







































3.4 ภาษา (Linguistics) ในแต่ละระดับจะมีภาษาและสัญลักษณ์ตลอดจน ความสัมพันธ์ของการเชื่อมโยงสัญลักษณ์เหล่านี้เป็นของตนเอง ถ้าครูใช้ภาษาที่อยู่สูงกว่าระดับการคิดของนักเรียนจะทำให้เรียนจะไม่สามารถเข้าใจได้

3.5 การไม่เข้ากัน (Mismatch) การสอนต้องให้สอดคล้องกับระดับการคิดของนักเรียน ถ้าครูใช้วิธีการสอนในระดับที่สูงกว่าระดับการคิดของนักเรียน นักเรียนจะไม่เข้าใจและอาจจะมีแนวโน้มที่จะลดระดับการคิดลงได้

สรุปได้ว่าลักษณะการคิดมีอยู่ 5 ประการ คือ เป็นไปตามลำดับขั้น ความก้าวหน้า ความชัดเจน ภาษา และการไม่เข้ากัน

#### 4. พฤติกรรมแต่ละระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบ แวน ฮีลี

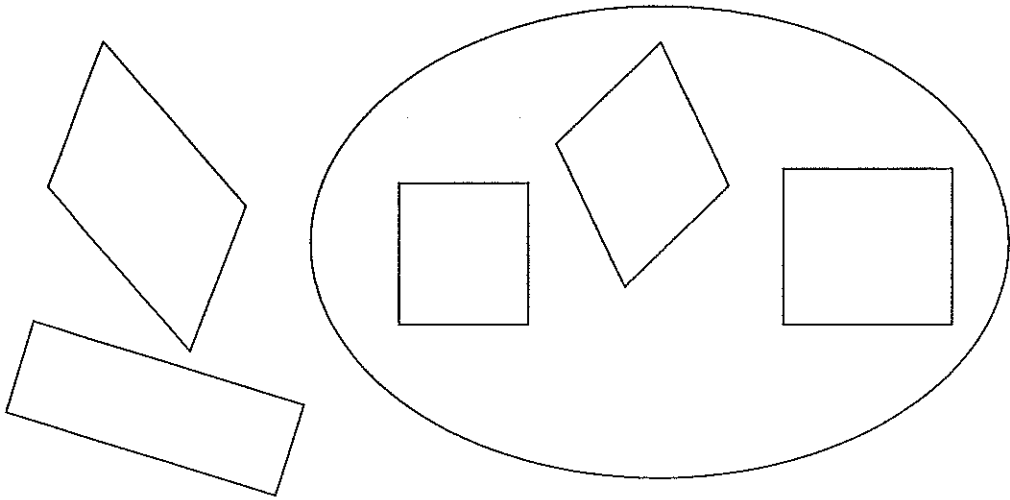
ครอว์ลีย์ (Crowley, 1987 : 2-16) ได้กล่าวถึงพฤติกรรมของแต่ละระดับการคิดไว้ดังนี้

##### 4.1 ระดับ 0 การมองเห็น

เป็นการมองเห็นรูปเรขาคณิตในลักษณะของภาพรวม แต่ไม่เห็นรายละเอียด ไม่เข้าใจสมบัติหรือองค์ประกอบของรูปร่าง รู้จักศัพท์ทางเรขาคณิต สามารถแยกแยะรูปร่างได้โดยอาศัยประสบการณ์ที่เคยพบมาก่อน สามารถลอกและเลียนแบบการวาดรูปได้

##### ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 0

1) นักเรียนสามารถยกตัวอย่างรูปเรขาคณิตโดยมองภาพรวม ๆ ตัวอย่างเช่น เมื่อกำหนดรูปให้ นักเรียนสามารถ ระบุได้ว่ารูปใดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังแผนภาพที่ 1 จะได้ว่า เซต A แทนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส



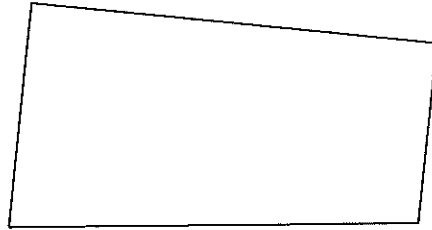
แผนภาพที่ 1 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส

2) นักเรียนสามารถอธิบายเกี่ยวกับมุม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมในลักษณะต่างๆ จากรูปภาพหรือแผนภาพ ดังแผนภาพที่ 2



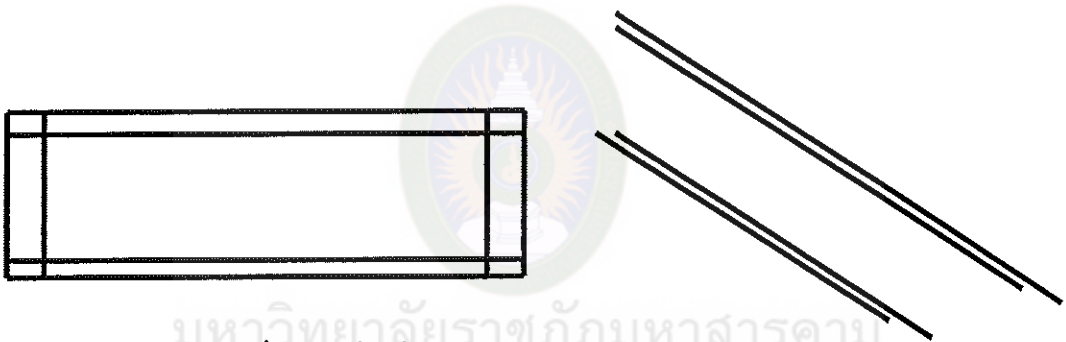
แผนภาพที่ 2 มุม รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยมในลักษณะต่างๆ

3) นักเรียนสามารถมองเห็นมุมฉากในรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ดังแผนภาพที่ 3



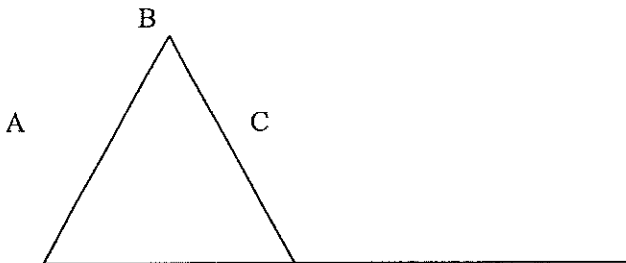
แผนภาพที่ 3 รูปสี่เหลี่ยมคางหมู

4) นักเรียนสามารถสร้างรูปหรือวาดรูปหรือคัดลอกรูปได้ ตัวอย่างเช่น สามารถสร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากจากเส้นขนาน โดยซี ดี - สติกซ์ (D - stix) ดังแผนภาพที่ 4 เป็นต้น



แผนภาพที่ 4 รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากจากเส้นขนาน โดยซี ดี - สติกซ์ (D - stix)

5) นักเรียนสามารถเรียกชื่อรูปโดยใช้คำศัพท์เฉพาะหรือศัพท์สามัญได้ เช่น เรียกชื่อมุม โดยใช้สี ว่า มุมแดง หรือใช้สัญลักษณ์ เช่น มุม A รวมกับ มุม B เท่ากับมุม C ดังแผนภาพที่ 5



แผนภาพที่ 5 มุม A รวมกับ มุม B เท่ากับมุม C

6) นักเรียนสามารถเปรียบเทียบและจัดประเภทของรูปเรขาคณิตโดยใช้การมองภาพรวม ๆ เช่น ให้คำอธิบายความแตกต่างของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากว่า “รูปหนึ่งใหญ่กว่าอีกรูปหนึ่ง”

7) นักเรียนอธิบายรูปเรขาคณิตโดยใช้ถ้อยคำที่แสดงถึงภาพรวม ๆ ของรูป เช่นนักเรียนอธิบายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากว่า “มองดูเหมือนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส”

8) นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่เคยพบโดยดูจากรูปมากกว่านำสมบัติของรูปไปใช้ เช่น การลองผิดลองถูกในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับปริศนาแทนแกรม (Tangram Puzzle) เช่น สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จากชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมเล็ก ๆ 2 ชิ้น ดังแผนภาพที่ 6



แผนภาพที่ 6 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน จากชิ้นส่วนรูปสามเหลี่ยมเล็ก ๆ 2 ชิ้น

9) นักเรียนสามารถระบุส่วนต่างๆ ของรูปเรขาคณิต แต่ไม่สามารถวิเคราะห์องค์ประกอบหรือสมบัติของรูปเรขาคณิต และนอกจากนี้ยังไม่สามารถสรุปเป็นกรณีทั่วไป

#### 4.2 ระดับการคิด ระดับ 1 การวิเคราะห์ (Analysis)

นักเรียนเริ่มวิเคราะห์หมโนทัศน์ทางเรขาคณิต ผ่านการสังเกตและการทดลองสามารถบอกลักษณะของรูปเรขาคณิตได้ โดยดูจากองค์ประกอบหรือสมบัติต่างๆ ของรูป

##### ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 1

1) นักเรียนสามารถบอกและทดสอบความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบต่างๆ ของรูปได้ เช่น สามารถบอกได้ว่ารูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีมุมทุกมุมเป็นมุมฉากและด้านทุกด้านยาวเท่ากัน โดยการวัดขนาดของมุมและความยาวของด้านหรือใช้วิธีอื่น ๆ เป็นต้น

2) นักเรียนสามารถเรียกชื่อส่วนต่างๆ ของรูปได้ เช่น สามารถสังเกตเห็นว่ารูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีด้านตรงข้ามขนานกัน และใช้วิธีตรวจสอบว่าด้านตรงข้ามจะไม่ตัดกันและมีระยะเท่ากันเสมอ

3) นักเรียนสามารถเปรียบเทียบรูปเรขาคณิตโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบของรูป เช่น นักเรียนสามารถบอกความเหมือนและความแตกต่างของมุมและด้านจากชิ้นส่วนต่างๆ ของรูป

4) นักเรียนสามารถจัดประเภทของรูป โดยการแยกสิ่งที่เป็นตัวอย่างออกมาจากสิ่งที่ไม่เป็นตัวอย่าง เช่น สามารถแยกรูปว่าวออกมาจากรูปเรขาคณิตอื่น ๆ ได้

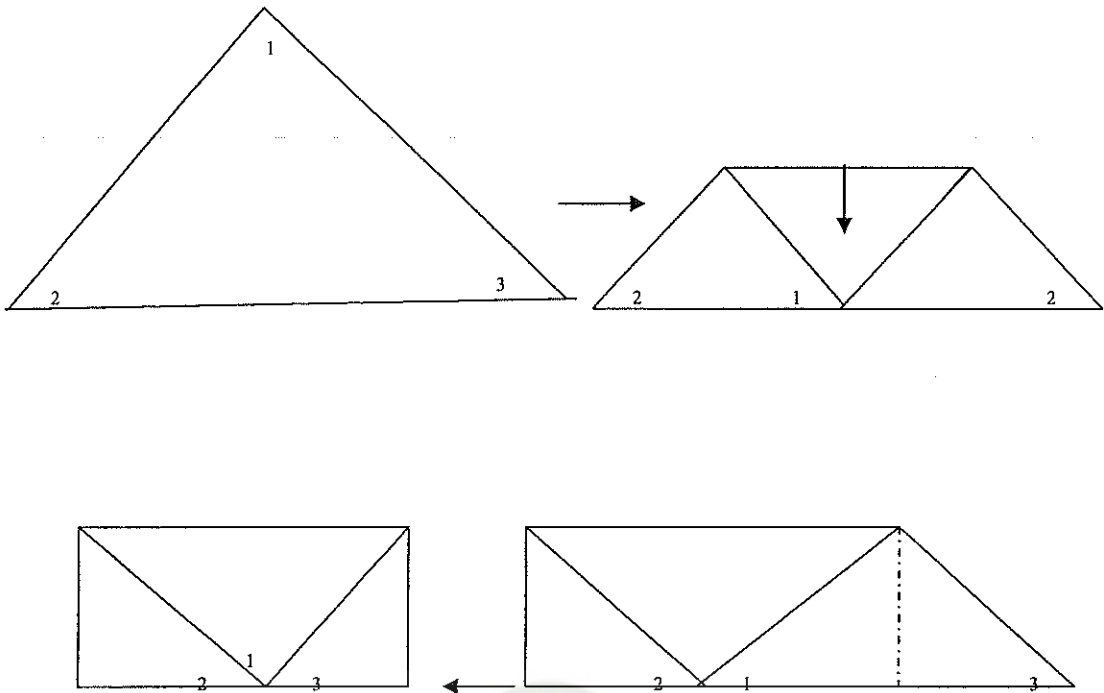
5) นักเรียนสามารถใช้สมบัติของรูปในการตีความและอธิบายลักษณะของรูป และนำสมบัติไปสร้างหรือวาดรูป เช่น นักเรียนรู้จักรูปสี่เหลี่ยมแล้วนำสมบัติสองอย่าง คือ “มี 4 ด้าน” และ “ด้านทุกด้านยาวเท่ากัน” แต่ไม่ใช่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสไปใช้เพื่อค้นหาว่า รูปสี่เหลี่ยมชนิดใดบ้างที่มีลักษณะดังกล่าวซึ่งพบว่ารูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนมีด้านยาวเท่ากัน สี่ด้าน เป็นต้น

6) นักเรียนสามารถอธิบายรูปโดยการสรุปเป็นสมบัติทั่วไปได้ เช่น พบว่าเราสามารถหามุมสามมุมรวมกันเป็นมุมตรงและมุมทั้งสามเท่ากันทุกประการกับมุมสามมุมของรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ ดังแผนภาพที่ 7 และ 8 เป็นต้น



แผนภาพที่ 7 มุมสามมุมรวมกันเป็นมุมตรง

จากแผนภาพที่ 7 จะได้ว่า  $\hat{5} = \hat{3}$  และ  $\hat{1} = \hat{4}$  ซึ่งสามารถแสดงได้โดยการเจาะ  $\hat{5}$   $\hat{3}$   $\hat{1}$  และ  $\hat{4}$  แล้วนำมุม  $\hat{5}$  ไปแทนที่มุม  $\hat{3}$  และ  $\hat{4}$  ไปแทนที่  $\hat{1}$  จะได้ว่า  $\hat{1}$   $\hat{2}$  และ  $\hat{3}$  รวมกันเป็นมุมตรงจึงมีขนาดเท่ากับ  $180^\circ$  ดังนั้น  $\hat{4}$   $\hat{2}$  และ  $\hat{5}$  รวมกันได้  $180^\circ$  นั่นคือ มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้  $180^\circ$



แผนภาพที่ 8 มุมทั้งสามเท่ากันทุกประการกับมุมสามมุมของรูปสามเหลี่ยม

จากแผนภาพที่ 8 เป็นการแสดงลำดับขั้นในการพับกระดาษเพื่อแสดงว่าผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมเป็น  $180^\circ$  มีลำดับขั้นดังนี้คือ ขั้นที่ 1 รูป (a) เป็นชิ้นส่วนของรูปเหลี่ยมรูปหนึ่ง ขั้นที่ 2 รูป (b) แสดงการพับมุม 1 ให้มุมยอดอยู่บนด้านด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยม และขั้นที่ 3 รูป (c) แสดงการพับมุม 2 มาบรรจบกับมุม 1 และให้มุมยอดอยู่บนเส้นตรงเดียวกัน ขั้นที่ 4 รูป (d) แสดงการพับมุม 3 ให้มุมยอดมาบรรจบกับมุม 1 และอยู่บนเส้นตรงเดียวกับมุม 2 และมุม 1 ดังนั้นจะได้ว่า มุม, มุม 2 และมุม 3 รวมกันได้  $180^\circ$  เพราะเป็นมุมประชิดบนเส้นตรงเดียวกัน ดังนั้นมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้  $180^\circ$

7) นักเรียนสามารถอธิบายรูปโดยใช้สมบัติของรูป เช่น ให้คำอธิบายสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสดังนี้ “มี 4 ด้าน มี 4 มุมฉาก ทุกด้านยาวเท่ากัน และด้านตรงข้ามขนานกัน”

8) นักเรียนสามารถค้นพบสมบัติของรูปที่ไม่คุ้นเคยมาก่อนเช่น เมื่อรู้จักรูปว่าแล้ว ต่อมาสามารถค้นพบและบอกสมบัติของรูปว่าวได้

9) นักเรียนแก้ปัญหาเรขาคณิตจากการใช้สมบัติของรูปเรขาคณิตได้ ตัวอย่าง เช่น เมื่อทราบสมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากและความยาวด้านประกอบมุมฉากสามารถนำไปหาความยาวของเส้นทแยงมุมได้

10) นักเรียนไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของรูปได้ เช่น ไม่เข้าใจว่า

ถ้าด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานมีความยาวเท่ากัน แล้วจะทำให้ได้ขนาดของมุมตรงข้ามเท่ากันด้วย

11) นักเรียนยังไม่สามารถสร้างและใช้บทนิยามอย่างเป็นทางการได้ เช่น ไม่สามารถบอกบทนิยามของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานซึ่งเป็นเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอได้

12) นักเรียนยังไม่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตได้ เช่น ไม่เข้าใจว่า รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานหรือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปว่าว เป็นต้น นักเรียนยังไม่เห็นความสำคัญของการพิสูจน์หรือไม่ใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ในการอธิบายสิ่งที่ค้นพบ เช่น จากการวัด พบว่ามุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเท่ากับ  $180^\circ$  จึงยังไม่เห็นความจำเป็นของการให้เหตุผลแบบนิรนัยเพื่อหาเหตุผลประกอบ

#### 4.3 ระดับการคิด ระดับ 2 การนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการ (Informal Deduction)

ในระดับนี้นักเรียนสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของสมบัติทั้งภายในรูปและความสัมพันธ์ระหว่างรูปต่าง ๆ สามารถจำแนกประเภทของรูปได้ เริ่มเข้าใจบทนิยามและใช้การให้เหตุผลอย่างไม่เป็นทางการ แต่ยังไม่เข้าใจระบบสัจพจน์ในการนิรนัย และสามารถเลียนแบบการพิสูจน์แต่ยังทำการพิสูจน์ด้วยตนเองได้

##### ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 2

1) นักเรียนสามารถบอกสมบัติที่แตกต่างกันของรูปเรขาคณิตและตรวจสอบได้ว่าสมบัติดังกล่าวเพียงพอหรือไม่ เช่น สามารถเลือกสมบัติของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสและทดสอบโดยการวาดรูปประกอบ

2) นักเรียนระบุสมบัติขั้นต่ำในการกำหนดลักษณะของรูป เช่น รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสต้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากและมีด้านยาวเท่ากันทุกด้าน เป็นต้น

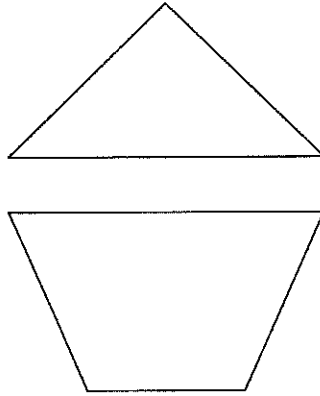
3) สามารถสร้างบทนิยามและใช้บทนิยามในการจัดประเภทของรูป เช่น อธิบายว่าเหตุใด รูปสี่เหลี่ยมเหล่านั้นจึงเป็นรูปสี่เหลี่ยมรูปว่าว

4) นักเรียนสามารถใช้ข้อมูลที่กำหนดให้หาเหตุผลสรุปโดยใช้ความสัมพันธ์ทางตรรกศาสตร์ เช่น  $\hat{A} = \hat{B}$  และ  $\hat{C} = \hat{B}$  แล้ว  $\hat{A} = \hat{C}$  (เพราะต่างเท่ากับ B)

5) นักเรียนสามารถเรียงลำดับสมบัติของรูปเรขาคณิตได้ เช่น รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน หรือรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เป็นต้น

6) นักเรียนสามารถค้นพบสมบัติใหม่จากการนิรนัย เช่น พบว่าผลบวกของมุมภายในรูปห้าเหลี่ยมเป็น 450 องศา จากการแบ่งมุมของรูปห้าเหลี่ยมเป็นมุมของรูปสามเหลี่ยมและมุมของรูปสี่เหลี่ยม ดังแผนภาพที่ 9





แผนภาพที่ 9 ผลบวกของมุมภายในรูปห้าเหลี่ยมเป็น 450 องศา จากการแบ่งมุมของรูปห้าเหลี่ยมเป็นมุมของรูปสามเหลี่ยมและมุมของรูปสี่เหลี่ยม

จากแผนภาพที่ 9 จำได้ว่า ผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยม เท่ากัน  $180^\circ$  และผลบวกของมุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมเท่ากับ  $360^\circ$  ดังนั้น ผลบวกมุมภายในของรูปห้าเหลี่ยมเท่ากับ  $180^\circ + 360 = 540^\circ$  นักเรียนสามารถให้เหตุผลแบบนิรนัยอย่างไม่เป็นทางการได้ เช่น สามารถพิสูจน์ว่า ผลบวกของมุมภายในรูปสามเหลี่ยมเป็น 180 องศา แต่ผู้สอนต้องใช้คำถามนำทาง

- 7) นักเรียนสามารถแสดงการให้เหตุผลในการพิสูจน์มากกว่าหนึ่งแบบ
- 8) นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาแบบนิรนัยได้
- 9) นักเรียนยังไม่สามารถแยกแยะระหว่างประโยคเงื่อนไขและบทกลับได้
- 10) นักเรียนยังไม่สามารถสร้างความสัมพันธ์ของเครือข่ายของทฤษฎีบทได้

#### 4.4 ระดับ 3 การนิรนัย (Deduction)

นักเรียนเข้าใจการใช้ระบบสัจพจน์ในการสร้างทฤษฎีบททางเรขาคณิต เข้าใจความสัมพันธ์และบทบาทของ คำนิยาม สัจพจน์ บทนิยาม ทฤษฎีบท และการพิสูจน์ สามารถสร้างการพิสูจน์ด้วยตนเองได้ และทำได้มากกว่า 1 วิธี เข้าใจเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ เข้าใจความแตกต่างระหว่างประพจน์และบทกลับของประพจน์

### ตัวอย่างพฤติกรรมนักเรียนในระดับ 3

1) นักเรียนเห็นความจำเป็นของ คำนิยาม บทนิยาม และสมมติฐานพื้นฐาน เช่น นักเรียนสามารถยกตัวอย่างสัจพจน์และทฤษฎีบททางเรขาคณิตระบบยูคลิดและอธิบาย สิ่งที่เกี่ยวข้องได้

2) นักเรียนยอมรับคุณลักษณะของบทนิยามอย่างเป็นทางการ (เงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอ) เช่น นักเรียนบอสมบัติที่เพียงพอสำหรับการให้นิยามรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานและแสดงสมบัติอื่นจากสมบัติที่เพียงพอ ได้แก่ บอกว่าเส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยม ด้านขนาน แบ่งรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานออกเป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการเป็นเงื่อนไขที่เพียงพอประการหนึ่งของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน เป็นต้น

3) นักเรียนสามารถพิสูจน์ความสัมพันธ์ที่อยู่ในระบบสัจพจน์ซึ่งนักเรียนในระดับ 2 ยังทำไม่ได้ เช่น สามารถพิสูจน์ได้ว่า ผลบวกของมุมภายในของรูปสามเหลี่ยมเท่ากับ 180 องศา โดยใช้การพิสูจน์อย่างเป็นทางการ

4) พิสูจน์ความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีบทและข้อความที่เกี่ยวข้อง (บทกลับ ประพจน์แย้งสลับที่) เช่น นักเรียนสามารถพิสูจน์ว่า ถ้า เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วแล้ว มุมที่ฐานมีขนาดเท่ากันและด้านมุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมมีขนาดเท่ากันแล้ว รูปนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว เป็นต้น

#### 4.5 ระดับ 4 ระดับสุดยอด (Rigor)

ผู้เรียนสามารถใช้ระบบสัจพจน์หลาย ๆ ระบบในการทำงาน มีการเรียนเรขาคณิตนอกแบบยูคลิด และสามารถทำการเปรียบเทียบเรขาคณิตระบบอื่น ๆ และเข้าใจเรขาคณิตที่เป็นนามธรรม

### ตัวอย่างพฤติกรรมของนักเรียนในระดับ 4

1) นักเรียนสามารถสร้างทฤษฎีบทได้อย่างถูกต้องในระบบสัจพจน์ที่แตกต่างกัน เช่น รากฐานเรขาคณิตของ ฮิลแบร์ต

2) นักเรียนสามารถเปรียบเทียบระบบสัจพจน์ เช่น เรขาคณิตระบบยูคลิด และเรขาคณิตนอกแบบยูคลิด

3) นักเรียนยอมรับสัจพจน์ที่ตรงกัน (Consistency) ความเป็นอิสระของสัจพจน์ และสมมูลกันของสัจพจน์

4) สามารถคิดวิธีแก้ปัญหาที่เป็นกรณีทั่วไปได้

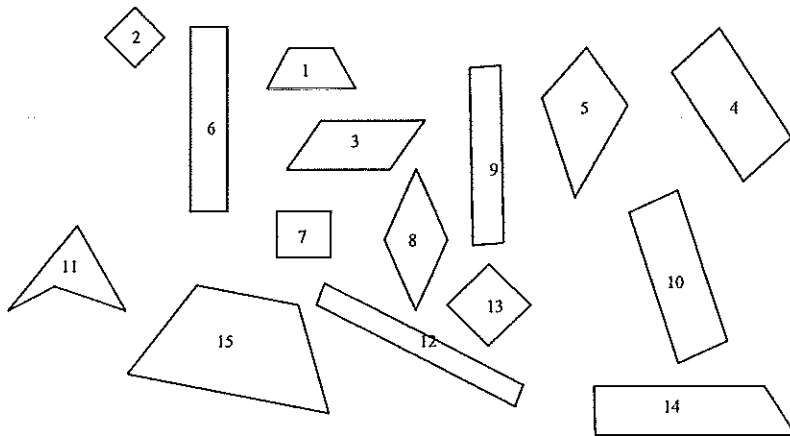
5) สามารถศึกษาได้อย่างลึกซึ้งเพื่อพัฒนาไปถึงวิธีการใหม่และวิธีทางตรรกศาสตร์

## 5. การวัดระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบ แวน ฮีลี

การประเมินระดับการคิดของนักเรียนจะช่วยให้ครูได้จัดเตรียมกิจกรรมการเรียนการสอนเรขาคณิตให้เหมาะสมกับระดับการคิดของนักเรียน ในการประเมินระดับการคิดที่ใช้กันอยู่พอจะแบ่งออกได้เป็น 2 แบบคือ แบบไม่เป็นทางการ และแบบเป็นทางการ

### 5.1 การประเมินระดับการคิดทางเรขาคณิตจากพฤติกรรม

การประเมินระดับการคิดทางเรขาคณิตจากพฤติกรรมทำได้โดยการวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนจากการทำกิจกรรมทางเรขาคณิตในเรื่องที่เกี่ยวข้อง (Teppe, 1991 : 217 ; อ้างอิงใน นวลศรี ชำนาญกิจ, 2544 : 342-343) สมาคมครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกาได้เสนอแนะไว้ในมาตรฐานหลักสูตรและการประเมินผลคณิตศาสตร์ในโรงเรียนไว้ว่าครูสามารถทำการประเมินเชิงวินิจฉัยได้ โดยการสังเกต การถามปากเปล่า การให้นักเรียนอธิบายคำตอบของตนเองเพื่อวัดความเหมาะสมของภาษาที่นักเรียนใช้และระดับพัฒนาการของมโนทัศน์ ตัวอย่างกิจกรรมที่ใช้สำหรับวินิจฉัยเพื่อระบุระดับการคิดของ แวน ฮีลี ได้แก่ แบบฝึกหัดในการจัดประเภท (Sorting tasks) เป็นกิจกรรมที่สามารถใช้ในการระบุระดับการคิดของนักเรียนในระดับ 0-2 (Burger & Shaughnessy, 1985 : 419-427 ; อ้างอิงใน นวลศรี ชำนาญกิจ, 2544 : 342-343) โดยการแจกชิ้นส่วนของรูปสี่เหลี่ยมตั้งแผนภาพที่ 10 แล้วให้นักเรียนระบุรูปที่เป็นรูปสี่เหลี่ยมพร้อมทั้งอธิบายเหตุผล หรือจัดประเภทของ รูปสามเหลี่ยมพร้อมอธิบายเหตุผล ดังแผนภาพที่ 11 การจัดระดับการคิดได้โดยการวิเคราะห์จากคำตอบของนักเรียน ตัวอย่างเช่น ถ้านักเรียนไม่สามารถระบุรูปสี่เหลี่ยม (แผนภาพที่ 10) หรือไม่ สามารถจัดประเภทของรูปสามเหลี่ยม (แผนภาพที่ 11) แสดงว่าระดับการคิดยังไม่ถึงระดับ 0 และถ้าสามารถทำกิจกรรมนี้ได้แต่อธิบายเหตุผลไม่ได้ แสดงว่ารับการคิดอยู่ที่ระดับ 0 แต่ถ้าอธิบายเหตุผลได้ก็ด้วยแสดงว่า ระดับการคิดอยู่ที่ระดับ 1 และถ้าสามารถนำรูปสี่เหลี่ยมหรือรูปสามเหลี่ยมมาจัดประเภทเป็นหมวดหมู่ตามสมบัติที่เหมือนกัน แสดงว่าอยู่ที่ระดับ 2 เป็นต้น



แผนภาพที่ 10 แสดงกิจกรรมระบุรูปสี่เหลี่ยม (Burger & Shaughnessy. 1985 ; อ้างอิงใน นวลศรี ชำนาญกิจ. 2544 : 342-343)



แผนภาพที่ 11 กิจกรรมการจัดประเภทรูปสามเหลี่ยม (Burger & Shaughnessy. 1985 ; อ้างอิงใน นวลศรี ชำนาญกิจ. 2544 : 342-343)

## 5.2 การประเมินระดับการคิดโดยใช้แบบทดสอบ

เครื่องมือในการประเมินระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบ แวน ฮีลี นอกจากวัดจากพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกมาโดยการสังเกต การถามปากเปล่า การให้นักเรียนอธิบายคำตอบของตนเอง เป็นต้น นอกจากนี้ยังมีวิธีที่นิยมใช้คือวิธีหนึ่งคือการใช้แบบวัดระดับการคิดซึ่งเป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยหรือครูเป็นผู้สร้างขึ้นเองหรือใช้แบบวัดระดับการคิดที่เป็นที่ยอมรับว่าสามารถวัดระดับการคิดได้ตรงกับระดับของนักเรียน แบบวัดระดับการคิดที่มีชื่อเสียง ได้แก่ แบบ

วัดรับการคิดซึ่งพัฒนาโดย ยูซิสกิน (Usiskin, 1982 ; อ้างอิงใน นวลศรี ชำนาญกิจ, 2544 : 345-347)

## การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

### 1. ความหมายและความสำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

กรมวิชาการ (2544 : 4) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือไว้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่มย่อย ๆ ส่งเสริมให้นักเรียนทำงานร่วมกัน โดยในกลุ่มประกอบด้วยสมาชิกที่มีความสามารถแตกต่างกัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีการช่วยเหลือพึ่งพาซึ่งกันและกัน และมีความรับผิดชอบร่วมกัน ทั้งในส่วนตัวและส่วนรวม เพื่อให้ตนเองและสมาชิกทุกคน ในกลุ่มประสบความสำเร็จตามเป้าหมายที่กำหนด ซึ่งการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวมีความหมายตรงกันข้ามกับการเรียนที่เน้นการแข่งขัน และการเรียนตามลำพัง

ทิสนา แคมมณี (2547 : 196) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ หมายถึง การเรียนเป็นกลุ่มย่อย โดยมีสมาชิกกลุ่มที่มีความสามารถแตกต่างกันประมาณ 3-6 คน ช่วยกันเรียนรู้เพื่อ ไปสู่เป้าหมายของกลุ่ม ซึ่งการเรียนแบบร่วมมือที่ใช้กันอยู่ทั่วไปมี 3 ประเภท คือ

1. การเรียนแบบร่วมมืออย่างเป็นทางการ
2. การเรียนร่วมมืออย่างไม่เป็นทางการ
3. การเรียนแบบร่วมมืออย่างถาวร

วัฒนาพร ระงับทุกข์ (2545 : 174) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ หมายถึง วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนเรียนรู้ร่วมกันเป็นกลุ่มเล็ก ๆ แต่ละกลุ่มประกอบด้วยสมาชิก ที่มีความรู้ความสามารถแตกต่างกัน โดยที่แต่ละคนมีส่วนร่วมอย่างแท้จริงในการเรียนรู้ และความสำเร็จของกลุ่ม โดยการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น การแบ่งปันทรัพยากรการเรียนรู้รวมทั้งการเป็นกำลังใจแก่กันและกัน คนที่เรียนเก่งจะช่วยเหลือคนที่ อ่อนกว่า

สุวิทย์ มูลคำ (2550 : 134) ได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ ไว้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ หมายถึง กระบวนการเรียนรู้ที่จัดให้ผู้เรียนได้ร่วมมือและช่วยเหลือกันในการเรียนรู้โดยแบ่งกลุ่มผู้เรียนที่มีความสามารถต่างกันออกเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ซึ่งเป็นลักษณะการรวมกลุ่มอย่างมีโครงสร้างที่ชัดเจน มีการทำงานร่วมกัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีการช่วยเหลือพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกัน มีความรับผิดชอบร่วมกันทั้งในส่วนตัวและส่วนรวม เพื่อให้ตนเองและสมาชิกทุกคนในกลุ่มประสบความสำเร็จตามเป้าหมายที่กำหนดไว้

สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่แบ่งผู้เรียนเป็นกลุ่มเล็ก ๆ ประมาณ 3-6 คน สมาชิกในกลุ่มมีความสามารถทางการเรียนรู้แตกต่างกัน สมาชิกทุกคนภายในกลุ่มจะช่วยเหลือซึ่งกันและกัน มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น มีความรับผิดชอบทั้งของตนเองและของกลุ่ม เพื่อให้กลุ่มประสบความสำเร็จตามจุดมุ่งหมายที่ตั้งไว้

## 2. ความสำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

กรมวิชาการ (2544 : 4-5) ได้กล่าวว่า ยุทธศาสตร์การสอนหรือวิธีสอนเป็นองค์ประกอบสำคัญประการหนึ่งที่ทำให้การจัดการเรียนการสอนบรรลุจุดหมายที่กำหนด การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือเป็นการสอนที่จะพัฒนานักเรียนในด้านวิชาการและทักษะทางสังคม นอกจากนี้ยังเป็นการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ และส่งเสริมทักษะทางสังคม โดยให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมร่วมกันจนประสบความสำเร็จตามจุดมุ่งหมายของ การเรียนร่วมกันทุกคน ในปัจจุบันครูผู้สอนเป็นจำนวนมากเน้นพัฒนานักเรียนในด้านวิชาการ โดยไม่เน้นการพัฒนาทักษะทางสังคม และมักจะส่งเสริมให้นักเรียนด้วยกันแข่งขัน หรือเรียนตามลำพัง ซึ่งการสอนทั้ง 2 อย่างไม่ได้คำนึงถึงการปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนคนอื่น ๆ ในชั้น สภาพการเรียนการสอนดังกล่าวก่อให้เกิดผลเสียหลายประการแก่นักเรียน กล่าวคือ การสอนแบบแข่งขันทำให้เกิดผู้ชนะและผู้แพ้ โดยผู้ชนะจะดีใจสำหรับผู้แพ้จะเสียใจ ซึ่งสัดส่วนของผู้ชนะจะมีน้อยกว่าผู้แพ้มาก มีผลทำให้นักเรียนส่วนใหญ่เกิดความเครียดและ ไม่มีความสุขในการเรียน ดังนั้นการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือยังเป็นการเตรียมนักเรียนให้สามารถดำรงชีวิตอยู่ในสังคมประชาธิปไตยได้อย่างมีประสิทธิภาพและมีความสุข

สุวิทย์ มูลคำ (2550 : 161) ได้กล่าวว่าชุดกิจกรรมมีข้อดี คือ ช่วยพัฒนาความคิด ความเชื่อมั่นของผู้เรียน ส่งเสริมทักษะการทำงานร่วมกันและทักษะทางด้านสังคม ทำให้ผู้เรียนมีวิสัยทัศน์หรือมุมมองกว้างขวาง ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้า ค้นพบความรู้ด้วยตนเอง ช่วยยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีกิจกรรมหลากหลาย และสนองตอบความแตกต่างระหว่างบุคคล การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ มีข้อดีหลายประการ ได้มีงานวิจัยหลายเรื่องที่บ่งบอกถึงคุณลักษณะและประสิทธิภาพของการเรียนรู้ดังกล่าวไว้ เช่น ช่วยพัฒนาความเชื่อมั่นของนักเรียน ช่วยพัฒนาความคิดของนักเรียน ช่วยยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน ช่วยส่งเสริมบรรยากาศในการเรียน ส่งเสริมทักษะการทำงานกลุ่ม ทำให้นักเรียนมีวิสัยทัศน์หรือมุมมองกว้างขึ้น ช่วยการปรับตัวในสังคมดีขึ้น เป็นต้น

### 3. องค์ประกอบสำคัญของการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

กรมวิชาการ (2544 : 6-8) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ จะมีประสิทธิภาพ ถ้าสมาชิกภายในกลุ่มมองเห็นคุณค่าของการทำงานร่วมกัน และช่วยเหลือซึ่งกันและกัน โดยมีแนวทางสำคัญ 5 ประการ ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันในทางบวก หมายถึง การมีสมาชิกในกลุ่มทำงานอย่างมีเป้าหมายร่วมกัน มีการทำงานร่วมกัน โดยที่สมาชิกทุกคนมีส่วนร่วมในการทำงานนั้น มีการแบ่งปันวัสดุ อุปกรณ์ ข้อมูลต่าง ๆ ในการทำงาน ทุกคนมีบทบาท หน้าที่และประสบความสำเร็จร่วมกัน ครูผู้สอนสามารถจัดกิจกรรมให้นักเรียนมีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กันในทางบวก มีหลายวิธี เช่น การกำหนดเป้าหมายของกลุ่ม การกำหนดรางวัลร่วมกัน การกำหนดให้ใช้วัสดุ อุปกรณ์ หรือสื่อการเรียนอื่น ๆ ร่วมกัน การกำหนดบทบาทสมาชิกในกลุ่ม แต่ละคนมีบทบาทในกลุ่ม

2. การมีปฏิสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดในระหว่างการทำงานกลุ่ม เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มให้ประสบความสำเร็จ โดยทำกิจกรรม เช่น แลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน อธิบายความรู้ให้เพื่อนในกลุ่มฟัง เป็นต้น

3. การตรวจสอบความรับผิดชอบของสมาชิกแต่ละคน เป็นการจัด กิจกรรมเพื่อให้แน่ใจว่าสมาชิกทุกคนมีความรับผิดชอบต่องานกลุ่ม ซึ่งทำได้หลายวิธี เช่น กำหนดหน้าที่ของสมาชิกทุกคนในกลุ่มตามความเหมาะสม สังเกตและบันทึกการทำงานกลุ่ม ทดสอบรายบุคคล เป็นต้น

4. การใช้ทักษะระหว่างบุคคล และทักษะการทำงานกลุ่มย่อย นักเรียน ควรได้รับการฝึกทักษะที่จะช่วยให้งานกลุ่มประสบความสำเร็จ เช่น การทำความเข้าใจและไว้วางใจผู้อื่น การสื่อสาร การยอมรับ และช่วยเหลือกัน เป็นต้น

5. กระบวนการกลุ่ม สมาชิกจะต้องร่วมกันรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของสมาชิกในกลุ่ม ดังนั้นผลงานของกลุ่มจะได้รับอิทธิพลจากการแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับกระบวนการทำงานของสมาชิกในกลุ่ม

สุวิทย์ มูลคำ และคณะ (2550 : 134-135) ได้กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือมีองค์ประกอบสำคัญ ดังนี้

1. การมีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันในทางบวก หมายถึง การที่สมาชิกในกลุ่มมีการทำงานอย่างมีเป้าหมายร่วมกัน มีการแข่งขัน มีการใช้วัสดุอุปกรณ์และข้อมูลต่าง ๆ ร่วมกันมีบทบาทหน้าที่ และประสบความสำเร็จร่วมกัน รวมทั้งได้รับผลประโยชน์หรือรางวัลเท่าเทียมกัน
2. การปฏิบัติสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดระหว่างการทำงานกลุ่ม เป็นการเปิดโอกาสให้สมาชิกในกลุ่มแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน อธิบายความรู้ให้ แก่เพื่อสมาชิกในกลุ่มฟัง และมีการให้ข้อมูลย้อนกลับซึ่งกันและกัน
3. การตรวจสอบความรับผิดชอบของสมาชิกแต่ละคน เป็นกิจกรรมที่ตรวจเช็คหรือทดสอบให้มั่นใจว่าสมาชิกมีความรับผิดชอบต่องานกลุ่มหรือไม่เพียงใด โดยสามารถที่จะทดสอบเป็นรายบุคคล เช่น การสังเกตการณ์ทำงาน เป็นต้น
4. การใช้ทักษะระหว่างบุคคลและทักษะการทำงานกลุ่มย่อย ในการเรียนรู้แบบร่วมมือนี้ เพื่อให้กลุ่มประสบความสำเร็จ ผู้เรียนควรจะได้รับการศึกษาฝึกฝนทักษะระหว่างบุคคลและทักษะการทำงานกลุ่ม เช่น ทักษะการสื่อสาร ทักษะการเป็นผู้นำ ทักษะการตัดสินใจ การแก้ปัญหา และทักษะกระบวนการกลุ่ม เป็นต้น
5. กระบวนการกลุ่ม เป็นกระบวนการทำงานที่มีขั้นตอน ซึ่งสมาชิกแต่ละคนจะต้องทำความเข้าใจในเป้าหมายการทำงาน มีการวางแผน ดำเนินงานตามแผน ประเมินผลงานและปรับปรุงงานร่วมกัน

องค์ประกอบดังกล่าวนี้ จะเป็นสิ่งสำคัญที่ช่วยให้งานกลุ่มประสบความสำเร็จ ซึ่งสมาชิกทุกคนจะต้องมีความช่วยเหลือกัน มีความมุ่งมั่น มีปฏิสัมพันธ์ที่ดีต่อกัน ในการดำเนินกิจกรรม จึงจะทำให้งานบรรลุมุ่งหมายที่กำหนดได้

#### 4. ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ

วัฒนาพร ระวังทุกข์ (2542 : 40) กล่าวว่า การเรียนแบบร่วมมือมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมหลายขั้นตอนเพื่อให้การเรียนการสอนประสบความสำเร็จตามความมุ่งหมาย ขั้นตอนของการเรียนแบบร่วมมือ มีดังนี้

1. ขั้นเตรียม แบ่งกลุ่ม แนะนำระเบียบของกลุ่ม บทบาทและหน้าที่ของสมาชิกในกลุ่ม แจกจุดประสงค์ของบทเรียน การทำกิจกรรมร่วมกัน และการฝึกฝนทักษะพื้นฐานที่จะเป็น สำหรับการทำกิจกรรมกลุ่ม



2. ขั้นสอน นำเข้าสู่บทเรียน แนะนำเนื้อหา แนะนำแหล่งข้อมูลและมอบหมายให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำ

3. ขั้นทำกิจกรรมกลุ่ม ผู้เรียน เรียนรู้ร่วมกันในกลุ่มย่อยโดยที่แต่ละคน มีบทบาทและหน้าที่ตามที่ได้รับมอบหมาย เป็นขั้นตอนที่สมาชิกในกลุ่มจะได้ร่วมกันรับผิดชอบต่อผลงานของกลุ่ม ใช้เทคนิคต่าง ๆ ในการทำกิจกรรม ในการการทำกิจกรรมแต่ละครั้งเทคนิคที่ใช้แต่ละครั้งจะต้องเหมาะสมกับวัตถุประสงค์ในการเรียนแต่ละเรื่อง ในการเรียนครั้งหนึ่ง ๆ อาจต้องใช้เทคนิคการเรียนแบบร่วมมือหลาย ๆ เทคนิคประกอบกันเพื่อให้เกิดประสิทธิผลในการเรียน

4. ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ ตรวจสอบว่า ผู้เรียน ได้ปฏิบัติหน้าที่ครบถ้วนแล้วหรือยัง ผลการปฏิบัติเป็นอย่างไรเน้นการตรวจสอบผลงานกลุ่มและรายบุคคล ในบางกรณีผู้เรียนอาจต้องซ่อมเสริมส่วนที่ยังขาดตกบกพร่องต่อจากนั้นเป็นการทดสอบความรู้

5. ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินการทำงานของกลุ่ม ครูและนักเรียนช่วยกันสรุปบทเรียนถ้ามีสิ่งที่ยังไม่รู้ยังไม่เข้าใจครูควรอธิบายเพิ่มเติม ครูและนักเรียนช่วยกันประเมินผลการทำงานกลุ่มและพิจารณาว่าอะไรคือจุดเด่นของงานและอะไรคือสิ่งที่ต้องปรับปรุง

สุวิทย์ มูลคำ และคณะ (2550 : 158-160) ได้เสนอขั้นตอนการเรียนรู้แบบร่วมมือ ดังนี้

#### 1. ขั้นเตรียม ประกอบด้วย

1.1 แจกจุดประสงค์การเรียนรู้ ให้ผู้เรียนทราบทั้งด้านวิชาการและด้านสังคม

1.2 จัดขนาดของกลุ่ม ซึ่งขนาดของกลุ่มจะมีผลการเรียนรู้ของผู้เรียน ดังนั้น การจัดขนาดของกลุ่มผู้สอนจะต้องจัดขนาดให้เหมาะสมกับรูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบต่าง ๆ กิจกรรมการเรียนรู้ สื่อการเรียนรู้ และเวลาที่ใช้

1.3 จัดผู้เรียนเข้ากลุ่ม มีการจัดผู้เรียนที่มีความแตกต่างกัน เช่น เพศ ความสามารถ เป็นต้น อยู่ในกลุ่มเดียวกัน และควรมีการสลับเปลี่ยนกลุ่มของผู้เรียนอยู่เสมอทั้งนี้ต้องรอให้การปฏิบัติงานของกลุ่มเดิมร่วมกันจนบรรลุความสำเร็จก่อน

1.4 จัดชั้นเรียน ควรจัดสภาพชั้นเรียนที่จะส่งผลต่อปฏิสัมพันธ์ของผู้เรียนมากที่สุด

1.5 จัดเตรียมสื่อและแหล่งการเรียนรู้ ผู้สอนจะต้องเตรียมสื่อและแหล่งเรียนรู้ที่จะเป็นไว้ให้พร้อม

#### 2. ขั้นเริ่มบทเรียน ประกอบด้วย

2.1 จัดกิจกรรม ที่จะสร้างความสัมพันธ์กันในทางบวก ตลอดถึงความตระหนักในการทำงานร่วมกัน

2.2 อธิบายภาระงาน ผู้สอนอธิบายภาระงานที่จะต้องทำให้ชัดเจน ซึ่งอาจเชื่อมคองความสัมพันธ์ของบทเรียนเดิมกับบทเรียนใหม่จะเป็นสิ่งที่ดีมาก

2.3 สร้างและทำความเข้าใจในการประเมินความสำเร็จผลงาน เช่นการกำหนดเกณฑ์และวิธีการตัดสินร่วมกัน

2.4 เสริมสร้างความรับผิดชอบให้สมาชิก

2.5 ร่วมกันกำหนดพฤติกรรมทงสังคมที่พึงปรารถนา เพื่อส่งเสริมและเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงพฤติกรรมเหล่านั้นออกมา

3. ขั้นตอนเกี่ยวกับการเรียนรู้ ผู้สอนมีหน้าที่จะต้องดูแลผู้เรียนในขณะปฏิบัติกิจกรรม ดังนี้

3.1 สังเกตพฤติกรรม ความก้าวหน้าของผู้เรียน รวมทั้งเป็นผู้กระตุ้นและช่วยเหลือผู้เรียน

3.2 มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ พยายามค้นหาทักษะและความสามารถด้านต่าง ๆ ของผู้เรียนและกระตุ้นให้ผู้เรียนแสดงออกให้มากที่สุด รวมทั้งสอนทักษะต่าง ๆ ที่จะเป็นให้แก่ผู้เรียน

3.3 ร่วมกันสรุปผลการเรียนรู้

4. ขั้นตอนประเมินกระบวนการทำงานและผลงาน ผู้สอนและผู้เรียนร่วมกันประเมิน กระบวนการทำงานและผลงานทั้ง 2 ด้าน ดังนี้

4.1 การประเมินผลงานด้านวิชาการ ได้แก่ ความก้าวหน้า ความสำเร็จในการเรียนซึ่งเกี่ยวข้องกับเนื้อหาสาระความรู้ที่ผู้เรียนได้รับ อาจใช้วิธีถามตอบ การอภิปราย หรือการทดสอบย่อย

4.2 การประเมินผลงานด้านสังคม เป็นการประเมินทักษะทางสังคมที่ผู้เรียนได้ปฏิบัติและมีความก้าวหน้า อาจใช้วิธีการทดสอบ เล่าประสบการณ์ หรืออภิปรายร่วมกัน

สรุปได้ว่า ขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยทั่วไป ประกอบไปด้วยขั้นเตรียม ขั้นเริ่มบทเรียนหรือขั้นสอน ขั้นทำกิจกรรมหรือขั้นดูแลกำกับการเรียนรู้ ขั้นตรวจสอบและประเมินผลงาน

## ความพึงพอใจ

ในการดำเนินกิจกรรมการเรียนการสอน ความพึงพอใจเป็นสิ่งสำคัญที่จะกระตุ้นให้ผู้เรียนทำงานที่ได้รับมอบหมายหรือต้องการปฏิบัติให้บรรลุวัตถุประสงค์ ครูผู้สอนซึ่งในสภาพปัจจุบันเป็นเพียงผู้อำนวยความสะดวกหรือให้คำแนะนำปรึกษาจึงต้องคำนึงถึงความพอใจในการเรียนรู้

## 1. ความหมายของความพึงพอใจ

ประชุม พลเมืองดี (2523 : 7) ได้ให้ความหมายของความพึงพอใจไว้ว่า คือ ความรู้สึกหรืออารมณ์ของบุคคลที่มีความสัมพันธ์ต่อสิ่งเร้า ต่างเป็นผลต่อเนื่องจากการที่บุคคลประเมินผลสิ่งนั้นแล้วว่า พอใจ ต้องการ หรือ ด้อย่างไร

กิติมา ปรีดีดิถล (2529 : 321) ได้กล่าวไว้ว่า ความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกที่ชอบหรือพอใจ ที่มีองค์ประกอบและสิ่งจูงใจในด้านต่าง ๆ ของงาน และผู้ปฏิบัตินั้นได้รับการตอบสนองความต้องการของเขาได้

พิน คงพล (2529 : 389) ได้สรุปว่า ความหมายของความพึงพอใจในการปฏิบัติงาน คือ ความรู้สึกชอบ ยินดี เต็มใจ หรือเจตคติที่ดีของบุคคลที่ใจต่องานที่เขาปฏิบัติ ความพึงพอใจเกิดได้จากการได้รับการตอบสนองความต้องการ ทั้งด้านวัตถุหรือจิตใจ สลใจ วิบูลกิจ (2534 : 42) กล่าวว่า ความพึงพอใจ หมายถึง สภาพของอารมณ์บุคคลที่มีต่อองค์ประกอบของงานและสภาพแวดล้อมในการทำงานที่สามารถตอบสนองต่อความต้องการของบุคคลนั้น ๆ

พิทักษ์ ราชาทุม (2542 : 20) ได้สรุปว่า ความหมายของความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกและเจตคติของบุคคลที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่มีความคาดหวังหรือต้องการในทางที่ดีหรือไม่มีความรู้สึกขัดแย้งกับสิ่งนั้น

มอร์ส (Mores. 1955 : 27) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ความพึงพอใจหมายถึง ทุกสิ่งทุกอย่างที่สามารถลดความเครียดของผูทำงานให้ลดน้อยลง ถ้าเกิดความเครียดมากจะทำให้เกิดความไม่พอใจในการทำงาน และความเครียดนี้มีผลมาจากความต้องการของมนุษย์ เมื่อมนุษย์มีความต้องการมากจะเกิดปฏิกิริยาเรียกหาวิธีตอบสนอง ความเครียดก็จะลดน้อยลงหรือหมดไปความพึงพอใจก็จะมากขึ้น

สเตรส และเซเลส (Strauss and Sayles. 1960 : 6) ให้ความเห็นว่า ความพึงพอใจเป็นความรู้สึกพอใจในงานที่ทำ เต็มใจที่จะปฏิบัติงานนั้นให้สำเร็จตามวัตถุประสงค์

วอลเลอร์สแตน (Wallerstein. 1971 : 256) ได้ให้ความหมายไว้ว่าความพึงพอใจ หมายถึง ความรู้สึกที่เกิดขึ้นเมื่อได้รับผลสำเร็จตามความมุ่งหมาย และ ความพึงพอใจเป็นกระบวนการทางจิตวิทยาไม่สามารถมองเห็นได้ชัดเจน แต่สามารถคาดคะเนได้ว่ามีหรือไม่มีจากการสังเกตพฤติกรรมของคนเท่านั้นการที่จะทำให้คนเกิดความพึงพอใจจะต้องศึกษาปัจจัยและองค์ประกอบที่เป็นสาเหตุแห่งความพึงพอใจนั้น

กู๊ด (Good. 1973 : 161) ได้ให้ความหมายไว้ว่า ความพึงพอใจ หมายถึง สภาพหรือระดับความพึงพอใจที่เป็นผลมาจากความสนใจและเจตคติของบุคคลที่มีต่องาน

แอปเปิลไวท์ (Applewhite, 1965 : 6) กล่าวว่า ความพึงพอใจเป็นความรู้สึกส่วนตัวของบุคคลในการปฏิบัติงาน ซึ่งมีความหมายกว้างรวมถึงความพึงพอใจในสภาพแวดล้อมทางกายภาพด้วย การมีความสุขที่ทำงานร่วมกับคนอื่นที่เข้ากันได้

จากความหมายของความพึงพอใจ ที่มีผู้ให้ความหมายไว้ข้างต้น พอสรุปได้ว่า ความพึงพอใจหมายถึง ความรู้สึกนึกคิด หรือเจตคติของบุคคลที่มีต่อการทำงานหรือการปฏิบัติกิจกรรมในเชิงบวก ดังนั้น ความพึงพอใจในการเรียนรู้จึงหมายถึง ความรู้สึกพอใจ ชอบใจในการร่วมปฏิบัติกิจกรรมการเรียนการสอน และต้องการดำเนินกิจกรรมนั้น ๆ จนบรรลุผลสำเร็จ

## 2. วิธีการสร้างความพึงพอใจในการเรียน

มีการศึกษาด้านความสัมพันธ์เชิงเหตุและผล ระหว่างสภาพทางจิตใจกับผลการเรียนที่น่าสนใจจุดหนึ่ง คือ การสร้างความพอใจในการเรียนตั้งแต่เริ่มต้นให้แก่เด็กทุกคนซึ่งในเรื่องนี้ได้มีผู้ให้แนวคิดไว้หลายท่าน ดังนี้

สกินเนอร์ (Skinner, 1997 : 1- 63, 69 –120 ; อ้างอิงใน วันทยา วงศ์ศิลปภิรมย์, 2533 : 9) มีความเห็นว่าการปรับพฤติกรรมของคนไม่อาจทำได้โดย เทคโนโลยีทางกายภาพและชีวภาพเท่านั้น แต่ต้องอาศัยเทคโนโลยีของพฤติกรรม ซึ่งหมายถึง เสรีภาพ และความภาคภูมิใจ หมายถึงปลายทางที่แท้จริงของการศึกษา คือ การทำให้คนมีความเป็นตัวของตัวเอง มีความรับผิดชอบต่อการกระทำของตน เสรีภาพและความภาคภูมิใจ เป็นครรลองของการไปสู่ความเป็นคนเสรีภาพมีความหมายตรงข้ามกับการควบคุม แต่เสรีภาพในความหมายของสกินเนอร์ไม่ได้หมายถึงความเป็นอิสระจากการควบคุมหรือความเป็นอิสระจากสิ่งแวดล้อม แต่หมายถึงความเป็นอิสระจากการควบคุมบางชนิด ที่มีลักษณะแข็งกร้าว นั่นไม่ได้หมายถึงการทำลายหนีจากสิ่งแวดล้อม แต่เป็นการวิเคราะห์ความเปลี่ยนแปลงหรือปรับปรุงรูปแบบใหม่ ให้แก่สิ่งแวดล้อมนั้น โดยทำให้อำนาจการควบคุมอ่อนตัวลง จนบุคคลเกิดความรู้สึกว่า มิได้ถูกควบคุมหรือต้องแสดงพฤติกรรมใด ๆ ที่เนื่องมาจากความกดดันภายนอกบางอย่าง บุคคลควรได้รับการยกย่องยอมรับในผลสำเร็จของการกระทำ การเป็นที่ยกย่องยอมรับเป็นความภาคภูมิใจ ความภาคภูมิใจเป็นคุณค่าของมนุษย์ แต่การกระทำที่ควรได้รับการยกย่องยอมรับมากเท่าไร จะต้องเป็นการกระทำที่ปลอดจากการบังคับหรือสิ่งควบคุมใด ๆ มากเท่านั้น นั่นคือ สัดส่วนและปริมาณของการยกย่องยอมรับ ที่การกระทำจะเป็นส่วนกลับความเด่นหรือความสำคัญที่มุ่งใจให้เขากระทำ

สกินเนอร์ได้อ้างคำกล่าว ของ จาก รูสโซ (Jecan – Jacques Rousseau) ที่แสดงความคิดในแนวเดียวกันกับหนังสือ เอมีล (Emile) โดยได้ให้ความคิดเห็นแก่ครูว่า จงทำให้เด็กเกิดความเชื่อว่าเขาอยู่ในความควบคุมของตัวเอง แม้ว่าผู้ควบคุมที่แท้จริง คือ ครู ไม่มีวิธีการใดดีไปกว่า

การให้เขาแสดงความรู้สึกว่าเขาอึดอัดภาพ ด้วยวิธีนี้คนจะมีกำลังใจด้วยตัวเอง ครูควรปล่อยให้เด็กได้ทำเฉพาะสิ่งที่เขาอยากทำ แต่เขาควรจะอยากทำเฉพาะสิ่งที่ครูต้องการให้เขาทำเท่านั้น

แนวคิดของสกินเนอร์สรุปได้ว่า เสรีภาพนำไปสู่ความภาคภูมิใจ และความภาคภูมิใจนำบุคคลไปสู่ความเป็นตัวของตัวเอง เป็นผู้มีความรับผิดชอบต่อการคิด ตัดสินใจ การกระทำและผลที่เกิดขึ้นจากการกระทำของตนเอง และนั่นคือ เป้าหมายปลายทางที่แท้จริงของการศึกษาสิ่งที่สกินเนอร์ต้องการเน้น คือ การปรับแก้พฤติกรรมของคนต้องแก้ด้วย เทคโนโลยีของพฤติกรรมเท่านั้น จึงจะสำเร็จ ส่วนการใช้เทคโนโลยีพฤติกรรมนี้ กับใคร อย่างไร ด้วยวิธีไหน ถือเป็นเรื่องของการตัดสินใจใช้ศาสตร์ ซึ่งต้องอาศัยภูมิปัญญาของผู้ใช้เท่านั้น

ไวท์เฮด (Whitehead. 1967 : 1-14) กล่าวถึงจังหวะของการศึกษา และขั้นตอนของการพัฒนาว่า มี 3 ขั้นตอน คือ จุดยืน จุดแข็ง และจุดปรับ ซึ่งไวท์เฮดเรียกชื่อใหม่ เพื่อใช้ในการศึกษาว่า การสร้างความพอใจ การทำความกระจำ และการนำไปใช้ในการเรียนรู้ใด ๆ ควรเป็นไปตาม 3 จังหวะ คือ

- การสร้างความพอใจ - นักเรียนปรับสิ่งใหม่ ๆ มีความตื่นตื้นพอใจ ในการได้พบและเก็บสิ่งใหม่ ๆ
- การทำความกระจำ - มีการจัดระบบระเบียบ ให้คำจำกัดความ มีการกำหนดขอบเขตที่ชัดเจน
- การนำไปใช้ - นำสิ่งใหม่ที่ได้มาไปจัดสิ่งใหม่ ๆ ที่จะได้พบต่อไปเกิดความตื่นตื้นที่จะเอาสิ่งใหม่ ๆ เข้ามา

ไวท์เฮด กล่าวถึงการสร้างภูมิปัญญาในระบบการศึกษาว่า ได้ปฏิบัติกันอย่างผิดพลาดมาตลอด โดยใช้วิธีการฝึกทักษะอย่างง่าย ๆ ธรรมดา ๆ แล้วคาดเดาเอาว่าจะทำให้เกิดภูมิปัญญาได้ ถนนที่มุ่งสู่การเกิดภูมิปัญญามีสายเดียว คือ เสรีภาพในการแสดงความรู้ มีสายเดียวเช่นกัน คือ วิทยาการที่จัดไว้อย่างเป็นระบบ ดังนั้น เสรีภาพและวิทยาการเป็นสาระสำคัญทั้งสองประการของการศึกษา ประกอบเป็นวงจรการศึกษา 3 จังหวะ คือ เสรีภาพ – วิทยาการ – เสรีภาพ ซึ่งเสรีภาพในจังหวะแรกก็คือ ขั้นตอนการสร้างความพอใจ วิทยาการในจังหวะที่สองคือ ขั้นทำความกระจำ และเสรีภาพในช่วงสุดท้าย คือ การนำไปใช้ วงจรเหล่านี้ไม่ได้มีวงจรเดียว แต่มีลักษณะเป็นวงจรซ้อนวงจร วงจรหนึ่งเปรียบได้กับเซลล์หนึ่งหน่วย และขั้นตอนของการพัฒนาอย่างสมบูรณ์ของมันก็คือ โครงสร้างอินทรีย์ของเซลล์เหล่านั้น เช่นเดียวกับวงจรเวลา ประจำวัน ประจำสัปดาห์ ประจำปี เป็นต้น วงจรของบุคคลตามช่วงอายุ จะเป็นระดับ ดังนี้

ตั้งแต่เกิดจนถึงอายุ 13 หรือ 14	เป็นขั้นของความสนใจ
ช่วงอายุ 14 – 18 ปี	เป็นขั้นของการค้นหาทำให้ความกระฉ่าง
และอายุ 18 ปีขึ้นไป	เป็นขั้นของการนำไปใช้

ความรู้ที่ต่างแขนงวิชาการเรียนที่ต่างวิธีการควรเลี้ยงให้นักเรียน เมื่อถึงเวลาอันสมควร และเมื่อนักเรียนมีพัฒนาการทางสมองอยู่ในขั้นเหมาะสม หลักการนี้เป็นที่ทราบกันทั่วไปอยู่แล้วแต่ยังไม่มีการถือปฏิบัติโดยคำนึงถึงจิตวิทยาในการดำเนินทางการศึกษา เรื่องทั้งหมดนี้ไม่ใช่เรื่องใหม่ เพียงแต่หลักการเหล่านี้ไม่ได้ถูกหยิบขึ้นมาอภิปรายเพื่อให้เกิดการปฏิบัติอย่างจริงจัง และถูกต้อง ความล้มเหลวของการศึกษาเกิดขึ้นจากการใช้จังหวะการศึกษาไม่เหมาะสม โดยเฉพาะในขั้นตอนของการสร้างความพอใจหรือจังหวะของเสรีภาพในช่วงแรกการละเลยหรือขาดประสบการณ์ในส่วนนี้ ผลดีสูงสุดที่เกิดขึ้น คือ ความรู้ที่ไร้พลังและไร้ความคิดริเริ่ม ผลเสียสูงสุดที่เกิดขึ้น คือ ความรังเกียจ ไม่ยอมรับความคิดนั้น และนำไปสู่การไร้ความรู้มากที่สุด

เมื่อประมวลความคิดทั้งของสกินเนอร์และไวท์เฮด เข้าด้วยกัน สรุปได้ว่า เสรีภาพเป็นต้นเหตุของการนำบุคคล ไปสู่จุดหมายปลายทางที่จะศึกษาต้องการ นั่นคือ เป็นบุคคลที่มีความเป็นตัวของตัวเอง มีความรับผิดชอบต่อผลการกระทำของตน เสรีภาพเป็นบ่อเกิดความพึงพอใจ ดังนั้น เสรีภาพในการเรียน จึงเป็นการสร้างความพอใจในการเรียน ความพอใจทำให้คนมีพัฒนาการในตนเอง วิธีการของการให้เสรีภาพในการเรียนเป็นเรื่องที่กำหนดขอบเขตเนื้อหาได้ยาก แต่ความหมายกว้าง ๆ โดยทั่วไป คือ การให้นักเรียนมีโอกาสเลือกและตัดสินใจด้วยตนเอง และเพื่อตนเอง เป็นการควบคุมที่ผู้ถูกคุมไม่รู้ตัว

## ตัวแปรที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต

เนื่องจากการเรียนในปัจจุบันนักเรียนมักมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนค่อนข้างต่ำอาจจะ มีสาเหตุหลายประการแต่สาเหตุที่ผู้วิจัยมีความสนใจตัวแปรที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตสองตัวแปรคือ ระดับการคิด และ ภาพลักษณ์มโนทัศน์

### 1. ระดับการคิด

การสอนเรขาคณิตจะต้องสอนให้เหมาะสมกับระดับการคิดของนักเรียน ตามตัวแบบของ แวน ฮีลี ระดับภาคคิดเป็นสิ่งที่มีความสำคัญเพราะนักเรียนจะไม่สามารถก้าวไปสู่ระดับการคิดทางเรขาคณิต ที่สูงขึ้นโดยไม่ผ่านระดับต่ำไปก่อน ได้ดังที่ยูซิสกิน ได้กล่าวว่าถ้านักเรียนมีระดับการคิดตั้งแต่ 2 ลงมา เมื่อ ไปเรียนเรขาคณิตในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นหรือในระดับสูงจะไม่ประสบความสำเร็จและเมื่อนักเรียนมีความรู้ในทางเรขาคณิตในระดับต่ำจะไม่สามารถเรียนวิชาต่าง ๆ ที่

จำเป็นต้องใช้พื้นฐานทางเรขาคณิตได้ดังนั้นเมื่อนักเรียนมีระดับการคิดที่สูงขึ้นก็จะทำให้สามารถเรียนเรขาคณิตและวิชาที่ต้องใช้เรขาคณิตเป็นพื้นฐานได้ดีขึ้น

## 2. ภาพลักษณ์โน้ตทัศน์

วินเนอร์ (Vinner. 1983 : 293 ; อ้างอิงใน นวลศรี ชำนาญกิจ. 2544 : 1) ได้กล่าวถึงภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ไว้ว่าภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ เป็นมโนทัศน์ทางเรขาคณิตชนิดหนึ่งที่มีความสำคัญในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางเรขาคณิต ภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ ประกอบด้วย ภาพในใจ สมบัติ และสัญลักษณ์ของมโนทัศน์นั้น ภาพมโนทัศน์จะมีความคงทนกว่าบทนิยามมโนทัศน์ ถึงแม้เวลาจะผ่านไปถ้าได้รับการกระตุ้นก็จะสามารถระลึกได้ โดยภาพในใจมีความหมายมากกว่าภาพที่มองเห็นได้ด้วยตา เพราะเมื่อต้องการใช้จะสามารถสร้างภาพขึ้นมาได้และสามารถมองเห็นความสำคัญของส่วนต่าง ๆ ของมโนทัศน์นั้น ยิ่งกว่านั้นสมบัติของมโนทัศน์จะช่วยให้มองเห็นทางเรขาคณิตนั้นมีความชัดเจนสามารถสื่อความหมายได้ทันที ถ้านักเรียนมีภาพลักษณ์ทางเรขาคณิต จะทำให้มองเห็นปัญหาได้ทะลุปรุโปร่ง และเมื่อจำเป็นต้องแก้ปัญหาหรือการพิสูจน์ทางเรขาคณิตจะนึกถึงมโนทัศน์นั้นและดึงออกมาใช้ได้อย่างเหมาะสม

ดังนั้นจึงเป็นการชี้ให้เห็นว่าตัวแปรที่ส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต ที่มีความสำคัญตัวหนึ่งได้แก่ระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน ภาพลักษณ์โน้ตทัศน์ ซึ่งสามารถส่งเสริมได้โดยใช้วิธีการสอนตามลำดับขั้นของการสอนของ ไดอานา แวน ฮีลี

## งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 1. งานวิจัยในประเทศ

พนิดา กองเหตุใหญ่ (2542 : 73-76) ได้ศึกษาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตามแบบของ แวน ฮีลี ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น สังกัดกรมสามัญศึกษา จังหวัดกาญจนบุรี จำนวน 590 คน ชาย 260 คน หญิง จำนวน 330 คน โดยการสุ่มแบบเจาะจง จากจำนวน 4 โรงเรียน ในการวิจัยเป็นแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบ แวน ฮีลี และแบบสอบถามข้อมูลพื้นฐาน พบว่า ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามแบบ แวน ฮีลี ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1,2 และ 3 มีการกระจายอยู่ในระดับต่าง ๆ ดังนี้ คือ อยู่ในระดับ 1 ระดับการวิเคราะห์ ระดับ 2 ระดับการอนุมานที่ไม่เป็นแบบแผน และระดับ 3 ระดับอนุมานที่เป็นแบบแผน โดยที่นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีแนวโน้มที่จะมีระดับการคิดอยู่ในระดับ 3 ระดับอนุมานที่เป็นแบบแผนสูงกว่านักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 และ 2 นักเรียนร้อยละ 40.7 ของนักเรียนทั้งหมดมีระดับความคิด

ทางเรขาคณิตตามแบบ แวน ฮีลี อยู่ในระดับ 3 ระดับอนุมาณที่เป็นแบบแผน และการคิดขั้นสุดยอด

เบญจพร สว่างศรี (2545 : 50-51) ศึกษาผลการสอนเรขาคณิตด้วยลำดับขั้นการสอนของ ไดอานา แวน ฮีลี ที่มีต่อระดับการคิดทางเรขาคณิตและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งวิจัยในชั้นที่ 1 สํารวจระดับการคิดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสังกัดสำนักงานการประถมศึกษาจังหวัดสุพรรณบุรี ในโรงเรียน 2 โรงเรียน จำนวน 90 คน โดยใช้แบบสำรวจระดับการคิดตามตัวแบบของ แวน ฮีลี ซึ่งพัฒนาโดยยูสตกิน แล้วนำมาจัดระดับการคิดตามตัวแบบ แวน ฮีลี พบว่า นักเรียนร้อยละ 75.28 มีระดับการคิดอยู่ในระดับ 0 ระดับการมองเห็น และร้อยละ 24.72 อยู่ในระดับ 1 คือ รับการวิเคราะห์ ส่วนโรงเรียนบ้านสระเตย นักเรียนมีระดับการคิดทางเรขาคณิตค่อนข้างต่ำกว่าสองแห่งที่ไปสำรวจจึงเลือกเป็นกลุ่มตัวอย่างชั้นที่ 2 ทดลองสอนนักเรียนในกลุ่มตัวอย่าง ในเรื่องความยาว พื้นที่ และปริมาตร โดยใช้ลำดับขั้นของ ไดอานา แวน ฮีลี พบว่า นักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนที่จัดขึ้นตามลำดับขั้นของ ไดอานา แวน ฮีลี หลังเรียนมีระดับการคิดทางเรขาคณิตและมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่เรียนโดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนของที่จัดขึ้นตามลำดับขั้นของ ไดอานา แวน ฮีลี มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม

กุลยา เหมวัตตुकิจ (2545 : 63-64) ศึกษาระดับความคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวน ฮีลี กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสตรีสมุทรปราการ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2545 จำนวน 98 คน ได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบ แวน ฮีลี เรื่องเส้นขนานและความคล้าย พบว่า 1) หลังจากได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวน ฮีลี นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด รองลงมาคือมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับและเพิ่มขึ้น 2 ระดับตามลำดับ เมื่อจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ พบว่า 1.1) นักเรียน กลุ่มสูงที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุดรองลงมา คือมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 2 ระดับและเพิ่มขึ้น 1 ระดับ ตามลำดับ 1.2) นักเรียนกลุ่มปานกลางและ ต่ำ ที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตคงที่มีจำนวนมากที่สุด รองลงมาคือมีระดับความคิดทางเรขาคณิตเพิ่มขึ้น 1 ระดับและเพิ่มขึ้น 2 ระดับ ตามลำดับ 2) หลังจากได้รับการสอนโดยการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบ แวน ฮีลี นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 3 และ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้น โดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด ส่วนนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ใน



ระดับ 0 และ 2 มีจำนวนลดลง โดยนักเรียนที่มีความคิดทางเรขาคณิต อยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด และเมื่อจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ พบว่า 2.1) นักเรียนกลุ่มสูงที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด และอยู่ในระดับ 2 มีจำนวนลดลงมากที่สุด 2.2) นักเรียนกลุ่มปานกลางที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 4 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด และอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด 2.3) นักเรียนกลุ่มต่ำที่มีความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 1 มีจำนวนเพิ่มขึ้นมากที่สุด และอยู่ในระดับ 0 มีจำนวนลดลงมากที่สุด และเมื่อพิจารณาตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เมื่อจำแนกตามระดับความคิดทางเรขาคณิต พบว่า มีระดับความคิดเพิ่มขึ้นร้อยละ 83.21

นาคยา น้ำจิตตรง (2546 : 40-42) ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระหว่างการสอนที่เน้นลำดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของ แวน ฮิลี กับการสอนแบบปกติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสะอาดแควินวิทยา จังหวัดชุมพร ปีการศึกษา 2545 จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 50 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมอย่างละ 1 ห้องเรียน กลุ่มทดลองเรียนโดยใช้การสอนที่เน้นลำดับขั้นการเรียนรู้ของ แวน ฮิลี และกลุ่มควบคุมเรียนโดยการสอนแบบปกติ เมื่อสิ้นสุดการสอนทดสอบนักเรียนโดยการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิต โดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตเรื่อง ความเท่ากันทุกประการ ซึ่งเป็นแบบทดสอบปรนัยและปรนัยแบบทดสอบปรนัยเป็นชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อและแบบทดสอบปรนัย เป็นการแสดงการพิสูจน์ จำนวน 2 ข้อ พบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการสอนที่เน้นลำดับขั้นการเรียนรู้ของ แวน ฮิลี มีระดับการคิดสูงกว่านักเรียนที่รับการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความเข้าใจทางเรขาคณิตไม่สูงกว่าชั้นที่ 1 ของ แวน ฮิลี อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนที่เน้นลำดับขั้นการเรียนรู้ของ แวน ฮิลี สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของการสอนที่เน้นลำดับขั้นการเรียนรู้เรขาคณิตของ แวน ฮิลีของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เจลิยว รัชวัฒน์ (2546 : 86) ศึกษาผลสัมฤทธิ์ของการสอนคณิตศาสตร์ด้วยการสอนแบบร่วมมือของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนวัดทองย้อย (วุฒิกิจ ประชาอนุกุล) อำเภอบ้านนา จังหวัดนครนายก จำนวน 56 คน ใช้วิธีการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster random sampling) เป็นกลุ่มทดลอง 28 คน กลุ่มควบคุม 28 คน เครื่องมือในการวิจัยคือ แผนจัดการเรียนรู้กลุ่มละ

8 แผน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบทดสอบวัดเจตคติต่อกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดย ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่า t-test พบว่า 1) นักเรียนที่เรียนโดยวิธีการสอนแบบร่วมมือสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05 2) เจตคตินักเรียนที่เรียนโดยวิธีการสอนแบบร่วมมือสูงกว่านักเรียนที่เรียนโดยวิธีการสอนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ .05

บุญเสริม ยุพจันทร์ (2547 : 86-89) ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์เรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยจัดกิจกรรมการเรียนตามลำดับขั้นของ แวน ฮีลี มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนการสอนตามลำดับขั้นของ แวน ฮีลี ตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2546 ที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตอยู่ในระดับ 2 ของโรงเรียนกุนนทีรุทธารามวิทยาคม จำนวน 27 คน โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอน แบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์และแบบวัดระดับความคิดทางเรขาคณิต พบว่า กิจกรรมการเรียนการสอนตามลำดับขั้นของ แวน ฮีลี เรื่องการพิสูจน์บททางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีค่าประสิทธิภาพ  $E_1$  เท่ากับ 65.55 และ  $E_2$  เท่ากับ 71.82 ซึ่งไม่เป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ นักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์เรขาคณิตคิดเป็นร้อยละ 40.74 และนักเรียนร้อยละ 51.85 สามารถพัฒนาระดับความคิดทางเรขาคณิตจากระดับ 2 ไประดับ 3

พรณี เหมะสถล (2547 : 73) ศึกษาการสำรวจระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบของ แวน ฮีลี ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ จำนวน 273 คน ผู้วิจัยได้วัดระดับการคิดทางเรขาคณิตตามตัวแบบของ แวน ฮีลี ที่พัฒนาโดย ยูซีสกิน จำนวน 5 ชุด รวม 25 ข้อ ทดสอบนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสาธิตฯ จำนวน 73 คน นักเรียนทำแบบทดสอบทีละชุด แล้วให้คะแนน เพื่อจัดระดับ พบว่า เมื่อแยกตามระดับการคิดมีจำนวนนักเรียนร้อยละ 28.77 ของนักเรียนทั้งหมด ระดับการคิด อยู่ในระดับ 0 มีจำนวนนักเรียนร้อยละ 28.77 ของนักเรียนทั้งหมด ระดับการคิดอยู่ในระดับ 1 มีจำนวนนักเรียนร้อยละ 5.78 ของนักเรียนทั้งหมด มีระดับการคิดอยู่ในระดับ 2 การพิสูจน์อย่างไม่เป็นทางการ และไม่มีนักเรียนคนใดที่มีระดับการคิดอยู่ในระดับ 3 การพิสูจน์อย่างเป็นทางการ และระดับ 4 ระดับขั้นสุดยอด

วีระชัย เจริญวัฒน์ตระกูล (2550 : 66) ได้ศึกษาผลการใช้การเรียนแบบร่วมมือเทคนิค TGT เน้นการแก้ปัญหากระบวนการทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้การเรียนแบบร่วมมือเทคนิค TGT เน้นการ

แก้ปัญหากระบวนการทางคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีกราฟ คะแนนเต็ม 30 คะแนน ก่อนเรียน คะแนนเฉลี่ย 8.91 คิดเป็นร้อยละ 29.72 และหลังเรียนมีคะแนนเฉลี่ย 20.82 คิดเป็นร้อยละ 67.59 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ทองคูณ สุขบัว (2551 : 78) การพัฒนาแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง การคูณ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TGT

1. แผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TGT มีประสิทธิภาพ 77.13/80.40 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนด

2. ดัชนีประสิทธิผลของการเรียนรู้ด้วยแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TGT มีค่าเท่ากับ 0.65

3. นักเรียนที่เรียนด้วยแผนการจัดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ โดยการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค TGT มีความพึงพอใจ โดยรวมอยู่ในระดับมาก

จิราวรรณ เทพจินดา (2551 : 83) ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสโดยการใช้แนวคิดของแวน ฮิลล์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดเขาศรีวิชัย จังหวัดสุราษฎร์ธานี กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนวัดเขาศรีวิชัย จังหวัดสุราษฎร์ธานีภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2550 จำนวน 30 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือ แผนการจัดการเรียนรู้จำนวน 15 คาบและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัสโดยแนวคิดของแวน ฮิลล์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ 60 เปอร์เซนต์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นงลักษณ์ ศรีบัวบาน (2551 : 146) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการคิดวิเคราะห์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่เรียนโดยการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบเสาะหาความรู้โดยใช้กระบวนการกลุ่มแบบ TGT และการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติ เรื่องสถิติ ผลการวิจัยพบว่า แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบเสาะหาความรู้โดยใช้กระบวนการกลุ่มแบบ TGT มีค่าเท่ากับ 84.45/79.7 และแผนการจัดการเรียนรู้แบบปกติ มีค่าเท่ากับ 81.19/76.06 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ 75/75 ที่ตั้งไว้ และนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบสืบเสาะหาความรู้โดยใช้กระบวนการกลุ่มแบบ

TGT มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องสถิติ สูงกว่ากลุ่มที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

นิตยา อุคมผล (2551 : 129-130) ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้ เรื่องวงรี โดยใช้โปรแกรม The Geometer s Sketchpad เป็นเครื่องมือประกอบการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนน้ำพองศึกษา สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาขอนแก่น ปีการศึกษา 2550 จำนวน 24 คน ซึ่งคัดเลือกแบบเจาะจงและสมัครใจเข้าร่วมกิจกรรมโดยการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องวงรี ตามแผนจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ The Geometer s Sketchpad จำนวน 3 แผน วิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์และสะท้อนผลแล้วนำผลการสะท้อนมาปรับปรุงกิจกรรมการเรียนรู้ พบว่า 1) ระดับความคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนตามรูปแบบของ แวน ฮีลี โดยใช้โปรแกรม The Geometer s Sketchpad ส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์และสร้างความรู้ด้วยตนเอง 2) พัฒนาระดับความคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนตามแบบ แวน ฮีลี จากระดับ 2 เป็นระดับ 3 3) การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ในการพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตของนักเรียนตามแบบของ แวน ฮีลี มี 5 ชั้น นักเรียนสามารถสรุปความรู้ทั้งหมดที่ได้ในหัวข้อนั้น และทำแบบฝึกทักษะเพื่อเป็นการทบทวนและสรุปสิ่งที่ได้จากการเรียนรู้

อมรรตน์ ใจไหว (2551 : 35-36) ศึกษาเพื่อพัฒนาแผนจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของ แวน ฮีลี เพื่อส่งเสริมการคิดทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสามัคคีวิทยาคาร จังหวัดน่าน จำนวน 6 คน ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนตามแนวการสอนของ แวน ฮีลี จำนวน 6 คน และครูผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 6 คน ดำเนินการสร้างแผนกิจกรรมการเรียนการสอนและสร้างแบบประเมินแผนจัดกิจกรรมการเรียนการสอนจำนวน 2 ชุด พร้อมให้นักเรียนทดลองใช้ใบกิจกรรมและใบงาน ผลการทำให้ได้แผนจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวการสอนของ แวน ฮีลี 5 ชั้น คือ การสืบเสาะข้อมูล การแนะนำโดยตรงจากครู การแสดงความคิดเห็น การฝึกฝนด้วยตนเอง และการบูรณาการ ในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 4 หน่วย ซึ่งเชื่อมโยงกับภูมิปัญญาท้องถิ่นและส่งเสริมทางเรขาคณิต 3 ระดับ สามารถนำไปใช้ได้

ปัทมาภรณ์ สุพรรณโมก (2553 : 130-131) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD ผลการศึกษา พบว่า แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ เทคนิค STAD มีประสิทธิภาพ เท่ากับ 78.64/79.75 ดัชนีประสิทธิผลของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

เท่ากับ 0.6626 นักเรียนที่เรียนด้วยแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การคูณ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 2 โดยการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD มีความพึงพอใจ และโดยรวมและเป็นรายชื่ออยู่ในระดับมาก

พິงพิศ คำมูลศรี (2553 : 111-112) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการศึกษาพบว่า แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD มีประสิทธิภาพเท่ากับ 81.94/80.07 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ดังนั้นประสิทธิภาพของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีค่าเท่ากับ 0.7036 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีความพึงพอใจต่อการเรียนรู้ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค STAD เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยรวมและเป็นรายชื่ออยู่ในระดับมาก

ยุวรรณดา พรหมนิवास (2553 : 93) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลของแวน ฮีลีย์ที่มี ต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางเรขาคณิต ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัย พบว่า

1. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลของแวน ฮีลีย์มีคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05
2. นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้โมเดลของแวน ฮีลีย์มีคะแนนเฉลี่ยความสามารถ ในการให้เหตุผลทางเรขาคณิตสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติ ที่ระดับนัยสำคัญ .05

กรกรต ภูมิมะภูติ (2554 : 46) ศึกษาการพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความคล้าย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กิจกรรมการเรียนการสอนตามรูปแบบแวน ฮีลีย์ ผู้ศึกษาจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตาม รูปแบบแวน ฮีลีย์ 5 ขั้นตอน ประกอบด้วย การใช้คำถามเพื่อนำเข้าสู่บทเรียน การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างมีทิศทาง การแลกเปลี่ยน ความคิดเห็น การเรียนรู้สิ่งใหม่อย่างอิสระ และการสรุปรวม เมื่อทำการสอน ครบแต่ละหน่วยการเรียนรู้ดำเนินการทดสอบนักเรียนด้วยแบบทดสอบประจำหน่วย และเมื่อดำเนินการสอนจนครบทุกแผน ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ และวิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้ค่าร้อยละและการพรรณนาวิเคราะห์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนร้อยละ 66.66 มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน อยู่ในระดับดี โดยผ่านเกณฑ์ร้อยละ 75

ชวนพิศ สัจจภานี (2554 : 110) การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค TGT กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็นชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษา พบว่า

1. แผนการจัดการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค TGT กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีประสิทธิภาพเท่ากับ 84.15 / 80.60

2. คำนีประสิทธิผลของแผนการจัดการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือเทคนิค TGT กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เท่ากับ 0.7103

3. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนเรื่อง ความน่าจะเป็น โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบ TGT มีคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์หลังเรียนและคะแนนเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนไปแล้ว 14 วัน ไม่แตกต่างกัน

วิชุดา ราชหงส์ (2554 : 99) การพัฒนาการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือ เทคนิค LT กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการศึกษาค้นคว้าปรากฏดังนี้

1. แผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค LT กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีประสิทธิภาพเท่ากับ 75.38 / 75.40

2. คำนีประสิทธิผลของแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค LT กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีค่าเท่ากับ 0.6695 หรือคิดเป็นร้อยละ 66.95

3. ความสามารถในการคิดวิเคราะห์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือเทคนิค LT กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง บทประยุกต์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีค่าเฉลี่ยร้อยละ 75.69

อภิญา กาลมงคล (2554 : 83) ได้พัฒนาการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสามมิติและปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดของ Van Hiele สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัยพบว่า 1. การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้เรื่องรูปเรขาคณิตสามมิติและปริมาตรของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้รูปแบบการสอนตามแนวคิดของ Van Hiele เป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเอง มีการสังเกต สืบค้นหาความรู้ การตั้งคำถาม การเรียนรู้ร่วมกันในกิจกรรมกลุ่ม เกิดการพัฒนาด้านทักษะกระบวนการคณิตศาสตร์ สามารถสร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยมีขั้นตอนการจัดการกิจกรรม 5 ขั้นตอน 2. นักเรียนมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเฉลี่ยร้อยละ 73.38 มีจำนวนนักเรียนผ่านเกณฑ์ 12 คน คิดเป็นร้อยละ 85.71 ของนักเรียนทั้งหมด ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด และนักเรียนสามารถพัฒนาระดับการคิดเชิงเรขาคณิตตามกรอบแนวคิดทฤษฎีของ Van Hiele จากระดับที่ 1 การรับรู้ข้อมูลจากการมองเห็น และระดับที่ 2 การวิเคราะห์หรือการพรรณานารูปลักษณะไปสู่ระดับที่ 3 การให้เหตุผลเชิงนิรนัยอย่างไม่เป็นแบบแผนหรือการจัดลำดับความสัมพันธ์

อรรถกร ใจเดช (2555 : 97) ได้ศึกษาการพัฒนาการคิดทางเรขาคณิต เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้แนวการสอนของแวน ฮีลี การวิจัยในครั้งนี้วัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี กลุ่มเป้าหมายในงานวิจัยในครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2/2 โรงเรียนหางดงรัฐราษฎร์อุปถัมภ์ อำเภอหางดง จังหวัดเชียงใหม่ ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 37 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วยแผนจัดกิจกรรมการเรียนการสอนตามแนวการสอนของแวน ฮีลี เรื่อง ทฤษฎีบทพีทาโกรัส จำนวน 6 แผน และแบบทดสอบวัดการคิดทางเรขาคณิตในการรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยกำหนดให้กลุ่มเป้าหมายทำการทดสอบเกี่ยวกับการคิดทางเรขาคณิตก่อนเรียน จากนั้นจึงได้ดำเนินการสอน เมื่อเสร็จสิ้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 6 แผน ผู้วิจัยได้ทำการทดสอบการคิดทางเรขาคณิตหลังเรียน และวิเคราะห์ข้อมูล โดยใช้ความถี่ และค่าร้อยละของจำนวนนักเรียนที่มีระดับการคิดทางเรขาคณิตในแต่ละด้านตามกรอบแนวคิดของกูเธเรสและเจมี (Gutierrez & Jaime. 1998) โดยการวิเคราะห์เนื้อหาผลการวิจัย พบว่า เมื่อนักเรียนผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการสอนของแวน ฮีลี ระดับการคิดทางเรขาคณิตของนักเรียน ด้านการตระหนักเกี่ยวกับรูปร่าง การใช้บทนิยาม การจัดกลุ่มของรูปเรขาคณิต และการพิสูจน์ เป็นไปในทิศทางเดียวกัน กล่าวคือ จำนวนนักเรียนที่มีแนวโน้มแสดงระดับการคิดในระดับที่ 2 และระดับที่ 3 มีจำนวนนักเรียนเพิ่มขึ้น ในทุก ๆ ด้าน นักเรียนมีระดับความคิดเพิ่มขึ้นร้อยละ 80.14 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## 2. งานวิจัยต่างประเทศ

เบย์เนสส์ (Baynes. 1998 : 179) ได้พัฒนาโปรแกรมเรขาคณิตซึ่งใช้แนวคิดแวน ฮีลี และศึกษาผลของโปรแกรมที่มีต่อระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวน ฮีลีและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 3 จะได้เกรดเฉลี่ยตอนกลางปีสูงกว่านักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตในระดับ 2

ไอดริส (Idris. 1998 : 183) ได้ศึกษาผลของการเลือกกิจกรรมที่มีต่อความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวน ฮีลีและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรขาคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ระดับความคิดทางเรขาคณิต และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้น

จูโล (July, 2001 : 2060-A) ได้ศึกษาผลของการใช้ Geometer's Sketchpad ที่มีต่อความคิดทางเรขาคณิตและความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 18 คน ของโรงเรียนที่อยู่ในเมือง นักเรียนจะได้รับการสอนโดยใช้ Geometer's Sketchpad (GSP) เป็นเวลา 10 สัปดาห์ มีการทดสอบก่อนและหลังการทดลองโดยการวัดความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ และระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวน ฮีลี ผลการวิจัยพบว่า ระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวน ฮีลี ของนักเรียนหลังการทดลองเพิ่มขึ้นจากก่อนการทดลอง โดยเฉพาะนักเรียนที่มีระดับความคิดทางเรขาคณิตตามรูปแบบแวน ฮีลี อยู่ในระดับต่ำ ความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ของนักเรียนเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสัมพันธ์ทางสถิติที่ระดับ .05

ออสติน (Austin, 2005 : 253) ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับผลของการเรียนแบบร่วมมือในวิชาคณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักศึกษาระดับวิทยาลัย โดยแบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองซึ่งเรียนแบบร่วมมือ และกลุ่มควบคุมซึ่งเรียนแบบบรรยาย มีการวัดผลทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้คะแนน จากการสอบข้อเขียน 5 หน่วย ผลการวิจัยพบว่า กลุ่มทดลองทำคะแนนสูงกว่าเกือบทุกหน่วย และจากการวัดเจตคติ 7 ใน 9 ครั้ง พบว่าไม่มีความแตกต่างทางสถิติของคะแนนการวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง แต่พบว่ามี ความแตกต่างในด้านความชอบในการเรียนและความสนุกสนานในการเรียนระหว่างกลุ่มควบคุมและกลุ่มทดลอง โดยกลุ่มทดลองมีความชอบและความสนุกสนานในการเรียนมากกว่ากลุ่มควบคุม

ไลคิน (Leikin, 2007 : 311-354) ได้สำรวจผลการเรียนคณิตศาสตร์ด้วยการจัดการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือกันเป็นกลุ่ม ตามความแตกต่างของปฏิกริยาของนักเรียนที่อยู่ในห้องเรียนเกรด 9 ที่มีระดับผลการเรียนต่ำ จากการศึกษาพบว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเป็นกลุ่มช่วยในการเพิ่มปฏิกริยาของนักเรียน เพิ่มปฏิกริยาต่อการทำงานได้ดีขึ้น เพิ่มโอกาสหลากหลายสำหรับนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือ และมีทัศนคติทางบวกต่อการจัดการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือกันเป็นกลุ่ม

แจคสัน (Jackson, 2008 : 1068-A) ได้ศึกษาผลของการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเรียนรู้ที่มีต่อการพัฒนามิตรภาพข้ามเชื้อชาติ เป็นการศึกษาวิธีการเรียนรู้แบบร่วมมือกันเรียนรู้ที่มีผลสัมฤทธิ์เป็นทีมที่ออกแบบเพื่อส่งเสริมมิตรภาพข้ามเชื้อชาติ ได้นำไปเก็บข้อมูลในการศึกษาครั้งนี้ได้ศึกษาการวัดตัวแปรเพิ่มเติมคือ เทคนิคการวัดมนุษยสัมพันธ์ ซึ่งได้ตั้งเป็นสมมติฐานว่าเป็นตัวแทนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 92 คน ในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นที่ยุบเลิกไปแล้ว ในกลุ่มทดลองได้ศึกษาแผนงานไป 4-5 ทีม ที่สมาชิกเป็นคนสองเชื้อชาติ และเป็นที่ยู้งักตามจำนวน



คะแนนการทดสอบย่อยของสมาชิก นักเรียนในกลุ่มควบคุมศึกษาตามลำพังและได้รับคะแนนเป็นรายบุคคลเท่านั้น การเปรียบเทียบกลุ่มทั้ง 2 กลุ่มนี้ ได้ศึกษาผลของรูปแบบการสอนเหล่านี้ที่มีต่อแบบวัดมิตรภาพหลายแบบ ผลการศึกษาพบว่า เมื่อใช้การวัดที่เสนอรายชื่อแบบดั้งเดิมนักเรียนชายพิวคำมีมิตรภาพข้ามเชื้อชาติมากกว่านักเรียนชายผิวดำในชั้นเรียนแบบดั้งเดิมอย่างมีนัยสำคัญ การสอนแบบร่วมมือกันเรียนรู้ไม่มีผลอย่างมีนัยสำคัญสำหรับนักเรียนชายผิวขาวนักเรียนหญิงผิวดำ และนักเรียนหญิงผิวขาว

มอร์แกน (Morgan, 2008 : 665) ได้ศึกษาความรับผิดชอบในกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนเกรด 3 จำนวน 3 กลุ่ม โดยนักเรียนกลุ่มที่ 1 ใช้วิธีการเรียนรู้แบบร่วมมือและกระบวนการรับผิดชอบรายบุคคลกลุ่มที่ 2 ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือ และกลุ่มที่ 3 ใช้วิธีการเรียนรู้แบบปกติ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในกลุ่มที่เรียนด้วยวิธีการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือและกระบวนการรับผิดชอบรายบุคคล มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่ากลุ่มที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและกลุ่มที่ใช้วิธีการเรียนรู้แบบปกติ และกลุ่มที่เรียนด้วยวิธีการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือและกระบวนการรับผิดชอบรายบุคคล มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ใช้เทคนิคการเรียนรู้แบบร่วมมือและกลุ่มที่ใช้วิธีการเรียนรู้แบบปกติ

ซูยันโต (Suyanto, 2009 : 3766-A) ได้ศึกษาผลกระทบของกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในโรงเรียนประถมศึกษาในเขตชนบท ยอร์กายากาต้า (Yogyakarta) ของอินโดนีเซีย กลุ่มตัวอย่างเลือกมาจากนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3, 4 และ 5 รวม 664 คน จากห้องเรียนทั้งหมด 30 ห้อง ใน 10 โรงเรียน โดยที่ 5 โรงเรียนแรกจะคัดเลือกเป็นกลุ่มทดลองส่วนอีก 5 โรงเรียนหลังจะถูกกำหนดให้เป็นกลุ่มควบคุม กลุ่มทดลองจะดำเนินการเรียนโดยครูที่ผ่านการฝึกอบรมวิธีการเรียนแบบกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ กลุ่มควบคุมใช้วิธีการเรียนดั้งเดิม (บรรยายในชั้นทั้งหมด) ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนในชั้นที่ใช้วิธีการเรียนแบบกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ จะมีคะแนนสอบคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ เมื่อจำแนกตามระดับชั้นการศึกษาแล้วปรากฏว่านักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 และ 5 ในกลุ่มทดลองกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ มีคะแนนสูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุม และไม่พบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญระหว่างคะแนนสอบของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ในกลุ่มทดลองกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ และกลุ่มควบคุม ปรากฏว่านักเรียนในกลุ่มทดลองกลุ่มการเรียนรู้แบบร่วมมือ มีเจตคติที่ดีต่อบรรยากาศในชั้นเรียนสูงกว่าในกลุ่มควบคุม

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับระดับการคิดทางเรขาคณิต แสดงให้เห็นว่าระดับของความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตพื้นฐานของนักเรียนที่ศึกษาในระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาอยู่ใน

ระดับต่ำ และนอกจากนี้ผลที่ได้จากการศึกษาตัวแบบของ แวน ฮีลี แสดงให้เห็นว่าระดับการคิดทางเรขาคณิตต่ำจะเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดความยุ่งยากในการเรียนเรขาคณิตจึงควรส่งเสริมให้นักเรียนมีระดับการคิดสูงขึ้น

### กรอบแนวคิดในการวิจัย

จากการศึกษาตัวแบบของ แวน ฮีลี และแนวการสอนด้วยลำดับขั้นการสอนของ แวน ฮีลี เพื่อยกระดับการคิดทางเรขาคณิต พบว่าระดับการคิดทางเรขาคณิตสามารถพัฒนา ได้อย่างเป็นลำดับขั้น ถ้าใช้ลำดับขั้นการเรียนรู้ที่เหมาะสม ผู้วิจัยจึงได้นำแนวคิดเกี่ยวกับตัวแบบของ แวน ฮีลี มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยเขียนเป็นแผนการสอน ในการวิจัยผู้วิจัยได้จัดตัวแปรที่จัดกระทำ คือ การสอนตามลำดับขั้นการสอน ของแวน ฮีลี ตัวแปรตาม คือ ระดับการคิดทางเรขาคณิต ซึ่งแสดงดังแผนภาพที่ 12



แผนภาพที่ 12 กรอบแนวคิดในการวิจัย