิ่งที่เคลื่อนไหว ผลักดันโดยบริบทและเกี่ยวโยงกันของอดีต ปัจจุบัน และอนาคต โครงสร้างความรู้ของครูจะรวมมิติ 3 มิติเข้าด้วยกันคือ มิติกฎการปฏิบัติ มิติเกณฑ์การปฏิบัติ และมิติด้านจินตภาพ ซึ่งจินตภาพเป็นสิ่งที่เกี่ยวกับเวลา การมีปฏิสัมพันธ์กัน การแยกแยะ จินตภาพจะสามารถวิวัฒนาการ แต่ต้องอาศัยความรู้จากทุกด้านซึ่งรวมถึงอารมณ์และความมีศีลธรรมด้วย จะสามารถคาดการณ์ไว้ว่า ถ้าความรู้ของครูในเนื้อหาถูกรวมเข้าไม่ดี จินตภาพของครูในเรื่องคณิตศาสตร์ที่ครูสอน อาจสะท้อนภาพนี้ และเนื้อหาที่ทำการสอนนักเรียนในชั้นเรียน ก็จะถูกถ่ายทอดสู่นักเรียนไม่ดีได้เช่นกัน

โกรนส์ (Growns. 1992 : 159-160) ให้แนวคิดไว้ว่า ความรู้ของครู หมายถึง ความรู้ที่ถูกกำหนดขึ้นที่มีความสลับซับซ้อน และส่งผลกระทบเกี่ยวกับพฤติกรรมของครูและการเรียนรู้ของนักเรียน แต่จะคุ้มค่ามากถ้าเรามีการสร้างความรู้ของครูในลักษณะการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียน และได้กล่าวถึงความหมายของความรู้ของครูอีกนัยหนึ่งว่า ความรู้ของครูหมายถึง ความรู้ในตัวนักเรียนที่ได้จากการจัดประสบการณ์ให้แก่นักเรียนในชั้นเรียน

เพอคส์และเพสเทจ (Perks. and Prestage. 2008 : 265) ให้ความหมาย ความรู้ของครูที่จำเป็นในการสอนว่า หมายถึง ความสามารถที่ได้จากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในห้องเรียนจากการสะสมภูมิปัญญาและความรู้ที่เกิดขึ้นจากการปฏิบัติของผู้เรียนที่อาจมีผลต่อความรู้ของครู

สรุปได้ว่า **ความหมายของความรู้ของครู** หมายถึง ผลที่เกิดจากการเรียนรู้ การค้นคว้าหรือประสบการณ์ที่ได้จากการสะสมภูมิปัญญา เพื่อนำไปสู่สถานการณ์การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แก่นักเรียน ความรู้นี้เกิดขึ้นภายในตัวครู เป็นสิ่งที่ไม่ตายตัวและส่งผลกระทบเกี่ยวกับพฤติกรรมของครูและการเรียนรู้ของนักเรียน

ความสำคัญของความรู้ของครู

ความรู้ของครูมีความสำคัญผลต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียนและมีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ซิลลิสและโจนส์ (Sillis. and Jones. 2002 : 9) กล่าวว่า เราไม่สามารถที่จะสอนอะไรได้เลยถ้า ยังไม่มีความรู้ และจะต้องรู้ว่านักเรียนเรียนรู้ได้อย่างไร มีผู้แสดงทัศนะเกี่ยวกับความสำคัญของความรู้ของครู ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545 : 1) กล่าวว่า ความรู้ของครู เป็นสิ่งที่มีความสำคัญในการพัฒนาให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และมีการพัฒนาทั้งด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ และคุณลักษณะที่ดี

อัมพร ม้าคนอง (2553 : 1) กล่าวว่า ความรู้ของครู เป็นสิ่งสำคัญในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้เนื้อหาและพัฒนาทักษะและกระบวนการไปพร้อมๆ กัน ซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของวิชาและเกิดการเรียนรู้อย่างมีความหมาย

สถาบันส่งเสริมการสอนและเทคโนโลยี (2551 : 80) กล่าวว่า ความรู้ของครู มีความสำคัญในการวางแผนการจัดการเรียนการสอน การเลือกกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนั้นครูจำเป็นจะต้องมีก็คือ ความรู้ในหลาย ๆ ด้านที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอน

เฟนนีมาร์และแฟรงค์ (Fennema. and Franke. 1992 : 147) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ของครูไว้ว่า เป็นสิ่งที่จำเป็นที่จะนำไปสู่การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

เอลเบส (Elbaz. 1983 : 45) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ของครูไว้ว่า เป็นปัจจัยหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการแสดงบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียน

ชูลแมน (Shulman. 1985 : 439) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ของครูไว้ว่า ผู้ที่จะประกอบวิชาชีพครูจะต้องเป็นผู้มีองค์ความรู้อย่างมากและกว้างขวาง สามารถถ่ายทอดให้กับผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

คริส (Chism. 1985 : 246) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ของครูว่า เป็นสิ่งที่ให้คุณค่าแก่ครูเป็นอย่างมากใน 3 ประการคือ ความรู้ในเนื้อหาวิชา ความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียน และประโยชน์ที่ได้จากการใช้ความรู้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ไวเบอร์กและวิลสัน (Wineburg. and Wilson. 1991) กล่าวว่าความรู้ของครูมีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนรู้

เมอร์เรย์ (Murray. 1996 : 109) กล่าวว่า ความรู้ของครูมีความสำคัญ เนื่องจากหากมีอะไรที่เป็นการปฏิบัติที่ผิดพลาด มักจะถือว่าการสอนและความรู้ของครูจะอยู่เบื้องหลังทุกสาขาอาชีพเสมอ ดังนั้นการกำหนดพื้นฐานความรู้ของการผลิตครูในสาขาวิชาที่ดีเป็นสิ่งจำเป็น

บาร์เกอร์ (Barker. 2007 : 29) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ของครูว่า สามารถใช้ตัดสินใจในการจัดการเรียนรู้ และส่งผลโดยตรงต่อการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย

ดังนั้น ความรู้ของครูมีความสำคัญและจำเป็นในการจัดการเรียนรู้ และความรู้ของครูมีอิทธิพลต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และส่งผลโดยตรงต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน

ประเภทของความรู้ของครู

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องพบว่า ประเภทของความรู้ได้จำแนกแตกต่างกันดังนี้

ชูลแมน (Shulman. 1987 : 8 - 9) กล่าวว่า ความรู้ที่จำเป็นที่ครูต้องรู้แบ่งออกเป็น 7 ประเภท ได้แก่

1. ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา (Content Knowledge)
2. ความรู้ทั่วไปเกี่ยวกับการสอน (General Pedagogical Knowledge) เช่น การควบคุมชั้นเรียนจากการทำงานกลุ่ม
3. ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาในการสอน (Pedagogical Content Knowledge)
4. ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร (Curriculum Knowledge)
5. ความรู้เกี่ยวกับตัวผู้เรียนและลักษณะของเขา (Knowledge of Learners and Their Characteristics)
6. ความรู้เกี่ยวกับการศึกษาบริบท (Knowledge of Education Contexts) คือความรู้จากบริบทของโรงเรียน เช่น โรงเรียนและชุมชน
7. ความรู้เกี่ยวกับคุณค่าและวัตถุประสงค์ของการศึกษา (Knowledge of Education Ends Purposes and Values)

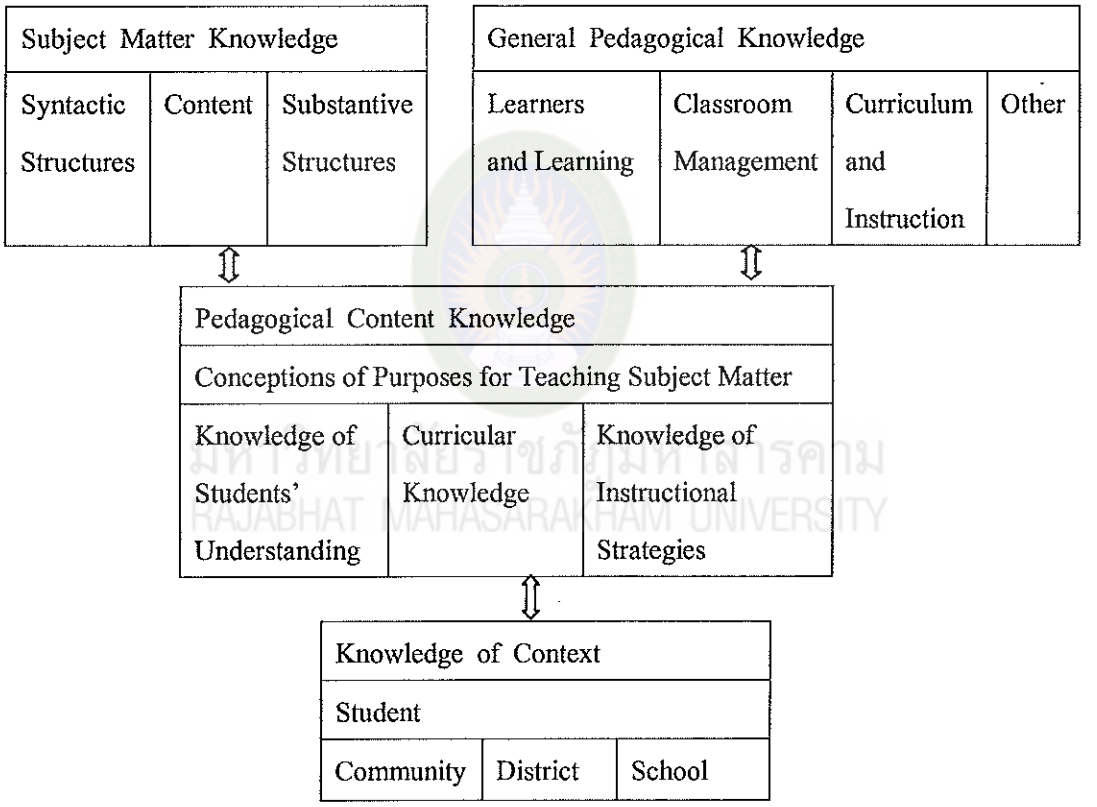
กรอสแมน (Grossman. 1990 : 5) ได้แบ่งประเภทของความรู้ของครูที่เป็นพื้นฐานในการสอนออกเป็น 4 ประเภท ซึ่งมองว่าความเชื่อเป็นส่วนประกอบของความรู้ที่เป็นพื้นฐานสำหรับการสอน และส่วนประกอบที่เกี่ยวข้องกับความรู้ของครูนำไปสู่ส่วนประกอบ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ของความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาในการสอน (Pedagogical Content Knowledge) และประกอบด้วยความรู้และความเชื่อเกี่ยวกับวัตถุประสงค์สำหรับการสอนเนื้อหาวิชาที่แตกต่างกันในแต่ละระดับชั้น ดังนี้

1. ความรู้ในเนื้อหาวิชา (Subject Matter Knowledge)
2. ความรู้ในการสอนทั่วไป (General Pedagogical Knowledge)
3. ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาในการสอน (Pedagogical Content Knowledge)
4. ความรู้เกี่ยวกับบริบททั่วไป (Knowledge of Context)

ดังแสดงในแผนภาพที่ 2



แผนภาพที่ 2 รูปแบบเกี่ยวกับความรู้ของครู ครอสล์แมน (Grossman. 1990 : 5)

บอร์โกว์และพัทนัม (Borkow.and Putnam. 1995 : 137) ได้กล่าวถึงความรู้ที่จำเป็นในการสอนสำหรับครู จัดแบ่งเป็น 3 ประเภท ได้แก่

1. ความรู้ในเนื้อหาวิชา (Subject Matter Knowledge) การสอนที่มีคุณภาพขึ้นอยู่กับการพัฒนาแนวคิดและความเข้าใจของครูที่มีต่อเนื้อหาวิชา ซึ่งรวมทั้งการรู้ข้อเท็จจริง แนวคิดและกระบวนการของแต่ละศาสตร์

2. ความรู้ในการสอน (Pedagogical Knowledge) ความรู้ทั่วไปในวิชาครูและการสอน ตลอดจนความรู้ความเข้าใจของครูในการสร้างสิ่งแวดล้อมของการเรียนรู้ การจัดการชั้นเรียน ความรู้และความเชื่อเกี่ยวกับผู้เรียนและการเรียนรู้

3. ความรู้ในบริบทต่าง ๆ (Knowledge about Context) คุณภาพการสอนของครูขึ้นอยู่กับการพัฒนาอย่างต่อเนื่องของครู ดังนี้

3.1 แนวคิดของครูในการสอนเนื้อหาวิชานั้นเป็นไปตามการพัฒนาและแนวคิดที่เป็นปัจจุบัน

3.2 ความรู้ในการจัดระเบียบและการนำเสนอเนื้อหาวิชา ความรู้ในศาสตร์นั้นๆ การใช้ตัวแบบ ตัวอย่าง การเปรียบเทียบ ฯลฯ

3.3 ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียน เรียนรู้เนื้อหาวิชาของศาสตร์นั้นอย่างไร รวมทั้งแนวคิดที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียน

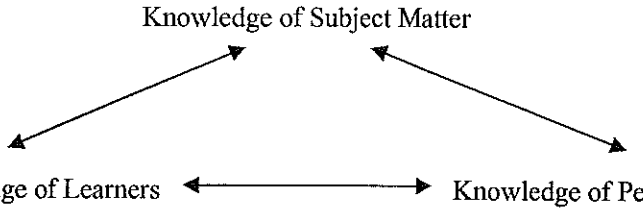
3.4 ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร ต้องรู้ว่าในหลักสูตรนั้น ๆ มีสื่อการเรียนการสอนอะไรบ้าง ต้องรู้ว่าหลักสูตรท้องถิ่นมีโครงสร้างอย่างไร และจัดการเรียนการสอนอย่างไร

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

นีกอย (Neagoy. 1995 : 15) ได้แบ่งประเภทความรู้ของครู โดยบูรณาการรูปแบบความรู้ของครูเป็น 3 ประเภท ประกอบด้วย

1. ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาวิชา (Knowledge of Subject Matter)
2. ความรู้เกี่ยวกับการสอน (Knowledge of Pedagogy)
3. ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียน (Knowledge of Learners)

ดังแสดงในแผนภาพที่ 3



แผนภาพที่ 3 รูปแบบเกี่ยวกับความรู้ของครู มุมมองเกี่ยวกับ Pedagogical Content Knowledge ของ นีกอย (Neagoy. 1995 : 15)

ไรอันและคูเปอร์ (Ryan. and Cooper. 2008 : 179 - 180) ได้แบ่งความรู้ของครู (Teacher's Content Knowledge) ที่มีประสิทธิภาพเป็น 3 ชนิด ได้แก่

1. ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาของวิชา (Knowledge of Discipline Content) ครูมีความเข้าใจในเนื้อหาวิชาและโครงสร้างของวิชาที่สอนเป็นอย่างดี

2. ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร (Knowledge of Curriculum) ครูมีความเข้าใจในเนื้อหาหลักสูตรของโรงเรียนที่นักเรียนถูกคาดหวังให้รู้

3. ความรู้เกี่ยวกับวิชาครูที่นำมาใช้ในการจัดการเรียนการสอนเฉพาะในเนื้อหาวิชาที่สอน (Pedagogical Content Knowledge) เป็นการผสมผสานเนื้อหาและวิชาครูไปสู่ความเข้าใจของหัวข้อเฉพาะปัญหา หรือประเด็นที่จะต้องจัดการ อธิบาย และปรับปรุงไปสู่ความสนใจและความสามารถอันหลากหลายของผู้เรียนและการสอนความรู้กับประสิทธิภาพในการปฏิบัติงาน

ดังนั้น ประเภทของความรู้ของครู สามารถจัดแบ่งได้เป็น 3 ประเภท ได้แก่ ความรู้ในเนื้อหา (Content Knowledge) ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาในการสอน(Pedagogical Content Knowledge) และความรู้เกี่ยวกับบริบททั่วไป (Knowledge of Context)

สรุปได้ว่า ความรู้ของครู (Teacher's Knowledge) หมายถึง สิ่งที่ครูได้สั่งสมความรู้คณิตศาสตร์จากการศึกษา การค้นคว้าทำวิจัย หรือประสบการณ์ด้านอื่นๆ ผ่านกระบวนการคิดวิเคราะห์และสังเคราะห์ตกผลึกทางความรู้ จนเกิดความเข้าใจ และสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการดำเนินงานหรือตัดสินใจในสถานการณ์ต่างๆ ทั้งความรู้ที่เห็นได้ชัดเจน และความรู้ที่ซ่อนอยู่ในตัวตน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความรู้ของครูเป็นสิ่งที่สำคัญในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในหัวข้อนี้ผู้วิจัย ได้จัดแบ่งการนำเสนอหัวข้อความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามลำดับ ดังนี้ ความหมายของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และองค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายละเอียดเป็นดังนี้

ความหมายของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ได้มีนักวิชาการและนักคณิตศาสตรศึกษาหลายท่านกล่าวถึงความรู้ของครูสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

เบอร์ลิเนอร์ (Berliner. 2004 : 206) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึงความสามารถในตัวครูในการเชื่อมโยงความรู้และทักษะกับพฤติกรรมการสอนของครูให้ดำเนินการไปอย่างมีประสิทธิภาพ

ฮิลล์ โรวานและบอลล์ (Hill, Rowan. and Ball. 2005 : 373) ให้ความหมายว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดการเรียนการสอน

เวลเดอร์ (Welder. 2007 : 4) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คือ ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะทุกอย่างที่จำเป็นที่จะทำให้การสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ

ฮิลล์สลีป เลวิส และบอลล์ (Hill, Sleep, Lewis. and Ball. 2007) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถที่เกิดจากตัวครูเองที่นำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนโดยใช้หลักสูตรการเรียนการสอน การควบคุมดูแลนักเรียน การอำนวยความสะดวกในการสัมมนา การทบทวนหลักสูตร การพัฒนากระบวนการประเมิน และอื่นๆ

เพคและเพรสเทจ (Perks. and Prestage. 2008 : 265) กล่าวว่า ความรู้ของครูเป็นความสามารถที่ได้จากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในห้องเรียนจากการสะสมภูมิปัญญาและความรู้ที่เกิดขึ้นจากการปฏิบัติของผู้เรียนที่อาจมีผลต่อความรู้ของครู

โอเลนอฟ (Olanoff. 2011 : 88 – 90) กล่าวว่า ของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึงสิ่งที่ครูมีประสบการณ์การสอนคณิตศาสตร์เป็นเวลานาน จะเป็นผู้มีความสามารถ มีความเชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ตามเนื้อหาในหลักสูตร

จากที่กล่าวมาสรุปได้ว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง สิ่งที่ครูได้สั่งสมประสบการณ์ จากการศึกษา การค้นคว้าทำวิจัย จนเกิดความเข้าใจ และสามารถเชื่อมโยงหรือถ่ายทอด ความรู้ทางคณิตศาสตร์นั้นสู่ผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

องค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นักวิชาการและนักคณิตศาสตรศึกษา ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้ไว้ ดังนี้

ชูลแมน (Shulman. 1988 : 8-9) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของความรู้ในการจัดการเรียนรู้ว่าแบ่งออกเป็น 7 องค์ประอบ ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหา (Knowledge of Content)

2. ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร (Knowledge of Curriculum)

3. ความรู้ในการจัดการเรียนรู้ (Pedagogical Content Knowledge)

4. ความรู้เกี่ยวกับการสอน (Knowledge of Pedagogy)

5. ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียนและการเรียนรู้ (Knowledge of Learners and Learning)

6. ความรู้เกี่ยวกับบริบทของโรงเรียน (Knowledge of Contexts of School)

7. ความรู้เกี่ยวกับปรัชญาการศึกษา เป้าหมายการศึกษา และวัตถุประสงค์การศึกษา (Knowledge of Educational Philosophies, Goals and Objectives)

นอกจากนี้ ชูลแมน (Shulman. 1988) ยังได้เสนอแนะว่า องค์ประกอบที่สำคัญของความรู้ของครูก็คือ เป็นสิ่งที่ครูรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับการคิดของผู้เรียนในสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์และความรู้เกี่ยวกับการพัฒนาสื่อการเรียนรู้ในการสอนคณิตศาสตร์

บอร์โกว์และพัทนัม (Borkow. and Putnam. 1995 : 137) ได้กล่าวถึงความรู้ที่จำเป็นในการสอนสำหรับครู ประกอบด้วย

1. ความรู้ในเนื้อหาวิชา (Subject Matter Knowledge) การสอนที่มีคุณภาพขึ้นอยู่กับการพัฒนาแนวคิดและความเข้าใจของครูที่มีต่อเนื้อหาวิชา ซึ่งรวมทั้งการรู้ข้อเท็จจริง แนวคิดและกระบวนการของแต่ละศาสตร์

2. ความรู้ในการสอน (Pedagogical Knowledge) ความรู้ทั่วไปในวิชาครูและการสอน ตลอดจนความรู้ความเข้าใจของครูในการสร้างสิ่งแวดล้อมของการเรียนรู้ การจัดการชั้นเรียน ความรู้และความเชื่อเกี่ยวกับผู้เรียนและการเรียนรู้

3. ความรู้ในบริบทต่าง ๆ (Knowledge about Context) คุณภาพการสอนของครูขึ้นอยู่กับการพัฒนาอย่างต่อเนื่องของครู ดังนี้

3.1 แนวคิดของครูในการสอนเนื้อหาวิชานั้นเป็นไปตามการพัฒนาและแนวคิดที่เป็นปัจจุบัน

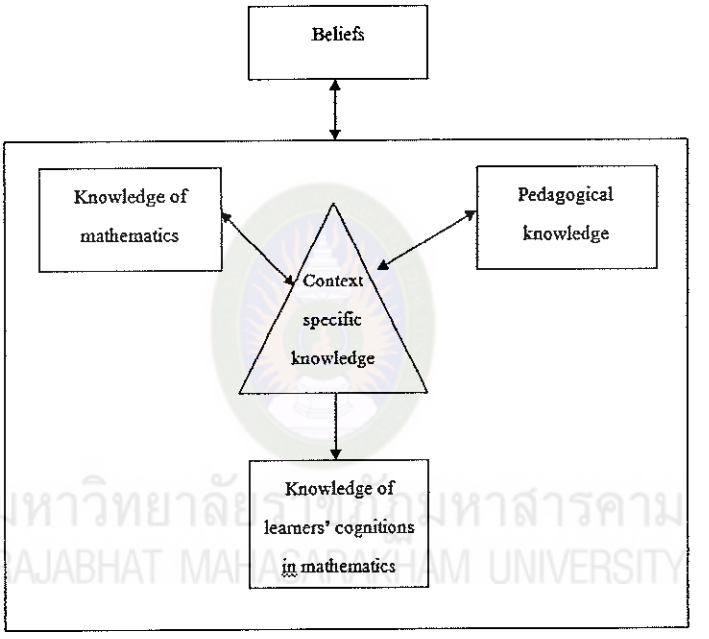
3.2 ความรู้ในการจัดระเบียบและการนำเสนอเนื้อหาวิชาความรู้ในศาสตร์นั้น ๆ การใช้ตัวแบบ ตัวอย่าง การเปรียบเทียบ ฯลฯ

3.3 ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียน เกี่ยวกับการเรียนรู้เนื้อหาวิชาของศาสตร์ของผู้เรียนนั้นอย่างไร รวมทั้งแนวคิดที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3.4 ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร ต้องรู้ว่าในหลักสูตรนั้น ๆ มีสื่อการเรียนการสอนอะไรบ้าง ต้องรู้ว่าหลักสูตรท้องถิ่นมีโครงสร้างอย่างไร และจัดการเรียนการสอนอย่างไร นอกจากนี้นักคณิตศาสตรศึกษาได้กล่าวถึงองค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

เฟนนีมาร์และแฟรงค์ (Fennema. and Franke. 1992 : 162) ได้สรุปองค์ประกอบของความรู้ของครูที่จำเป็นในการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 4 องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความรู้ ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับบริบทเฉพาะ ความรู้เกี่ยวกับการสอน และความรู้เกี่ยวกับความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ดังแสดงในแผนภาพที่ 4



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แผนภาพที่ 4 โมเดลเกี่ยวกับความรู้ของครูสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของเฟนนีมาร์และแฟรงค์ (Fennema. and Franke. 1992 : 162)

จากแผนภาพที่ 4 พบว่าความรู้ของครูที่จำเป็นในการสอนคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematics) เป็นความรู้ที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Concepts) ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูกำหนดตลอดจนในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน ซึ่งรวมถึงความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ภายใต้ขั้นตอน ความสัมพันธ์กันของมโนทัศน์ และขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกใช้ในแต่ละประเภทของการแก้ปัญหา ซึ่งความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นรูปแบบของความรู้ที่สำคัญมากในการจัดการความรู้ของครู และเป็นตัวชี้วัดความรู้ของครูเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

2. ความรู้เกี่ยวกับการสอน (Pedagogical Knowledge) รวมถึงความรู้เกี่ยวกับกระบวนการสอน เช่น ยุทธวิธีสำหรับการวางแผนการสอนที่มีประสิทธิภาพ การจัดการชั้นเรียนโดยทั่วไป เทคนิคการจัดการพฤติกรรม กระบวนการจัดการชั้นเรียน และเทคนิคการสร้างแรงจูงใจ

3. ความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน (Knowledge of Learners' Cognition in Mathematics) รวมถึงความรู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดและกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในส่วนที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์

4. ความรู้เกี่ยวกับบริบทเฉพาะ (Context Specific Knowledge) เป็นลักษณะเฉพาะของความรู้ที่ส่งผลต่อพฤติกรรมในชั้นเรียนของครู ภายในบริบทดังกล่าวจะเห็นว่าความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาของครูมีผลต่อความรู้เกี่ยวกับการสอนและการรับรู้ของนักเรียน รวมทั้งความเชื่อก็นำไปสู่ การสร้างความรู้ของครู

บาร์เกอร์ (Barker. 2007 : 20) ได้แบ่งองค์ประกอบของความรู้ของครู โดยบูรณาการรูปแบบความรู้ของครู ซึ่งประกอบด้วย

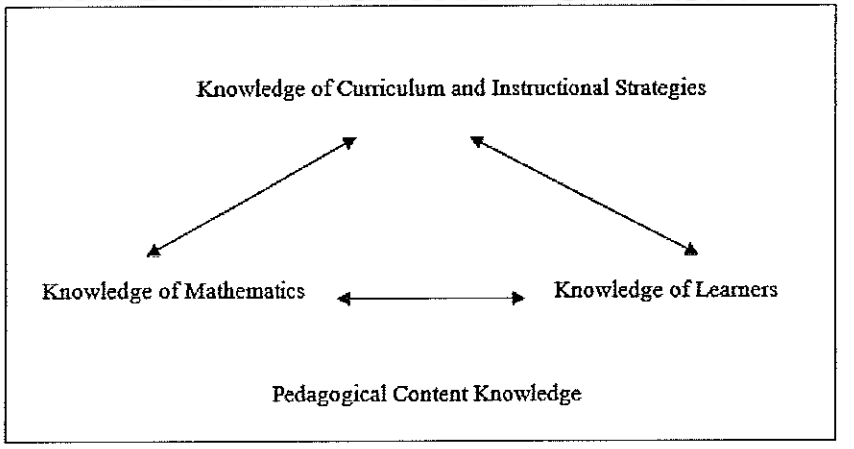
1. ความรู้เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematics)

2. ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรและยุทธวิธีการจัดการเรียนการสอน (Knowledge of Curriculum and Instructional Strategies)

3. ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียน (Knowledge of Learners)

ดังแสดงในแผนภาพที่ 5

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



แผนภาพที่ 5 โมเดลเกี่ยวกับความรู้ของครูในมุมมองเกี่ยวกับความรู้ในการจัดการเรียนรู้ของ บาร์เกอร์ (Barker. 2007 : 20)

เวลเดอร์ (Welder. 2007 : 4) ได้แบ่งประเภทของความรู้ของครูสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ไว้ 2 ประเภท คือ

1. ความรู้สำหรับการสอนคณิตศาสตร์ ได้แก่

1.1 ความรู้ในเนื้อหาร่วม (Common Content Knowledge)

1.2 ความรู้ในการจัดการเรียนรู้เกี่ยวกับเนื้อหา (Pedagogical Content Knowledge)

1.2.1 ความรู้ในเนื้อหาวิชาเฉพาะ (Specialized Content Knowledge)

1.2.2 ความรู้เกี่ยวกับการคิดเชิงมโนทัศน์ของผู้เรียน (Knowledge of Students' Conceptual Thinking)

1.2.3 ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหากับการสอน (Knowledge of Content and Teaching)

1.2.4 ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร (Curricular Knowledge)

2. ความรู้ในการจัดการเรียนรู้ทั่วไป (General Pedagogical Content Knowledge)

ดังนั้น องค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ที่จำเป็นของครูเพื่อใช้ในการจัดการเรียนการรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ที่ประกอบด้วยองค์ความรู้ 3 ด้าน ได้แก่ ความรู้ด้านเนื้อหา ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ และ ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สรุปได้ว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง สิ่งที่ครูได้สั่งสมความรู้พีชคณิตเชิงเส้น มาจากการศึกษา การค้นคว้าทำวิจัย โดยผ่านกระบวนการคิดวิเคราะห์และสังเคราะห์ จนเกิดความเข้าใจ และสามารถเชื่อมโยง หรือถ่ายทอด ความรู้นั้นสู่ผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ประกอบด้วย องค์ประกอบย่อย 3 ด้าน ได้แก่ ความรู้ของครูด้านเนื้อหา ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้ และความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน

ความรู้ของครูด้านเนื้อหา

ความรู้ด้านเนื้อหาเป็นความรู้ที่สำคัญในการจัดการความรู้ของครูและเป็นตัวชี้วัดความรู้ของครูกับความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และเป็นความรู้ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทำให้ครูทราบว่าในช่วงกิจกรรมการเรียนรู้ใดจะแทรกการอธิบายเพิ่มเติม หรือให้นักเรียนซักถาม ควรตั้งคำถามหรือให้งานเมื่อใด และจะจัดลำดับ

เนื้อหาไว้ที่ใดเพื่อให้เห็นน้ำหนักและความสำคัญของแต่ละเรื่องที่แตกต่างกัน ดังนั้นครูจะต้องมีความเข้าใจเนื้อหาในเรื่องนั้นๆ ท่องแท้ เห็นความสัมพันธ์ระหว่าง ตัวแทนแนวคิดที่อยู่ในแบบต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับ ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ผู้วิจัยจึงขอนำเสนอประเด็นสำคัญที่เกี่ยวกับความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ดังนี้ คือ ลักษณะของความรู้ในเนื้อหาและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ รายละเอียดเป็นดังนี้

ลักษณะของความรู้ด้านเนื้อหา

เนื่องจากความรู้ด้านเนื้อหาเป็นความรู้ที่สำคัญมากในการจัดการความรู้ของครู และเป็นตัวชี้วัดความรู้ของครูกับความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และเป็นความรู้ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ทำให้ครูทราบว่าในช่วงกิจกรรมการเรียนรู้ใดจะแทรกการอธิบายเพิ่มเติม หรือให้นักเรียนซักถาม ควรตั้งคำถามหรือให้งานเมื่อใด และจะจัดลำดับเนื้อหาไว้ที่ใดเพื่อให้เห็นน้ำหนักและความสำคัญของแต่ละเรื่องที่แตกต่างกัน ดังนั้นครูจะต้องมีความเข้าใจเนื้อหาในเรื่องนั้นๆ อย่างลึกซึ้ง เห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแทนแนวคิดที่อยู่ในแบบต่างๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับ ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ผู้วิจัย จึงขอนำเสนอประเด็นสำคัญที่เกี่ยวกับความรู้ด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

ปิยวดี วงษ์ใหญ่ (2551 : 80) กล่าวว่า ความรู้ของครูในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้คณิตศาสตร์ในเรื่องที่สอน ครูจะต้องมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้นๆ อย่างลึกซึ้ง เห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแทนแนวคิดที่อยู่ในแบบต่างๆ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 214-216) กล่าวว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบพื้นฐานที่นักเรียนจำเป็นต้องรู้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน ทั้งในเรื่องความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ ซึ่งครูจะต้องรู้ว่างานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องรู้ใน 2 ประเด็นได้แก่

1. ความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ ซึ่งครูจะต้องรู้ว่างานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องรู้ว่าโจทย์ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด

2. ความรู้เกี่ยวกับความสามารถของนักเรียน เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ความรู้ความสามารถของนักเรียนในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานด้วยตนเอง เช่น นักเรียนรู้จุดอ่อนและจุดแข็งของตนเอง รู้ว่าตนเองรู้อะไร และมีความรู้ในระดับใด เพื่อที่จะได้หาวิธีการที่เหมาะสมในการเรียนรู้ของตนเอง

บอร์โกว์และพัทนัม (Borkow. and Putnam. 1995 : 137) ได้กล่าวถึงความรู้ที่จำเป็นในการสอนสำหรับครู คือ ความรู้ในเนื้อหาวิชา (Subject Matter Knowledge) การสอนที่มีคุณภาพขึ้นอยู่กับการพัฒนาแนวคิดและความเข้าใจของครูที่มีต่อเนื้อหาวิชา ซึ่งรวมทั้งการรู้ข้อเท็จจริง แนวคิดและกระบวนการของแต่ละศาสตร์

เฟนนีมาร์และแฟรงค์ (Fennema. and Franke. 1992 : 162) กล่าวว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematics) เป็นความรู้ที่ประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูกำหนด ตลอดจนในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน ซึ่งรวมถึงความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ภายใต้ขั้นตอน ความสัมพันธ์กันของมโนทัศน์ และขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกใช้ในแต่ละประเภทของการแก้ปัญหา ซึ่งความรู้ในเนื้อหาวิชามีความสำคัญในการจัดการความรู้ของครู และเป็นตัวชี้วัดความรู้ของครูกับความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูกับแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

สตีล (Steele. 2006 : 38) กล่าวว่า ความรู้ของครูในเนื้อหาคณิตศาสตร์และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematics and Mathematical Activities) ประกอบด้วย 1. ความรู้ในเนื้อหาหลัก (Content Knowledge of the Domain) เป็นความรู้ที่ต้องใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ในเรื่องต่างๆ เช่น การหาพื้นที่ การหาเส้นผ่านศูนย์กลาง การหาปริมาตร เป็นต้น 2. ความรู้ในเนื้อหาสำหรับการสอน (Content Knowledge for Teaching) เป็นความรู้ที่จำเป็นและเหมาะสมเพื่อใช้ในการสอนในเนื้อหานั้น ซึ่งเป็นความรู้ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การมอบหมายงาน การยกตัวอย่าง การนำเสนอ และยุทธวิธีการแก้ปัญหา

บอลล์ ทาเมสและเฟลม์ (Ball , Thames. and Phelpe. 2008 : 400-403) กล่าวว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของความรู้ของครู ซึ่งประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่

1. ความรู้ในเนื้อหาร่วม (Common Content Knowledge : CCK) คือ ความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะที่ใช้เพื่อการสอน ตัวอย่างเช่น ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หรือการเรียงลำดับของจำนวนในแบบรูป สิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ร่วมกับเนื้อหาก็คือ การตอบผิดหรือมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และมีแนวโน้มว่านักเรียนจะตอบผิดมากขึ้นหากนักเรียนได้รับความรู้ที่ผิดพลาดด้วย

2. ความรู้ในขอบข่ายทางคณิตศาสตร์ (Knowledge at the Mathematical Horizon) เป็นขอบข่ายความรู้ที่เกี่ยวข้องเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับลำดับของเนื้อหาคณิตศาสตร์

3. ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ (Specialized Content Knowledge : SCK) เป็นความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีความจำเป็นสำหรับครูใช้ในการสอน เป็นความรู้เฉพาะที่ใช้สำหรับการสอน ตัวอย่างเช่น การอธิบายว่าทำไมเราจึงกลับเศษและส่วนเมื่อเราหารเศษส่วน ความสามารถในการใช้ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง หรือความสามารถในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ นักวิจัยให้เหตุผลว่า ความรู้ประเภทนี้ เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับครู

เวลเดอร์ (Welder. 2007 : 4) ได้กล่าวถึงความรู้ของครูด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ว่าประกอบด้วยความรู้ในเนื้อหาร่วม (Common Content Knowledge) และความรู้ในเนื้อหาวิชาเฉพาะ (Specialized Content Knowledge) และ บอลล์ และคณะ (Ball et.al. 2008 : 403) ที่ได้กล่าวว่าความรู้ในเนื้อหาวิชา (Subject Matter Knowledge) ประกอบด้วย ความรู้ในเนื้อหาร่วม ความรู้เกี่ยวกับขอบเขตทางคณิตศาสตร์ (Knowledge at the Mathematical Horizon) และความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ

โกรนส์ (Growns. 1992 : 161-162) ได้กล่าวถึง ความรู้ของครูในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ว่าเป็นความรู้ที่เกี่ยวกับเนื้อหาทั้งมโนทัศน์และกระบวนการ

เฟนนีมาร์และแฟรงค์ (Fennema. and Franke. 1992 : 162) กล่าวว่า ความรู้ของครูในเนื้อหาคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematics) ประกอบด้วย ความรู้ที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge)และ ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน หรือวิธีการ (Procedural Knowledge) ตลอดจนในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน ซึ่งรวมถึงความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ภายใต้ขั้นตอน ความสัมพันธ์กันของมโนทัศน์ และขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกใช้ในแต่ละประเภทของการแก้ปัญหา ซึ่งความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นรูปแบบของความรู้ที่สำคัญมากในการจัดการความรู้ของครู และเป็นตัวชี้วัดความรู้ของครูกับความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

สตีล (Steele. 2006 : 38) ได้กล่าวว่า ความรู้ของครูในเนื้อหาคณิตศาสตร์และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematics and Mathematical Activities) มีองค์ประกอบย่อย 2 องค์ประกอบ คือ ความรู้ในเนื้อหาหลัก (Content Knowledge of the Domain) ซึ่งเป็นความรู้ที่ต้องใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ในเรื่องต่าง ๆ เช่น การหาพื้นที่ การหาเส้นผ่านศูนย์กลาง การหาปริมาตร เป็นต้น และ ความรู้ในเนื้อหาสำหรับการสอน

(Content Knowledge for Teaching) เป็นความรู้ที่จำเป็นและเหมาะสมเพื่อใช้ในการสอนในเนื้อหานั้น ซึ่งเป็นความรู้ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การมอบหมายงาน การยกตัวอย่าง การนำเสนอ และยุทธวิธีการแก้ปัญหา

บอลล์โทมัสและเฟลพ์ (Ball , Thomus. and Phelps. 2008 : 403) กล่าวว่า ความรู้ของครูในเนื้อหา (Subject Matter Knowledge) ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่

1. ความรู้ในเนื้อหาร่วม (Common Content Knowledge : CCK) คือ ความรู้คณิตศาสตร์และทักษะที่ใช้เพื่อการสอน เช่น ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หรือการเรียงลำดับของจำนวนในแบบรูป สิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับความรู้ในเนื้อหาร่วม ก็คือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและมีแนวโน้มว่านักเรียนจะเกิดมากขึ้นหากนักเรียนได้รับความรู้ที่ผิดพลาดด้วย

2. ความรู้ในขอบข่ายทางคณิตศาสตร์ (Knowledge at the Mathematical Horizon) เป็นขอบข่ายความรู้ที่เกี่ยวข้องเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับลำดับของเนื้อหาคณิตศาสตร์

3. ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ (Specialized Content Knowledge : SCK) ความรู้ประเภทนี้เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับครู เป็นความรู้ที่จำเป็นเพื่อใช้ในการสอนเฉพาะในบางเรื่อง เช่น ความเข้าใจถึงการกลับเศษและส่วนเมื่อหารเศษส่วน ความสามารถในการใช้ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง หรือความสามารถในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ดังนั้น ลักษณะความรู้ด้านเนื้อหา เป็นความรู้ที่จำเป็นและเหมาะสมเพื่อใช้ในการสอนในเนื้อหานั้น ที่เป็นความรู้ที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) และ ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอน หรือวิธีการ (Procedural Knowledge) ซึ่งเป็นความรู้ที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การมอบหมายงาน การยกตัวอย่าง การนำเสนอ และยุทธวิธีการแก้ปัญหา

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2553 : 3-4) กล่าวว่า ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) เป็นความรู้ที่เกี่ยวข้องกับแนวคิดสำคัญ สาระ และโครงสร้างของเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งครอบคลุมความรู้เรื่องมโนทัศน์ (Concept) ทฤษฎี (Theory) กฎหรือหลัก (Principle) ทางคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับเหตุผลหรือที่มาของขั้นตอนและวิธีการ (Algorithm) ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์และการเชื่อมโยงของแนวคิดต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์

และอัมพร ม้าคนอง ได้อธิบายถึงการสอนโดยเน้นขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ว่า การสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้สอนเริ่มต้นจากการสอนขั้นตอนหรือวิธีการให้ผู้เรียนก่อนที่จะได้สอนให้ผู้เรียนเข้าใจมโนทัศน์ของเนื้อหานั้น อาจมีผลต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในระยะยาว เนื่องจากผู้เรียนจะไม่ได้พัฒนาความเข้าใจอย่างถ่องแท้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะ แต่จะจดจำขั้นตอนหรือวิธีการไปใช้ โดยไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ที่ไม่เป็นระเบียบแบบแผน (Informal Knowledge) ที่ตนมี กับคณิตศาสตร์ที่เป็นระเบียบแบบแผน (Formal Knowledge) ที่ตนถูกสอนในระบบโรงเรียน คณิตศาสตร์ในความคิดของผู้เรียนจึงลดความสำคัญลงเป็นเพียงการดำเนินการโดยใช้สัญลักษณ์ (Peterson. 1988) นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านจึงได้ส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์เพื่อลดการสอนขั้นตอนหรือวิธีการ โดยตรง โดยพยายามให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดในการพัฒนามโนทัศน์ก่อน และสร้างขั้นตอนหรือวิธีการขึ้นจากมโนทัศน์เหล่านั้นด้วยตนเองในภายหลัง อันจะทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ดียิ่งขึ้น (Kamii, Lewis. and Livingston. 1993) ลองพิจารณาความแตกต่างของการทำงาน 2 วิธี ต่อไปนี้ วิธีแรก โดยการใช้ความเข้าใจเรื่องค่าประจำหลักซึ่งเป็นความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ ในการหาผลบวกของจำนวน 2 จำนวน เช่น 36 + 88 การหาผลลัพธ์ใช้การรวมกันของ 30 และ 80 ได้ 110 จากนั้นรวม 6 และ 8 ได้ 14 ทำให้ได้ผลลัพธ์เป็น 124 วิธีนี้จะเป็นการบวกจากซ้ายไปขวา โดยใช้ความรู้เรื่อง ค่าประจำหลัก วิธีที่สอง โดยใช้ขั้นตอนการตั้งบวก ซึ่งเป็นการบวกจากขวาไปซ้าย การบวกทั้งสองวิธีแสดงได้ ดังนี้

วิธีที่ 1 โดยใช้ค่าประจำหลัก		วิธีที่ 2 โดยใช้ขั้นตอนการบวก
บวก 36 และ 88 ดังนี้		36
เนื่องจาก	30 + 80 = 110	88 +
และ	6 + 8 = 14	124
จะได้	110 + 14 = 124	
ดังนั้น	36 + 88 = 124	

นักการศึกษาบางท่านให้ความเห็นว่า การบวกวิธีที่ 2 ที่ใช้ขั้นตอนหรือวิธีการบวกนั้น ควรใช้กับผู้เรียนที่เข้าใจดีว่า 3 ใน 36 มีค่าเท่ากับ 30 และ 8 ตัวแรก ใน 88 มีค่าเท่ากับ 80 สำหรับในเด็ก ควรใช้ค่าประจำหลักในการบวก เพื่อทำให้เกิดความเข้าใจมากขึ้น อย่างไรก็ตาม การบวกโดยใช้ขั้นตอนมีที่มาจากการใช้ค่าประจำหลัก เพราะ 6 + 8 = 14 จำนวน 1 ที่ทด คือ 10 และ 3 + 8 คือ 30 + 80 ซึ่งได้ 110 และรวมกับ 10 เป็น 120 อย่างไรก็ตาม นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านเห็นว่า ผู้สอนควรใช้การบวกโดยใช้ค่าประจำหลักตามวิธีแรก ไปสัก

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ระยะหนึ่ง เพื่อเป็นการพัฒนามโนทัศน์ที่ถูกต้องให้กับผู้เรียน เมื่อผู้เรียนเข้าใจดีแล้ว จึงค่อยพัฒนาเป็นขั้นตอนหรือวิธีการตามวิธีที่ 2

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 6 – 8) ได้จัดให้ความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ เป็นประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ โดยทั้งสองประเภทต่างก็มีบทบาทที่สำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ อีกทั้งมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด ครูควรให้นักเรียนได้พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปพร้อม ๆ กับทักษะทางวิธีการที่สัมพันธ์กันเพื่อให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย เกิดความรู้ความชำนาญในวิธีการ สามารถสร้างการเชื่อมโยงความรู้กับวิธีการจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่างกว้างขวาง และจากการศึกษางานวิจัยพบว่า มีงานวิจัยจำนวนมากที่รายงานว่า ทันทีที่นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการคิดคำนวณตามขั้นตอนการคำนวณอย่างไม่มีความหมาย ก็มีความเป็นไปได้สูงมากที่จะทำให้นักเรียนคิดคำนวณที่ต้องการหาเพียงผลลัพธ์ในการคำนวณ แทนที่จะเป็นการคิดอย่างมีความหมาย ผลการวิจัยเหล่านี้ย้ำเตือนครูว่า ทันทีที่ได้สอนวิธีการบางอย่างให้แก่นักเรียน หรือให้นักเรียนลงมือปฏิบัติก่อนที่จะเกิดความเข้าใจในขั้นตอนหรือหลักการเหล่านั้นแล้ว นักเรียนจะไม่พยายามคิดค้นหาความหมายในสิ่งที่เรียน นักเรียนมักจะยึดติดกับขั้นตอนเหล่านั้น ส่งผลทำให้การที่จะได้มาซึ่งความเข้าใจในภายหลังนั้นเกิดขึ้นได้ยาก ดังนั้นวิธีการทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จึงมีความสำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีแนวทางดังนี้

ทักษะทางวิธีการเกิดจากการกระทำต่าง ๆ ที่เป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งบ่อยครั้งมักจะเกี่ยวข้องกับกฎวิธี ลำดับ ขั้นตอนหรือวิธีการคิดคำนวณ ในทางกลับกันมโนทัศน์มักได้มาจากการสร้างเครือข่ายเชื่อมโยงประสานความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆ ที่ไม่ปะติดปะต่อ ให้ประมวลเข้าไว้ด้วยกัน การคิดคำนวณจัดว่าเป็นทักษะทางวิธีการ เนื่องจากขั้นตอนหรือวิธีการคิดคำนวณ สามารถกระทำได้โดยการปฏิบัติตามลำดับขั้นตอน ซึ่งวิธีการคิดคำนวณดังกล่าวอาจได้มาจากการท่องจำหรือความเข้าใจ เช่น การคำนวณหาผลลัพธ์ 15+29 บางคนอาจคำนวณโดยการตั้งบวกธรรมดาตามขั้นตอนวิธีการบวก บางคนอาจคิดในใจโดยรวม 15 กับ 30 เข้าด้วยกันเป็น 45 ก่อนแล้วจึงหัก 1 ออก จะได้คำตอบ 44 เช่นกัน จะเห็นได้ว่าวิธีการคิดคำนวณดังกล่าวนั้นเป็นทักษะทางวิธีการ ซึ่งแนวคิดวิธีหลังนี้ผู้เรียนสามารถคิดในใจอย่างมีความหมาย

ส่วนมโนทัศน์จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อ ผู้เรียนได้มีโอกาสคิดอย่างกระตือรือร้น (Active Thinking) เกี่ยวกับความสัมพันธ์ และสร้างความเชื่อมโยงไปพร้อมกับการปรับโครงสร้างของความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ให้มีความสอดคล้องกัน ในขณะที่ทักษะทางวิธีการสามารถเกิดขึ้นได้

ง่ายกว่า และเป็นไปอย่างไม่ลำบากมากนัก กล่าวคือ เมื่อนักเรียนได้เห็นวิธีการหนึ่งที่กระทำให้เห็นเป็นตัวอย่างหนึ่งแล้วนักเรียนก็เพียงแต่เลียนแบบเทคนิควิธีเหล่านั้น ผลลัพธ์ที่ได้จากการเรียนโดยวิธีท่องจำและเลียนแบบเช่นนี้ ครูอาจสังเกตเห็นได้จากพฤติกรรมที่นักเรียนใช้ในลักษณะที่เป็นกฎเกณฑ์ ระเบียบวิธีต่าง ๆ ในขั้นตอนการคำนวณ นักเรียนกลุ่มนี้อาจมีความสามารถใช้ทักษะทางวิธีการที่เหมาะสมจากการจดจำเพียงอย่างเดียว แต่ไม่สามารถระลึกถึงข้อมูลที่จำเป็นบางอย่างที่นอกเหนือไปจากนั้นได้ ทั้งอาจไม่สามารถพลิกแพลงในการแก้ปัญหาที่แปลกออกไป เนื่องจากขาดการเชื่อมโยงและการสร้างเครือข่ายระหว่างความรู้ด้านมโนทัศน์และทักษะทางวิธีการ ซึ่งอาจมีผลทำให้การคิดคำนวณผิดพลาดได้ ทั้งนี้เพราะนักเรียนที่มีทักษะทางวิธีการเพียงด้านเดียว จะมีข้อจำกัดในการตรวจสอบ แก้ไขข้อผิดพลาดและแก้คำตอบที่ไม่สมเหตุสมผลพร้อม ๆ กันกับการสร้างมโนทัศน์ที่จะต้องให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนด้วย

เพียร์เจต์ (Piaget. 1971 : 37-39) ได้อธิบายแนวคิดและความสำคัญเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การสอนขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวไม่ได้ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดย Piaget. (1971) ได้ใช้ความรู้ 3 ประเภทตามแหล่งการเกิดความรู้ในการอธิบายแนวคิด ดังนี้

1. ความรู้ทางกายภาพ (Physical Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับสิ่งของรูปธรรมที่ปรากฏอยู่รอบตัว เช่น ความรู้เกี่ยวกับสีและรูปร่างของสิ่งของ

2. ความรู้ที่เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์ในสังคม (Social - conventional Knowledge) เป็นความรู้ที่เกิดจากการอยู่ร่วมกันของมนุษย์ในสังคม เช่น ความรู้เกี่ยวกับภาษาหรือความรู้ที่ต้องใช้มือขวาในการจับมือกับผู้อื่น

3. ความรู้ที่เป็นเหตุเป็นผลทางคณิตศาสตร์ (Logical - mathematical Knowledge) เป็นความรู้ที่ได้จากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างสิ่งต่าง ๆ เช่น ความรู้ที่ว่าเพราะเหตุใดจำนวนสองจำนวนบวกกันจึงเกิดเป็นจำนวนที่สาม

โดย เพียร์เจต์ (Piaget. 1971) ได้อธิบายด้วยการยกตัวอย่างว่า การที่ผู้สอนพยายามให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเป็นความพยายามให้ความรู้ที่เป็นเหตุเป็นผลทางคณิตศาสตร์ แต่กระบวนการสอนไม่ได้ทำให้เกิดความรู้ดังกล่าวเนื่องจากผู้สอนมุ่งสอนให้ผู้เรียนจดจำและทำตามขั้นตอนที่คนในสังคมปฏิบัติต่อๆ กันมา ความรู้ที่เกิดขึ้นจึงเป็นเพียงความรู้ที่เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์ในสังคม ซึ่งผู้เรียนจะทราบเพียงว่าคำตอบคืออะไร แต่จะไม่ทราบเหตุผลของการได้มาซึ่งผลลัพธ์และความหมายของสิ่งที่ได้ หรือบางครั้งการจดจำ

ขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือจดจำมาอย่างผิด ๆ อาจทำให้นำความรู้ไปใช้ไม่ถูกต้อง เช่น การทำเศษส่วนที่กำหนดให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ หากผู้เรียนไม่เข้าใจมโนทัศน์ของการทำเศษส่วนเป็นเศษส่วนอย่างต่ำว่า เป็นการหาเศษส่วนใหม่ที่มีค่าเท่ากับเศษส่วนเดิม โดยการทำให้ทั้งตัวเศษและตัวส่วนลดลง แต่จดจำขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์มาอย่างผิด ๆ ว่าการทำให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำเป็นการหารทั้งตัวเศษและตัวส่วนด้วยจำนวนเดียวกันโดยการ "ตัดเลข" อาจดำเนินการผิด ๆ ดังกรณีต่อไปนี้

กรณีที่ 1 $\frac{19}{95}=\frac{1}{5}$

กรณีที่ 2 $\frac{16}{64}=\frac{1}{4}$

กรณีที่ 3 $\frac{17}{76}=\frac{1}{6}$

กรณีแรก ผู้เรียนใช้การ "ตัดเลข" โดยตัด 9 ทั้งในตัวเศษและในตัวส่วน กรณีที่ 2 ผู้เรียนใช้การ "ตัดเลข" โดยตัด 6 ทั้งในตัวเศษและในตัวส่วน ซึ่งในทั้งสองกรณีเป็นวิธีการที่ไม่ถูกต้อง แต่ได้ผลลัพธ์ถูกต้อง สำหรับในกรณีที่ 3 ผู้เรียนใช้การ "ตัดเลข" เช่นเดิม โดยตัด 7 ทั้งในตัวเศษและในตัวส่วน แต่ครั้งนี้ไม่ถูกต้องทั้งในวิธีการและผลลัพธ์ ทั้งสามกรณีแสดงให้เห็นถึงผลเสียของการจดจำวิธีการโดยปราศจากความเข้าใจ ทำให้มีการนำไปใช้อย่างไม่ถูกต้อง และหากวิธีการผิดแต่ได้คำตอบถูกต้องด้วยแล้ว ยิ่งเป็นสิ่งที่อันตรายกว่าการได้คำตอบผิดแต่วิธีการถูกต้อง เพราะการได้คำตอบถูกต้องแต่วิธีการผิดนั้น ผู้เรียนจะไม่ทบทวนวิธีการของตนเนื่องจากบรรลุเป้าหมายของการทำงานแล้ว จึงไม่มีโอกาสทราบว่าตนทำผิดในขั้นตอนใดและผิดอย่างไร แต่จะเข้าใจว่าสิ่งที่ทำนั้นถูกต้องแล้ว และจะจดจำเพื่อนำไปใช้ต่อไป ในทางตรงกันข้าม การได้คำตอบผิดแต่วิธีการถูกต้องนั้น ผู้เรียนมักจะทบทวนหรือตรวจสอบว่าตนทำผิดขั้นตอนใดและผิดอย่างไร จึงไม่ได้คำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจะทำให้เกิดการเรียนรู้ในสิ่งที่ถูกต้องและจะนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อไป

ดังนั้น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ที่เกี่ยวข้องกับหลักการ แนวคิดที่สำคัญ และโครงสร้างของเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งครอบคลุมความรู้เรื่องมโนทัศน์ (Concept) ทฤษฎี (Theory) กฎหรือหลัก (Principle) ทางคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับเหตุผลหรือที่มาของขั้นตอนและวิธีการ (Algorithm) ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์และการเชื่อมโยงของแนวคิดต่าง ๆ ในวิชาคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า ความรู้ของครูด้านเนื้อหา เป็นความรู้เชิงมโนทัศน์และความรู้พื้นฐานในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ ตลอดจนหลักการ นิยาม ทฤษฎีบท สมบัติ และกฎ ประกอบไปด้วยองค์ประกอบย่อย 3 ด้าน ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) ความรู้ในเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง (Common Content Knowledge) และความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ (Specialized Content Knowledge)

ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้

ความรู้ด้านการจัดการเรียนรู้ เป็นความรู้ที่ช่วยให้ครูตัดสินใจในการเลือกจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้อย่างน่าสนใจ สามารถสร้างแรงจูงใจในการเรียน มีวิธีการการจัดการชั้นเรียนที่เหมาะสม รู้จักการเลือกใช้สื่อให้เหมาะสมกับเนื้อหาและวัยของผู้เรียน สามารถเลือกใช้วิธีการวัดและประเมินผลให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลา เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้ในการจัดการเรียนรู้ จึงขอนำเสนอประเด็นต่าง ๆ ตามลำดับดังนี้ คือ ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และความรู้ในหลักสูตร รายละเอียดเป็นดังนี้

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีหลายทฤษฎีที่สำคัญ ได้แก่ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ Piaget. (1971 : 85) ทฤษฎีการเรียนการสอนของ Bruner (1915 : 85) ทฤษฎีการเรียนคณิตศาสตร์ของ Dienes (2012 : 85) ทฤษฎีการเรียนรู้ของ Gagne (1916 : 85) และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ รายละเอียดมีดังนี้ (อัมพร ม้าคนอง. 2546 : 1 - 7)

1. ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของ Piaget (Piaget's Theory of Intellectual Development) Piaget. (1971 : 85) เป็นนักจิตวิทยาชาวสวิสเซอร์แลนด์ที่มีบทบาทในวิชาชีพต่าง ๆ มากในช่วงปี ค.ศ.1930-1980 Piaget. (1971 : 85) เชื่อว่าพัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์พัฒนาขึ้นเป็นลำดับ 4 ขั้น โดยแต่ละขั้นแตกต่างกันในกลุ่มคน และอายุที่กลุ่มคนเข้าสู่แต่ละขั้นจะแตกต่างกันไปตามลักษณะทางพันธุกรรมและสิ่งแวดล้อม ลำดับขั้นทั้งสี่ของ Piaget. (1971 : 85) คือ ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensory-motor Stage) ขั้นเตรียมพร้อมปฏิบัติการ (Preoperational Stage) ขั้นปฏิบัติการที่เป็นรูปธรรม (Concrete Operational Stage) และขั้นปฏิบัติการที่เป็นแบบแผน (Formal Operational Stage) พัฒนาการของมนุษย์จะเป็นไปตามลำดับขั้นและต่อเนื่องกัน ทฤษฎีนี้มีประโยชน์ต่อการศึกษา เนื่องจาก

ขั้นทั้งสี่กล่าวถึงข้อเท็จจริงว่า วิธีคิด ภาษา ปฏิกิริยา และพฤติกรรมของเด็กแตกต่างจากของผู้ใหญ่ทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ ดังนั้น การจัดการศึกษาให้เด็กจึงต้องมีรูปแบบที่แตกต่างจากของผู้ใหญ่ และสิ่งที่มีความหมายมากที่นักศึกษาได้รับจากงานของ Piaget. (1971 : 85) คือ แนวคิดที่ว่าเด็กที่มีอายุน้อยๆ จะเรียนได้ดีที่สุด จากกิจกรรมที่ใช้สื่อรูปธรรม (Ginsburg and Opper, 1969) หากแนวคิดนี้ถูกนำไปใช้ในห้องเรียน ผู้สอนจะต้องเป็นผู้จัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้และแนะนำผู้เรียนมากกว่าเป็นผู้สอนโดยตรง ตามทฤษฎีของ Piaget. (1971 : 85) เมื่อเด็กโตขึ้นและเข้าสู่ลำดับขั้นที่สูงกว่า เด็กจะต้องการการเรียนรู้จากกิจกรรมลดลง เนื่องจากพัฒนาการของสติปัญญาที่ซับซ้อนและทันสมัยขึ้น แต่มิได้หมายความว่า เด็กจะไม่ต้องการทำกิจกรรมเลย การเรียนรู้โดยการทำกิจกรรมยังคงอยู่ในทุกลำดับขั้นของพัฒนาการ นอกจากนี้ Piaget. (1971 : 85) ยังเน้นว่า ปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนมีบทบาทเป็นอย่างมากต่อการพัฒนาสติปัญญาทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ การให้ผู้เรียนได้คิด พูด อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และประเมินความคิดของตนเองและผู้อื่นจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจตนเองและผู้อื่นได้ดีขึ้น Piaget. (1971 : 15) เรียกกระบวนการนี้ว่าการกระจายความคิด (Decentration) ซึ่งเป็นความสามารถของเด็กที่จะต้องได้รับการพัฒนาให้เป็นไปตามลำดับขั้น เพื่อพิจารณาสิ่งต่าง ๆ จากมุมมองของผู้อื่น ซึ่งประเด็นนี้การศึกษาจะเข้ามามีบทบาทสำคัญในการจัดสภาพแวดล้อมในห้องเรียนเพื่อส่งเสริมความสามารถนี้

2. ทฤษฎีการเรียนการสอนของ บรูเนอร์ (Bruner's Theory of Instruction)

ทฤษฎีนี้เกี่ยวข้องโดยตรงกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ โดยกล่าวถึงการเรียน การสอนที่ดีกว่าต้องประกอบด้วยองค์ประกอบสำคัญ 4 ประการ คือ โครงสร้าง (Structure) ของเนื้อหาสาระ ความพร้อม (Readiness) ที่จะเรียนรู้ การหยั่งรู้ (Intuition) โดยการคะเนจากประสบการณ์อย่างมีหลักเกณฑ์และแรงจูงใจ (Motivation) ที่จะเรียนเนื้อหาใด ๆ Bruner ให้ความสำคัญกับสมดุลระหว่างผลลัพธ์กับกระบวนการเรียนการสอน (Process and Product Approach) นอกจากนี้ยังให้แนวคิดว่า มนุษย์สามารถเรียนหรือคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ 3 ระดับ ดังนี้

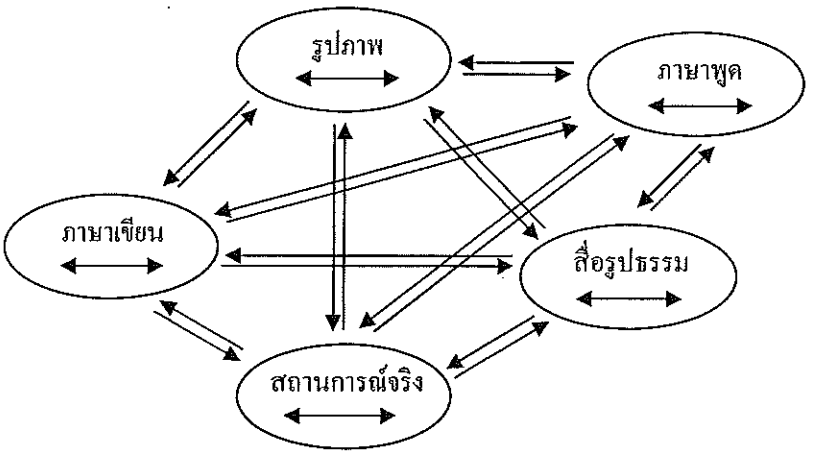
2.1 ระดับที่มีประสบการณ์ตรงและสัมผัสได้ (Enactive Stage) เช่น ผู้เรียนรวมของ 4 ชิ้น กับของ 5 ชิ้น เพื่อเป็นของ 9 ชิ้น ซึ่งเป็นการสัมผัสกับสิ่งที่เป็นรูปธรรม (Concrete Objects or Manipulatives)

2.2 ระดับของการใช้ภาพเป็นสื่อในการมองเห็น (Iconic Stage) เช่น การใช้รูปภาพ ไดอะแกรม ฟิล์ม ที่เป็นสื่อสายตา (Visual Medium) ตัวอย่างการเรียนรู้ระดับนี้ เช่น

ผู้เรียนดูภาพรถ 4 คัน ในภาพแรก ดูภาพรถ 5 คัน ในภาพที่สอง และดูภาพรถ 9 คัน ในภาพที่สามซึ่งเป็นภาพรวมของรถในภาพที่หนึ่งและภาพที่สอง รถ 9 คันในที่นี้เกิดจากการที่ผู้สอนวางแผนให้ผู้เรียนเรียนรู้ มิใช่เกิดจากตัวผู้เรียนเอง

2.3 ระดับของการสร้างความสัมพันธ์และใช้สัญลักษณ์ (Symbolic Stage) ซึ่งเป็นระดับที่ผู้เรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์แทนสิ่งที่เห็นในระดับที่สอง หรือสิ่งที่สัมผัสในระดับที่หนึ่งได้ เช่น การเขียน 5+4=9 เป็นสัญลักษณ์แทนภาพในระดับที่ 2

แนวคิดของ Bruner. (1915) ปรากฏอยู่ในผลงานของ Lesh. (1979) ซึ่งเป็นที่รู้จักกันดีในนามของโมเดลของ Lesh. (Lesh's Model) ซึ่ง Lesh. (1979) ใช้แนวคิดข้างต้นของ Bruner. (1915) ในการสร้างโมเดลที่แสดงว่าผู้เรียนสามารถใช้วิธีแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ในหลาย ๆ รูปแบบ เช่น จากความรู้ที่เกิดจากการใช้สื่อรูปธรรม (Manipulative Aids) สามารถแสดงความรู้นั้น ในรูปของรูปภาพ (Pictures) ภาษาเขียน (Written Symbols) ภาษาพูด (Spoken Symbols) และสถานการณ์จริง (Real World Situation) ได้ โมเดลนี้ทำให้เกิดการพัฒนาด้านอื่น ๆ ที่ผู้สอนควรคำนึงถึง เช่น การให้ผู้เรียนได้พูดและได้เขียนมากขึ้น การได้พูดและเขียนเป็นการเปลี่ยนวิธีแสดงความคิดที่สะท้อนถึงความเข้าใจของผู้เรียน ตามโมเดลที่ Lesh. (1979) ได้เสนอนั้น ผู้สอนสามารถประเมินความเข้าใจของผู้เรียนได้จากการดูว่าผู้เรียนสามารถเปลี่ยนความเข้าใจจากรูปแบบหนึ่งไปเป็นอีกรูปแบบหนึ่งได้หรือไม่ เช่น ถ้าผู้เรียนสามารถเขียนสิ่งที่ตนอธิบายให้เพื่อนฟังเป็นภาษาเขียนได้ แสดงว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในสิ่งที่พูด เนื่องจากสามารถเปลี่ยน จากภาษาพูดเป็นภาษาเขียนได้ มีรายละเอียด ดังแสดงในแผนภาพที่ 6



แผนภาพที่ 6 โมเดลการแปลงของ เลช (Lesh's Model) (Lesh. 1979 ; อ้างถึงใน Post. 1992)

3. ทฤษฎีการเรียนคณิตศาสตร์ของ Dienes. (Dienes's Theory of Mathematics Learning)

แนวคิดของ Dienes. (1971) ส่วนมากเกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ซึ่งมีบางส่วนที่คล้ายคลึงกับของ Piaget. (1971 : 15) เช่น การให้ความสำคัญกับการกระตุ้นให้ผู้เรียนมีบทบาทและกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้ ทฤษฎีการเรียนคณิตศาสตร์ของ Dienes. (1971) ประกอบด้วยกฎหรือหลัก 4 ข้อ ดังนี้

3.1 กฎของภาวะสมดุล (The Dynamic Principle) กฎนี้กล่าวไว้ว่า ความเข้าใจที่แท้จริงในมโนทัศน์ใหม่นั้นเป็นพัฒนาการที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียน 3 ขั้น คือ

ขั้นที่หนึ่ง เป็นขั้นพื้นฐานที่ผู้เรียนประสบกับมโนทัศน์ในรูปแบบที่ไม่มีโครงสร้างใด ๆ เช่น การที่เด็กเรียนรู้จากของเล่นชิ้นใหม่โดยการเล่นของเล่นนั้น

ขั้นที่สอง เป็นขั้นพื้นฐานที่ผู้เรียนได้พบกับกิจกรรมที่มีโครงสร้างมากขึ้น ซึ่งเป็นโครงสร้างที่คล้ายคลึง (Isomorphic) กับโครงสร้างของมโนทัศน์ที่ผู้เรียนจะได้เรียน

ขั้นที่สาม เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะเห็นได้ถึงการนำมโนทัศน์เหล่านั้นไปใช้ในชีวิตประจำวัน

ขั้นตอนทั้งสาม เป็นขั้นที่ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะเห็นได้ถึงการนำมโนทัศน์เหล่านั้นไปใช้ในชีวิตประจำวัน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ขั้นตอนทั้งสามเป็นกระบวนการที่ Dienes.(1971)เรียกว่า วัฏจักรการเรียนรู้ (Learning Cycle) ซึ่งเป็นสิ่งที่เด็กจะต้องประสบในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ ๆ

3.2 กฎความหลากหลายของการรับรู้ (The Perceptual Variability Principle) กฎนี้เสนอแนะว่าการเรียนรู้มโนทัศน์จะมีประสิทธิภาพเมื่อผู้เรียนมีโอกาสรับรู้มโนทัศน์เดียวกันในหลาย ๆ รูปแบบ ผ่านบริบททางกายภาพ นั่นคือการจัดสิ่งที่เป็นรูปธรรมที่หลากหลายให้ผู้เรียนเพื่อให้เข้าใจโครงสร้างในมโนทัศน์เดียวกันนั้น จะช่วยในการได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concept) ของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี

3.3 กฎความหลากหลายทางคณิตศาสตร์ (The Mathematical Variability Principle) กฎข้อนี้กล่าวว่า การอ้างอิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Generalization of Mathematical Concept) หรือการนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้จะมีประสิทธิภาพมากขึ้นถ้าตัวแปรที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้นเปลี่ยนไปอย่างเป็นระบบ ในขณะที่คงไว้ซึ่งตัวแปรที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์นั้น ๆ เช่น การสอนมโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน ตัวแปรที่ควร

เปลี่ยนไป คือ ขนาดของมุม ความยาวของด้าน แต่สิ่งที่ควรคงไว้ คือ ลักษณะสำคัญของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่ต้องมีสี่ด้าน และด้านตรงข้ามขนานกัน

3.4 กฎการสร้าง (The Constructivity Principle) กฎข้อนี้ให้ความสำคัญกับการสร้างความรู้ว่าผู้เรียนควรได้พัฒนามโนทัศน์จากประสบการณ์ในการสร้างความรู้เพื่อก่อให้เกิดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญและมั่นคง และจากพื้นฐานที่มั่นคงเหล่านี้ จะนำไปสู่การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ต่อไป Dienes. and Golding. (1971) ให้ความเห็นว่า การสร้างความรู้ควรมาก่อนการวิเคราะห์เสมอ เพราะเป็นไปไม่ได้ที่มนุษย์จะวิเคราะห์ในสิ่ง ที่ตนยังไม่รู้ กฎข้อนี้เสนอแนะให้ผู้สอนจัดสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม เพื่อให้ผู้เรียนสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมนั้น และสามารถวิเคราะห์สิ่งที่สร้างนั้นต่อไปได้

4. ทฤษฎีการเรียนรู้ของ Gagne. (Gagne's Theory of Learning)

ทฤษฎีการเรียนรู้ของ Gagne. มีสาระสำคัญเกี่ยวข้องกับการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจาก Gagneใช้คณิตศาสตร์เป็นสื่อสำหรับการใช้ทฤษฎีของเขาอธิบายการเรียนรู้ Gagne จำแนกสาระในการเรียนคณิตศาสตร์เป็น 4 ประเภท คือ

4.1 ข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Facts) เป็นข้อเท็จจริงที่พบในทางคณิตศาสตร์ เช่น ตัวเลขสาม (3) เป็นสัญลักษณ์แทนจำนวนหรือของสามสิ่ง เครื่องหมายลบ (-) เป็นสัญลักษณ์สำหรับการดำเนินการหักออกหรือการลดลง

4.2 ทักษะทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Skills) เป็นการกระทำตามขั้นตอน การทำงานที่ผู้เรียนทำด้วยความถูกต้องและรวดเร็ว ทักษะใด ๆ อาจถูกนิยามได้จากกฎหรือลำดับขั้นตอนการทำงานที่เรียกว่า ขั้นตอนหรือวิธีการ (Algorithms)

4.3 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concepts) เป็นความคิดนามธรรม ที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ ว่าเป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น รูปสามเหลี่ยมสองรูปจะคล้ายกันก็ต่อเมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีด้านสองด้านเท่ากัน และมุมระหว่างด้านคู่ ที่เท่ากันนั้นเท่ากันด้วย

4.4 กฎหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Principles) เป็นขั้นตอนในมโนทัศน์หรือความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ต่าง ๆ เช่น รูปสามเหลี่ยมสองรูปจะคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีด้านสองด้านเท่ากัน และมุมระหว่างด้านคู่ที่เท่ากันนั้นเท่ากันด้วย

Gagne แบ่งการเรียนรู้ออกเป็น 8 ประเภท คือ

1. การเรียนสัญญาณ (Signal Learning)
2. การเรียนสิ่งเร้าและการตอบสนอง (Stimulus-Response Learning)
3. การเรียนแบบลูกโซ่ (Chaining)
4. การเรียนโดยใช้การสัมพันธ์ทางภาษา (Verbal Association)
5. การเรียนแบบจำแนกความแตกต่าง (Discrimination Learning)
6. การเรียนมโนทัศน์ (Concept Learning)
7. การเรียนกฎ (Rule Learning)
8. การเรียนการแก้ปัญหา (Problem Learning)

Gagne เชื่อว่าการเรียนรู้ทั้ง 8 ชนิดข้างต้น เกิดขึ้นในผู้เรียนเป็นลำดับ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นรับหรือจับใจความ (Apprehending Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนตระหนักถึงสิ่งเร้าที่ตนเองประสบ ทำให้รับรู้ลักษณะของสิ่งเร้าเหล่านั้น ซึ่งผู้เรียนแต่ละคนอาจรับรู้ในสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน การเรียนรู้ในขั้นนี้จึงสามารถใช้อธิบายว่า เพราะเหตุใดเมื่อผู้สอนสอนสิ่งเดียวกัน นักเรียนจึงตีความสิ่งนั้นแตกต่างกัน

2. ขั้นการได้มาซึ่งความรู้ (Acquistion Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนรับและครอบครองความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง ทักษะ มโนทัศน์ และกฎหรือหลักการ ที่ตนเรียน ภายหลังจากการได้สัมผัสกับสิ่งเร้าในขั้นที่หนึ่ง

3. ขั้นการจัดเก็บความรู้ (Storage Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนจำหรือจัดเก็บสิ่งที่เรียนรู้มาเป็นความจำ ซึ่งมี 2 ชนิด คือ ความจำระยะสั้น (Short-term Memory) และความจำระยะยาว (Long-term Memory)

4. ขั้นการระลึกถึงหรือดึงความรู้มาใช้ (Retrieval Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนระลึกถึงหรือดึงข้อมูลที่เก็บไว้ในความจำออกมา ซึ่งขั้นตอนนี้มีความซับซ้อนทางสมองมากกว่าขั้นตอนอื่น ๆ

5. ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Theory)

ทฤษฎีนี้มีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนรู้อย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เนื่องจากสอดคล้องกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ทฤษฎีนี้เน้นว่าความรู้เป็นสิ่งที่ถูกสร้างขึ้นโดยผู้เรียน ผู้เรียนใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่เป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่การเรียนรู้เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในตัวผู้เรียนจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมภายนอก

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ผู้เรียนแต่ละคนจะสร้างความรู้ด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน แนวการสอนตามทฤษฎีนี้จึงเน้น การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้สื่อสารและมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน โดยผู้สอนคอยช่วยเหลือ ให้ผู้เรียนนำความรู้ที่มีอยู่ออกมาใช้ และไตร่ตรองสิ่งที่ได้จากการอภิปรายกับผู้อื่น ผู้สอนมีหน้าที่จัดสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ให้เหมาะสม ตั้งประเด็นปัญหาที่ท้าทาย และช่วยเหลือให้ผู้เรียนสร้างความรู้ได้เอง กรอบแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่สำคัญที่นำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ สรุปได้ดังนี้

5.1 ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง

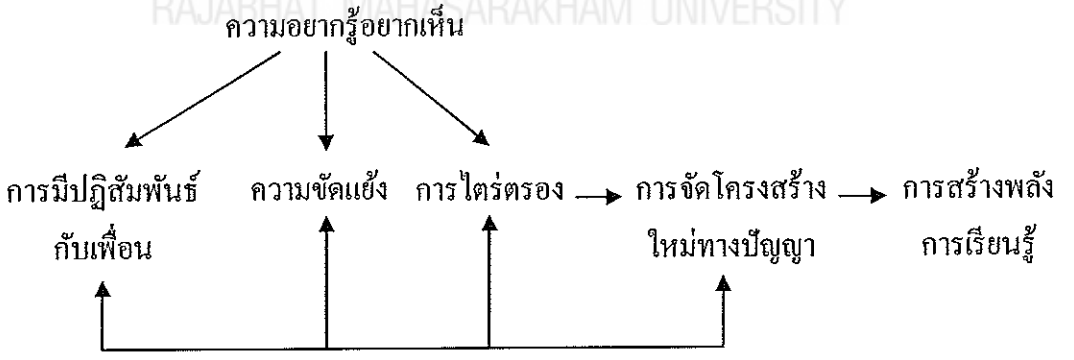
5.2 ความรู้และประสบการณ์เดิมเป็นพื้นฐานของการสร้างความรู้ใหม่

5.3 ปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม เช่น ครูและเพื่อนมีส่วนช่วยในการสร้างความรู้

ครูมีบทบาทในการจัดบริบทความรู้ ตั้งคำถามท้าทายความสามารถ กระตุ้น สนับสนุน และให้ความช่วยเหลือการสร้างความรู้ ผู้เรียนเป็นผู้กระตือรือร้นในการเรียน นอกจากนี้ทฤษฎีนี้ยังได้กล่าวถึงสมมติฐานเกี่ยวกับการสร้างความรู้ของผู้เรียน ดังนี้

1. มนุษย์สร้างความรู้ผ่านกิจกรรมการไตร่ตรอง การสื่อสาร และการอภิปราย ซึ่งทำให้พวกเขาสร้างประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ดังที่ Underhill. (1991 : 229-248) ใช้โมเดลการเพิ่มพลังการเรียนรู้ของผู้เรียน (Model of Learner's Empowerment) ดังแสดงในแผนภาพที่ 7

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



แผนภาพที่ 7 โมเดลการสร้างพลังการเรียนรู้ของผู้เรียน Underhill. (1991 : 229-248)

1.1 ความอยากรู้อยากเห็น (Curiosity) และความขัดแย้ง (Conflict) เป็นกลไกสำคัญในการกระตุ้นให้ผู้เรียนเรียน

1.2 การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน (Peer Interaction) ก่อให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญา (Cognitive Conflict)

1.3 ความขัดแย้งทางปัญญานำมาซึ่งการไตร่ตรอง (Reflection)

1.4 การไตร่ตรองกระตุ้นให้เกิดการจัดโครงสร้างใหม่ทางปัญญา (Cognitive Restructuring)

1.5 ข้อ 1.1 ถึง 1.4 เกิดเป็นวงจร โดยประสบการณ์ของผู้เรียนมีผลต่อการเกิดของวงจร และวงจรนี้เองที่ทำให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและสร้างพลัง (Empowerment) การเรียนรู้ให้กับตนเอง

2. การสร้างความรู้ของผู้เรียนแต่ละคนต่างกัน และต่างจากที่ผู้สอนคาดหวัง ผู้สอนต้องยอมรับและจัดการที่จะสนับสนุนสิ่งที่ผู้เรียนคิด

3. องค์ประกอบสำคัญในการสอน มีดังนี้

3.1 การรวบรวมสิ่งที่ผู้เรียนสร้างขึ้นให้เป็นไปในแนวทางที่ถูกต้อง

3.2 การสร้างแรงจูงใจภายในเป็นปัจจัยสำคัญในการสร้างความรู้

3.3 การวิเคราะห์ความคิดผู้เรียนในกระบวนการเรียนการสอน

ดังนั้น ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ที่เป็นไปตามพัฒนาการของผู้เรียน และต้องเกิดขึ้นในตัวผู้เรียน การสร้างความรู้โดยเริ่มจากข้อเท็จจริง ทักษะ มโนทัศน์ และกฎหรือหลักการทางคณิตศาสตร์จากรูปธรรมไปหานามธรรม จนสามารถ วิเคราะห์และสร้างความเป็นกรณีทั่วไป (Generalization of Mathematical Concept) ทำให้ เกิดความหลากหลายทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนใช้ประสบการณ์ความรู้ที่มีอยู่เป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่กับการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมภายนอก ซึ่งผู้เรียนแต่ละคนมีวิธีสร้างความรู้ด้วยวิธีที่แตกต่างกัน นอกจากนั้นผู้เรียนควรได้มีโอกาสพูดและเขียนมากขึ้น และได้รับการกระตุ้นให้เกิดการกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้

หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นสิ่งที่นักการศึกษาและครูผู้สอนต้องคำนึงถึงในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างเต็มตามศักยภาพของแต่ละบุคคล นักการศึกษาได้กล่าวถึงหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2530 : 39-41) ได้สรุปหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่า ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องคำนึงถึงเนื้อหา วิธีสอน ตัวนักเรียน และตัวครู ดังนี้

ด้านเนื้อหา ควรสอนจากง่ายไปยาก จากรูปธรรมไปสู่นามธรรม

ด้านวิธีสอน ควรสอนให้สนุก เปลี่ยนวิธีสอนไม่ให้น่าเบื่อ

ด้านตัวนักเรียน ควรคำนึงถึงความรู้พื้นฐานเดิม

ด้านตัวครู ควรมีความกระตือรือร้น หมั่นแสวงหาความรู้ อารมณ์ขัน ไม่เคร่งเครียด

เรย์ส และคณะ (Reys et. al. 2003 อ้างถึงใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2554 : 10–17) เสนอหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นหลักการที่ดีและสอดคล้องตามทฤษฎีการเรียนรู้ไว้ดังนี้

หลักการที่ 1 การให้นักเรียนมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้น

การมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้นจะช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้ทั้งในด้านกว้างและด้านลึก สามารถมองเห็นความสมเหตุสมผลของสิ่งที่กำลังศึกษา ซึ่งจะนำไปสู่การพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ได้ในที่สุด การมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้น อาจทำได้ด้วยการจัดกิจกรรมที่มีการลงมือปฏิบัติ แต่จะต้องเป็นการปฏิบัติที่มีการใช้ความคิดเข้ามาเกี่ยวข้องใน การลงมือทำด้วย ซึ่งสามารถกระทำได้ในหลายรูปแบบ ไม่ว่าจะเป็นการมีปฏิสัมพันธ์กับครูหรือเพื่อนร่วมชั้นเรียน การมีประสบการณ์ตรงจากการใช้สื่อปฏิบัติหรือการใช้อุปกรณ์การเรียนรู้ เช่น หนังสือเรียนหรือเทคโนโลยี ในการสอนประจำของครูสิ่งหนึ่งที่ท้าทายความสามารถของครู คือ การจัดเตรียมประสบการณ์ที่กระตุ้นและส่งเสริมนักเรียนให้มีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้นนั่นเอง

หลักการที่ 2 การเรียนรู้คือการพัฒนา

การเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพและประสิทธิผลนั้นไม่ได้เกิดขึ้นได้เอง นักเรียนจะเรียนรู้ได้ดี เมื่อเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่เรียนนั้นมีความเหมาะสมกับพัฒนาการของนักเรียนในรูปแบบที่ทำให้มีความสนุกสนานและน่าสนใจ กลุ่มที่มีทรรศนะเกี่ยวกับพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียนที่มีส่วนใกล้เคียงกับการที่จะรับรู้หรือค้นพบความรู้ที่ครูสอนให้ ได้เสนอแนะว่านักเรียนมีความแตกต่างกันอย่างมากในการพัฒนาและความพร้อมที่จะเรียนรู้ ดังนั้นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 บางคนอาจสามารถเข้าใจการบวกและมีความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงพื้นฐานต่าง ๆ ก่อนนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 บางคน ในทำนองเดียวกัน นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นบางคน อาจจะพบความยากลำบากในการนึกสร้างภาพวัตถุในใจ นักเรียนเหล่านั้นอาจต้องการที่จะจับต้องและมองเห็นวัตถุนั้นจริงๆ ก่อนที่จะสามารถสร้างความหมายจากสิ่งเหล่านั้น ในขณะที่เพื่อนร่วมชั้นอีกหลายๆ คนสามารถนึกสร้างภาพวัตถุในใจได้โดยง่าย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ครูมีบทบาทสำคัญอย่างยิ่งในการตัดสินเกี่ยวกับระดับพัฒนาการของนักเรียน ตลอดจนการตัดสินใจเกี่ยวกับส่วนที่ใกล้เคียงกับการที่จะรับรู้หรือค้นพบตามที่ครูสอนให้ การตัดสินใจดังกล่าวจะส่งผลในการสร้างสภาพสิ่งแวดล้อมของห้องเรียน ให้มีความเหมาะสมกับการที่จะกระทำการสำรวจทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับระดับของพัฒนาการของนักเรียน นอกจากนี้ครูยังจะต้องเป็นผู้ให้คำแนะนำที่จำเป็นและช่วยให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ รู้จักสร้างการเชื่อมโยง ตลอดจนการพูดคุยเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ดีอีกด้วย

หลักการที่ 3 การเรียนรู้เกิดจากความรู้ที่มีมาก่อนแล้ว

ครูจะต้องจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างเป็นระบบ มีความเหมาะสมและสามารถทำให้นักเรียนเข้าใจได้ เนื่องจากคณิตศาสตร์เป็นทั้งความรู้ที่เป็นมโนทัศน์และความรู้ที่เป็นวิธีการ ซึ่งความท้าทายที่เกิดขึ้นสำหรับนักเรียนนั้นไม่ใช่เพียงแค่การพัฒนาความรู้ทั้งสองอย่างดังกล่าว แต่หากเป็นการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ทั้งสองอย่างนั้นด้วย ซึ่งความรู้ที่มีอยู่เดิมมีความสำคัญต่อกระบวนการการเรียนรู้คณิตศาสตร์มาก เช่น การพยายามประมาณระยะทางเป็นกิโลเมตรคงไร้ประโยชน์ หากนักเรียนไม่มีความรู้เดิมว่ากิโลเมตรคืออะไร

ตามหลักการเรียนรู้แบบบันไดเวียน (Spiral Approach) จะทำให้นักเรียนมีโอกาสมากมายที่จะพัฒนา และขยายมโนทัศน์ให้กว้างหรือลึกขึ้นไปเรื่อยๆ ตามช่วงเวลาที่เหมาะสม โดยที่การเรียนรู้แบบนี้จะมีการรวบรวมความรู้และการสร้างการเรียนรู้ใหม่จากการเรียนรู้เดิม อันเป็นผลช่วยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง โดยการเพิ่มระดับของความยุ่งยากและซับซ้อนในสิ่งที่เรียนขึ้นไปได้เรื่อยๆ เช่น ในเรื่องการวัดมุม ซึ่งเป็นเรื่องที่นักเรียนชั้นประถมศึกษามีความคุ้นเคยและรู้จักมาแล้วในระดับหนึ่ง และเมื่อสอนเนื้อหาที่เกี่ยวกับ “มุม” ในระดับที่สูงขึ้น เนื้อหามีความละเอียดและซับซ้อนมากขึ้น นักเรียนก็สามารถนำมโนทัศน์เกี่ยวกับการวัดมุมที่มีอยู่เดิม มาเป็นฐานในการเรียนรู้เนื้อหาที่ซับซ้อน

หลักการที่ 4 การสื่อสารมีส่วนสำคัญในการสร้างความเข้าใจ

การสื่อสารแลกเปลี่ยนข้อมูล ข้อเท็จจริงต่างๆโดยการปฏิบัติสามารถนำไปสู่โอกาสที่หลากหลายในการคิด การพูดและการฟัง ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยการพูดการอธิบายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การคาดการณ์และการอภิปราย การแสดงความคิดของนักเรียนโดยใช้วาจาหรือการเขียน เป็นการกระตุ้นให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง การสื่อสารโดยการปฏิบัติเช่นนี้ล้วนเป็นสิ่งจำเป็นที่ครูจะต้องจัดให้มี และครูจะต้องระมัดระวังเกี่ยวกับความเคร่งครัดในการใช้ภาษาคณิตศาสตร์อย่างถูกต้องก่อนวัยอันสมควร นักเรียนในทุกระดับชั้น

ควรรู้จักสื่อสารด้วยการพูดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ก่อนการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้วยสัญลักษณ์หรือการเขียน

สำหรับกระบวนการเรียนรู้นั้น การติดต่อสื่อสารระหว่างนักเรียนกับนักเรียนและระหว่างครูกับนักเรียนล้วนมีความสำคัญทั้งสิ้น การพูดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนด้วยกันเอง ทำให้เกิดโอกาสมากมายในการอธิบาย การพิสูจน์ข้อเท็จจริง และการแลกเปลี่ยนวิธีการคิด ซึ่งบ่อยครั้งที่ครูได้มองข้ามการสนทนาพูดคุยทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน ในชั่วโมงเรียนคณิตศาสตร์ครูควรจะกระตุ้นและสนับสนุนให้นักเรียนได้สื่อสารกันเองมากขึ้นไม่ว่าด้วยการพูดคุย การเขียนและการมีส่วนร่วมในกิจกรรมของชั้นเรียน

หลักการที่ 5 คำถามที่ดีช่วยส่งเสริมการเรียนรู้

ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ ครู นักเรียนและเพื่อนนักเรียนด้วยกันควรมีโอกาสที่จะถามคำถามซึ่งกันและกัน คำถามเป็นส่วนประกอบที่สำคัญมากในกระบวนการเรียนรู้ครูจะต้องรู้ว่าเมื่อไรควรถามคำถาม และคำถามอะไรที่ควรถาม ครูยังจะรู้อีกว่าเมื่อไรจึงจะตอบคำถาม และเมื่อไรจึงจะถามคำถามได้อีก ซึ่งคำถามครั้งหลังนี้อาจเป็นคำถามเพื่อช่วยให้สามารถตอบคำถามก่อนหน้านี้ได้

ในการใช้คำถามของครู บางคำถามอาจเป็นคำถามที่ไม่ดีหรือถามขึ้นเพราะความเข้าใจผิด บางคำถามอาจเหมาะสมกับบางเวลา ซึ่งในหลายครั้งหลายคราวที่คำถามมีคำตอบเฉพาะ มีความเหมาะสม เช่น สามคูณสองได้เท่าไร แต่ในบางคำถามที่เป็นคำถามปลายเปิดอาจมีความหมายและมีความเหมาะสมมากกว่า เช่น จะทำอย่างไรให้สามารถใส่ลูกปิงปองเข้าไปในกล่องตามขนาดที่กำหนดให้ได้มากที่สุด ซึ่งการตั้งคำถามที่ดีนั้นสามารถกระตุ้นการคิดและการเรียนรู้ของนักเรียนได้ดี ซึ่งคำถามที่ดีมีหลายรูปแบบโดยทั่วไปควรเป็นคำถามที่มีศักยภาพในการส่งเสริมการคิดการวิพากษ์วิจารณ์ การสร้างความสัมพันธ์และสนับสนุนการเชื่อมโยงอย่างมีความหมาย

หลักการที่ 6 สื่อปฏิบัติช่วยในการเรียนรู้

สื่อปฏิบัติมีบทบาทสำคัญในการสอนนักเรียนให้เรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเฉพาะในระดับประถมศึกษา เนื่องจากโดยธรรมชาติแล้วคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม สื่อปฏิบัติที่เป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้มโนทัศน์ต่างๆ มีความเป็นรูปธรรมสำหรับนักเรียนมากขึ้น ทั้งนี้การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะเกิดขึ้นได้ดีก็ต่อเมื่อนักเรียนสามารถเข้าใจในความสัมพันธ์พื้นฐานต่าง ๆ ซึ่งเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์เหล่านั้น ภายใต้บริบทที่มีความหมาย เช่น ในการพัฒนามโนทัศน์เกี่ยวกับ

วงกลม ครูอาจใช้จานใบหนึ่งแสดงถึงมโนทัศน์นี้ได้ โดยจานใบนี้ยังสามารถใช้ยกเป็นตัวอย่างเพื่ออธิบายมโนทัศน์อื่น ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง เช่น พื้นที่ อาณาบริเวณ เส้นรอบรูป และเส้นผ่านศูนย์กลาง ซึ่งนักเรียนยังไม่ทราบว่า มีสมบัติใดบ้างที่บ่งบอกลักษณะของวงกลม ในระหว่างที่มโนทัศน์กำลังจะเกิดขึ้น การเลือกอุปกรณ์ที่ใช้แสดงถึงวงกลม จำเป็นจะต้องเป็นสื่อที่แสดงถึงลักษณะของวงกลมได้อย่างชัดเจน ควรหลีกเลี่ยงการใช้อุปกรณ์ที่มีลักษณะอื่นแฝงอยู่จนอาจทำให้นักเรียนเกิดความสับสน เช่น จานที่เลือกมาจะต้องไม่มีลวดลาย หรือถ้ามีลวดลายก็จะต้องไม่เป็นลวดลายที่ดึงดูดความสนใจนักเรียนจนเกินไป ขอบของจานจะต้องไม่บิ่นหรือมีรอยแตกร้าว เนื่องจากอาจทำให้มโนทัศน์ของนักเรียนเกี่ยวกับวงกลมคลาดเคลื่อนไป

การใช้อุปกรณ์หรือสื่อปฏิบัติหลายๆ อย่างเพื่อนำเสนอมโนทัศน์หนึ่งถือว่าเป็นการแสดงอย่างเป็นรูปธรรมที่มีความหลากหลาย ซึ่งจะช่วยให้ลักษณะหรือคุณลักษณะร่วมของมโนทัศน์นั้น ๆ ปรากฏชัดเจนขึ้นสำหรับนักเรียน เช่น การใช้จานกลม เหรียญบาท แหวน เกลี้ยง เป็นสื่อรูปธรรมแสดงถึงมโนทัศน์ของวงกลม เป็นต้น

หลักการที่ 7 อภิปัญญา (Metacognition) มีผลต่อการเรียนรู้

อภิปัญญาเป็นการคิดเกี่ยวกับความคิดของตนเอง โดยคิดทบทวนหรือคิดไตร่ตรอง เพื่อวิเคราะห์ดูว่าความคิดนั้นถูกต้องหรือยังมีข้อบกพร่องที่จุดใด นักเรียนที่หมั่นคิดทบทวนความคิดนั้นถูกต้องหรือยังมีข้อบกพร่องตรงจุดใด นักเรียนที่หมั่นคิดทบทวนความคิดทางคณิตศาสตร์ของตนเองเสมอจะเป็นผู้ที่เสาะแสวงหาความเข้าใจ และอยากเห็นความสมเหตุสมผลของคณิตศาสตร์ที่กำลังเรียนรู้ โดยนักเรียนจะต้องรู้จักตระหนักถึงจุดแข็ง จุดอ่อน และลักษณะพฤติกรรมทั่วไปของตนเอง ตลอดจนองค์ประกอบทั้งหมดของกระบวนการ รวมถึงยุทธศาสตร์หรือยุทธวิธีที่ตนใช้ในการเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วย บ่อยครั้งที่อภิปัญญาหรือการคิดทบทวนความคิดของตนเองของนักเรียนช่วยให้นักเรียนสามารถควบคุมและปรับปรุงแก้ไขพฤติกรรมของตนเองได้ เช่น ถ้าสมหญิงรู้ว่าเธอมักจะทำผิดบ่อยครั้งในการคำนวณโดยใช้เครื่องคิดเลข โดยอาจกดปุ่มให้ช้าลงและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากเครื่องคิดเลข การพัฒนาทางอภิปัญญาของนักเรียนจำเป็นต้องอาศัยการสังเกตและทบทวนความคิดของตนเอง เช่น นักเรียนคิดว่ารู้อะไรแล้ว นักเรียนคิดจะทำอะไรต่อตลอดจนการคิดในสิ่งที่เรียนรู้ เช่น นักเรียนคิดว่านักเรียนจะแก้ปัญหาอย่างไร หรือคิดว่าวิธีแก้ปัญหาที่ตนคิดไว้นั้นมีข้อดีหรือข้อเสียอย่างไร

หลักการที่ 8 เจตคติของครูมีความสำคัญยิ่ง

เจตคติที่ดีของครูที่มีต่อการเรียนการสอน มักส่งผลให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย ทั้งนี้เพราะการสอนของครูมีความสำคัญต่อนักเรียนทำให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ เกิดแรงจูงใจให้อยากเรียนพบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ ครูที่สนุกกับการสอนคณิตศาสตร์ โดยให้ความสนใจต่อการมีส่วนร่วมและความกระตือรือร้นของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ นอกจากจะมีส่วนโน้มน้าวให้นักเรียนชอบคณิตศาสตร์แล้ว ยังสามารถโน้มเอียงให้นักเรียนสนใจและฝังใจในสิ่งที่เรียนรู้ด้วย เช่น ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ถ้าครูให้ความสำคัญกับทักษะในการคำนวณ นักเรียนก็จะมองเห็นว่าการคิดคำนวณเป็นสิ่งสำคัญมาก แต่ถ้าครูให้ความสำคัญกับการแก้ปัญหาที่สร้างสรรค์หรือวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย ก็จะส่งผลให้นักเรียนเห็นคุณค่าของการคิดที่หลากหลาย ยิ่งไปกว่านั้นถ้าครูแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่าการแก้ปัญหาที่เปิดโอกาสให้นักเรียนมีการวิพากษ์วิจารณ์ความคิดนั้น เป็นการแก้ปัญหาที่มีคุณค่าควรแก่การยกย่องแล้ว นักเรียนก็จะคิดว่าการวิพากษ์วิจารณ์แนวคิดเพื่อการแก้ปัญหานั้นสำคัญ การแสดงว่าอะไรเป็นสิ่งสำคัญและมีคุณค่าในแต่ละชั้นเรียนคณิตศาสตร์นั้น มีอิทธิพลอย่างมากไม่เพียงแต่กับสิ่งที่ได้เรียนรู้และวิธีการเรียนรู้ แต่ยังมีอิทธิพลต่อเจตคติของนักเรียนที่มีต่อคณิตศาสตร์อีกด้วย

หลักการที่ 9 ประสบการณ์มีอิทธิพลต่อความวิตกกังวล

ความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ เป็นความรู้สึกในทางลบต่อคณิตศาสตร์อย่างมาก อาการเบื้องต้นของความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ เช่น การขาดความมั่นใจ ไม่ชอบคิดคำนวณ มีแรงจูงใจต่ำ ทำให้ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนต่ำ ความรู้สึกในทางลบทั้งหลายอาจมาจากความรู้สึกไม่ปลอดภัย กลัวความล้มเหลว กลัวการถูกลงโทษ กลัวความอับอาย หรือกลัวถูกตราหน้า นักเรียนบางคนที่มีความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ อาจดูได้จากการที่เป็นคนมีเจตคติในทางลบต่อคณิตศาสตร์หรือมีปฏิกิริยาโต้ตอบที่แสดงถึงความรู้สึกในทางลบต่อคณิตศาสตร์ มีงานวิจัยหลายงานแสดงว่านักเรียนในระดับประถมศึกษาส่วนใหญ่ มีความรู้สึกในทางบวกต่อคณิตศาสตร์ แต่ความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์มีแนวโน้มที่จะเพิ่มสูงขึ้นเมื่อนักเรียนเลื่อนชั้นไปเรียนในระดับมัธยมศึกษา นักเรียนที่มีความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์มีแนวโน้มที่จะเลือกเรียนคณิตศาสตร์น้อยลงในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งได้ส่งผลทำให้นักเรียนไม่สามารถไปเรียนในหลาย ๆ วิชาชีพที่กำลังได้รับความสนใจในปัจจุบัน

วิธีการที่ครูจะช่วยให้นักเรียนขจัดหรือลดปัญหาความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์มีดังนี้

1. ควรเน้นย้ำถึงความหมายและความเข้าใจมากกว่าการจดจำอย่างไม่เข้าใจ การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะต้องมีลักษณะของความสมเหตุสมผล นักเรียนที่พยายามจำจดเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่เรียนโดยปราศจากความเข้าใจนั้น มีความเป็นไปได้ที่จะทำให้เกิดความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์

2. ควรแสดงหรือสาธิตยุทธวิธีในการแก้ปัญหาแทนการสอนที่มุ่งใช้กลวิธีเพื่อให้ได้คำตอบหรือผลลัพธ์แต่อย่างเดียว การส่งเสริมนักเรียนให้เสนอคำแนะนำที่หลากหลาย ตลอดจนการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทดลองตามความคิดแล้วดูว่าเกิดอะไรขึ้น จะช่วยให้นักเรียนตระหนักว่า ความผิดพลาดในยุทธศาสตร์หรือขั้นตอนการแก้ปัญหานั้นเป็นเรื่องธรรมดา ครูควรเตือนให้นักเรียนระลึกว่าการทำตามกระบวนการของการแก้ปัญหาที่อาจต้องใช้เวลานั้น สำคัญมากกว่าผลลัพธ์หรือคำตอบ การให้ความสำคัญกับกระบวนการมากกว่าคำตอบ จะช่วยลดความวิตกกังวลของนักเรียนอันเนื่องมาจากการได้คำตอบที่ไม่ถูกต้องได้

3. ควรจัดเตรียมประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่น่าสนใจและท้าทาย และควรเป็นสถานการณ์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประสบความสำเร็จและควรเป็นสถานการณ์ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ประสบความสำเร็จ ซึ่งผลจากประสบการณ์ที่ได้ประสบความสำเร็จทำให้นักเรียนมีความมั่นใจในการเรียนรู้คณิตศาสตร์มากขึ้น

4. ควรทำให้นักเรียนทุกคนได้รู้สึกซาบซึ้งในคุณค่า ประโยชน์ และความสำคัญ ของคณิตศาสตร์ ครูต้องชี้ให้นักเรียนเห็นว่าทุกคนมีโอกาสที่จะประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ และควรหลีกเลี่ยงการแสดงความคาดหวังในการเรียนคณิตศาสตร์ว่าขึ้นอยู่กับ เชื้อชาติ ศาสนา เพศ หรือพื้นฐานทางครอบครัวของนักเรียน

5. ควรแสดงหรือเป็นผู้นำให้นักเรียนเห็นถึงความสนุกสนานในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

6. ควรรักษาและแสดงออกถึงเจตคติในทางบวกของครูที่มีต่อคณิตศาสตร์และที่มีต่อนักเรียน

7. ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้บอกครูเกี่ยวกับความรู้สึกที่มีต่อคณิตศาสตร์ว่า อะไรคือสิ่งที่นักเรียนชอบ ทำไมนักเรียนจึงชอบสิ่งเหล่านั้น การสะท้อนความคิดเกี่ยวกับความคิดของตนเอง ซึ่งการวินิจฉัยเกี่ยวกับสิ่งที่นักเรียนเล่ามา สามารถช่วยให้ครูทราบถึงความวิตกกังวลในคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

8. ควรระมัดระวังในการเน้นย้ำเกี่ยวกับอัตราเร็วในการทำแบบทดสอบหรือแบบฝึกหัดในห้องเรียน ต้องไม่ทำจนมากเกินไป นักเรียนบางคนอาจชอบความท้าทายจากการแข่งขัน แต่บางคนอาจไม่รู้สึกดีนักกับความกดดันในเรื่องเวลาการแข่งขันในเรื่องเวลาอาจนำนักเรียนไปสู่ความวิตกกังวลและความกลัวในคณิตศาสตร์ได้

9. ควรศึกษาและเรียนรู้การใช้เทคนิคในการวินิจฉัยในการชี้ตัวนักเรียนที่มีปัญหาหรือต้องการความช่วยเหลือจากครู ซึ่งจะสามารถทำให้ครูช่วยเหลือนักเรียนให้กลับมาเรียน ทันเพื่อน ๆ ได้ในเวลาอันสั้น

หลักการที่ 10 ความถนัดตามธรรมชาติของแต่ละเพศนั้นมีความเท่าเทียมกัน

ความหลากหลายซับซ้อนของแรงผลักดันในสังคมที่ส่งผลให้เกิดความไม่เท่าเทียมกันทางเพศนั้น สัมพันธ์กับการเรียนคณิตศาสตร์ เช่น พ่อแม่ของนักเรียนอาจแสดงความคาดหวังในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ที่มีต่อลูกชายและลูกสาวแตกต่างกัน ครูอาจปฏิบัติต่อเด็กชายและเด็กหญิงในชั้นเรียนแตกต่างกัน เช่น ครูอาจเรียกถามคำถามนักเรียนชายบ่อยครั้งกว่านักเรียนหญิง ในการตอบคำถามได้ถูกต้องครูอาจชมนักเรียนหญิงน้อยกว่านักเรียนชาย และครูมีความใส่ใจในการให้กำลังใจนักเรียนหญิงที่ตอบคำถามไม่ถูกต้องน้อยกว่า นอกจากนี้ครูยังมีแนวโน้มที่จะมองว่าความผิดพลาดของนักเรียนชายว่าเกิดจากการขาดความสนใจ ในขณะที่ครูกลับมองว่าความผิดพลาดของนักเรียนหญิงเกิดขึ้นจากตัวนักเรียนเอง สิ่งเหล่านี้อาจทำให้นักเรียนหญิงคิดว่าตัวเองไม่มีความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ซึ่งอาจส่งผลต่อการเรียนรู้ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

หลักการที่ 11 ความทรงจำสามารถทำให้ดีขึ้นได้

ความทรงจำเป็นลักษณะหนึ่งที่สำคัญของการเรียนรู้ เช่น ถ้านักเรียนสามารถบอกเวลาจากนาฬิกาในห้องเรียนได้แต่ไม่สามารถบอกเวลาจากนาฬิกาที่บ้านได้ สิ่งนี้แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีปัญหาทางด้านความทรงจำ ความทรงจำสะท้อนให้เห็นถึงความทนในการเก็บความรู้ไว้ การรักษาทักษะที่ได้รับการฝึกฝนหรือพฤติกรรมในการแก้ปัญหาที่มักใช้บ่อย ๆ ให้ได้นาน การลืมเป็นปัญหาในการเรียนทุกวิชา แต่เมื่อเรียนรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์มากขึ้น ความสำคัญของปัญหาการลืมก็จะเพิ่มขึ้นตามไปด้วยการลืมเกิดขึ้นได้ในทุกช่วงเวลาหรืออาจเกิดในช่วงเวลาใดช่วงเวลาหนึ่ง

การทำให้ความทรงจำดีขึ้น มีข้อเสนอแนะที่ได้จากงานวิจัยต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. การเรียนรู้อย่างมีความหมายเป็นแนวทางที่ดีที่สุดในการที่จะช่วยค้ำจุนความทรงจำ ในทุกขั้นตอนของการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ ทักษะ และการแก้ปัญหา

จะมีการพัฒนาขึ้นอย่างมีความหมาย การเรียนรู้ด้วยความเข้าใจจะส่งผลทำให้เกิดความทรงจำที่ยาวนานขึ้น

2. บริบทของมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ ส่งผลให้เกิดการเชื่อมโยงที่เป็นประโยชน์ต่อความทรงจำระยะยาว เช่น การสำรวจศึกษาเกี่ยวกับเส้นรอบรูปหรือเส้นรอบวงของวงกลม อาจทำได้ด้วยการวัดเส้นผ่านศูนย์กลางและเส้นรอบรูปของวงกลมหลายๆ วง การลงมือปฏิบัติที่ได้วัดเกี่ยวกับวงกลมได้บันทึกข้อมูลและสังเกตแบบรูปที่ได้ ทำให้เกิดความเชื่อมโยงไปสู่การจดจำว่าอัตราส่วนของความยาวของเส้นรอบวงต่อความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางนั้นคงที่

3. การสร้างความเชื่อมโยงช่วยให้เกิดความทรงจำระยะยาว การเชื่อมโยงช่วยให้นักเรียนมองเห็นว่า ความคิดทางคณิตศาสตร์นั้นสัมพันธ์กันและเกี่ยวข้องกับโลกแห่งความจริงอย่างไร หัวข้อต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ไม่ควรนำไปสอนเดี่ยว ๆ เหมือนกับเป็นหัวข้อที่ไม่เกี่ยวข้องกัน ในทางตรงกันข้าม แต่ละหัวข้อคณิตศาสตร์ควรสอนเชื่อมโยงและบูรณาการกับสาระในหัวข้ออื่น ๆ ตามที่ควรจะเป็น และสอนสาระที่พัฒนาควบคู่ไปกับการแก้ปัญหาและการใช้ประโยชน์ต่าง ๆ ภายใต้บริบทที่มีความหมาย

4. การทบทวนความคิดสำคัญ ๆ เป็นระยะ ๆ ช่วยตอกย้ำความรู้และสามารถส่งผลทำให้เกิดความทรงจำในความรู้ทางคณิตศาสตร์อย่างมากในเด็กทุกช่วงวัย การทบทวนนี้จะช่วยขัดเกลาและเสริมให้ความรู้ที่มีนั้นชัดเจนอยู่เสมอ และยังส่งผลต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบัน เป็นประโยชน์ต่อการเรียนรู้ในขั้นสูงต่อไป ตลอดจนส่งเสริมความทรงจำให้ดีขึ้น

ดังนั้น หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึงวิธีการจัดประสบการณ์ให้กับผู้เรียน โดยคำนึงถึงพื้นฐานความรู้เดิม จัดเนื้อหาให้เหมาะสมกับพัฒนาการ สอนจากง่ายไปหายาก จัดการเรียนรู้แบบบันไดเวียน โดยขยายมโนทัศน์ให้กว้างหรือ ลึกขึ้นไปเรื่อยๆ ตามช่วงเวลาที่เหมาะสม ผู้เรียนมีส่วนร่วม สร้างบรรยากาศให้น่าเรียน สอนให้สนุกมีคำถามที่น่าสนใจ ตั้งจากครูหรือเพื่อนร่วมชั้น มีวิธีคิดไตร่ตรอง เพื่อวิเคราะห์ว่าการคิดและแก้ปัญหาของตนนั้นมีข้อบกพร่องจุดใด ครูมีเจตคติที่ดีต่อการสอนและ ลดความวิตกกังวลด้วยการให้เด็กเข้าใจในเรื่องที่เรียนจากสื่อและสถานการณ์ที่น่าสนใจ เห็นประโยชน์ เรียนด้วยความสนุกและรู้วิธีการวิเคราะห์ปัญหาของเด็ก โดยไม่เน้นการจำ

ความรู้ในหลักสูตร

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพนั้น ครูจะมีความรู้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์ ได้แก่ การวิเคราะห์หลักสูตร การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ รายละเอียดเป็นดังนี้

1. การวิเคราะห์หลักสูตร

การวิเคราะห์หลักสูตรเป็นกรอบหรือโครงสร้างในการจัดการเรียนรู้ได้ครอบคลุมตามหลักสูตร ช่วยให้ครูรู้รายละเอียดของเนื้อหาและพฤติกรรมที่ควรปลูกฝัง ผู้เรียนรู้ว่าเนื้อหาหนึ่ง ๆ ควรปลูกฝังพฤติกรรมใดบ้าง และปลูกฝังมากน้อยเพียงใด การกำหนดชั่วโมงการสอนทำได้เป็นสัดส่วนเหมาะสมในแต่ละเนื้อหานั้น ๆนอกจากนั้น ช่วยให้ครูได้ออกข้อสอบครอบคลุมเนื้อหาและพฤติกรรมตามที่ต้องการเป็นเครื่องช่วยบังคับทิศทางการออกข้อสอบว่าจะออกเนื้อหาใดตามพฤติกรรมใด จำนวนกี่ข้อ และสามารถใช้ตรวจสอบความบกพร่องของเด็กเมื่อทำผิดได้ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. 2551 : 1-7) มีขั้นตอนดังนี้

1.1 ศึกษาและวิเคราะห์เกี่ยวกับ วิสัยทัศน์ หลักการ จุดมุ่งหมาย สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรสถานศึกษา และหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์2551

1.2 ศึกษาและความสัมพันธ์ระหว่างสาระหลัก มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อแยกแยะว่าอะไรคือเนื้อหา และอะไรคือทักษะกระบวนการที่กำหนดไว้เป็นเป้าหมายการเรียนการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้ อาศัยการวิเคราะห์จากคำสำคัญ (Key Words) ที่ปรากฏในตัวชี้วัดที่กำหนดไว้แล้ว จากระดับชาติในหลักสูตรแกนกลาง (หรืออาจดูจากแนวทางการพัฒนาสาระหลักสูตรระดับเขตพื้นที่ก็ได้เช่นกัน) เพื่อจัดทำคำอธิบายรายวิชา โครงสร้างรายวิชา

ดังนั้นในการจัดการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ ครูจะต้องมีความรู้ในการวิเคราะห์หลักสูตรเพื่อเป็นกรอบหรือโครงสร้างในการจัดการเรียนรู้ของครูได้ครอบคลุมตามเป้าหมายหลักสูตร

2. การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

กระทรวงศึกษาธิการ (2551 : 52) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นตอนการออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ดังนี้

2.1 ทำความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในคำอธิบายรายวิชา โดยทำความเข้าใจกับมาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นและขอบข่ายเนื้อหาสาระที่ระบุไว้ในคำอธิบายรายวิชา แล้ววิเคราะห์ว่าอะไรคือเป้าหมายสูงสุดของรายวิชานี้ ที่ต้องการให้ผู้เรียนรู้และปฏิบัติได้จริงตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนด

2.2 กำหนดภาระงาน ผลงานรวบยอดประจำรายวิชา พร้อมเกณฑ์การประเมิน เพื่อเป็นหลักฐาน ร่องรอยการปฏิบัติงานของผู้เรียน สำหรับยืนยันผลการเรียนรู้รวบยอด ตามเป้าหมายสูงสุดของรายวิชานี้

2.3 กำหนดหน่วยการเรียนรู้รายวิชา จะต้องพิจารณาว่าการที่ผู้เรียนจะสามารถปฏิบัติภาระงาน และผลงานรวบยอดตามที่ระบุไว้นั้น ผู้เรียนจะต้องมีองค์ความรู้และทักษะ และกระบวนการใดบ้าง จึงจะเพียงพอต่อการปฏิบัติภาระงานดังกล่าว

3. ออกแบบหน่วยการเรียนรู้ ดังนี้

3.1 สาระการเรียนรู้ ซึ่งการวิเคราะห์สาระการเรียนรู้จะต้องมาจากตัวชี้วัดมาตรฐานในสาระแกนกลาง และจะต้องคำนึงถึงความสอดคล้องกับผู้เรียน ชุมชนท้องถิ่น ปฏิบัติได้จริง ทันสมัย ได้ความรู้ กระบวนการ เจตคติ เหมาะสมกับระดับของผู้เรียน น่าสนใจ เรียนรู้ได้ง่าย สะดวกต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

3.2 การบูรณาการกับกลุ่มสาระการเรียนรู้อื่นๆ

3.3 ในการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ต้องวางแผนให้ดี มีขั้นตอน บอกให้รู้ว่าจะทำอะไรก่อนหลัง ให้ผู้เรียนมีกิจกรรมการเรียนรู้อย่างไรบ้าง เช่น เลือกวิธีการนำเข้าสู่บทเรียนให้เหมาะสมกับสาระการเรียนรู้ และระดับของผู้เรียน เลือกรูปแบบให้สอดคล้องกับผลการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนทำกิจกรรมเป็นทีมตามขั้นตอนที่ครูวางแผนไว้ได้จริง สอดคล้องกับเวลาที่ใช้ในการเรียนการจัดการเรียนรู้ สอดคล้องกับชีวิตประจำวันและชีวิตจริง คำนึงถึงทักษะของผู้เรียนในการเอาตัวรอดจากสิ่งชั่วร้ายในชีวิตประจำวัน

3.4 สื่อและแหล่งการเรียนรู้ ครูควรจะคัดเลือกสื่อและแหล่งเรียนที่สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ และมีอย่างหลากหลาย ซึ่งสื่อครูอาจจะคิดสร้างขึ้นมาเอง อาจจะให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการสร้างสื่อ หรือถ้าเป็นเนื้อหาสาระครูต้องอธิบายเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอด และสามารถสร้างองค์ความรู้ให้ได้

แนวปฏิบัติในการใช้สื่อการเรียนรู้

3.4.1 ต้องมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน สื่อที่นำมาใช้ต้องสามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน

3.4.2 ต้องเหมาะสมกับระดับชั้น และพื้นฐานความรู้ของผู้เรียน

3.4.3 ขนาดและวิธีการนำเสนอเรื่องราวของสื่อมีความเหมาะสมกับจำนวนผู้เรียน ต้องคำนึงว่าสื่อที่ใช้นั้นเป็นสื่อสำหรับให้ผู้เรียนศึกษาเป็นรายบุคคล เป็นกลุ่มย่อย เป็นกลุ่มใหญ่ หรือทั้งชั้นเรียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3.4.4 เน้นการให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อ การมีส่วนร่วมครอบคลุมถึง การช่วยกระตุ้นให้เกิดความคิด การตอบสนองด้วยการตอบคำถาม การอภิปรายร่วมกัน และการขยายฐานความคิด

3.4.5 ครูต้องมีการเตรียมการใช้สื่อ ฝึกการใช้สื่อเพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจ และมีทักษะในการใช้สื่อนั้น ๆ ก่อนนำไปใช้กับผู้เรียน

3.4.6 การใช้สื่อต้องใช้ในโอกาสที่เหมาะสม ไม่ควรใช้มากเกินไป เมื่อผู้เรียนเข้าใจบทเรียนแล้วก็ไม่จำเป็นต้องใช้ หลังจากการใช้สื่อต้องมีการสรุปเชื่อมโยงความรู้ที่ได้ จากสื่อกับสาระที่เรียนรู้ในบทเรียน

3.4.7 หลังการใช้สื่อ ต้องมีการประเมินและติดตามผลเพื่อดูว่าสื่อสามารถช่วยให้เกิดการเรียนรู้ตามที่ต้องการหรือไม่ ควรปรับปรุงสื่ออย่างไรสำหรับการนำไปใช้ในโอกาสต่อไป

3.4.8 การใช้สื่อควรมีขีดจำกัด ไม่ควรใช้อย่างพร่ำเพรื่อจนผู้เรียนติดสื่อไม่สามารถเรียนรู้ได้ถ้าไม่มีสื่อ

3.5 การวัดผลประเมินผล ต้องวัดผลประเมินผลในหลายๆวิธี ผสมผสานกัน รูปแบบที่น่าสนใจและเป็นที่ทราบกันอย่างแพร่หลาย ก็คือ การวัดผลและประเมินผลตามสภาพจริง เพราะเป็นการเสริมสร้างศักยภาพของผู้เรียน มุ่งให้ผู้เรียนมีความสามารถในการประยุกต์องค์ความรู้ที่ได้ในห้องเรียนไปใช้จริงๆ ในการดำรงชีวิตของผู้เรียน โดยมีวิธีการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้ (สิริพร ทิพย์คง. 2545 : 189 - 197 ; อัมพร ม้าคนอง. 2546 : 90 – 94 และ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2554 : 197-202)

3.5.1 การสังเกตเป็นการสังเกตจากความสนใจ ความกระตือรือร้นในการตอบคำถามของนักเรียน การทำกิจกรรมในห้องเรียน เช่น การทดลองโยนเหรียญ การทดลองทอดลูกเต๋าในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น การทดลองใช้สื่อรูปธรรมแสดงว่าทฤษฎีบทปีทาโกรัสเป็นจริง การทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง การทำแบบฝึกหัด การทำงานกลุ่ม ซึ่งควรพิจารณาจากการอภิปรายภายในกลุ่ม การยอมรับฟังความคิดเห็นซึ่งกันและกัน การแสดงบทบาทผู้นำการอธิบายแนวคิด การช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เป็นต้น

3.5.2 การใช้คำถามในขณะที่ผู้เรียนแก้ปัญหา ผู้สอนอาจเดินดูผู้เรียนทำงาน และใช้คำถามเพื่อให้ผู้เรียนใช้ความคิดก่อนตอบ คำถามนั้นควรถามเพื่อให้ผู้เรียนอธิบาย เช่น หาคำตอบนี้มาได้อย่างไร ทำไมต้องใช้วิธีนี้ อธิบายได้หรือไม่ว่าสองวิธีนี้ต่างกัน

อย่างไร ทราบได้อย่างไรว่าต้องใช้บทนิยามช่วย แน่ใจได้อย่างไรว่าคำตอบที่ได้มาถูกต้อง เป็นต้น

3.5.3 การรายงานของผู้เรียนการให้ผู้เรียนได้เขียนรายงานเกี่ยวกับประสบการณ์การแก้ปัญหาของตนเองจะช่วยให้ผู้สอนทราบกระบวนการคิด การทำงาน และเจตคติของผู้เรียน ก่อนให้ผู้เรียนเขียนรายงานตนเอง ผู้สอนควรตั้งกรอบคำถามไว้ก่อนว่าจะประเมินผู้เรียนในเรื่องใด เพื่อให้สิ่งที่ผู้เรียนทุกคนเขียนเป็นไปในแนวเดียวกัน และเป็นสิ่งที่ผู้สอนต้องการทราบ

3.5.4 การสัมภาษณ์ การสัมภาษณ์นักเรียน ครูอาจทำได้อย่างเป็นทางการหรือไม่เป็นทางการ โดยดูจากแบบฝึกหัด การบ้าน โครงงานที่นักเรียนทำ ว่านักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องที่นักเรียนเรียนไปหรือไม่ นักเรียนสามารถอธิบายงานที่นักเรียนทำได้ชัดเจนเพียงใด นักเรียนแก้ปัญหาในเรื่องนั้นอย่างไร เช่น ในการแก้โจทย์ปัญหาร้อยละนักเรียนได้รับส่วนลดครั้งแรก 20% เมื่อนักเรียนจ่ายเงินสดนักเรียนได้รับส่วนลดอีก 15% นักเรียนจะคิดคำนวณอย่างไร เป็นต้น

3.5.5 การตรวจแบบฝึกหัด การตรวจแบบฝึกหัดที่นักเรียนทำ จะทำให้ครูทราบผลการเรียนของนักเรียนและความรับผิดชอบในการทำงาน ในกรณีที่นักเรียนตรวจสอบการทำงานของตนเองด้วยการทำสื่อสิ่งพิมพ์ ครูควรตรวจดูอีกครั้งหนึ่งว่างานที่นักเรียนทำมีความถูกต้องและสมบูรณ์เพียงใดเพื่อช่วยพัฒนาและช่วยเหลือนักเรียนได้มากขึ้น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3.5.6 การทำแบบทดสอบ การวัดผลและประเมินผลด้วยแบบทดสอบ ครูผู้สอนควรคำนึงถึงลักษณะของข้อทดสอบ ขั้นตอนในการสร้างข้อทดสอบ การนำแบบทดสอบไปใช้และการวิเคราะห์คุณภาพของข้อทดสอบ ดังนั้นครูผู้ออกข้อสอบควรเป็นผู้ที่มีความรู้ในเนื้อหาที่จะออกข้อสอบเป็นอย่างดี ทราบจุดประสงค์การเรียนรู้ของเนื้อหาที่สอนนั้น ซึ่งจะช่วยให้ออกข้อสอบได้ตรงตามจุดประสงค์และครอบคลุมเนื้อหาได้ครบถ้วน รู้จักชนิดและรูปแบบของแบบทดสอบ มีความรู้เกี่ยวกับลักษณะของแบบทดสอบที่ดี มีทักษะการใช้ภาษา สามารถเขียนคำถามได้กะทัดรัดและชัดเจน

3.5.7 การประเมินแฟ้มงาน เป็นวิธีการประเมินผลตามสภาพจริงวิธีหนึ่งที่นักการศึกษาในปัจจุบันให้ความสนใจมาก เป็นเอกสารรวบรวมข้อมูลและผลงานของนักเรียนที่ผ่านการคัดเลือกโดยตัวของนักเรียนเอง หรือภายใต้การแนะนำของครู นำมาเก็บไว้อย่างเป็นระบบและมีจุดมุ่งหมาย เพื่อใช้เป็นข้อมูลที่แสดงถึงความพยายาม เจตคติ แรงจูงใจ ความ

เจริญงอกงาม ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนรู้ เนื้อหาวิชาต่างๆ ของนักเรียนให้บุคคลที่เกี่ยวข้องทราบโดยครูและนักเรียนมีส่วนร่วมในการสร้างและการประเมินแฟ้มงานด้วยกัน

3.6 บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ ครูควรบันทึกตามความเป็นจริงที่เกิดขึ้นในการนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้

ดังนั้น ความรู้ในหลักสูตร หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับการวิเคราะห์หลักสูตร การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ และรู้จักการเลือกใช้สื่อ และวิธีการวัดผล ให้เหมาะสมกับจุดประสงค์ของเนื้อหาและวัยของผู้เรียน

สรุปได้ว่า ความรู้ของอาจารย์ด้านการจัดการเรียนรู้ (Instructional Strategies Knowledge) หมายถึง ความรู้ของอาจารย์ ที่ใช้ในการตัดสินใจการเลือกจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ หลักการจัดการเรียนรู้ และความรู้ในหลักสูตร

ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน

ความรู้ด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน เป็นความรู้ของครูเกี่ยวกับธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนและกระบวนการคิดของผู้เรียนที่แสดงถึงความเข้าใจใน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความเข้าใจในขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ที่แสดงถึงความสัมพันธ์ในการคิดของผู้เรียนที่สามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เดิมไปใช้ในการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ และความหลากหลายของการเรียนรู้ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ดังนั้น ความรู้ของครูในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนเป็นสิ่งที่สำคัญสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครู เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้ในการเรียนรู้ของผู้เรียน จึงขอทำความเข้าใจในประเด็นต่างๆ ตามลำดับดังนี้ ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน รายละเอียด เป็นดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

ในการศึกษาธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนควรมีการศึกษาเกี่ยวกับจิตวิทยาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดตามลำดับเนื้อหาต่อไปนี้

1. จิตวิทยาการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนรู้นั้นก็เพื่อจะให้นักเรียนเกิดการพัฒนาขึ้น ครูจะต้องนึกอยู่เสมอว่านักเรียนจะพัฒนาไปสู่จุดประสงค์ที่ต้องการได้อย่างไร นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ก็ต่อเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม และจากการศึกษาแนวคิดของ ยุพิน พิพิธกุล สามารถสรุปจิตวิทยาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดังนี้ (ยุพิน พิพิธกุล. 2545 : 4 - 7)

1.1 การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม เมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์ใด ประสบการณ์หนึ่งเป็นครั้งแรก นักเรียนก็มีความอยากรู้อยากเห็น และอยากจะคิดจะทำให้ได้ วิธีการคิดนั้นอาจจะเป็นการลองผิด ลองถูก แต่เมื่อเขาได้รับประสบการณ์อีกครั้งหนึ่ง เขาก็จะสามารถตอบได้แสดงว่าเขาเกิดการรับรู้

1.2 การถ่ายทอดการเรียนรู้

1.2.1 นักเรียนจะได้รับการถ่ายทอดการเรียนรู้ ก็ต่อเมื่อเห็นเหตุการณ์ที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ ตัวอย่าง เช่น ครูเขียนโจทย์ลงไปว่า $7+9$, $13+9$, $15+9$ นักเรียนที่ฉลาดจะสังเกตเห็นว่า จำนวนที่นำมาบวกนั้นเหมือนกันคือ 9 และจะทำได้โดยครูไม่ต้องช่วย นักเรียนปานกลางครูอาจต้องช่วย นักเรียนที่เรียนอ่อนก็อาจจะมัวนับอยู่และทำไม่ค่อยได้ ครูจะต้องช่วย

1.2.2 ครูควรจะฝึกนักเรียนให้รู้จักสังเกตแบบรูปของสิ่งที่คล้ายคลึงกัน แล้วเขาก็จะสามารถสรุปว่าแบบรูปนั้นเป็น

1.2.3 รู้จักนำเรื่องที่เคยเรียนแล้วในอดีตมาเปรียบเทียบหรือใช้กับเรื่องที่จะต้องเรียนใหม่

1.2.4 ควรจะให้นักเรียนได้เรียนอย่างประสบความสำเร็จไปเป็นเรื่องๆ เพราะถ้าเขาทำเรื่องใดประสบความสำเร็จ เขาก็จะสามารถถ่ายทอดไปยังเรื่องอื่นได้ ดังนั้นครูควรจะพยายามให้นักเรียนสามารถสรุปได้ด้วยตนเองจะทำให้เขาเข้าใจและจำได้นาน เมื่อเขาจำได้ก็จะนำไปใช้กับเรื่องอื่น ๆ ได้

1.2.5 การถ่ายทอดการเรียนรู้จะสำเร็จผลมากน้อยเพียงไรขึ้นอยู่กับวิธีการสอนของครู ดังนั้นครูจะต้องตระหนักอยู่เสมอว่า จะสอนอะไรและสอนอย่างไร การสอนเพื่อจะให้เกิดการถ่ายทอดการเรียนรู้นั้นควรจะยึดหลักการดังนี้

1) ให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด (Concept) ด้วยตนเองและนำไปสู่ข้อสรุปได้ นอกจากนี้ยังสามารถนำข้อสรุปนั้นไปใช้ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2) ครูจะต้องเน้นในขณะที่สอนและแยกแยะให้นักเรียนเห็นองค์ประกอบในเรื่องที่กำลังเรียน

3) ครูควรจะฝึกนักเรียนให้รู้จักบทนิยาม หลักการ กฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎี จากเรื่องที่เรียนไปแล้วในสถานการณ์ที่มีองค์ประกอบคล้ายคลึงกันแต่ซับซ้อนยิ่งขึ้น

2. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

เป้าหมายของการจัดการเรียนการสอนคือพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพ ทั้งด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ คุณลักษณะที่พึงประสงค์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546: 169-172) กล่าวว่า เจตคติ จำแนกได้ 2 ลักษณะ คือ เจตคติทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อคณิตศาสตร์ ซึ่งเจตคติทางคณิตศาสตร์ เป็นคุณลักษณะที่ผู้เรียนจะได้รับการพัฒนา โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ต่างๆ ในลักษณะของความสนใจใฝ่รู้ เพื่อเพิ่มพูนความรู้ทางคณิตศาสตร์ การมีเหตุผล การสื่อสาร ความเชื่อมโยง ความรับผิดชอบและความเพียรพยามยาม ความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น ความละเอียดรอบคอบในการทำงาน ส่วนเจตคติต่อคณิตศาสตร์ เป็นความรู้สึกของบุคคล ที่จะตอบสนองต่อวิชาคณิตศาสตร์ ในด้านความพอใจ ความไม่พอใจ ความชอบหรือไม่ชอบ รวมทั้งความตระหนักในคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ การเปลี่ยนแปลงเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ขึ้นอยู่กับปัจจัย ดังนี้

1. ความสอดคล้องกลมกลืน ไม่มีความกดดัน จะทำให้เจตคติต่อสิ่งนั้นความต่อเนื่อง

2. การเสริมแรง และยกย่องชมเชยให้ผู้เรียน เกิดความสนใจ ยอมรับข้อมูลข่าวสารทำให้ผู้เรียนเกิดเจตคติตามสิ่งล่อใจ

3. การตัดสินทางสังคม การอยู่ในกลุ่มคนที่มีเจตคติแบบใดแบบหนึ่ง ก็จะทำให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ

การวัดเจตคติต่อคณิตศาสตร์ จะช่วยให้ได้ข้อมูลที่นำไปใช้เพื่อการประเมินหลักสูตร รูปแบบการจัดการเรียนรู้ กระบวนการสอนของผู้สอน

ส่วนการวัดเจตคติทางคณิตศาสตร์ จะช่วยในการวัดพฤติกรรมที่แสดงออกของผู้เรียนหลังเรียนคณิตศาสตร์แล้ว เพื่อนำผลที่ได้ไปพัฒนาหลักสูตร

ตัวอย่างพฤติกรรมที่แสดงออกถึงการมีเจตคติทางคณิตศาสตร์

1. มีความกระตือรือร้นที่จะสืบเสาะหาความรู้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2. ตรวจสอบข้อมูลที่ได้จากทฤษฎีความสมเหตุสมผล

3. หาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่เกี่ยวข้องอย่างสมเหตุสม

4. ตรวจสอบความถูกต้องความสมเหตุสมผลของข้อมูลต่างๆ

5. กระตือรือร้นที่จะทำกิจกรรมทางคณิตศาสตร์

6. มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และมีการประยุกต์ใช้ทักษะต่างๆ เพื่อแก้ปัญหาหรือภาระงานที่มอบหมาย

7. มีการวางแผนแก้ปัญหาหรือทำภาระงานที่มอบหมายอย่างเป็นระบบชัดเจน

8. มีความเพียรพยายามในการค้นหาคำตอบ

9. เชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์กับปรากฏการณ์ในชีวิตประจำวัน

กองวิจัยทางการศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ (2541 : 104-105) พบว่า เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และเมื่อพิจารณาถึงกระบวนการเรียนการสอน พบว่า ในสภาพปัจจุบันที่โลกไร้พรมแดน ข้อมูลมีส่วนสำคัญต่อการคิดการตัดสินใจและการแสวงหาความรู้ด้วยระบบเทคโนโลยี ครูคณิตศาสตร์จำนวนมากยังไม่สามารถใช้เทคโนโลยีมาส่งเสริมการเรียนรู้ และวิธีสอนของครูยังไม่ส่งผลิตให้ผู้เรียนพัฒนาได้ตามจุดหมายของหลักสูตร ในด้านการคิด และการแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน นักเรียนยังมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้หากนักเรียนมีเจตคติที่ไม่ดีต่อเรื่องใด ย่อมส่งผลให้เกิดผลกระทบต่อการเรียนเรื่องนั้น ด้วยเหตุนี้ ครูผู้สอนคณิตศาสตร์จึงต้องมีความตระหนักในการจัดการเรียนการสอนให้ผู้เรียนเกิดคุณภาพทั้งด้านความรู้ ทักษะกระบวนการ และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ คือคุณธรรมจริยธรรมค่านิยม เจตคติ

ดังนั้น ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน หมายถึง ความเข้าใจในลักษณะการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนที่เกิดจากการ ถ่ายทอดการเรียนรู้เมื่อเห็นสถานการณ์ที่คล้ายคลึงกันหลาย ๆ ตัวอย่าง การได้รับประสบการณ์ครั้งแรกเมื่อมีการกระตุ้นให้เกิดการอยากรู้อยากเห็น จนทำให้เกิดการรับรู้จากการลองผิดลองถูกจนสรุปได้ด้วยตนเอง การนำความรู้เดิมมาเปรียบเทียบเพื่อทำให้เกิดความรู้ใหม่ การรู้จักสังเกตแบบรูปที่คล้ายคลึงกันเพื่อให้เกิดความรู้ใหม่ ตลอดจนเกิดความรู้สึกที่ดีและพอใจในการเรียนรู้คณิตศาสตร์

องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

ความรู้ของครูเกี่ยวกับองค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนนั้น เป็นสิ่งที่สำคัญและจำเป็นสำหรับครู ซึ่งจะทำให้ครูผู้สอนเข้าใจแนวทางในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์และสามารถจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนอย่างมีประสิทธิภาพ ได้มีผู้กล่าวถึงองค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ของผู้เรียนไว้หลายทัศนะ ดังนี้

อีเวน และ ทิโรส (Even. and Tirosh. 2000 : 232 – 233) กล่าวว่า สิ่งที่ครูจำเป็นจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่ มโนทัศน์ของผู้เรียน (Student Conceptions) รูปแบบของความรู้ (Forms of Knowledge) และค่านิยมและความเชื่อในชั้นเรียน (Classroom Culture) ดังนี้

1. มโนทัศน์ของผู้เรียน (Student Conceptions) การเรียนรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ของผู้เรียนนั้นได้มีนักพฤติกรรมนิยมหลาย ๆ คนได้กล่าวไว้ว่า การที่จะให้ครูรับรู้มโนทัศน์หรือสิ่งที่เกิดขึ้นในความคิดของผู้เรียนนั้นเป็นสิ่งที่ทำได้ยาก แต่สิ่งที่ครูจะสามารถรับรู้ถึงการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ ก็คือ การตอบสนองหรือพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งเป็นสิ่งที่ครูจะต้องเรียนรู้ว่าผู้เรียนสามารถสร้างมโนทัศน์นั้นได้อย่างไร รวมทั้งมโนทัศน์ที่ผู้เรียนสร้างขึ้นนั้นเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง หรือเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียนด้วย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2. รูปแบบของความรู้ (Forms of Knowledge) รูปแบบของความรู้ที่เป็นความรู้เชิงกระบวนการ ขั้นตอนหรือวิธีการ และทักษะนั้น เป็นสิ่งที่ครูส่วนใหญ่จะเน้นในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ แต่ในส่วนของแนวคิดคอนสตรักติวิสซึมนั้น จะเน้นรูปแบบของการพัฒนาความรู้ที่แตกต่างกัน โดยเฉพาะความรู้ในการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา และความสามารถในการประเมินความนึกคิดของตนเอง ซึ่งครูควรจะมีความรู้เกี่ยวกับรูปแบบของความรู้ที่แตกต่างกันและมีหลายลักษณะ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้กับผู้เรียน

3. ค่านิยมและความเชื่อในชั้นเรียน (Classroom Culture) เป็นส่วนสำคัญอีกอย่างหนึ่งที่ครูควรจะรู้เกี่ยวกับสถานการณ์ต่างๆ ในชั้นเรียนที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ละคน โดยครูจะต้องทำหน้าที่เป็นผู้ชี้แนะและอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้

กล่าวคือ ครูเป็นคนสร้างหรือกำหนดสถานการณ์ในการฝึกปฏิบัติ ให้ตัวอย่าง กระตุ้นและชี้แนะผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้ จนผู้เรียนมีความสามารถในการเรียนรู้ได้มากขึ้น

ฮิว บอลล์และซิลลิ่ง (Hill, Ball. และ Shilling. 2008 : 381) กล่าวว่า องค์ประกอบเกี่ยวกับความรู้ของครูในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน จำแนกออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่

1. ความรู้เกี่ยวกับข้อผิดพลาดโดยทั่วไปของผู้เรียน ซึ่งเกิดขึ้นจากการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนแต่ละคน

2. ความสามารถในการเข้าใจว่าผู้เรียนเข้าใจในมโนทัศน์นั้นได้อย่างไร และการเข้าใจในสิ่งที่แสดงถึงความเข้าใจของผู้เรียน

3. ความรู้เกี่ยวกับการพัฒนาการคิดของผู้เรียนในแต่ละระดับชั้น

4. ความสามารถในการเข้าใจเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานและประสบการณ์ของผู้เรียนในการแก้ปัญหา

เนชั่นแนล คอนซิว ออฟ ทีชเชอร์ ออฟ แมทเมตริก (National Council of Teachers of Mathematics ; NCTM. 2007 : 25) ได้กล่าวถึงมาตรฐานสำหรับความรู้ของครูในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน จำแนกออกเป็น 5 องค์ประกอบ ได้แก่

1. วิธีการต่าง ๆ ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

2. วิธีการที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความรู้เชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้เชิงกระบวนการทางคณิตศาสตร์

3. วิธีการต่าง ๆ ที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Understanding)

4. การตรวจสอบและประเมินความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ด้วยการใช้เครื่องมือที่หลากหลาย

5. วิธีการเสริมสร้างกระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การให้เหตุผลและการพิสูจน์ การสื่อสาร การเชื่อมโยงและมโนภาพของผู้เรียน

เวนดี้ (Wendy. 2010 : 19) ได้จำแนกองค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ออกเป็น 2 องค์ประกอบ ได้แก่

1. ความเข้าใจ (Understanding) เป็นการเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งรวมถึงความตระหนักในมโนทัศน์ของผู้เรียนว่า ผู้เรียนสามารถสร้าง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ความสัมพันธ์ในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หรือผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับการเรียนรู้ได้อย่างไร

2. มโนภาพ (Representations) เป็นการแสดงถึงความสัมพันธ์ทางการคิดของผู้เรียน การแสดงความสามารถของผู้เรียนในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความหลากหลายของการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ดังนั้นองค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน หมายถึง วิธีการต่างๆ ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ความเข้าใจความรู้และประสบการณ์พื้นฐานของผู้เรียน และทราบวิธีการที่จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับค่านิยมและสถานการณ์ ตลอดจนวิธีการเสริมสร้างกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มโนทัศน์มีความจำเป็นอย่างยิ่งเพราะมโนทัศน์เป็นรากฐานที่สำคัญของการคิดในการเรียนรู้เรื่องต่างๆ ช่วยให้ผู้เรียนสามารถเรียนรู้สิ่งที่เกี่ยวข้องกันได้ง่ายและรวดเร็วขึ้น และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ ในเรื่องความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน มีประเด็นย่อย ที่สำคัญ ได้แก่ ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ การเรียนรู้ในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ในเรื่องที่เรียน มีความจำเป็นอย่างยิ่ง จึงมีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนไว้หลายทัศนะ รายละเอียดเป็นดังนี้

1. ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนไว้หลายทัศนะ ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2547 : 5) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่า เป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นซับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปของสามเหลี่ยม เป็นต้น

กู๊ด (Good. 1959 : 118) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ ความเข้าใจที่เกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ในด้านการคิดคำนวณ ความสัมพันธ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

กับจำนวน รวมไปถึงการให้เหตุผลอย่างมีระบบ หรือรูปร่างลักษณะภายนอกของสิ่งของอันเกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ แล้วนำลักษณะนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันให้เป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์

เบล (Bell. 1981 : 124) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง โครงสร้างคณิตศาสตร์มี 3 แบบ คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เป็นการจัดประเภทจำนวน ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน และการใช้สัญลักษณ์แทนจำนวน เช่น หก แปด IV เป็นต้น

2. มโนทัศน์ทางสัญกรณ์ เป็นข้อตกลงเกี่ยวกับการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความหมายและสมบัติของจำนวน

3. มโนทัศน์ในการประยุกต์ เป็นการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บริสุทธิ์กับมโนทัศน์ทางสัญกรณ์ไปแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใช้ในสาขาที่เกี่ยวข้อง เช่น ความยาว พื้นที่ และปริมาตร เป็นต้น

ดูนี่ เดวิสและเฮ็นเดอสัน (Cooney , Davis. and Henderson. 1975 : 85) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจที่ได้ออกมาในรูปของนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น การมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน คือ นักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

เอกเกนและคอแชค (Eggen. and Kauchak. 1995 : 71) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจของบุคคลที่มีต่อสิ่งเร้า ซึ่งบุคคลสามารถจัดประเภทหรือจัดกลุ่มของสิ่งเร้าที่มีคุณสมบัติบางประการร่วมกัน โดยผ่านกระบวนการเรียนรู้ เช่น มโนทัศน์ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าคือ รูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดของมุมทั้งสี่เท่ากันและเท่ากับ 90° มีด้านตรงข้ามยาวเท่ากันและขนานกัน เป็นต้น

โตมาซิส (Toumasis. 1995 : 98) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดยนักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์กันและไม่สัมพันธ์กันได้

สวาซและเฮอร์สโควิทซ์ (Schwarz. and Hershkowitz. 1999 : 363) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นนิยามทางคณิตศาสตร์ได้

2. การเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

ปราณี รามสูต (2528 : 138) ได้กล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์ไว้ว่า มโนทัศน์ของคนเราเกิดจากการได้รับประสบการณ์และกระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์นั้น เกิดขึ้นเมื่อได้ปะทะกับสิ่งเร้า บุคคลจะเกิดการรับรู้ (Perception) เมื่อรับรู้แล้วก็จะเก็บเป็นความจำ (Memory) เมื่อได้รับรู้กลุ่มของสิ่งเร้าใดมากเข้าความจำเกี่ยวกับกลุ่มของสิ่งเร้านั้นมีมากขึ้น ก็เกิดการคิดหาเหตุผล มีการประสมประสาน (Integration) กันระหว่างการรับรู้ ความจำ และความคิดเกี่ยวกับสิ่งนั้น การมองเห็นความแตกต่างของกลุ่มสิ่งเร้านั้นๆ ว่าต่างไปจากกลุ่มสิ่งเร้าอื่นอย่างไร (Discrimination) และการสรุปรวบยอด (Generation) ลักษณะของสิ่งเร้านั้นว่าคล้ายคลึงกับสิ่งเร้าประเภทเดียวกันในแง่ใดบ้าง

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2537 : 55-56) ได้กล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์ของนักเรียนไว้ว่า คนเราจะเรียนรู้มโนทัศน์ไม่ได้เลยถ้าไม่มีประสบการณ์ ดังนั้น บุคคลที่มีประสบการณ์ต่างกันย่อมจะมีมโนทัศน์ของสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน โดยการเรียนรู้มโนทัศน์จะเริ่มขึ้นเมื่ออินทรีย์ (Organism) ได้รับการกระตุ้นจากสิ่งเร้าก็จะเกิดการรับรู้ (Sensation) และการตีความ (Meaning) ในตอนนี้นักเรียนจะเกิดการรับรู้อย่างมีความหมาย (Perception) แล้วเก็บความรู้นี้ไว้ในความทรงจำ (Memory) ต่อมาเมื่อได้รับสิ่งเร้าใหม่ก็จะเกิดการรับรู้เปรียบเทียบภาพของสิ่งเร้าใหม่กับสิ่งเร้าเดิม ซึ่งนักเรียนอาจจะแยกแยะไม่ออกในระยะแรก แต่ถ้าครูบอกว่าสิ่งเร้าใหม่นี้คืออะไร ในที่สุดนักเรียนก็จะสามารถแยกแยะความแตกต่าง (Discrimination) ระหว่างสิ่งเร้าเดิมกับสิ่งเร้าใหม่ทันที และเกิดการรับรู้อย่างมีความหมายเกี่ยวกับสิ่งเร้าใหม่ไว้ในความทรงจำอีกด้วย ต่อมาเมื่อนักเรียนได้รับสิ่งเร้าอีกสิ่งหนึ่งที่เป็นชนิดเดียวกับสิ่งเร้าแรก แต่มีลักษณะแตกต่างออกไป เช่น อาจจะมีสี หรือขนาดรูปร่างต่างกัน เมื่อครูบอกว่าสิ่งเร้านี้เป็นชนิดเดียวกับสิ่งเร้าแรก นักเรียนก็จะสามารถสรุปมโนทัศน์ของสิ่งเร้าแรกได้

ปรียาพร วงค์อนุตรโรจน์ (2553 : 130) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นของการเรียนรู้มโนทัศน์ไว้ดังนี้

1. การเรียนรู้เริ่มจากประสบการณ์ของผู้เรียนจากสิ่งที่ได้เห็น ได้ยิน และได้สัมผัสมาก่อน

2. จากประสบการณ์เดิม ผู้เรียนจะนำความรู้นั้นมาใช้ในการแยกแยะความแตกต่างของสิ่งเร้าที่ได้รับ

3. ผู้เรียนจะเริ่มพิจารณาถึงลักษณะร่วมของสิ่งเร้านั้น

4. ตั้งสมมติฐานว่าความคิดรวบยอดนั้นคืออะไร

5. ทดสอบสมมติฐานที่สร้างขึ้น

6. เลือกข้อสมมติฐานที่สามารถรวมกลุ่มสิ่งเร้า ซึ่งมีลักษณะบางประการร่วมกัน หากปรากฏว่าถูกก็จะคงสมมติฐานนั้นไว้ ถ้าผิดก็จะกลับไปสังเกต และคิดตั้งสมมติฐานใหม่จนกว่าจะถูกก็จะคงสมมติฐานนั้นไว้

ออซูเบล (Ausubel. 1968 : 517) ได้กล่าวถึงการเรียนรู้มโนทัศน์สรุปได้ว่า กระบวนการเรียนรู้มโนทัศน์หรือความคิดรวบยอดอาจจะแบ่งออกได้เป็น 2 อย่างคือ 1) Concept Formation และ 2) Concept Assimilation โดยให้ความหมายของการเรียนรู้ทั้งสองประเภท ดังนี้

1. Concept Formation หมายถึง การเรียนรู้ความคิดรวบยอดจากประสบการณ์ ของการเรียนรู้ เป็นการเรียนรู้โดยการค้นพบหรือใช้วิธีอุปมาน (Inductive Process) ตัวอย่างเช่น เด็กที่เรียนรู้ความคิดรวบยอดของเครื่องใช้ประจำวัน เช่น หมวก รองเท้า โดยการมีประสบการณ์ว่าถ้าจะออกไปข้างนอกจะต้องสวมหมวกที่ศีรษะ สวมรองเท้าที่เท้า เป็นต้น เด็กรับรู้รูปร่างหมวก และคำว่า หมวก แทนสิ่งที่ตนรับรู้และมีมโนภาพ

2. Concept Assimilation เป็นการเรียนรู้ความคิดรวบยอดแบบอนุมาน (Deductive Process) โดยทราบคำจำกัดความของความคิดรวบยอด พร้อมกับตัวอย่างของความคิดรวบยอดและคุณลักษณะวิกฤติ (Critical Attributes) ของความคิดรวบยอดนั้น เด็กโตและผู้ใหญ่ใช้กระบวนการ Concept Assimilation

3. การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

โสภณ บำรุงสงฆ์ และสมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520 : 222) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นการวัดความคิดในเชิงนามธรรม คือ วัดความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ เพื่อจะได้ทราบว่าเด็กมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด ดังนั้น ข้อสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นข้อสอบที่มีข้อคำถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริง หรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

ณัชชา กมล (2542 : 30) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่าการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ ซึ่งในการออกข้อสอบนั้น ผู้ออกข้อสอบจะต้องทำการวิเคราะห์มโนทัศน์ในเรื่องนั้นๆ ออกมาก่อน เพื่อการออกข้อสอบจะได้ครอบคลุมมโนทัศน์ทั้งหมดที่ต้องการ

สุธิดา นานช้า (2549 : 35) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นเป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ เป็นการวัดความเข้าใจข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์และขั้นตอนวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยมิใช่เป็นการหาผลลัพธ์ของปัญหานั้นๆ

วิลสัน (Wilson. 1971 : 645-670) ได้กล่าวถึงการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กล่าวว่า การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ โดยที่ความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้น หมายถึง ความสามารถในการสรุปความหมายของสิ่งที่ได้รับจากการเรียนการสอนตามความเข้าใจของตนเอง รู้จักนำข้อเท็จจริงของเนื้อหาที่ได้เรียนแล้วมาสัมพันธ์กัน

ดังนั้นความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน หมายถึง ความสามารถในความเข้าใจวิธีการสร้างมโนทัศน์ของผู้เรียนว่าเกิดจากการปะทะกับสิ่งเร้าและประสบการณ์เดิมของผู้เรียนจะช่วยแยกแยะความแตกต่างจากผลการปะทะกับสิ่งเร้า จนเกิดการรับรู้และสรุปเป็นความหมาย แล้วกลายเป็นความทรงจำ การวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยในระดับความเข้าใจ

สรุปได้ว่า ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียนหมายถึงความรู้เกี่ยวกับธรรมชาติการเรียนรู้ องค์ประกอบในการเรียนรู้คณิตศาสตร์และกระบวนการคิดที่แสดงถึงความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ประกอบด้วย องค์ประกอบย่อย 3 ด้าน ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับความเข้าใจในมโนทัศน์ของผู้เรียน และ ความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบในการเรียนรู้ของผู้เรียน

การวิเคราะห์องค์ประกอบ (Factor Analysis)

ความหมายของการวิเคราะห์องค์ประกอบ

การวิเคราะห์องค์ประกอบ (Factor Analysis) หรือการวิเคราะห์ปัจจัย มีผู้ให้ความหมายไว้หลายท่าน ดังนี้

เพชรน้อย สิงห์ช่างชัย (2549) ให้ความหมายคือการวิเคราะห์องค์ประกอบเป็นเทคนิคทางสถิติสาหรับวิเคราะห์ตัวแปรหลายตัว (Multivariate Analysis Techniques) ที่ออกแบบมาเพื่อช่วยให้นักวิจัยได้ใช้แสวงหาความรู้ความจริงดังกล่าวเช่นนักวิจัยสามารถใช้การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงสำรวจ (Exploratory Factor Analysis ; EFA) ในการพัฒนาทฤษฎีหรือนักวิจัยสามารถใช้การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (Confirmatory Factor Analysis ; CFA) ในการทดสอบหรือยืนยันทฤษฎี

วานิชบัญชา (2551) สรุปว่าเป็นการวิเคราะห์หลายตัวแปรเทคนิคหนึ่งเพื่อการสรุปรายละเอียดของตัวแปรหลายตัวหรือเรียกว่าเป็นเทคนิคที่ใช้ในการลดจำนวนตัวแปรเทคนิคหนึ่งโดยการศึกษาถึงโครงสร้างความสัมพันธ์ของตัวแปรและสร้างตัวแปรใหม่เรียกว่าองค์ประกอบโดยองค์ประกอบที่สร้างขึ้นจะเป็นการนาตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กันหรือมีความร่วมกันสูงมารวมกันเป็นองค์ประกอบเดียวกันส่วนตัวแปรที่อยู่คนละองค์ประกอบมีความร่วมกันน้อยหรือไม่มีความสัมพันธ์กันเลย

สรุปว่าการวิเคราะห์องค์ประกอบ (Factor Analysis) หรือการวิเคราะห์ปัจจัย เป็นการทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรหลาย ๆ ตัวเพื่อค้นหาว่าตัวแปรนี้สามารถรวมกลุ่มกันหรือจัดอยู่ในพวกเดียวกันได้หรือไม่ซึ่งจะกลายเป็นองค์ประกอบเดียวกัน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ประเภทของเทคนิคการวิเคราะห์องค์ประกอบ

เทคนิคของการวิเคราะห์องค์ประกอบแบ่งออกเป็น 2 ประเภทคือ

1. การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงสำรวจ (Exploratory Factor Analysis) การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงสำรวจจะใช้ในกรณีที่ผู้ศึกษาไม่มีความรู้หรือมีความรู้น้อยมากเกี่ยวกับโครงสร้างความสัมพันธ์ของตัวแปรเพื่อศึกษาโครงสร้างของตัวแปรและลดจำนวนตัวแปรที่มีอยู่เดิมให้มีการรวมกันได้

2. การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (Confirmatory Factor Analysis) การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันจะใช้กรณีที่ผู้ศึกษาทราบโครงสร้างความสัมพันธ์ของตัวแปรหรือคาดว่าโครงสร้างความสัมพันธ์ของตัวแปรควรจะเป็นรูปแบบใดหรือคาดว่าตัวแปรใดบ้างที่มีความสัมพันธ์กันมากและควรอยู่ในองค์ประกอบเดียวกันหรือคาดว่ามีตัวแปรใดที่ไม่

มีความสัมพันธ์กันควรจะอยู่ต่างองค์ประกอบกันหรือกล่าวได้ว่าผู้ศึกษาทราบโครงสร้างความสัมพันธ์ของตัวแปรหรือคาดไว้ว่าโครงสร้างความสัมพันธ์ของตัวแปรเป็นอย่างไรและจะใช้เทคนิคการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันมาตรวจสอบหรือยืนยันความสัมพันธ์ว่าเป็นอย่างที่คาดไว้หรือไม่โดยการวิเคราะห์หาความตรงเชิงโครงสร้างนั่นเอง

วัตถุประสงค์ของเทคนิคการวิเคราะห์องค์ประกอบ

1. เพื่อศึกษาว่าองค์ประกอบร่วมที่จะสามารถอธิบายความสัมพันธ์ร่วมกันระหว่างตัวแปรต่าง ๆ โดยที่จำนวนองค์ประกอบร่วมที่หาได้จะมีจำนวนน้อยกว่าจำนวนตัวแปรนั้นจึงทำให้ทราบว่ามีองค์ประกอบร่วมอะไรบ้างโมเดลนี้เรียกว่าการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงสำรวจ (Exploratory Factor Analysis Model ; EFA)

2. เพื่อต้องการทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับโครงสร้างขององค์ประกอบว่าองค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบด้วยตัวแปรอะไรบ้างและตัวแปรแต่ละตัวควรมีน้ำหนักหรืออัตราความสัมพันธ์กับองค์ประกอบมากน้อยเพียงใดตรงกับที่คาดคะเนไว้หรือไม่หรือสรุปได้ว่าเพื่อต้องการทดสอบว่าตัวประกอบอย่างนี้ตรงกับโมเดลหรือตรงกับทฤษฎีที่มีอยู่หรือไม่ โมเดลนี้เรียกว่า Confirmatory Factor Analysis Model ; CFA ซึ่งเทคนิคของ Factor Analysis

ประโยชน์ของเทคนิคการวิเคราะห์องค์ประกอบ

1. ลดจำนวนตัวแปร โดยการรวมตัวแปรหลายๆตัวให้อยู่ในองค์ประกอบเดียวกันองค์ประกอบที่ได้ถือเป็นตัวแปรใหม่ที่สามารถหาค่าข้อมูลขององค์ประกอบที่สร้างขึ้นได้เรียกว่า Factor Score จึงสามารถนาองค์ประกอบดังกล่าวไปเป็นตัวแปรสาหรับการวิเคราะห์ทางสถิติต่อไปเช่นการวิเคราะห์ความถดถอยและสหสัมพันธ์ (Regression and Correlation Analysis) การวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) การทดสอบสมมุติฐาน t – test (Independent Samples) และการวิเคราะห์จำแนกกลุ่ม (Discriminant Analysis) เป็นต้น

2. ใช้ในการแก้ปัญหาอันเนื่องมาจากการที่ตัวแปรอิสระของเทคนิคการวิเคราะห์สมการความถดถอยมีความสัมพันธ์กัน (Multicollinearity) ซึ่งวิธีการอย่างหนึ่งในการแก้ปัญหานี้คือการรวมตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์ไว้ด้วยกันโดยการสร้างเป็นตัวแปรใหม่หรือเรียกว่าองค์ประกอบโดยใช้เทคนิค Factor Analysis แล้วนำองค์ประกอบดังกล่าวไปเป็นตัวแปรอิสระในการวิเคราะห์ความถดถอยต่อไป

3. ทำให้เห็นโครงสร้างความสัมพันธ์ของตัวแปรที่ศึกษาเนื่องจากเทคนิค Factor Analysis จะหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation) ของตัวแปรทีละคู่แล้วรวมตัวแปรที่สัมพันธ์กันมากไว้ในองค์ประกอบเดียวกันจึงสามารถวิเคราะห์โครงสร้างที่แสดง

ความสัมพันธ์ของตัวแปรต่าง ๆ ที่อยู่ในองค์ประกอบเดียวกันได้ทำให้สามารถอธิบายความหมายของแต่ละองค์ประกอบได้ตามความหมายของตัวแปรต่างๆที่อยู่ในองค์ประกอบนั้น ทำให้สามารถนำไปใช้ในด้านการวางแผนได้เช่นการพัฒนาพหุปัญญาสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นตามทฤษฎีพหุปัญญาของการ์ดเนอร์ (2546)

ข้อตกลงเบื้องต้นของการใช้สถิติการวิเคราะห์องค์ประกอบ

สถิติการวิเคราะห์องค์ประกอบมีข้อตกลงเบื้องต้น (Stevens. 1992, 1996; Tabachnick. and Fidell. 2001 ; Munro. 2001 : 309 ; อ้างถึงใน เพชรน้อย สิงห์ช่างชัย. 2549)

1. ตัวแปรที่คัดเลือกมาวิเคราะห์องค์ประกอบต้องเป็นตัวแปรที่มีค่าต่อเนื่องหรือมีค่าในมาตราระดับช่วง (Interval Scale) และมาตราอัตราส่วน (Ratio Scale) เนื่องจากการวิเคราะห์องค์ประกอบตัวแปรที่คัดเลือกมาวิเคราะห์องค์ประกอบควรมีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

2. ตัวแปรที่คัดเลือกมาวิเคราะห์องค์ประกอบควรมีความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรในระดับสูง ($r = 0.30 - 0.70$) รูปแบบความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบและตัวแปรที่อยู่ในรูปเชิงเส้น (Linear) เท่านั้น

3. จำนวนตัวแปรที่คัดเลือกมาวิเคราะห์องค์ประกอบควรมีจำนวนมากกว่า 30 ตัวแปร

4. กลุ่มตัวอย่างควรมีขนาดใหญ่และควรมีมากกว่าจำนวนตัวแปรซึ่งมักมีคาถามว่าควรมากกว่ากี่เท่ามีบางแนวคิดที่เสนอแนะให้ใช้จำนวนข้อมูลมากกว่าจำนวนตัวแปรอย่างน้อย 5 – 10 เท่าหรืออย่างน้อยที่สุดสัดส่วนจำนวนตัวอย่าง 3 รายต่อ 1 ตัวแปร

5. กรณีที่ใช้เทคนิคการวิเคราะห์องค์ประกอบหลัก (Principle Component Analysis) ตัวแปรแต่ละตัวหรือข้อมูลไม่จาเป็นต้องมีการแจกแจงแบบปกติแต่ถ้าตัวแปรบางตัวมีการแจกแจงเบ้ค่อนข้างมากและมีค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดผิดปกติ (Outlier) ผลลัพธ์ที่ได้อาจจะไม่ถูกต้อง

ข้อจำกัดและปัญหาของการใช้สถิติการวิเคราะห์องค์ประกอบ

1. ข้อจำกัดเรื่องจำนวนตัวอย่างเนื่องจากการใช้สถิติการวิเคราะห์องค์ประกอบต้องใช้จำนวนตัวอย่าง (Sample Size) จำนวนมากหากใช้ตัวอย่างน้อยค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์จะต่ำ

2. ข้อจำกัดเกี่ยวกับระดับข้อมูลในการวิเคราะห์องค์ประกอบข้อมูลต้องมีระดับการวัดประเภทมาตราวัดอันตรภาค (Interval Scale) และมาตราอัตราส่วน (Ratio Scale)

ส่วนตัวแปรที่มีระดับการวัดแบบกลุ่มนักวิจัยต้องทำให้เป็นตัวแปรหุ่น (Dummy Variables) เสียก่อนนอกจากนี้ลักษณะข้อมูลต้องมีการกระจายเป็นโค้งปกติ

ปัญหาการวิเคราะห์องค์ประกอบมี 3 ประเด็นดังนี้

1. การวิเคราะห์องค์ประกอบไม่มีตัวแปรตามซึ่งแตกต่างกับการทดสอบสถิติการวิเคราะห์ถดถอยเชิงพหุแบบปกติสถิติการวิเคราะห์ถดถอยโลจิสติคสถิติการวิเคราะห์จำแนกประเภทและการวิเคราะห์เส้นทางดังนั้นสถิติการวิเคราะห์องค์ประกอบจึงไม่สามารถใช้แก้ปัญหาการวิจัยที่ต้องการหาตัวทำนายได้

2. ขั้นตอนการสกัดองค์ประกอบไม่สามารถระบุจำนวนรอบของการสกัดได้ดังนั้นหลังจากขั้นตอนการสกัดองค์ประกอบนักวิจัยจึงไม่สามารถระบุจำนวนรอบของการสกัดองค์ประกอบได้ว่ามีกี่รอบจึงจะพอดี

3. ในปัจจุบันการวิจัยที่ต้องการทดสอบเพื่อลดจำนวนตัวแปรมีเพียงสถิติการวิเคราะห์องค์ประกอบเท่านั้นเนื่องจากสถิตินี้สามารถรวมตัวแปรหลาย ๆ ตัวให้อยู่ในองค์ประกอบเดียวกันและทำให้เห็นโครงสร้างความสัมพันธ์ของตัวแปรที่ศึกษาโดยการหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (Correlation) ของตัวแปรทีละคู่แล้วรวมตัวแปรที่สัมพันธ์กันมากไว้ในองค์ประกอบเดียวกันหลังจากนี้จึงสามารถวิเคราะห์ถึงโครงสร้างที่แสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆที่อยู่ในองค์ประกอบเดียวกันได้ดังนั้นเมื่อนักวิจัยต้องการวิเคราะห์ให้ได้ผลการวิเคราะห์ดังกล่าวข้างต้นจึงมีสถิติให้เลือกใช้เฉพาะสถิติการวิเคราะห์องค์ประกอบเพียงตัวเดียวแต่ยังไม่มีวิธีการทางสถิติวิธีอื่นๆจึงทำให้นักวิจัยต้องเลือกใช้วิธีการวิเคราะห์องค์ประกอบทั้ง ๆ ที่วิธีนี้มีข้อจำกัดดังกล่าวข้างต้น

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ขั้นตอนการวิเคราะห์องค์ประกอบ

สมบัติ ท้ายเรือคำ (2553) ได้กล่าวถึงการแปลความหมายของการวิเคราะห์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงสำรวจ (Exploratory Factor Analysis ; EFA) ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การวิเคราะห์ค่าประมาณ Communality ซึ่งเป็นความแปรปรวนที่มีความสัมพันธ์แต่ละด้านร่วมกัน (Share) ในองค์ประกอบ (Factors) เป็นขั้นแรกเพื่อวิเคราะห์การสกัดองค์ประกอบ (Extraction)

ขั้นตอนที่ 2 การหาค่า Eigenvalue ค่าเปอร์เซ็นต์ความแปรปรวน และค่าเปอร์เซ็นต์ความแปรปรวนสะสมของข้อความ เป็นค่าที่แสดงถึงสัดส่วนของข้อความที่สกัดได้หรือสัดส่วนของความแปรปรวนที่สกัดองค์ประกอบ (Extraction) ได้ในแต่ละองค์ประกอบ

ขั้นตอนที่ 3 การพิจารณาน้ำหนักองค์ประกอบ ซึ่งเป็นผลจากการหมุนแกนองค์ประกอบ (Rotation) ว่าตัวแปรแต่ละตัวควรอยู่ในองค์ประกอบใด

ขั้นตอนที่ 4 การตั้งชื่อองค์ประกอบของกลุ่มตัวแปร เป็นขั้นสุดท้ายของการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงสำรวจ และได้กล่าวถึงการแปลความหมายของการวิเคราะห์ด้วยการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (Confirmatory Factor Analysis ; CFA) ว่าเป็นการสร้างและแปลความหมายข้อมูลของสถิติ จากการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงสำรวจ (Exploratory Factor Analysis ; EFA) เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงโครงสร้างขององค์ประกอบแต่ละองค์ประกอบ หรือแต่ละโมเดล ว่ามีความสอดคล้องกับข้อมูลเชิงประจักษ์อยู่ในเกณฑ์ใด กัลยา วานิชย์บัญชา (2555) กล่าวถึงการวิเคราะห์ปัจจัย (Factor Analysis) ว่าเป็นเทคนิคการแบ่งกลุ่มตัวแปรหรือรวมตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กันไว้กลุ่มเดียวกัน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) ลดจำนวนตัวแปร โดยการจัดกลุ่มตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กันไว้ด้วยกัน เรียกว่า ปัจจัย (Factor) ซึ่งอาจกลายเป็นตัวแปรใหม่ (ปัจจัย) ที่มีรายละเอียดของตัวแปรเดิมอยู่ในแต่ละปัจจัย 2) เพื่อนำตัวแปรหรือปัจจัยที่สร้างขึ้นมาใหม่ไปใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยเทคนิคทางสถิติต่อไป เช่น การนำปัจจัยที่สร้างใหม่ไปใช้แก้ปัญหาความถดถอยเชิงพหุ หรือการนำปัจจัยที่ได้เป็นตัวแปรเพื่อไปใช้เทคนิค t-test , ANOVA , Z-test หรือเทคนิคอื่น ๆ ต่อไป และ 3) เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง (Confirmatory) เกี่ยวกับการที่ผู้วิจัยจะต้องกำหนดความสำคัญหรือน้ำหนักของตัวแปร และ 4) เพื่อศึกษาโครงสร้างความสัมพันธ์ของตัวแปรที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันหรือปัจจัยเดียวกัน โดยขั้นตอนในการวิเคราะห์องค์ประกอบ (Factor Analysis) มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 การตรวจสอบว่าค่าตัวแปรต่าง ๆ ที่จะนำมาแบ่งกลุ่มนั้นมีความสัมพันธ์กันหรือไม่ วิธีการมีหลายวิธีดังนี้

1. ใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวแปรแต่ละคู่ ถ้ามีตัวแปรบางตัวที่ไม่มีความสัมพันธ์กับตัวแปรอื่น ๆ (สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์มีค่าใกล้ศูนย์) ให้ตัวตัวแปรนั้นออก

2. ใช้การทดสอบสมมติฐาน

ขั้นที่ 2 ทำการวิเคราะห์ปัจจัยโดยการสกัดปัจจัย เป็นการดึงข้อมูลจากตัวแปรมาใส่ในปัจจัย วิธีการสกัดปัจจัยมีดังนี้ Principal Component Analysis (PCA) , Unweighted Least Squares , Generalized Least Squares , Maximum Likelihood เป็นต้น

ขั้นที่ 3 การจัดตัวแปรให้อยู่ในปัจจัยต่างๆ

ขั้นที่ 4 การหมุนแกนปัจจัย (Factor Rotation)

เมื่อไม่สามารถจัดตัวแปรว่าควรอยู่ในปัจจัยใด จะต้องทำการหมุนแกน เพื่อทำให้ค่า Factor Loading ของตัวแปรมีค่ามากขึ้นหรือลดลง ซึ่งจะทำให้สามารถจัดตัวแปรว่าควรอยู่ในปัจจัยใด หรือไม่อยู่ในปัจจัยใด วิธีการหมุนแกนแบ่งเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ คือ 1) Orthogonal Rotation และ 2) Oblique Rotation

ขั้นที่ 5 การสร้างตัวแปรใหม่หรือปัจจัยใหม่

ขั้นที่ 6 นำปัจจัยหรือตัวแปรใหม่ไปทำการวิเคราะห์ทางสถิติต่อไป

การออกแบบวิจัยและการประยุกต์ใช้สถิติการวิเคราะห์องค์ประกอบ

1. การออกแบบวิจัยสำหรับการใช้สถิติการวิเคราะห์องค์ประกอบส่วนใหญ่นิยมออกแบบวิจัยแบบไม่ทดลอง (Non - experimental Research Design) ที่เป็นการวิจัยแบบอธิบายความสัมพันธ์(Explanatory Research) ที่มีลักษณะคำถามการวิจัยที่ต้องการคาดคะเนความสัมพันธ์เพื่อใช้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรใช้ตรวจสอบโครงสร้างของชุดตัวแปรในรูปของจำนวนที่น้อยที่สุดของตัวแปรแฝงที่สังเกตไม่ได้หรือวัดได้โดยตรงหรืออาจเรียกได้ว่าเป็นตัวแปรแฝงหรือองค์ประกอบซึ่งตัวแปรแฝงที่สังเกตไม่ได้เหล่านี้จะถูกเรียกว่าองค์ประกอบ (Joreskog. and Sorbom. 1993)

2. การประยุกต์ใช้สถิติการวิเคราะห์องค์ประกอบมีหลักในการประยุกต์ใช้กล่าวคือส่วนใหญ่นักวิจัยใช้เทคนิคนี้ในการตรวจสอบความตรงเชิงโครงสร้างของเครื่องมือวิจัย ซึ่งส่วนของความตรงเชิงโครงสร้างหรือทฤษฎี (Construct) หมายถึงคุณลักษณะที่สันนิษฐานขึ้นจากพฤติกรรมของมนุษย์ เช่น อัตมโนทัศน์การรับรู้พลังอำนาจสมรรถนะแห่งตนเป็นต้นโดยทั่วไปแล้วไม่มีเครื่องมือใดที่สะท้อนให้เห็นโครงสร้างได้โดยตรงนอกจากนิยามโครงสร้างให้เป็นมโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์เพื่อสามารถตรวจสอบอ้างอิงได้เท่านั้นการตัดสินว่าสิ่งใดมี "โครงสร้าง" เพียงใดทำได้โดยการตรวจสอบความตรงตามโครงสร้าง

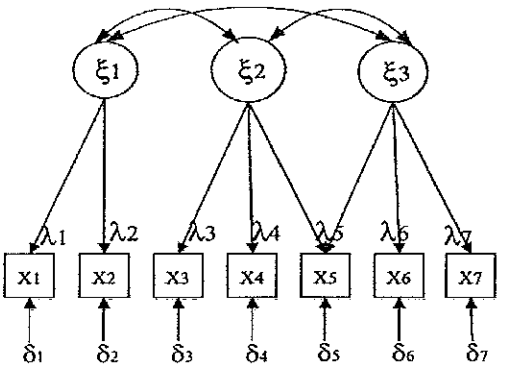
3. ความตรงตามโครงสร้าง (Construct Validity) หมายถึงขอบเขตความหมายหรือลักษณะประจำตามทฤษฎีที่เครื่องมือวิจัยนั้นๆวัดได้หรือหมายถึงความสามารถของเครื่องมือวิจัยที่สามารถวัดทฤษฎีหรือลักษณะของพฤติกรรมได้ตามที่สามารถวัดพฤติกรรมได้ตามสมมติฐานที่ตั้งไว้เครื่องมือวิจัยที่มีความตรงตามโครงสร้างจะแสดงให้เห็นว่าผลที่ได้จากการวัดมีความสัมพันธ์กับทฤษฎีหรือลักษณะที่กำหนดมากน้อยเพียงใดการตรวจสอบความตรงตามโครงสร้างจะต้องตรวจสอบทั้งเชิงเหตุผล (Logical) และการตรวจสอบเชิงประจักษ์ (Empirical) ดังนั้นประโยชน์หลักของการวิเคราะห์องค์ประกอบมี 3 ด้านคือด้านที่หนึ่งใช้ตรวจสอบความตรงเชิงโครงสร้างของเครื่องมือด้านที่สองใช้ในการแก้ปัญหาที่ตัวแปรอิสระมี

ความสัมพันธ์กันสูงสำหรับเทคนิคการวิเคราะห์ถดถอยที่ตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันเชิงพหุสูงมากวิธีการอย่างหนึ่งการรวมตัวแปรอิสระที่มีความสัมพันธ์กันไว้ด้วยกันโดยการสร้างเป็นตัวแปรใหม่หรือเรียกว่าองค์ประกอบหลังจากนั้นจึงนำองค์ประกอบดังกล่าวไปเป็นตัวแปรอิสระในการวิเคราะห์ความถดถอยต่อไปและสุดท้ายใช้ตรวจสอบหรือยืนยันทฤษฎีต่างๆที่วัดได้จากพฤติกรรมของมนุษย์

สรุปการวิเคราะห์องค์ประกอบหมายถึงเทคนิควิธีทางสถิติที่จะจับกลุ่มหรือรวมกลุ่มหรือรวมตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กันไว้ในกลุ่มเดียวกันซึ่งความสัมพันธ์เป็นไปได้ทั้งทางบวกและทางลบตัวแปรภายในองค์ประกอบเดียวกันจะมีความสัมพันธ์กันสูงส่วนตัวแปรที่ต่างองค์ประกอบจะสัมพันธ์กันน้อยหรือไม่มีสามารถใช้ได้ทั้งการพัฒนาทฤษฎีใหม่หรือการทดสอบหรือยืนยันทฤษฎีเดิม

การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (Confirmatory Factor Analysis)

การวิเคราะห์องค์ประกอบเป็นวิธีการทางสถิติที่ใช้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสังเกตได้ชุดหนึ่งว่าเกิดจากตัวแปรแฝงหรือคุณลักษณะแฝงที่เป็นองค์ประกอบร่วมอย่างไร การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (Confirmatory Factor Analysis ; CFA) ซึ่งมีหลักการเบื้องต้นของการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันนั้นผู้วิจัยต้องมีสมมติฐานภายใต้กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีว่ามีองค์ประกอบใดบ้างที่ส่งอิทธิพลต่อตัวแปรสังเกตได้ องค์ประกอบได้บ้างที่มีความสัมพันธ์กันเพื่อทราบถึงโครงสร้างความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร โดยกำหนดเป็นโมเดลองค์ประกอบความชัดเจนของการวิเคราะห์ องค์ประกอบเชิงยืนยัน แสดงให้เห็นได้จากโมเดลแผนภาพที่ 8 ดังนี้ (ฉัตรศิริ ปิยะพิมลสิทธิ์ , 2541)



แผนภาพที่ 8 โมเดลการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน

เมื่อ ξ แทน ตัวแปรองค์ประกอบร่วม (Common Factor)

X แทน ตัวแปรสังเกตได้

δ แทน ตัวแประองค์ประกอบเฉพาะ (Unique Factor)

ในปัจจุบันนักวิจัยนิยมใช้เทคนิควิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (นงลักษณ์ วิรัชชัย, 2542) คุณสมบัติที่เป็นจุดเด่นของเทคนิค CFA มีดังนี้ คือ

1. ข้อตกลงเบื้องต้นของเทคนิค CFA มีความสอดคลองกับสภาพความเป็นจริงมากซึ่งได้แก่

1.1 ตัวแปรสังเกตได้เป็นผลโดยตรงมาจากองค์ประกอบร่วม (Common Factors)

1.2 ตัวแปรสังเกตได้เป็นผลโดยตรงมาจากองค์ประกอบเฉพาะ (Unique Factors)

1.3 อาจมีความสัมพันธ์กันระหว่างองค์ประกอบร่วม

1.4 ความคลาดเคลื่อนของตัวแประมี ความสัมพันธ์กันได้

2. เทคนิค CFA เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลที่มี พื้นฐานทฤษฎีรองรับ

3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยเทคนิค CFA แปลความหมายได้ง่าย

4. เทคนิค CFA มีกระบวนการตรวจสอบความตรงที่ชัดเจน

5. ผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยเทคนิค CFA ได้ค่าประมาณพารามิเตอร์และผลการทดสอบนัยสำคัญของพารามิเตอร์

จากข้อสรุปเบื้องต้นเห็นได้ว่าเทคนิคการวิเคราะห์องค์ประกรอบ CFA (Charfild. and Collins. 1981) ได้นำเสนอเนื้อหาของการวิเคราะห์ด้วยเทคนิค CFA โดยสังเขปดังนี้ คือ เทคนิคการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันมีจุดประสงค์ ดังนี้

1. เพื่อสำรวจและระบุองค์ประกอบร่วมที่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสังเกตได้

2. เพื่อทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับแบบแผนและโครงสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลภายใต้กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎี

3. เพื่อสร้างตัวแปรใหม่ในการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันแบ่งวิธีการดำเนินการออกเป็น 4 ขั้นตอน คือ การเตรียมข้อมูลสำหรับการวิเคราะห์เป็นเมทริกซ์สหสัมพันธ์ที่มีลักษณะเดียวกับเทคนิค EFA ในขั้นของการสกัดองค์ประกอบ (Extraction of

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

The Initial Factor) และการหมุนแกน (Rotation) เป็นการทำการวิเคราะห์โดยใช้คอมพิวเตอร์ ในขั้นสุดท้ายเป็นการสร้างตัวแปรประกอบหรือสเกลองค์ประกอบ (Component Variable or Factor Scale)

สรุปได้ว่า การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน (CFA) เป็นการใช้เครื่องมือทางสถิติสำหรับตรวจสอบโครงสร้างของโมเดลองค์ประกอบตามสมมติฐานหรือใช้ตรวจสอบองค์ประกอบของเพื่อยืนยันองค์ประกอบตามทฤษฎี

การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสอง (Second Order Confirmatory Factor Analysis)

การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสอง (Second Order Confirmatory Factor Analysis) เพื่อการตรวจสอบความตรงของตัวแปรเชิงทฤษฎี หรือยืนยันว่าตัวแปรเชิงทฤษฎีเหล่านี้จะมีความตรงตามองค์ประกอบที่ต้องการวัดหรือไม่

ข้อดีของการวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันด้วยโปรแกรม Mplus 6.12 ดังนี้

1. เนื่องจากโปรแกรมที่ออกแบบสำหรับการวิเคราะห์โมเดลสมการโครงสร้างพหุระดับที่มีอยู่โดยทั่วไปมีข้อจำกัดในเรื่องการวิเคราะห์องค์ประกอบพหุระดับ โดยใช้แนวทางการวิเคราะห์พหุกลุ่ม (Multi-group) ซึ่ง Mplus สามารถทำได้ โดย Mplus จะมีลักษณะพิเศษที่สามารถใช้ในการสร้าง (Formulate) Multilevel Covariance Structure Model เพื่อตรวจสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ย (Mean) และ Intercepts ระหว่างกลุ่ม และยังสามารถเลือกวิธีการประมาณค่าได้หลายแบบเพื่อให้เหมาะกับข้อมูลที่ใช้

2. โปรแกรม Mplus จะสามารถคำนวณค่าองศาอิสระ (df) ค่า χ^2 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard Error) ของการวิเคราะห์พหุระดับที่ถูกต้องได้ดีกว่าสำหรับการวิเคราะห์พหุระดับที่มีขนาดข้อมูลในแต่ละกลุ่มไม่เท่ากัน (Unbalanced Group Sizes) และมีการแจกแจงข้อมูลไม่เป็นโค้งปกติ

3. การวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม Mplus จะใช้วิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีความเป็นไปได้สูงสุด (Maximum Likelihood ; ML) หรือวิธีความเป็นไปได้สูงสุดแบบให้ข้อมูลเต็ม (Full Information Maximum Likelihood ; FIML)

4. การแปลงค่าพารามิเตอร์ให้เป็นคะแนนมาตรฐาน (Standardization) โปรแกรม Mplus จะใช้หลัก Within Group และ Between Group Standardization

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

5. สามารใช้คำสั่งในการประมาณค่าสูญหาย และการคำนวณค่าต่างๆ ได้ เช่น การรวมค่าตัวแปรรากที่สอง เป็นต้น ซึ่งโปรแกรม Mplus จะแทนค่าข้อมูลขาดหายด้วยการประมาณค่าความเป็นไปได้สูงสุด (Maximum Likelihood) ซึ่งโปรแกรมจะคำนวณให้โดยใช้คำสั่ง TYPE=MISSING H1 และค่าที่ประมาณได้มีความถูกต้องกว่า

6. ในการวิเคราะห์ผู้วิจัยไม่ต้องสร้างตัวแปรแฝงพิเศษ เนื่องจากโปรแกรมจะทำการคำนวณให้

7. โปรแกรมจะคำนวณค่าองค์ประกอบความแปรปรวนและค่าสหสัมพันธ์ภายในชั้นให้อัตโนมัติและให้ผลที่ใกล้เคียงกับการคำนวณด้วยโปรแกรมอื่น

8. สามารถนำทั้งค่า Intercept และ Slope มาวิเคราะห์เป็นตัวแปรตามในระดับ Maco

9. สามารถใช้คำสั่งคำนวณขนาดอิทธิพลทางตรงและอิทธิพลทางอ้อมได้

ในการตรวจสอบความตรงเชิงโครงสร้างที่สอดคล้อง กลมกลืนของโมเดลโดยใช้ข้อมูลความคิดเห็นต่อองค์ประกอบความรู้ของอาจารย์ในการจัดการ เรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิเคราะห์โดยใช้โปรแกรม Mplus 6.12 นำไปวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยัน ดำเนินการวิเคราะห์ ดังนี้

1. คำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของคะแนนระหว่างข้อคำถามโดยใช้สูตรเพียร์สัน (Pearson's Product Moment Correlation Coefficient)

2. ตรวจสอบเมทริกซ์สหสัมพันธ์ที่ใช้ในการวิเคราะห์องค์ประกอบว่าแตกต่างจากศูนย์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่ โดยพิจารณาจากค่า ดังต่อไปนี้

2.1 Bartlett's Test of Sphericity ต้องมีค่ามากๆต่างจากศูนย์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ

2.2 นำเมทริกซ์สหสัมพันธ์ที่มีคุณสมบัติตามการพิจารณาข้างต้นมาดำเนินการวิเคราะห์ องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสอง โดยใช้โปรแกรม Mplus 6.12 เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงโครงสร้าง ด้วยการพิจารณาความสอดคล้องระหว่างโมเดลเชิงสมมติฐานกับข้อมูลเชิงประจักษ์ พิจารณาค่าสถิติ วัดระดับความสอดคล้อง ดังนี้ (เสรี ชัดแช้ม, 2538 : 30)

2.2.1 ค่าสถิติไค-สแควร์(Chi – Square : χ^2)

2.2.2 ดัชนีวัดระดับความกลมกลืน (Goodness of Fit Index: GFI)

2.2.3 ดัชนีวัดระดับความกลมกลืนที่ปรับแก้แล้ว (Adjust Goodness of Fit Index: GFI)

2.2.4 ค่าดัชนีวัดระดับความกลมกลืนเปรียบเทียบ CFI (Comparative Fit Index)

2.2.5 ค่าไค-สแควร์สัมพัทธ์ (Relative Chi-square: $\%^2$ / df) เป็นค่าสถิติที่ใช้ เปรียบเทียบระดับความกลมกลืนระหว่างโมเดลที่มีค่าองศาอิสระไม่เท่ากัน

2.2.6 ดัชนีรากที่สองกำลังสองเฉลี่ย (Standard Root Mean Square Residual: SRMR) เป็นดัชนีที่ใช้เปรียบเทียบระดับความกลมกลืนกับข้อมูลเชิงประจักษ์ของโมเดล 2 โมเดล เฉพาะกรณีที เป็นการเปรียบเทียบโดยใช้ข้อมูลชุดเดียว

2.2.7 ค่ารากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของความคลาดเคลื่อนโดยประมาณ (Root Mean Square Error of Approximation: RMSEA)

หลักการการพิจารณาความสอดคล้องกลมกลืนของโมเดลกับข้อมูลเชิงประจักษ์จากเกณฑ์ดัชนีตามข้อสรุปและงานวิจัยของ Browne. and Cudeck. (1993), Hu. and Bentler. (1995, 1999) , Anderson. and Gerbing. (1984 cited in Yu. and Muthen. 2002) Ullman. (2001) Hox. (2002) Yu. and Muthen. (2002) Muthen. and Muthen. (1998) Raykov. and Marcoulides. (2000 cited in Johnsrud. and Rosser. 2002) Kwan. and Walker. (2003) Hansen. Rosen. and Gustafsson. (2004) ดังตารางที่ 1

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 1 ค่าสถิติและเกณฑ์วัดระดับความกลมกลืนของโมเดลกับข้อมูลเชิงประจักษ์

ค่าสถิติวัดระดับความกลมกลืน	เกณฑ์ระดับความกลมกลืน
1. χ^2/df	< 2
2. ดัชนี Tucker-Lewis Index (TLI) หรือ Non-Normed Fit Index (NNFI)	$\geq$ .95
3. ดัชนีวัดระดับความกลมกลืนเปรียบเทียบ (Comparative Fit Index : CFI)	$\geq$ .95
4. ดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของการประมาณค่าความคลาดเคลื่อน (Root Mean Square Error of Approximation: RMSEA)	< .05 หมายถึง สอดคล้องดี .05 - .08 หมายถึง พอใช้ได้ .08 - .10 หมายถึง ไม่ค่อยดี

ค่าสถิติวัดระดับความกลมกลืน	เกณฑ์ระดับความกลมกลืน
5. ดัชนีรากของค่าเฉลี่ยกำลังสองของส่วนที่เหลือมาตรฐาน (Standard Root Mean Square Residual: SRMR)	> .10 หมายถึง สอดคล้องไม่ดี < .08
6. ดัชนีวัดความกลมกลืน (Goodness of Fit Index: GFI)	> .9
7. ดัชนีวัดระดับความกลมกลืนที่ปรับแก้แล้ว (Adjust Goodness of Fit Index: GFI)	> .9
8. Largest Standardized Residual	< 2.00

จากแนวคิด ดังกล่าว สรุปว่า การวิเคราะห์องค์ประกอบเชิงยืนยันอันดับสอง (Second Order Confirmatory Factor Analysis) เพื่อการตรวจสอบความตรงของตัวแปรเชิงทฤษฎี หรือยืนยันว่าตัวแปรเชิงทฤษฎี ของโครงสร้างข้อมูลที่มีการจำแนกสองระดับ ว่ามีความตรงตามองค์ประกอบที่ต้องการวัดหรือไม่

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

นิตยา ณ เชียงใหม่และคณะ (2545:54-55) ทำการวิเคราะห์ข้อสอบ 206103 ทั้งกลางภาคและปลายภาค พบว่าใช้ความรู้พื้นฐานที่เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมปลาย เรื่อง เวกเตอร์ พีชคณิตบนฟังก์ชันต่างๆ อนุพันธ์การแก้สมการและอสมการ รวมทั้งการแทนค่าฟังก์ชัน เพื่อหาความสัมพันธ์ของพื้นฐานวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นมัธยมปลายของ นักเรียนชั้นปีที่ 1 คณะเกษตรศาสตร์ และคณะวิทยาศาสตร์ กับผลสัมฤทธิ์ ของวิชาแคลคูลัส 206103 ค่าสหสัมพันธ์พบว่าคะแนนรวมพื้นฐานของนักศึกษาคณะวิทยาศาสตร์และคณะเกษตรศาสตร์ รวมทั้งกลุ่มนักศึกษาที่ขอบอกเลิกกระบวนวิชา 206103 มีความสัมพันธ์กับคะแนนที่ได้ในการทำข้อสอบ 206103 กลางภาคในระดับสูงส่วนความสัมพันธ์ระหว่างผลสัมฤทธิ์ของการเรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมปลายและผลสัมฤทธิ์ของการเรียนวิชา 206103 ของนักศึกษาในกลุ่มดังกล่าวนั้นอยู่ในระดับต่ำ

รสวลีย์ อักษรวงศ์ (2545 : 54) ได้ศึกษาปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการรับรู้ความสามารถของครูในการสอนการแก้ปัญหา พบว่า ปัจจัยที่คาดว่าจะมีอิทธิพลต่อความรู้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
MAHASARAKHAM RAJABHAT UNIVERSITY

ความสามารถของครูในการแก้ปัญหาตามแนวคิดของแบนดูราและที่ได้จากแนวคิดและผลการวิจัย ประกอบด้วย 1) ประสบการณ์การฝึกอบรม 2) เนื้อหาวิชาที่สอน 3) ประสบการณ์การสอนทักษะการแก้ปัญหา 4) ความรู้เกี่ยวกับการสอนทักษะการแก้ปัญหา 5) ความสามารถในการวิเคราะห์ภารกิจการสอน 6) ความสามารถในการสอนทักษะการแก้ปัญหา 7) การได้รับความสำเร็จในการสอน 8) การมีแบบอย่างในการสอน และ 9) การได้รับคำแนะนำเกี่ยวกับการสอน

อุรวัล โวอ่อนศรี (2547 : ค-ง) ได้ศึกษาเรื่องการศึกษาความรู้ของครูสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาร้อยเอ็ด พุทธศักราช 2544 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาระดับความรู้และเปรียบเทียบความรู้เกี่ยวกับการใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ระหว่างผู้บริหารสถานศึกษากับครูสายผู้สอน ผลการวิจัยพบว่า ครูมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานอยู่ในระดับปานกลาง ผู้บริหารสถานศึกษากับครูสายผู้สอนมีความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานแตกต่างกัน โดยผู้บริการมีความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานมากกว่า

ราชภูมิ พฤฑฒิกุล (2554 : 75 - 86) ทำการศึกษาวิจัยเพื่อศึกษาและเปรียบเทียบการมีส่วนร่วมการจัดการความรู้ของครูโรงเรียนชลราษฎรอำรุง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 จำแนกตาม วุฒิการศึกษา และประสบการณ์ใน 7 ด้าน คือ การค้นหาความรู้ หรือการกำหนดความรู้ การสร้างและแสวงหาความรู้ การจัดการความรู้ให้เป็นระบบ การประมวลและกลั่นกลองความรู้ การเข้าถึงความรู้ การแบ่งปันแลกเปลี่ยนความรู้และการเรียนรู้ ผลการวิจัยพบว่า 1) การมีส่วนร่วมการจัดการความรู้ของครูโรงเรียนชลราษฎรอำรุง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 โดยรวมและรายด้านอยู่ในระดับมาก เรียงคะแนนเฉลี่ยจากมากไปหาน้อย ได้แก่ การค้นหาความรู้หรือกำหนดความรู้ การเรียนรู้ การสร้างและแสวงหาความรู้ การเข้าถึงความรู้การประมาณและกลั่นกลองความรู้ ยกเว้นการจัดความรู้ให้เป็นระบบ การแบ่งปันแลกเปลี่ยนความรู้ อยู่ในระดับปานกลาง และ 2) ผลการเปรียบเทียบการมีส่วนร่วมการจัดการความรู้ของครูโรงเรียนชลราษฎรอำรุง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 จำแนกตามวุฒิการศึกษา พบว่าโดยรวมและรายด้าน แตกต่างกันอย่างไม่มีระดับนัยสำคัญทางสถิติ

ปาริชาติ บัวเจริญ (2554:บทคัดย่อ) ทำการศึกษาการเรียนปัจจัยด้านการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลล้านนา ภาค

พายัพ เชียงใหม่เพื่อศึกษาระดับของตัวแปรปัจจัยด้านการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนและศึกษาความสัมพันธ์และค่าน้ำหนักความสำคัญของตัวแปรปัจจัยด้านการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียน ผลการศึกษาพบว่าอาจารย์ผู้สอนมีการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ การสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ การประเมินการเรียนรู้ตามสภาพจริงและมีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปานกลาง นักศึกษามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปรับปรุง ตัวแปรปัจจัยด้านการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนทั้ง 3 ตัวแปรกับตัวแปรตามทั้ง 2 ตัวแปรมีสัมฤทธิ์สหสัมพันธ์พหุนามอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และมีสัมฤทธิ์พหุคูณเอกนามกับตัวแปรตามแต่ละตัว อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01 ตัวแปรปัจจัยการสร้างบรรยากาศการเรียนรู้ส่งผลทางบวกต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01 ตัวแปรปัจจัยการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ไม่ส่งผลต่อสัมฤทธิ์ทางการเรียนทางคณิตศาสตร์ แต่ส่งผลทางบวกต่อเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ.01 ส่วนตัวแปรปัจจัยการประเมินการเรียนรู้ตามสภาพจริงไม่ส่งผลต่อตัวแปรตามทั้ง 2 ตัว

สุภัค หาญพิทักษ์วงศ์ (2552, บทคัดย่อ) ได้ศึกษากรอบแนวคิดในการจำแนกลักษณะการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียน ระดับประถมศึกษา : ประโยคเปิดจำนวน เพื่อพัฒนากรอบแนวคิดในการอธิบายลักษณะการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับประถมศึกษา ผลการวิจัยพบว่าสามารถจำแนกนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาได้เป็น 3 กลุ่ม ได้แก่ **กลุ่มที่ 1** เป็นกลุ่มนักเรียนที่เข้าใจความคลาดเคลื่อนว่าเครื่องหมายเท่ากับ เป็นสัญลักษณ์แทนการคำนวณ มีรูปแบบการมองประโยคโจทย์เท่ากับคำตอบ และนักเรียนจะไม่ตระหนักถึงความสัมพันธ์ที่เท่ากันระหว่างนิพจน์ทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับ ในการหาตัวไม่ทราบค่า **กลุ่มที่ 2** เป็นกลุ่มนักเรียนที่เข้าใจถูกต้องว่าเครื่องหมายเท่ากับเป็นสัญลักษณ์แทนความสัมพันธ์ที่เท่ากันระหว่างนิพจน์ทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับ มีรูปแบบการมองแยกออกเป็นสองส่วนคือ ผลลัพธ์ทางซ้ายเท่ากับผลลัพธ์ทางขวาของเครื่องหมายเท่ากับ และใช้การคิดคำนวณในการหาตัวไม่ทราบค่าในประโยคเปิดจำนวน **กลุ่มที่ 3** เป็นกลุ่มนักเรียนที่เข้าใจถูกต้องว่าเครื่องหมายเท่ากับ เป็นสัญลักษณ์แทนความสัมพันธ์ที่เท่ากันระหว่างนิพจน์ทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับ มีรูปแบบการมองประโยคนิพจน์ทางขวาของเครื่องหมายเท่ากับ และใช้การคิดเชิงความสัมพันธ์ในการหาตัวไม่ทราบค่าในประโยคเปิดจำนวน

งานวิจัยต่างประเทศ

ลิ (Li. 2011 : 1-16) ได้ทำการศึกษาเรื่องความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องขั้นตอนเชิงพีชคณิต กรณีศึกษาการแก้สมการกำลังสอง การศึกษาครั้งนี้จะอธิบายถึงลำดับของการปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ที่ได้รับการออกแบบและกำหนดไว้ติดต่อกัน 3 บท เกี่ยวกับขั้นตอนทางพีชคณิต 4 ขั้นสำหรับการแก้ปัญหาสมการกำลังสอง และมุ่งเน้นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นในการกระทำและการตัดสินใจของครู หนึ่งในสามโดเมนของความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ ความรู้ของครูเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้สมการเป็นสิ่งที่สำคัญที่สุดในการสร้างบทเรียนและอาจส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่าการเตรียมความพร้อมของครูคณิตศาสตร์และการพัฒนาวิชาชีพครูจะเปิดโอกาสให้ครูได้ทบทวนการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์และการใช้คณิตศาสตร์ในเชิงลึก และการพัฒนาทักษะการเรียนการสอนในการทำการตัดสินใจที่จะรักษาสมดุลของโดเมนทั้งหมดของความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ ความเชื่อของครู และปัจจัยอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับการวัดระดับความสามารถในการปฏิบัติการทางพีชคณิต

บิเกล (Begle. 1979 : 41 – 43) ได้สังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวกับบทบาทของความรู้ของครูที่มีต่อประสิทธิภาพของนักเรียน ระหว่างปี ค.ศ. 1960 – 1976 โดยเขาพิจารณาจากความรู้ของครู 3 ชนิด ดังนี้ จำนวนของรายวิชาที่เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ จำนวนของรายวิชาที่เกี่ยวกับการสอน และบริบทอื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง ซึ่งครูได้เรียนในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างที่ศึกษาอยู่ในมหาวิทยาลัย ผลการศึกษา พบว่า จำนวนของรายวิชาที่เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นความรู้ที่ครูได้รับมีความสัมพันธ์เชิงบวกกับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนร้อยละ 10 และมีความสัมพันธ์เชิงลบกับผลการปฏิบัติงานของนักเรียนร้อยละ 8 ในทำนองเดียวกันรายวิชาที่เกี่ยวกับวิธีการสอนคณิตศาสตร์ส่งผลเชิงบวกต่อกรณีศึกษาถึงร้อยละ 24 และส่งผลเชิงลบต่อกรณีศึกษาร้อยละ 6 นอกจากนี้ การที่ครูเรียนในวิชาเอกคณิตศาสตร์ก็ส่งผลเชิงบวกต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนร้อยละ 9 และส่งผลเชิงลบต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนร้อยละ 4 ของการศึกษา

รัชเดอบัส ภูมิรัตนีและคามาลิ (Raudenbush, Phumirat.and Kamali. 1992 : 165-177) ได้ศึกษาการรับรู้ในความรู้ความสามารถและความเชื่อในการสอนของครู ผลการวิจัยกล่าวว่าการรับรู้ความรู้ความสามารถของครูในเชิงบวกจำเป็นต้องเกิดขึ้นพร้อมกับการแสวงหาความรู้และการมีทักษะในการสอนที่ดี จึงจะทำให้เกิดประสิทธิผลในการสอนอย่างสมบูรณ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

และผลงานวิจัยนี้ยังเชื่ออีกว่า การรับรู้ความรู้ความสามารถของครูหรือความเชื่อเกี่ยวกับความรู้ความสามารถของครูมีความสัมพันธ์กับพฤติกรรมการสอนที่มีประสิทธิผลของครู

เอ็ดวาสและคณะ (Edwards et. al. 1996 : 259) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการรับรู้ความสามารถของครูและระดับความรู้ของครู กลุ่มตัวอย่างเป็นครูสตรีจำนวน 430 คน ซึ่ง 83% สอนในโรงเรียนประถมศึกษา โดยใช้แบบสอบถาม 4 ชุด ผลการวิจัยพบว่า มีความสัมพันธ์อย่างมีนัยสำคัญระหว่างการรับรู้ความสามารถกับระดับความรู้ของครู และพบว่าครูสตรีที่รับรู้ความสามารถของตนเองและความรู้ในระดับสูงจะมีความสัมพันธ์เชิงลบกับจำนวนปีที่มีประสบการณ์ นอกจากนั้น ผลการวิจัยได้พบอีกว่า ครูสตรีที่รับรู้ความสามารถของตนเองต่ำ จะเป็นครูในโรงเรียนมัธยมที่มีประสบการณ์ในการสอนน้อย และมีระดับความรู้ต่ำ

บันดูรา (Bandura. 1997 : 240-243) ได้ศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการรับรู้ความรู้ความสามารถของครู ได้บ่งชี้ว่าความเชื่อเกี่ยวกับความรู้ความสามารถในการสอนของครู เป็นส่วนหนึ่งในการกำหนดวิธีจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นเรียนและวิธีประเมินผล โดยครูที่รู้ว่าตนเองมีการรับรู้ความสามารถสูงเป็นครูที่เปิดรับแนวคิดใหม่ๆ ที่หลากหลายให้เหมาะสมกับผู้เรียน มีความรู้สึกที่มั่นคงเมื่อเผชิญกับปัญหาหรืออุปสรรค อดทนกับนักเรียนที่เรียนช้าหรือมีปัญหาในห้องเรียนกระตือรือร้นในการสอน มีความมุ่งมั่นในการสอน ฯลฯ ส่วนครูที่มีระดับการรับรู้ความสามารถต่ำส่วนมากเป็นครูที่มีประสิทธิผลต่ำในการปฏิบัติการสอน

บาร์เกอร์ (Barker. 2007 : 191 – 194) ได้ศึกษาความรู้ของครูเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตที่มีผลต่อการจัดการเรียนการสอน ซึ่งการศึกษานำไปสู่ความเข้าใจความรู้ของครูเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียน และความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอนเกี่ยวกับพีชคณิตทั่วๆ ไป โดยใช้การสัมภาษณ์ครูจำนวน 2 คน ซึ่งการสัมภาษณ์ถูกกำหนดประเด็นที่เกี่ยวกับชนิดของความรู้ที่ครูใช้ ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียน และความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ผลของการศึกษาพบว่า การอธิบายที่เน้นให้นักเรียนได้ให้เหตุผล และวิธีการที่หลากหลายในการอธิบาย ทำให้เห็นได้อย่างชัดเจนว่าครูถูกใช้ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียนในการอภิปรายเกี่ยวกับการสอนของพวกเขา

คลาราลัมโบว์ (Charalambous. 2008 : 938-939) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับการสอนและประสิทธิภาพในการปฏิบัติการสอนของนักศึกษาครู ซึ่งเป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูและการปฏิบัติการสอนโดยเฉพาะการศึกษาในประเด็น ดังนี้ 1) ความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสิทธิภาพ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การปฏิบัติการสอนของนักศึกษาครู 2) การศึกษาปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับความเชื่อและข้อมูลพื้นฐานของนักศึกษาครู และ 3) การศึกษาผลของความรู้ทางคณิตศาสตร์มีผลต่อการปฏิบัติการสอน ผลของการศึกษาพบว่า มีความสัมพันธ์กันอย่างมากระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสิทธิภาพการปฏิบัติการสอนของนักศึกษาครู แต่ปัจจัยนี้ไม่ได้เป็นสื่อกลางในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสิทธิภาพของการสอนของนักศึกษาครู ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ความเชื่อและภาพเกี่ยวกับการสอนของนักศึกษาครู พบว่า ประสิทธิภาพการสอนของนักศึกษาครูแยกออกจากความรู้ของพวกเขา นอกจากนี้ ความรู้ของนักศึกษาครูสามารถที่จะช่วยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ซอฟ อะ ดีโบรา (Zopf , A. Deborah. 2010 : Abstract) ได้ทำการศึกษาเรื่องความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครู กรณีการทำงานทางคณิตศาสตร์และความรู้ซึ่งนำมาโดยครู การวิจัยนี้ศึกษาความต้องการในการทำงานและความรู้ทางคณิตศาสตร์ของงานในการเรียนการสอนของครู ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาการเรียนการสอนของครูคณิตศาสตร์ 2 คน ที่มีความแตกต่างกันในการฝึกอบรม นักเรียนมีความแตกต่างกัน โดยเป็นครูคณิตศาสตร์และนักศึกษาครู การจัดเตรียมข้อมูลเพื่อพิสูจน์งานที่เกิดขึ้นและความต้องการของการทำงานการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แก่ครู ประการแรก คือการระบุโดเมนงานต่างๆ ภายในการทำงานของครูทั้งสอง โดยพิจารณาจากงาน 3 งาน ได้แก่ เลือกการตีความและวิธีการเลือกตัวอย่าง และการจัดการงานทางคณิตศาสตร์ สี่กรณีของการเรียนการสอน สองจากการศึกษาของครูแต่ละคนสำหรับการวิเคราะห์องค์ประกอบของโดเมนงานจากการวิเคราะห์ข้ามกรณีเพื่อแยกความแตกต่างขององค์ประกอบที่ดูเหมือนจะมีความสอดคล้องกันและกรณีที่แตกต่างกัน และนำเสนอการศึกษากรอบการทำงานของครู ประการที่สอง การตรวจสอบการทำงานทางคณิตศาสตร์ของกรณีศึกษาสำหรับความต้องการความรู้ทางคณิตศาสตร์ นำเสนอโดเมนของความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้สำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครู อภิปรายเชิงคุณภาพที่โดดเด่นของความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้สำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครูที่ปรากฏลักษณะความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้สำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครูวิธีการและสิ่งที่ใช้สำหรับการทำงานของครู

โอลันออฟ และ ดานา (Olanoff. and Dana. 2012 : Abstract) ได้ทำการศึกษาเรื่องความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารเศษส่วน เพื่อตอบคำถามวิจัยว่า อะไรคือความรู้ที่ครูต้องมีสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาเรื่องการคูณและการหารเศษส่วน กลุ่มเป้าหมายเป็นครูคณิตศาสตร์ที่สอนระดับอุดมศึกษา จำนวน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3 คน ซึ่งมีคุณสมบัติตามเกณฑ์ ได้แก่ มีประสบการณ์ในการสอนนักศึกษาครูเป็นระยะเวลานาน มีประสบการณ์ในการออกแบบหลักสูตร และมีหลักฐานการทำงานที่แสดงถึงการปรับปรุงการเรียนการสอน การเก็บรวบรวมข้อมูลใช้การสัมภาษณ์ก่อนการสอนและหลังการสอน การสังเกตการณ์สอนระหว่างการสอน การวิเคราะห์ข้อมูลมุ่งเน้นไปที่ 3 งานหลักจากการสอน ได้แก่ การสอนเรื่องการคูณและการหารเศษส่วน การช่วยให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และการประเมินความเข้าใจของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า ความรู้ที่จำเป็นสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครูประถมศึกษาในอนาคตเรื่องการคูณและการหารเศษส่วนที่เป็นส่วนประกอบที่สำคัญ 4 ด้านได้แก่ 1) ทำความเข้าใจในวิธีการและรูปแบบที่หลายหลายของการคูณและการหารเศษส่วน 2) ตัดสินใจเลือกหัวข้อที่จะมุ่งเน้นเฉพาะ 3) กำหนดเป้าหมายที่เฉพาะเจาะจงที่ต้องการให้นักเรียนรู้ และ 4) ออกแบบและใช้การประเมินผลอย่างมีความหมายเพื่อช่วยในการตัดสินใจว่าแต่ละคนบรรลุเป้าหมายการเรียนรู้

พาติโค และ คลาร์ (Patricio. and Karl. 2012 : 1-8) ได้ทำการวิจัยเรื่องความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย การวิจัยนี้เป็นการพัฒนาเครื่องมือเพื่อวัดความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยรายงานเกี่ยวกับกระบวนการของการพัฒนาและข้อคำถามที่ใช้ในการวัดโดเมนต่างๆ ของความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ผลการศึกษาพบว่าประสบการณ์ด้านการสอนมีความสัมพันธ์กับการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิตอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ จากผลการศึกษานี้อาจเป็นแนวทางเสนอวิธีการจัดการเรียนการสอนของความคิดรวบยอดเฉพาะเพื่อใช้ในการออกแบบคำถามความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

จากงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศพบว่า ความรู้ของครูสำหรับการจัดการเรียนการรู้เป็นเรื่องที่สำคัญ และวิชาพีชคณิตเชิงเส้นก็เป็นหัวใจสำคัญของการเรียนคณิตศาสตร์และการศึกษาศาสตร์ด้านต่าง ๆ ดังนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาองค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น โดยมีกรอบในการวิจัย ดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

กรอบแนวคิดการวิจัย

จากการศึกษาเอกสารที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปกรอบแนวคิดการวิจัยเรื่อง การศึกษาองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น ซึ่งสรุปเป็นกรอบแนวคิดการวิจัยได้ดังแผนภาพที่ 9

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แผนภาพที่ 9 กรอบแนวคิดการวิจัยเรื่องการศึกษาองค์ประกอบของความรู้ของอาจารย์ในการจัดการเรียนรู้วิชาพีชคณิตเชิงเส้น