

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การศึกษาความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.1 ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครู

1.2 ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1.3 องค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

2. ความรู้ของครูด้านเนื้อหา

2.1 ความรู้ของครูทางคณิตศาสตร์

2.2 ลักษณะความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์

3. ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้

3.1 หลักการในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

3.2 หลักการจัดการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3.3 ความรู้ในหลักสูตร

4. ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน

4.1 ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

4.2 ธรรมชาติการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของผู้เรียน

5. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

6. การสังเกตและการสัมภาษณ์

7. การตรวจสอบยืนยัน โดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ

8. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

9. กรอบแนวคิดในการวิจัย

ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความสำคัญและจำเป็นอย่างมากในการจัดการเรียนรู้ ในหัวข้อนี้ผู้วิจัยได้จัดแบ่งการนำเสนอหัวข้อความรู้ของครูตามลำดับดังนี้ ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครู ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และองค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายละเอียดเป็นดังนี้

ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครู

มีนักการศึกษา หน่วยงาน กล่าวถึงความหมายและความสำคัญของความรู้ของครู ในหลายทัศนะ ดังนี้

ความหมายของความรู้ของครู

ความหมายของความรู้ของครู ตามทัศนะของนักการศึกษา มีดังนี้

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 214-216) ให้ความหมายความรู้ของครูว่า เป็นความสามารถของผู้เรียนที่เกี่ยวกับการรู้ กระบวนการคิดของนักเรียนในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน

เอลบาซ (Elbaz, 1983 : 61) ให้ความหมายของความรู้ของครูว่า เป็นสิ่งที่ถูกสร้างขึ้น เป็นกฎเกณฑ์โดยอาศัยการมีปฏิสัมพันธ์ของครูกับนักเรียนในห้องเรียน ซึ่งความรู้เป็นสิ่งที่เคลื่อนไหว ผลัดกัน โดยบริบทและเกี่ยวโยงกันของอดีต ปัจจุบัน และอนาคต โครงสร้างความรู้ของครูจะรวมมิติ 3 มิติเข้าด้วยกันคือ มิติกฎการปฏิบัติ มิติเกณฑ์การปฏิบัติ และมิติด้านจินตภาพ ซึ่งจินตภาพเป็นสิ่งที่เกี่ยวกับเวลา การมีปฏิสัมพันธ์กัน การแยกแยะ จินตภาพจะสามารถวิวัฒนาการ แต่ต้องอาศัยความรู้จากทุกด้านซึ่งรวมถึงอารมณ์และความมีศีลธรรมด้วย จะสามารถคาดการณ์ได้ว่า ถ้าความรู้ของครูในเนื้อหาถูกรวมเข้าไม่ดี จินตภาพของครูในเรื่องคณิตศาสตร์ที่ครูสอน อาจสะท้อนภาพนี้ และเนื้อหาที่ทำการสอนนักเรียนใน ชั้นเรียน ก็จะถูกถ่ายทอดสู่แก่นักเรียนไม่ดีได้เช่นกัน

เฟนนีมา และ แฟรงก์ (Fennema. and Franke. 1992 : 148). ให้ความหมายของความรู้ของครูไว้ว่า ความรู้ของครูคือ ระบบที่ทำงานของสติปัญญาแบบ องค์กรวมขนาดใหญ่ที่เกิดขึ้นภายในตัวครู โดยแต่ละส่วนแยกออกจากกันได้ยาก ซึ่งความรู้ของครูนี้เป็นสิ่งที่ไม่ตายตัว

เกราส์ (Growth. 1992 : 159-160) ให้แนวคิดไว้ว่า ความรู้ของครู หมายถึง ความรู้ที่ถูกกำหนดขึ้นที่มีความสลับซับซ้อน และส่งผลกระทบต่อพฤติกรรมของครูและการเรียนรู้ของนักเรียน แต่จะคุ้มค่านักถ้าเรามีการสร้างความรู้ของครูในลักษณะการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับนักเรียน นอกจากนี้ เกราส์ ยังให้ความหมายของความรู้ของครูอีกนัยหนึ่งว่า ความรู้ของครูหมายถึง ความรู้ในตัวนักเรียนที่ได้จากการจัดประสบการณ์ให้แก่ นักเรียนในชั้นเรียน

เพิร์สและเพรสเตจ (Perks. and Prestage. 2008 : 265) ให้ความหมาย ความรู้ของครูที่จำเป็นในการสอนว่า หมายถึง ความสามารถที่ได้จากเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในห้องเรียนจากการสะสมภูมิปัญญาและความรู้ที่เกิดขึ้นจากการปฏิบัติของผู้เรียนที่อาจมีผลต่อความรู้ของครู

สรุปได้ว่า ความรู้ของครู หมายถึง สิ่งที่ได้จากการสะสมภูมิปัญญาและความรู้ที่เกิดจากสถานการณ์การจัดการจัดการเรียนรู้นักเรียน ความรู้ที่เกิดขึ้นภายในตัวครู เป็นสิ่งที่ไม่ตายตัวและส่งผลกระทบต่อพฤติกรรมของครูและการเรียนรู้ของนักเรียน

ความสำคัญของความรู้ของครู

ความรู้ของครูมีความสำคัญผลต่อการจัดการเรียนรู้อันชั้นเรียนและมีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ซิลล์ และ โจนส์ (Sillis and Jones. 2002 : 9) กล่าวว่า เราไม่สามารถที่จะสอนอะไรได้เลยถ้า ยังไม่มีความรู้ และจะต้องรู้ว่ นักเรียนเรียนรู้ได้อย่างไร มีผู้แสดงทัศนะเกี่ยวกับความสำคัญของความรู้ของครู ดังนี้

สิริพร ทิพย์คง (2545 : 1) กล่าวว่า ความรู้ของครู เป็นสิ่งที่มีความสำคัญในการพัฒนาให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้และมีการพัฒนาทั้งด้านความรู้ ทักษะและกระบวนการ และคุณลักษณะที่ดี

สถาบันส่งเสริมการสอนและเทคโนโลยี (2551 : 80) กล่าวว่า ความรู้ของครู มีความสำคัญในการวางแผนการจัดการเรียนการสอน การเลือกกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนั้นครูจำเป็นจะต้องมีก็คือ ความรู้ในหลายๆด้านที่เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอน

อัมพร ม้าคอง (2553 : 1) กล่าวว่า ความรู้ของครู เป็นสิ่งสำคัญในการจัดการเรียนรู้เพื่อให้ผู้เรียน ได้เรียนรู้เนื้อหาและพัฒนาทักษะและกระบวนการไปพร้อมๆกันซึ่งจะทำให้ผู้เรียนเห็นคุณค่าของวิชาและเกิดการเรียนรู้ที่มีความหมาย

เอลบาซ (Elbaz. 1983 : 45) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ของครูไว้ว่า เป็นปัจจัยหนึ่งที่มีความสำคัญต่อการแสดงบทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียน

ชูลแมน (Shulman. 1985 : 439) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ของครูไว้ว่า ผู้ที่จะประกอบวิชาชีพครูจะต้องเป็นผู้มีองค์ความรู้อย่างมากและกว้างขวาง สามารถถ่ายทอดให้กับผู้เรียน ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ชีชม์ (Chism. 1985 : 246) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ของครูว่า เป็นสิ่งที่ให้คุณค่าแก่ครูเป็นอย่างมากใน 3 ประการคือ ความรู้ในเนื้อหาวิชา ความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียน และประโยชน์ที่ได้จากการใช้ความรู้

วินด์เบิร์ก และวิลสัน (Wineburg. and Wilson. 1991) กล่าวว่าความรู้ของครูมีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนรู้

เฟนนีมา และแฟรงค์ (Fennema. and Franke. 1992 : 147) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ของครูไว้ว่า เป็นสิ่งที่จำเป็นที่จะนำไปสู่การเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน

เมอร์เรย์ (Murray. 1996 : 109) กล่าวว่า ความรู้ของครูมีความสำคัญ เนื่องจากหากมีอะไรที่เป็นการปฏิบัติที่ผิดพลาด มักจะถือว่าการสอนและความรู้ของครูจะอยู่เบื้องหลังทุกสาขาอาชีพเสมอ ดังนั้นการกำหนดพื้นฐานความรู้ของการผลิตครูในสาขาวิชาที่ดีเป็นสิ่งจำเป็น

บรากเกอร์ (Barker. 2007 : 29) กล่าวถึงความสำคัญของความรู้ของครูว่าสามารถใช้ตัดสินใจในการจัดการเรียนรู้ และส่งผลโดยตรงต่อการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย

ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า ความรู้ของครูมีความสำคัญและจำเป็นในการจัดการเรียนรู้ และความรู้ของครูมีอิทธิพลต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้และส่งผลโดยตรงต่อการเรียนรู้ของนักเรียน

ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

มีผู้ให้ความหมายและความสำคัญของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในหลายทศวรรษดังนี้

ความหมายของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

มีนักการศึกษา หน่วยงาน กล่าวถึงความหมายและความสำคัญของความรู้ของครู ไว้ ดังนี้

วัชรีย์ กาญจน์เกียรติ (2554 : 10) กล่าวถึงความรู้ของครูสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ว่าหมายถึง การจัดให้มีการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมจากการได้รับประสบการณ์ทาง

คณิตศาสตร์ และประสบการณ์นั้นทำให้เปลี่ยนแปลงพฤติกรรมไปจากเดิม ซึ่งในการเรียนการสอนไม่ว่าจะเป็นวิชาใดก็ตาม ครูจะต้องรู้จิตวิทยาในการสอน เพื่อให้การสอนสมบูรณ์และมีประสิทธิภาพ

มา (Ma. 1999 : 12) กล่าวถึงความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ว่า หมายถึง สิ่งที่แสดงให้เห็นว่าครูมีความเข้าใจเป็นอย่างดีเกี่ยวกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ และการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยครูนั้นจะต้องทำการสอนมาแล้วมากกว่า 10 ปี

คอตแครน และ สมิท (Cochran. and Smith. 2003 : 23) ให้ความหมายความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้ว่า หมายถึง ประสบการณ์ที่ได้รับในห้องเรียน จากการจัดการเรียนรู้ของครูคณิตศาสตร์โดยใช้การสังเกตการสอนของครู จะไม่ไปมีบทบาทหรือยุ่งเกี่ยวกับใด ๆ ในการฝึกปฏิบัติตามสภาพจริงของเขา

เบอร์ลินเนอร์ (Berliner. 2004 : 206) กล่าวถึงความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ว่า หมายถึง ความสามารถในตัวครูในการเชื่อมโยงความรู้และทักษะกับพฤติกรรม การสอนของครูให้ดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ แต่การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะประสบความสำเร็จหรือไม่ขึ้นอยู่กับครู ครูต้องมีความรู้ทางวิชาการและมีทักษะในการสอนที่ดี

ฮิลล์ โรวาน และบอลล์ (Hill. Rowan and Ball. 2005 : 373) ให้ความหมายว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้

ฮิลล์ และคณะ (Hill. et. al. 2007) กล่าวถึงความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ว่าหมายถึง ความสามารถที่เกิดจากตัวครูเองที่นำไปจัดการเรียนการสอนโดยใช้หลักสูตรการเรียนการสอน การควบคุมดูแลนักเรียน การอำนวยความสะดวกในการสัมมนา การทบทวนหลักสูตร การพัฒนากระบวนการประเมิน และอื่น ๆ

โอลานอฟ (Olanoff. 2011 : 88 – 90) ได้ให้ความหมายของความรู้ของครูคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนการสอนว่าหมายถึง สิ่งที่ครูที่มีประสบการณ์การสอนคณิตศาสตร์เป็นเวลานาน จะเป็นผู้มีความสามารถ มีความเชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ตามเนื้อหาในหลักสูตรที่กำหนด

นักวิจัยต่างประเทศหลายท่านได้ให้ความหมาย ความรู้ของครูที่จำเป็นสำหรับการสอนคณิตศาสตร์ สอดคล้องกันว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์หมายถึง การสอนของครูที่สามารถดูได้จากกระบวนการตามสภาพจริงของการสอน การสอนดังกล่าวนี้

อาจเป็นเพราะความรู้วิชาคณิตศาสตร์สำหรับ “การสอน” จะถูกค้นพบในระหว่างจัดกระบวนการสอน

สรุปได้ว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของครูในการเชื่อมโยงความรู้ในเนื้อหาและทักษะกับพฤติกรรมกรรมการจัดการเรียนรู้ของครู ให้ดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ สามารถดูได้จากกระบวนการตามสภาพจริงของการจัดการเรียนรู้

ความสำคัญของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

มีนักการศึกษา หน่วยงาน กล่าวถึงความหมายและความสำคัญของความรู้ของครู ไว้ ดังนี้

คอดแครน และ สมิธ (Cochran. and Smith. 2003 : 23) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นประสบการณ์ที่ได้รับจากห้องเรียน จากการจัดการเรียนรู้ของครูคณิตศาสตร์โดยใช้การสังเกตการจัดการเรียนรู้ของครู จะไม่ไปมีบทบาทหรือยุ่งเกี่ยวใดๆ ในการฝึกปฏิบัติตามสภาพจริงของเขา

เบอร์ลินเนอร์ (Berliner. 2004 : 206) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์สามารถนำไปเชื่อมโยงความรู้และทักษะกับพฤติกรรมกรรมการจัดการเรียนรู้ของครูให้ดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ แต่การเรียนรู้คณิตศาสตร์จะประสบความสำเร็จหรือไม่ขึ้นอยู่กับครู ครูต้องมีความรู้ทางวิชาการและมีทักษะในการจัดการเรียนรู้ที่ดี

ฮิลล์ และคณะ (Hill. et. al. 2007) กล่าวว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้หลักสูตรการเรียนสอน การควบคุมดูแลผู้เรียน การอำนวยความสะดวกในการสัมมนา การทบทวนหลักสูตร การพัฒนากระบวนการประเมิน และอื่น ๆ

สรุปว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีความสำคัญต่อการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนที่จะส่งผลต่อการเรียนรู้ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียน

องค์ประกอบความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

องค์ประกอบความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามทัศนะของนักการศึกษา มีดังนี้

ปิยวดี วงษ์ใหญ่ (2551 : 80) กล่าวถึงกรอบความรู้ของครูที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ความรู้คณิตศาสตร์ในเรื่องที่สอน ครูจะต้องมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้นๆอย่างลึกซึ้ง เห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแทนแนวคิดที่อยู่ในแบบต่างๆ
2. ความรู้ที่เกี่ยวกับผู้เรียน ครูจะต้องรู้ว่าผู้เรียนในช่วงวัยนั้นๆ มีความสามารถมากน้อยเพียงใด สามารถพัฒนาได้มากที่สุดเพียงใด วิธีคิดของผู้เรียนแต่ละคนนั้นเป็นอย่างไร รูปแบบการคิดของนักเรียนมีความแตกต่างกัน จัดประสบการณ์อย่างไรจึงจะสอดคล้องกับวิธีการเรียนรู้ของผู้เรียน
3. ความรู้ในวิชาครู ครูต้องรู้ว่าจะออกแบบการจัดการเรียนรู้อย่างไร จะจัดสถานการณ์อย่างไร เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ที่เข้าใจที่ลึกซึ้งขึ้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 214-216) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของความรู้ที่จำเป็นสำหรับครูในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งจำแนกไว้ 3 ด้าน ดังนี้

1. ความรู้ด้านเนื้อหาสาระ เป็นความรู้เกี่ยวกับความรู้พื้นฐานที่นักเรียนจำเป็นต้องรู้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน ทั้งในเรื่องความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำให้ซึ่งครูจะต้องรู้ว่างานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องรู้ว่า โจทย์ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด และความรู้เกี่ยวกับความสามารถของนักเรียน ดังนี้

- 1.1 ความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำให้ ซึ่งครูจะต้องรู้ว่างานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องรู้ว่า โจทย์ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด

- 1.2 ความรู้เกี่ยวกับความสามารถของนักเรียน เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ความรู้ความสามารถของนักเรียนในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานด้วยตนเอง เช่น นักเรียนรู้จุดอ่อนและจุดแข็งของตนเอง รู้ว่าตนเองรู้อะไร และมีความรู้ในระดับใด เพื่อที่จะได้หาวิธีการที่เหมาะสมในการเรียนรู้ของตนเอง

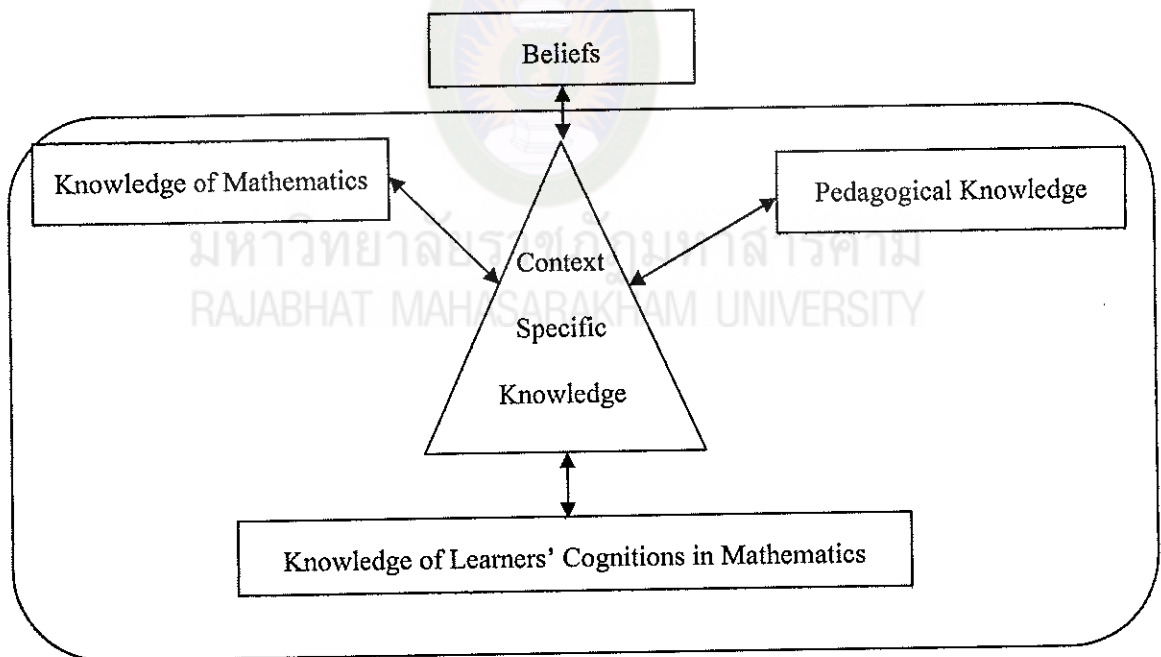
2. ความรู้ในวิธีการ เป็นความรู้เกี่ยวกับวิธีการหรือกระบวนการต่างๆ ที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน

3. ความรู้ที่ใช้เพื่อตัดสินใจเลือกวิธีการ เป็นความรู้เกี่ยวกับการวิเคราะห์ลักษณะของวิธีการที่ใช้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน เพื่อตัดสินใจเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพสูงสุด เช่น นักเรียนต้องวิเคราะห์ว่าวิธีการหรือกระบวนการ

แก้ปัญหามีอยู่ วิธีการใดเป็นวิธีที่ใช้แก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว ง่ายต่อการอธิบายให้ผู้อื่นเข้าใจ และเหมาะสมที่สุดกับโจทย์ปัญหา

เกราส์ (Growns. 1992 : 161-162) กล่าวว่า ความรู้ของครูไม่สามารถแยกออกจากเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ได้ องค์ประกอบของความรู้ของครูคณิตศาสตร์จึงประกอบด้วย ความรู้ของครูในบริบททั่วไปในชั้นเรียน ความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอน รวมถึงความรู้เรื่องสอนให้มีความเข้าใจในกระบวนการเบื้องต้น ความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์สามารถตีความความรู้เรื่องสอนได้ และความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียน เข้าใจความคิดของนักเรียน และสามารถประเมินความคิดของนักเรียนเพื่อทำการตัดสินใจด้านการจัดการเรียนรู้

เฟนนีมา และแฟรงก์ (Fennema. and Franke. 1992 : 162) จำแนกรูปแบบความรู้ของครูที่จำเป็นในการสอนคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 3 องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับความรู้ ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ และความรู้เกี่ยวกับความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ดังแสดงในแผนภาพที่ 1



แผนภาพที่ 1 รูปแบบเกี่ยวกับความรู้ของครูสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของเฟนนีมาและแฟรงก์ (Fennema. and Franke. 1992 : 162)

จากแผนภาพที่ 1 จะเห็นว่าความรู้ของครูที่จำเป็นในการสอนคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. ความรู้เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematics) ประกอบด้วย ความรู้ที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Concepts) ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนด ตลอดจนในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน ซึ่งรวมถึงความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ภายใต้ขั้นตอน ความสัมพันธ์กันของมโนทัศน์ และขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกใช้ในแต่ละประเภทของการแก้ปัญหา ซึ่งความรู้ในเนื้อหาวิชาที่มีความสำคัญในการจัดการความรู้ของครู และเป็นตัวชี้วัดความรู้ของครูกับความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูกับแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

2. ความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ (Pedagogical Knowledge) ประกอบด้วย ความรู้เกี่ยวกับกระบวนการจัดการเรียนรู้ เช่น ยุทธวิธีสำหรับการวางแผนการสอนที่มีประสิทธิภาพ การจัดการชั้นเรียนโดยทั่วไป เทคนิคการจัดการพฤติกรรม กระบวนการจัดการชั้นเรียน และเทคนิคการสร้างแรงจูงใจ

3. ความรู้เกี่ยวกับความเข้าใจในคณิตศาสตร์ของผู้เรียน (Knowledge of Learners' Cognition in Mathematics) ประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับกระบวนการคิดและกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในส่วนที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ จะเห็นว่า ความรู้ที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทั้ง 3 องค์ประกอบทำให้เกิดความรู้ในบริบทเฉพาะ (Context Specific Knowledge) ที่ส่งผลต่อความเชื่อซึ่งนำไปสู่การสร้างความรู้ของครู

สตีล (Steele, 2006 : 38) ได้ให้แนวคิดความรู้ที่จำเป็นในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ว่ามี 3 องค์ประกอบ ได้แก่

1. ความรู้คณิตศาสตร์และความรู้ในกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematics and Mathematical Activities) มีองค์ประกอบย่อย ได้แก่

1.1 ความรู้ในเนื้อหาหลัก (Content Knowledge of the Domain) ความรู้ที่ต้องใช้ในการสอนคณิตศาสตร์ที่จะต้องใช้ในการจัดการเรียนรู้ เช่น การหาพื้นที่ การหาเส้นผ่านศูนย์กลาง การหาปริมาตร เป็นต้น

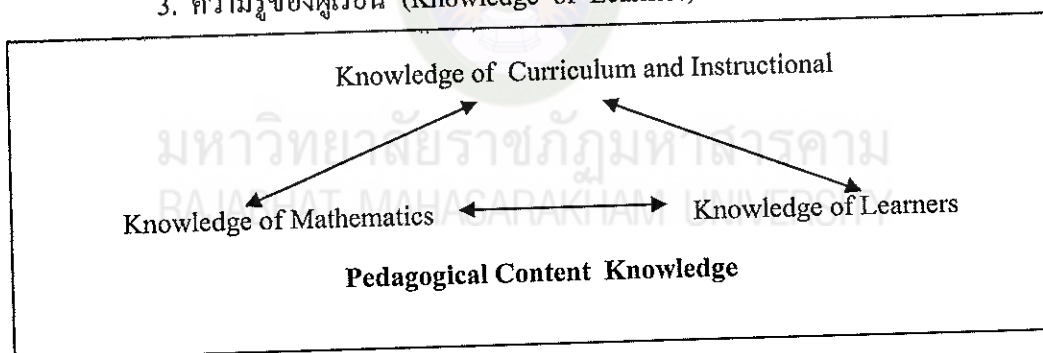
1.2 ความรู้ในเนื้อหาสำหรับการจัดการเรียนรู้ (Content Knowledge for Teaching) ประกอบด้วยความรู้เฉพาะที่ใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การให้งาน การยกตัวอย่าง การนำเสนอและยุทธวิธีการแก้ปัญหา

2. ความรู้คณิตศาสตร์สำหรับการเรียนของผู้เรียน (Knowledge of Mathematics for Student Learning) ประกอบด้วยความรู้ที่แสดงถึงความสัมพันธ์กับนักเรียนเกี่ยวกับการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการคิดในเนื้อหาคณิตศาสตร์ รวมถึงการคาดการณ์การแก้ปัญหาของนักเรียน โดยการตรวจสอบและสอบถามนักเรียน การเลือกและการจัดลำดับการแก้ปัญหาของนักเรียนการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและการเชื่อมโยงต่อการแก้ปัญหาเพื่อเน้นความเข้าใจที่สำคัญ

3. ความรู้เกี่ยวกับการปฏิบัติการสอนและสนับสนุนการสอน (Knowledge of Practices that Support Teaching) ประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับแง่มุมของการเรียนการสอนที่เป็นระบบและมีโครงสร้างของการจัดการเรียนรู้

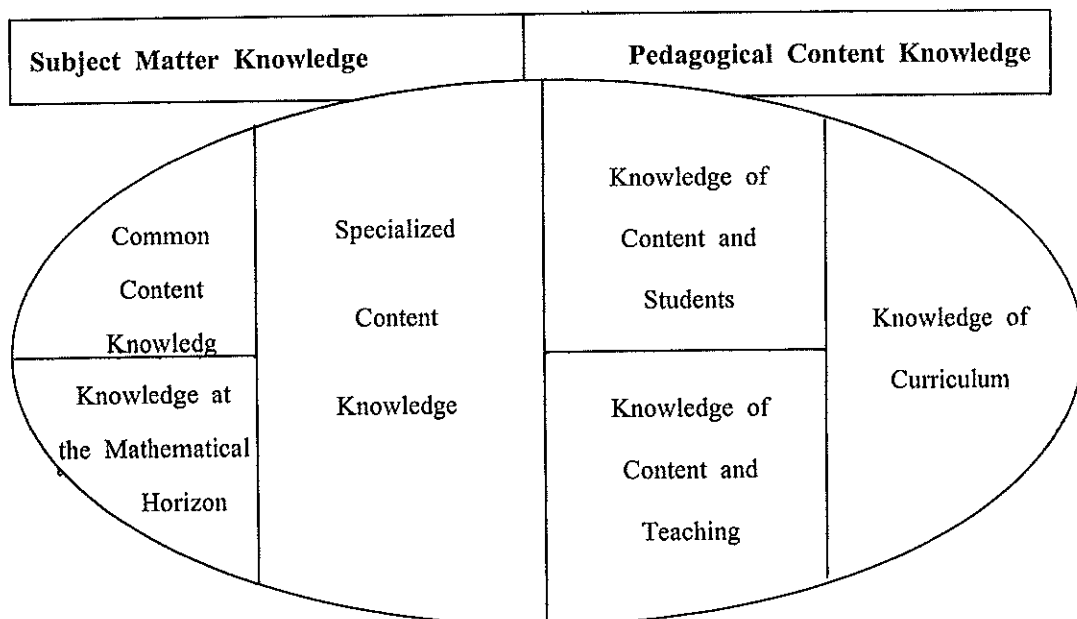
บาร์เกอร์ (Barker. 2007 : 20) ได้ให้กรอบความรู้ของครูเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการโมเดลความรู้ของครูจากแผนภาพที่ 2 ที่มีองค์ประกอบ ดังนี้

1. ความรู้ในคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematics)
2. ความรู้ในเรื่องหลักสูตรและยุทธวิธีการจัดการเรียนการสอน (Knowledge of Curriculum and Instructional Strategies)
3. ความรู้ของผู้เรียน (Knowledge of Learners)



แผนภาพที่ 2 รูปแบบเกี่ยวกับความรู้ของครู มุมมองเกี่ยวกับ Pedagogical Content Knowledge ของ Barker (2007 : 20)

บอลล์ และคณะ (Ball. et. al. 2008 : 400-403) ได้ให้กรอบความรู้ของครู ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ นำเสนอโดยแผนภาพที่ 3



Frame work : Mathematics Knowledge for Teaching บอลล์ และคณะ(Ball, et. al. 2008 : 403)

แผนภาพที่ 3 กรอบความรู้ของครูในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

จากแผนภาพที่ 3 จะเห็นว่าความรู้ของครูประกอบด้วย 2 ส่วนที่มีความสำคัญ คือ ความรู้ในเนื้อหาวิชา และความรู้ในการจัดการเรียนรู้ บอลล์ และคณะ(Ball et. al. 2008 : 403) มีรายละเอียด ดังนี้

1. ความรู้ในเนื้อหาวิชา (Subject Matter Knowledge) ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่

1.1 ความรู้ในเนื้อหาพร้อม (Common Content Knowledge : CCK) คือ ความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะที่ใช้เพื่อการสอน ตัวอย่างเช่น ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการแก้โจทย์ ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หรือการเรียงลำดับของจำนวนในแบบรูป สิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับความรู้ที่แชร์ร่วมกับเนื้อหา ก็คือ การตอบผิดหรือมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และมีแนวโน้มว่านักเรียนจะตอบผิดมากขึ้นหากนักเรียนได้รับความรู้ที่ผิดพลาดด้วย

1.2 ความรู้ในขอบข่ายทางคณิตศาสตร์ (Knowledge at the Mathematical Horizon) เป็นขอบข่ายความรู้ที่เกี่ยวข้องเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับลำดับของเนื้อหา คณิตศาสตร์

1.3. ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ (Specialized Content Knowledge : SCK) เป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะที่มีความจำเป็นสำหรับครูใช้ในการสอน เป็นความรู้เฉพาะที่ใช้สำหรับการสอน ตัวอย่างเช่น การอธิบายว่าทำไมเราจึงกลับเศษและส่วนเมื่อเราหารเศษส่วน ความสามารถในการใช้ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง หรือความสามารถในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ นักวิจัยให้เหตุผลว่า ความรู้ประเภทนี้ เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับครู

2. ความรู้ในการจัดการเรียนรู้ (Pedagogical Content Knowledge : PCK) ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่

2.1 ความรู้ในเนื้อหาและผู้เรียน (Knowledge of Content and Students : KCS) เป็นการรวมความรู้ที่เกี่ยวกับนักเรียนและความรู้เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ สิ่งแรกที่จะอธิบายถึงความรู้ประเภทนี้คือการทำงานร่วมกันของนักเรียนในห้องเรียน

2.2 ความรู้ในเนื้อหาและการจัดการเรียนรู้ (Knowledge of Content and Teaching : KCT) เป็นการรวบรวมความรู้ด้านการสอน และความรู้เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ องค์ความรู้ประเภทนี้จะทำให้เรารู้ว่าแต่ละเรื่องจะจัดลำดับไว้ที่ใดเพื่อให้เห็นน้ำหนักและความสำคัญของแต่ละเรื่องที่แตกต่างกัน เป็นด้านที่แสดงให้เห็นบางส่วนของบทบาทที่ครูได้ให้ความช่วยเหลือนักเรียนในระหว่างการอภิปรายในชั้นเรียน กิจกรรมอาจหยุดชั่วคราวเพื่อเปิดโอกาสให้ครูอธิบายเพิ่มเติม ซึ่งครูจะทราบว่าในช่วงกิจกรรมการเรียนรู้ใดจะแทรกการอธิบายเพิ่มเติมในช่วงใด ควรตั้งคำถามหรือให้งานเมื่อไร ซึ่งครูจะต้องเข้าใจเกี่ยวกับการเรียนรู้ของนักเรียนด้วย นักวิจัยจึงเห็นว่า ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในด้านนี้มีความจำเป็น

2.3 ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตร (Knowledge of Curriculum : KC)

เวนดี (Wendy. 2010 : 19) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของความรู้ในการจัดการเรียนรู้ว่ามี 2 องค์ประกอบ ได้แก่ ความรู้ของการจัดการเรียนรู้ และ ความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียน มีรายละเอียด ดังนี้

1. ความรู้ในการจัดการเรียนรู้ แบ่งออกเป็น 5 องค์ประกอบย่อย คือ

1.1 ความเข้าใจ (Understanding) เป็นความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ ซึ่งรวมถึงการพัฒนาความเข้าใจในมโนทัศน์ การวางแผนการจัดการเรียนรู้และการปฏิบัติการจัดการเรียนรู้

1.2 การแก้ปัญหา (Problem Solving) เป็นความรู้เกี่ยวกับการแก้ปัญหาที่ส่งผลถึงความเข้าใจและความสามารถในการแก้ปัญหารวมเข้ากับวิธีการจัดการจัดการเรียนรู้เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน

1.3 การอำนวยความสะดวก (Facilitation) เป็นความรู้สำหรับการอำนวยความสะดวกในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งผลต่อความสามารถในการจัดการเรียนรู้โดยครูอาจจะใช้สื่อการเรียนรู้เป็นสิ่งอำนวยความสะดวกในการสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1.4 การแนะแนวทางผู้เรียนในการเรียนรู้ (Learner-guided Instruction) เป็นความรู้ในการแนะแนวทางผู้เรียนในการจัดการเรียนรู้ไม่เพียงแค่มโนทัศน์และการคิดของผู้เรียน แต่รวมไปถึงความสามารถในการลำดับการจัดการเรียนรู้ที่สัมพันธ์กับลำดับของเนื้อหาทางคณิตศาสตร์

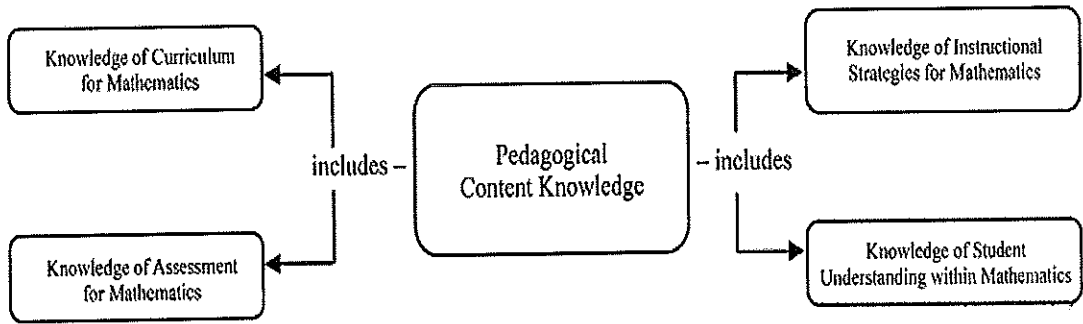
1.5 การแสดง (Representations) เป็นความรู้ในการแสดงถึงความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์รวมเข้ากับการจัดการเรียนรู้

2. ความรู้เกี่ยวกับการเรียนรู้ของผู้เรียน แบ่งออกเป็น 2 องค์ประกอบ ได้แก่

2.1 ความเข้าใจ (Understanding) เป็นการเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ซึ่งรวมถึงความตระหนักในมโนทัศน์ของผู้เรียนว่า ผู้เรียนสามารถสร้างความสัมพันธ์ในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หรือผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับการเรียนรู้ได้อย่างไร

2.2 การแสดง (Representations) เป็นการแสดงถึงความสัมพันธ์ทางการคิดของผู้เรียน การแสดงความสามารถของผู้เรียนในการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความหลากหลายของการเรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เทย์เลอร์ (Taylor, 2011 : 9) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบของความรู้ในการจัดการเรียนรู้ โดยปรับจากแนวคิดของแม็กนุสสัน เกรจซิก และบอร์โค ดังแผนภาพที่ 4

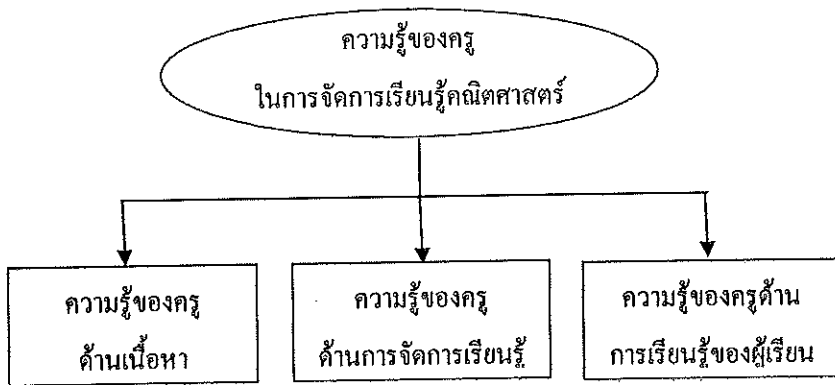


แผนภาพที่ 4 องค์ประกอบของความรู้ในกลวิธีสอนของเพย์เลอร์ (Taylor, 2011 : 9)

จากแผนภาพที่ 4 พบว่าองค์ประกอบของความรู้ในเนื้อหาการจัดการเรียนรู้ของเพย์เลอร์นั้น มีองค์ประกอบ 4 องค์ประกอบ ได้แก่

1. ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรคณิตศาสตร์ (Knowledge of Curriculum for Mathematics)
2. ความรู้เกี่ยวกับยุทธวิธีการสอนคณิตศาสตร์ (Knowledge of Instructional Strategies for Mathematics)
3. ความรู้เกี่ยวกับความเข้าใจคณิตศาสตร์ของผู้เรียน (Knowledge of Student Understanding within Mathematics)
4. ความรู้เกี่ยวกับการวัดและประเมินผลคณิตศาสตร์ (Knowledge of Assessment for Mathematics)

สรุปได้ว่า แนวคิดเกี่ยวกับความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของครูในการเชื่อมโยงความรู้ในเนื้อหาและทักษะกับพฤติกรรมจัดการเรียนรู้ของครู ให้ดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ สามารถดูได้จากกระบวนการตามสภาพจริงของการจัดการเรียนรู้มีองค์ประกอบ 3 ด้าน ได้แก่ 1. ความรู้ของครูด้านเนื้อหา 2. ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้ และ 3. ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน แสดงดังแผนภาพที่ 5



แผนภาพที่ 5 แสดงองค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ความรู้ของครูด้านเนื้อหา

ความรู้ของครูด้านเนื้อหา (Subject Matter Knowledge) เป็นความรู้ที่สำคัญมากในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นตัวชี้วัดความรู้ของครูกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทำให้ครูทราบในช่วงกิจกรรมการเรียนรู้ว่าจะแทรกการอธิบายเพิ่มเติม หรือให้นักเรียนซักถาม ควรตั้งคำถามหรือให้งานเมื่อใด และจะจัดลำดับเนื้อหาไว้ที่ใดเพื่อให้เห็นน้ำหนักและความสำคัญของแต่ละเรื่องที่แตกต่างกัน ดังนั้นครูจะต้องมีความเข้าใจเนื้อหาในเรื่องนั้นๆ อย่างลึกซึ้ง เห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแทนแนวคิดที่อยู่ในแบบต่างๆ เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ผู้วิจัยจึงขอเสนอประเด็นต่างๆตามลำดับ ดังนี้ ความรู้ของครูทางคณิตศาสตร์ และลักษณะของความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดแต่ละประเด็นดังนี้

ความรู้ของครูทางคณิตศาสตร์

ความรู้ของครูทางคณิตศาสตร์ มีความสำคัญต่อการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

อัมพร ม้าคนอง (2553 : 3-5) ได้แบ่งความรู้ทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภทใหญ่ๆ ได้ดังนี้

1. ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) เป็นความรู้ที่เกี่ยวกับความหมาย และ โครงสร้างของคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎีและที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการทาง

คณิตศาสตร์ ความรู้ประเภทนี้มีความสำคัญมากทั้งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับสูงและต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหา แต่มักไม่ได้ถูกเน้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าความรู้เชิง มโนทัศน์ครอบคลุมความรู้ต่อไปนี้

1.1 ความรู้ที่เกี่ยวกับความหมาย และ โครงสร้างของคณิตศาสตร์

1.2 ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์หรือความเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบาย และให้ความหมายของกระบวนการทางคณิตศาสตร์

1.3 ความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด (Concept) ทฤษฎี (Theory) และที่มา หรือเหตุผลของขั้นตอนหรือวิธีการ (Algorithm) ทางคณิตศาสตร์

2. ความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ (Procedural Knowledge) เป็นความรู้ เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ กลวิธี และขั้นตอนในการดำเนินการทาง คณิตศาสตร์ สรุปได้ว่าความรู้เชิงกระบวนการจะครอบคลุมความรู้ต่อไปนี้

2.1 ความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา

2.2 ความรู้เกี่ยวกับการใช้กฎ และกลวิธี

2.3 ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์

จากคำอธิบายการสอน โดยเน้นขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ของอัมพร มีา คนอง (2546 : 33-34) กล่าวว่า การสอนคณิตศาสตร์ที่ผู้สอนเริ่มต้นจากการสอนขั้นตอนหรือ วิธีการให้ผู้เรียนก่อนที่จะได้สอนให้ผู้เรียนเข้าใจ มโนทัศน์ของเนื้อหา นั้น อาจมีผลต่อความรู้ ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในระยะยาว เนื่องจากผู้เรียนจะไม่ได้พัฒนาความเข้าใจอย่างถ่องแท้ ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะ แต่จะจดจำขั้นตอนหรือวิธีการไปใช้ โดยไม่เห็นความสัมพันธ์ ระหว่างความรู้ที่ไม่เป็นระเบียบแบบแผน (Informal Knowledge) ที่ตนมี กับคณิตศาสตร์ที่เป็น ระเบียบแบบแผน (Formal Knowledge) ที่ตนถูกสอนในระบบ โรงเรียน คณิตศาสตร์ใน ความคิดของผู้เรียนจึงลดความสำคัญลงเป็นเพียงการดำเนินการ โดยใช้สัญลักษณ์ พีเตอร์สัน (Peterson, 1988) นักการศึกษาคณิตศาสตร์หลายท่านจึงได้ส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์เพื่อลด การสอนขั้นตอนหรือวิธีการ โดยตรง โดยพยายามให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดในการพัฒนามโน ทัศน์ก่อน และสร้างขั้นตอนหรือวิธีการขึ้นจากมโนทัศน์เหล่านั้นด้วยตนเองในภายหลัง อันจะ ทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ยิ่งขึ้น คามมี ลีวิส และ ลิวิตัน (Kamii, Lewis, and Livingston, 1993) ลองพิจารณาความแตกต่างของการทำงาน 2 วิธี ต่อไปนี้ วิธีแรก โดยการใช้ ความเข้าใจเรื่องค่าประจำหลักซึ่งเป็นการเข้าใจเชิงมโนทัศน์ ในการหาผลบวกของจำนวน 2 จำนวน เช่น $36 + 88$ การหาผลลัพธ์ใช้การรวมกันของ 30 และ 80 ได้ 110 จากนั้นรวม 6 และ 8

ได้ 14 ทำให้ได้ผลลัพธ์เป็น 124 วิธีนี้จะเป็นการบวกจากซ้ายไปขวา โดยใช้ความรู้เรื่อง ค่าประจำหลัก วิธีที่สอง โดยใช้ขั้นตอนการตั้งบวก ซึ่งเป็นการบวกจากขวาไปซ้าย การบวกทั้งสองวิธีแสดงได้ ดังนี้

วิธีที่ 1 โดยใช้ค่าประจำหลัก	วิธีที่ 2 โดยใช้ขั้นตอนการบวก
บวก 36 และ 88 ดังนี้	36
เนื่องจาก $30 + 80 = 110$	<u>88</u> +
และ $6 + 8 = 14$	<u>124</u>
จะได้ $110 + 14 = 124$	
ดังนั้น $36 + 88 = 124$	

นักการศึกษาบางท่านให้ความเห็นว่า การบวกวิธีที่ 2 ที่ใช้ขั้นตอนหรือวิธีการบวกนั้น ควรใช้กับผู้เรียนที่เข้าใจคือ 3 ใน 36 มีค่าเท่ากับ 30 และ 8 ตัวแรก ใน 88 มีค่าเท่ากับ 80 สำหรับในเด็ก ควรใช้ค่าประจำหลักในการบวก เพื่อทำให้เกิดความเข้าใจมากขึ้น อย่างไรก็ตาม การบวกโดยใช้ขั้นตอนมีที่มาจากการใช้ค่าประจำหลัก เพราะ $6 + 8 = 14$ จำนวน 1 ที่ทดคือ 10 และ $3 + 8$ คือ $30 + 80$ ซึ่งได้ 110 และรวมกับ 10 เป็น 120 อย่างไรก็ตาม นักการศึกษา คณิตศาสตร์หลายท่านเห็นว่า ผู้สอนควรใช้การบวกโดยใช้ค่าประจำหลักตามวิธีแรก ไปสักระยะหนึ่ง เพื่อเป็นการพัฒนามโนทัศน์ที่ถูกต้องให้กับผู้เรียน เมื่อผู้เรียนเข้าใจดีแล้ว จึงค่อยพัฒนาเป็นขั้นตอนหรือวิธีการตามวิธีที่ 2

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) (2554 : 6 – 8) ได้แบ่งประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยทั้งสองประเภทต่างก็มีบทบาทที่สำคัญต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ อีกทั้งมีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิด ครูควรให้นักเรียนได้พัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปพร้อมๆ กับทักษะทางวิธีการที่สัมพันธ์กันเพื่อให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างมีความหมาย เกิดความรู้ความชำนาญในวิธีการ สามารถสร้างการเชื่อมโยงความรู้กับวิธีการจนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่างกว้างขวาง และจากการศึกษางานวิจัยพบว่า มีงานวิจัยจำนวนมากที่รายงานไว้ว่า ทักษะที่นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการคิดคำนวณตามขั้นตอนการคำนวณอย่างไม่มี ความหมาย ก็มีความเป็นไปได้สูงมากที่จะทำให้นักเรียนคิดคำนวณที่ ต้องการหาเพียงผลลัพธ์ในการคำนวณ แทนที่จะเป็นการคิดอย่างมีความหมาย ผลการวิจัยเหล่านี้ย้ำเตือนครูว่า ทักษะที่ได้สอนวิธีการบางอย่างให้แก่ นักเรียน หรือให้นักเรียนลงมือปฏิบัติก่อนที่จะเกิดความเข้าใจในขั้นตอนหรือหลักการเหล่านั้นแล้ว นักเรียนจะไม่พยายาม

คิดค้นหาความหมายในสิ่งที่เรียน นักเรียนมักจะยึดติดกับขั้นตอนเหล่านั้น ส่งผลทำให้การที่จะได้มาซึ่งความเข้าใจในภายหลังนั้นเกิดขึ้นได้ยาก ดังนั้นวิธีการทางคณิตศาสตร์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จึงมีความสำคัญในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีแนวทางดังนี้

ทักษะทางวิธีการเกิดจากการกระทำต่างๆ ที่เป็นลำดับขั้นตอน ซึ่งบ่อยครั้งมักจะเกี่ยวข้องกับกฎวิธี ลำดับ ขั้นตอนหรือวิธีการคิดคำนวณ ในทางกลับกันมโนทัศน์มักได้มาจากการสร้างเครือข่ายเชื่อมโยงประสานความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆ ที่ไม่ปะติดปะต่อ ให้ประมวลเข้าไว้ด้วยกัน การคิดคำนวณจัดว่าเป็นทักษะทางวิธีการ เนื่องจากขั้นตอนหรือวิธีการคิดคำนวณ สามารถกระทำได้โดยการปฏิบัติตามลำดับขั้นตอน ซึ่งวิธีการคิดคำนวณดังกล่าว อาจได้มาจากการท่องจำหรือความเข้าใจ เช่น การคำนวณหาผลลัพธ์ $15+29$ บางคนอาจคำนวณโดยการตั้งบวกธรรมชาติตามขั้นตอนวิธีการบวก บางคนอาจคิดในใจโดยรวม 15 กับ 30 เข้าด้วยกันเป็น 45 ก่อนแล้วจึงหัก 1 ออก จะได้คำตอบ 44 เช่นกัน จะเห็นได้ว่าวิธีการคิดคำนวณดังกล่าวนี้เป็นทักษะทางวิธีการ ซึ่งแนวคิดวิธีหลังนี้ผู้เรียนสามารถคิดในใจอย่างมีความหมาย

ส่วนมโนทัศน์จะเกิดขึ้นก็ต่อเมื่อ ผู้เรียนได้มีโอกาสคิดอย่างกระตือรือร้น (Active Thinking) เกี่ยวกับความสัมพันธ์ และสร้างความเชื่อมโยงไปพร้อมกับการปรับโครงสร้างของความรู้เดิมกับความรู้ใหม่ให้มีความสอดคล้องกัน ในขณะที่ทักษะทางวิธีการสามารถเกิดขึ้นได้ง่ายกว่า และเป็นไปอย่างไม่ลำบากมากนัก กล่าวคือ เมื่อนักเรียนได้เห็นวิธีการหนึ่งที่กระทำให้เห็นเป็นตัวอย่างหนึ่งแล้วนักเรียนก็เพียงแต่เลียนแบบเทคนิควิธีเหล่านั้น ผลลัพธ์ที่ได้จากการเรียน โดยวิธีท่องจำและเลียนแบบเช่นนี้ ครูอาจสังเกตเห็นได้จากพฤติกรรมที่นักเรียนใช้ในลักษณะที่เป็นกฎเกณฑ์ ระเบียบวิธีต่างๆ ในขั้นตอนการคำนวณ นักเรียนกลุ่มนี้อาจมีความสามารถใช้ทักษะทางวิธีการที่เหมาะสมจากการจดจำเพียงอย่างเดียว แต่ไม่สามารถระลึกถึงข้อมูลที่เป็นบางอย่างทีนอกเหนือไปจากนั้นได้ ทั้งอาจไม่สามารถพลิกแพลงในการแก้ปัญหาที่แปลกออกไป เนื่องจากขาดการเชื่อมโยงและการสร้างเครือข่ายระหว่างความรู้ด้านมโนทัศน์และทักษะทางวิธีการ ซึ่งอาจมีผลทำให้การคิดคำนวณผิดพลาดได้ ทั้งนี้เพราะนักเรียนที่มีทักษะทางวิธีการเพียงด้านเดียว จะมีข้อจำกัดในการตรวจสอบ แก้ไขข้อผิดพลาด และแก้คำตอบที่ไม่สมเหตุสมผลพร้อมๆ กันกับการสร้างมโนทัศน์ที่จะต้องให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียนด้วย

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2554 : 154) ให้ทัศนะเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า เดิมคนส่วนใหญ่มักเชื่อว่าความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นการจดจำสูตร กฎ ทฤษฎีบท ทำตามตัวอย่าง สามารถพิสูจน์หรือแก้ปัญหาโจทย์ในหนังสือเรียนและทำข้อสอบ

ด้วยความเชื่อแบบเดิมนี้ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในอดีตให้ความสำคัญกับการจดจำสูตร กฎ วิธีการในการหาคำตอบหรือการพิสูจน์ โดยละเลยให้นักเรียนรู้และมีความเข้าใจ ถึงเหตุผลที่แท้จริงว่า เนื้อหาทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นมีความหมายอย่างไร สามารถใช้อธิบายสิ่งต่างๆ ที่อยู่รอบตัวได้อย่างไร ซึ่งส่งผลให้นักเรียนมีคำถามว่า เรียนคณิตศาสตร์ไปทำไม ดังนั้นความรู้ทางคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน จึงมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจ มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ส่งเสริมให้นักเรียนได้ คิด กระตุ้นให้นักเรียนมองเห็นและตระหนักว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่อยู่ในธรรมชาติ สามารถเรียนรู้และสนุกสนานด้วยได้

เปียเจต์ (Piaget, 1971 : 37-39) ได้อธิบายแนวคิดเกี่ยวกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การสอนขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวไม่ได้ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยเปียเจต์ได้ใช้ความรู้ 3 ประเภทตามแหล่งการเกิดความรู้ในการอธิบายแนวคิด ดังนี้

1. ความรู้ทางกายภาพ (Physical Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับสิ่งของรูปธรรมที่ปรากฏอยู่รอบตัว เช่น ความรู้เกี่ยวกับสีและรูปร่างของสิ่งของ
2. ความรู้ที่เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์ในสังคม (Social - conventional Knowledge) เป็นความรู้ที่เกิดจากการอยู่ร่วมกันของมนุษย์ในสังคม เช่น ความรู้เกี่ยวกับภาษา หรือความรู้ที่ต้องใช้มือขวาในการจับมือกับผู้อื่น
3. ความรู้ที่เป็นเหตุเป็นผลทางคณิตศาสตร์ (Logico - mathematical Knowledge) เป็นความรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้จากการวิเคราะห์ความสัมพันธ์อย่างเป็นเหตุเป็นผลระหว่างสิ่งต่างๆ เช่น ความรู้ที่ว่าเพราะเหตุใดจำนวนสองจำนวนบวกกันจึงเกิดเป็นจำนวนที่สาม

โดยเปียเจต์ได้อธิบายด้วยการยกตัวอย่างว่า การที่ผู้สอนพยายามให้ผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเป็นความพยายามให้ความรู้ที่เป็นเหตุเป็นผลทางคณิตศาสตร์ แต่กระบวนการสอนไม่ได้ทำให้เกิดความรู้ดังกล่าวเนื่องจากผู้สอนมุ่งสอนให้ผู้เรียนจดจำและทำตามขั้นตอนที่คนในสังคมปฏิบัติต่อๆ กันมา ความรู้ที่เกิดขึ้นจึงเป็นเพียงความรู้ที่เกิดจากการมีปฏิสัมพันธ์ในสังคม ซึ่งผู้เรียนจะทราบเพียงว่าคำตอบคืออะไร แต่จะไม่ทราบเหตุผลของการได้มาซึ่งผลลัพธ์และความหมายของสิ่งที่ได้ หรือบางครั้งการจดจำขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากความเข้าใจเชิงมโนทัศน์ที่ถูกต้องหรือจดจำมาอย่างผิดๆ อาจทำให้นำความรู้ไปใช้ไม่ถูกต้อง เช่น การแสดงวิธีแก้สมการ $2x - 5 = 11$

ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์

ไม่ถูกต้อง

$$\begin{aligned} 2x - 5 &= 11 \\ 2x &= 11 - 5 \\ 2x &= 6 \\ &= 12 \end{aligned}$$

ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์

ที่ถูกต้อง

$$\begin{aligned} 2x - 5 &= 11 \\ 2x &= 11 + 5 \\ 2x &= 16 \\ x &= \frac{16}{2} \\ &= 8 \end{aligned}$$

และหากวิธีการคิดแต่ได้คำตอบถูกต้องด้วยแล้ว ยังเป็นสิ่งที่อันตรายกว่าการได้คำตอบผิดแต่วิธีการถูกต้อง เพราะการได้คำตอบถูกต้องแต่วิธีการผิดนั้น ผู้เรียนจะไม่ทบทวนวิธีการของตนเนื่องจากบรรลุเป้าหมายของการทำงานแล้ว จึงไม่มีโอกาสทราบบว่าตนทำผิดในขั้นตอนใดและผิดอย่างไร แต่จะเข้าใจว่าสิ่งที่ทำนั้นถูกต้องแล้ว และจะจดจำเพื่อนำไปใช้ต่อไป ในทางตรงกันข้าม การได้คำตอบผิดแต่วิธีการถูกต้องนั้น ผู้เรียนมักจะทบทวนหรือตรวจสอบว่าตนทำผิดขั้นตอนใดและผิดอย่างไร จึงไม่ได้คำตอบที่ถูกต้อง ซึ่งจะทำให้เกิดการเรียนรู้ในสิ่งที่ถูกต้องและจะนำไปใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อไป

สภาการวิจัยแห่งสหรัฐอเมริกา (National Research Council, 2000 : 189) โดยคณะกรรมการการผลิตครูวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (Committee on Science and Mathematics Teacher Preparation) กล่าวว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ของครูประจำการคณิตศาสตร์ที่มีการผสมผสานกันระหว่างความรู้ในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้ในวิธีการสอนเข้าไว้ด้วยกันและสามารถใช้ความรู้นี้ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับความคิด

จากทัศนะของนักการศึกษาดังกล่าว สรุปได้ว่า ความรู้ของครูทางคณิตศาสตร์ มีองค์ประกอบอยู่ 2 ลักษณะได้แก่ ความรู้ในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความรู้ในวิธีการ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยครูผู้สอนควรสอนความรู้เชิงมโนทัศน์ควบคู่กับความรู้เชิงขั้นตอนหรือวิธีการ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความรู้ความเข้าใจ ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักคิด มองเห็นวิธีการที่ถูกต้อง ความรู้ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นความรู้ที่กว้างขวางมีคุณค่าอยู่รอบตัวเรา และสามารถใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปเป็นประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิตได้

ลักษณะของความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์

ได้มีผู้กล่าวถึงลักษณะของความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ไว้หลายทัศนะ ดังนี้

ปิยวดี วงษ์ใหญ่ (2551 : 80) กล่าวว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้คณิตศาสตร์ในเรื่องที่สอน ครูจะต้องมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ในเรื่องนั้นๆ อย่างลึกซึ้ง เห็นความสัมพันธ์ระหว่างตัวแทนแนวคิดที่อยู่ในแบบต่างๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 214-216) กล่าวว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับองค์ประกอบพื้นฐานที่นักเรียนจำเป็นต้องรู้ในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงาน ทั้งในเรื่องความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ ซึ่งครูจะต้องรู้ว่างานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องรู้ใน 2 ประเด็น ได้แก่

1. ความรู้เกี่ยวกับลักษณะของงานที่ทำ ซึ่งครูจะต้องรู้ว่างานนี้เกี่ยวข้องกับเรื่องใดในด้านข้อเท็จจริง คำศัพท์และนิยาม เช่น ถ้าผู้เรียนต้องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องรู้ว่าโจทย์ปัญหานี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องใด

2. ความรู้เกี่ยวกับความสามารถของนักเรียน เป็นความสามารถในการวิเคราะห์ความรู้ความสามารถของนักเรียนในการเรียนรู้หรือการปฏิบัติงานด้วยตนเอง เช่น นักเรียนรู้จุดอ่อนและจุดแข็งของตนเอง รู้ว่าตนเองรู้อะไร และมีความรู้ในระดับใด เพื่อที่จะได้หาวิธีการที่เหมาะสมในการเรียนรู้ของตนเอง

คาร์เพ็นเตอร์และคณะ (Carpenter, et. al. 1989 : 386) กล่าวว่า องค์ประกอบของความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ความรู้ใหม่ โนทัศน์และขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์ การรู้ถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียน วิธีนำเสนอเพื่อไม่ให้ผู้เรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และวิธีนำเสนอเพื่อแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของผู้เรียน และความรู้ในวิธีสอนที่เชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิมของผู้เรียน

เฟนนีมา และแฟรงก์ (Fennema, and Franke. 1992 : 162) กล่าวว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ (Knowledge of Mathematics) เป็นความรู้ที่ประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนหรือวิธีการ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่ครูกำหนด ตลอดจนในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน ซึ่งรวมถึงความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์ภายใต้ขั้นตอน ความสัมพันธ์กันของมโนทัศน์ และขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่ถูกใช้ในแต่ละประเภทของการแก้ปัญหา ซึ่งความรู้ในเนื้อหาวิชา

ความสำคัญในการจัดการความรู้ของครู และเป็นตัวชี้วัดความรู้ของครูกับความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูกับแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

บอร์โคว์ และพุทแนม (Borkow. and Putnam. 1995 : 137) ได้กล่าวถึงความรู้ที่จำเป็นในการสอนสำหรับครู คือ ความรู้ในเนื้อหาวิชา (Subject Matter Knowledge) การสอนที่มีคุณภาพขึ้นอยู่กับการพัฒนาแนวคิดและความเข้าใจของครูที่มีต่อเนื้อหาวิชา ซึ่งรวมทั้งการรู้ข้อเท็จจริง แนวคิดและกระบวนการของแต่ละศาสตร์

มอร์ (Mohr. 2006 : 219) กล่าวว่า องค์ประกอบของความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 1) ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แก่ ความรู้ในเชิงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ในเชิงขั้นตอนวิธีทางคณิตศาสตร์และกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 2) ความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ ซึ่งได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับวิธีสอนและเทคนิคการจัดการเรียนรู้ 3) การรู้ความคิดและความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน 4) การรู้วิธีนำเสนอที่เหมาะสมกับเนื้อหาเฉพาะทางคณิตศาสตร์ และ 5) ความเชื่อของครูประจำการคณิตศาสตร์

บอลล์ และคณะ (Ball. et. al. 2008 : 400-403) กล่าวว่า ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของความรู้ของครู ซึ่งประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ได้แก่ 1) ความรู้ในเนื้อหาพร้อม (Common Content Knowledge : CCK) คือ ความรู้ทางคณิตศาสตร์และทักษะที่ใช้เพื่อการจัดการเรียนรู้ ตัวอย่างเช่น ความรู้เกี่ยวกับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หรือการเรียงลำดับของจำนวนในแบบรูป สิ่งที่ควรตระหนักเกี่ยวกับความรู้ที่ใช้ร่วมกับเนื้อหาก็คือ การตอบผิดหรือมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และมีแนวโน้มว่าผู้เรียนจะตอบผิดมากขึ้นหากผู้เรียนได้รับความรู้ที่ผิดพลาดด้วย 2) ความรู้ในขอบข่ายทางคณิตศาสตร์ (Knowledge at the Mathematical Horizon) เป็นขอบข่ายความรู้ที่เกี่ยวข้องเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่สัมพันธ์กับลำดับของเนื้อหาคณิตศาสตร์ และ 3) ความรู้ในเนื้อหาเฉพาะ (Specialized Content Knowledge : SCK) เป็นความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ที่มีความจำเป็นสำหรับครูใช้ในการจัดการเรียนรู้ เป็นความรู้เฉพาะที่ใช้สำหรับการจัดการเรียนรู้ ตัวอย่างเช่น การอธิบายว่าทำไมเราจึงกลับเศษและส่วนเมื่อเราหารเศษส่วน ความสามารถในการใช้ศัพท์ทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง หรือความสามารถในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ นักวิจัยให้เหตุผลว่า ความรู้ประเภทนี้ เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับครู

สรุปได้ว่า ความรู้ของครูด้านเนื้อหา หมายถึง ความรู้เชิงมโนทัศน์ในเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามกรอบสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระ

การเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และความรู้พื้นฐานในการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตลอดจนหลักการ สมบัติ วิธีการต่างๆ ในขั้นตอนการคำนวณ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบรอง ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงกระบวนการ และความรู้ในขอบข่ายเนื้อหา

ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงได้กำหนดองค์ประกอบของความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตรีศึกษา เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ด้านความรู้ในเนื้อหา ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบรอง รายละเอียดแต่ละด้าน เป็นดังนี้

1. ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) เป็นความรู้ที่เกิดจากความเข้าใจในเนื้อหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การมองเห็นความสัมพันธ์และความเชื่อมโยงแนวคิดไปพร้อมกับการปรับโครงสร้างของความรู้พื้นฐานที่จำเป็นกับความรู้ใหม่ให้สอดคล้องกันในเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2. ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) เป็นความรู้ที่เกี่ยวกับหลักการ สมบัติ ขั้นตอน ทักษะการคำนวณ และวิธีการต่างๆ ที่ใช้อธิบายในขั้นตอนการคำนวณ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกันในเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. ความรู้ในขอบข่ายเนื้อหา (Common Content Knowledge) เป็นความรู้ตามกรอบสาระ มาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัด ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้

ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้ (Instructional Strategies Knowledge) เป็นความรู้ที่ช่วยให้ครูตัดสินใจในการเลือกจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้อย่างน่าสนใจ แม้ว่าครูผู้สอนจะมีความรู้ในเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี แต่ไม่รู้จักใช้วิธีการจัดการเรียนรู้ เทคนิคการจัดการเรียนรู้ ผู้เรียนย่อมไม่เกิดความเข้าใจหรือเกิดการเรียนรู้ตามตัวชี้วัดที่กำหนดได้ ดังนั้น เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงขอเสนอประเด็นต่างๆตามลำดับดังนี้ หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และหลักการจัดการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และความรู้ในหลักสูตร มีรายละเอียดแต่ละประเด็น ดังนี้

หลักการในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

หลักการในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่นำมาใช้ในการศึกษาความรู้ของครูในงานวิจัยนี้ประกอบด้วย หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จิตวิทยาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และแนวทางการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้ให้แนวคิดหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ไว้หลายทัศนะดังนี้ ยุพิน พิพิธกุล (2545 : 11 – 12) ได้กล่าวต่อไปว่า ปรัชญาการสอนคณิตศาสตร์ที่กล่าวถึงข้างต้น นำมาซึ่งหลักการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญดังต่อไปนี้

1. ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่ยาก การยกตัวอย่างอาจจะหาจากจำนวนน้อยเสียก่อน
2. เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ในเรื่องที่สามารถใช้สื่อการเรียนการสอนรูปธรรมประกอบ
3. สอนให้สัมพันธ์ความคิด เมื่อครูจะทบทวนเรื่องใดก็ควรจะทบทวนให้หมดควรรวบรวมเรื่องที่เหมือนกันเข้าเป็นหมวดหมู่
4. เปลี่ยนวิธีการสอน ไม่ซ้ำซากน่าเบื่อหน่าย ผู้สอนควรจะสอนให้สนุกสนานและน่าสนใจซึ่งอาจจะมี กลอน เพลง เกม การเล่าเรื่อง การทำภาพประกอบ การ์ตูนปริศนา ต้องรู้จัก สอดแทรกสิ่งละอันพันละน้อยให้บทเรียนน่าสนใจ
5. ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้นในการสร้างความพร้อมก่อนที่จะเรียน
6. ควรคำนึงถึงประสบการณ์เดิม และทักษะเดิมที่นักเรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรจะต้องเนื่องกับกิจกรรมเดิม
7. เรื่องที่สัมพันธ์กันก็ควรสอนไปพร้อม ๆ กัน
8. ให้ผู้เรียนมองเห็นโครงสร้าง ไม่ใช่เน้นแต่เนื้อหาสาระ
9. ไม่ควรเป็นเรื่องยากเกินไป ผู้สอนบางคนชอบให้โจทย์ยาก ๆ เกินสาระการเรียนรู้กำหนดไว้ซึ่งอาจจะทำให้ผู้เรียนที่เรียนอ่อนท้อถอย แต่ถ้าผู้เรียนที่เรียนเก่ง ก็อาจจะชอบ ควรจะส่งเสริมเป็นรายไปในการสอนต้องคำนึงถึงหลักสูตรและเลือกเนื้อหาเพิ่มเติมให้เหมาะสม ทั้งนี้เพื่อส่งเสริมศักยภาพ

10. สอนให้นักเรียนสามารถหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง การยกตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่าง จนนักเรียนเห็นรูปแบบ จะช่วยให้นักเรียนสรุปได้ ควรเลือกวิธีการที่สอดคล้องกับเนื้อหา

11. ให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติในสิ่งที่ทำได้ ลงมือปฏิบัติจริงและประเมินการปฏิบัติ

จริง

12. ผู้สอนควรมีอารมณ์ขัน เพื่อช่วยให้บรรยากาศในห้องเรียนน่าเรียนยิ่งขึ้น วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เรียนหนัก ครูจึงไม่ควรจะเคร่งเครียด ให้นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน

13. ผู้สอนควรมีความกระตือรือร้น และตื่นตัวอยู่เสมอ

14. ผู้สอนควรหมั่นแสวงหาความรู้เพิ่มเติม เพื่อจะนำสิ่งแปลกและใหม่มาถ่ายทอดให้ผู้เรียน และผู้สอนควรจะเป็นผู้ที่มีศรัทธาในอาชีพของตน จึงจะทำให้สอนได้ดี อัมพร ม้าคอง (2553 : 6-7) ได้อธิบายว่า ลักษณะ ธรรมชาติ โครงสร้างและปรัชญาของวิชาคณิตศาสตร์ นำมาซึ่งหลักการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญดังต่อไปนี้

1. พยายามใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายนามธรรม หรือการทำให้สิ่งที่เป็นนามธรรม มาก ๆ เป็นนามธรรมที่ง่ายขึ้น หรือพอที่จะจินตนาการได้มากขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บางอย่างไม่สามารถหาสื่อมาอธิบายได้

2. ให้นักเรียน ได้เรียนทั้งเนื้อหาหรืออะไร (What) และเรียนวิธีการเรียนรู้ว่าควรเรียนอย่างไร (How) จึงจะประสบความสำเร็จ นั่นคือ ต้องคำนึงถึงทั้งเนื้อหาวิชา และกระบวนการเรียนรู้

3. สอนให้ผู้เรียนคิดและเกิดความเข้าใจจากการคิด และมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น ใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปรายเพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลาย และเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

4. พัฒนาผู้เรียนให้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหา สามารถให้เหตุผล เชื่อมโยง สื่อสาร และคิดอย่างสร้างสรรค์ ตลอดจนเกิดความอยากรู้อยากเห็นและนำไปคิดต่อ

5. พัฒนาผู้เรียนให้เกิดประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย เช่น การเรียนรู้คณิตศาสตร์ในห้องเรียน นอกห้องเรียน และนอกสถานที่ ใช้การฝึกกราบบุคคล ฝึกเป็นกลุ่มการฝึกทักษะย่อยทางคณิตศาสตร์ และการฝึกทักษะรวมเพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น

6. ผู้สอนควรศึกษาธรรมชาติ ประสบการณ์ ความรู้พื้นฐาน และศักยภาพของผู้เรียน เพื่อจะได้จัดกิจกรรมการสอนให้สอดคล้องกับผู้เรียน และให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ตามศักยภาพ

7. ใช้สื่อและนวัตกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนรู้ดีกว่าวิชาคณิตศาสตร์ไม่ยาก และมีความสนใจที่จะทำกิจกรรม

8. พัฒนาผู้เรียนให้ฝึกเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ในลักษณะต่างๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์ เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างคู่อันดับความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน เป็นต้น

9. ประเมินการเรียนรู้และความเข้าใจของผู้เรียนขณะเรียนในห้องเรียนอย่างต่อเนื่อง และด้วยวิธีการที่หลากหลาย เช่น ใช้คำถามสั้น ๆ หรือการพูดคุยปกติ

วัชรวิ กาญจน์กิริติ (2554 : 14-15) กล่าวว่า หลักการจัดการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สำคัญได้แก่

1. สอนให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์หรือ ได้ความรู้ทางคณิตศาสตร์จากการคิดและมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น ใช้ความคิดและคำถามที่นักเรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปราย เพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลาย และเพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

2. สอนให้ผู้เรียนเห็น โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์

3. สอนโดยคำนึงว่าจะให้นักเรียนเรียนอะไร (What) และเรียนอย่างไร (How) นั่นคือ ต้องคำนึงถึงทั้งเนื้อหาวิชาและกระบวนการเรียน

4. สอนโดยการใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมอธิบายนามธรรมหรือการทำให้สิ่งที่เป็นนามธรรม มากๆ เป็นนามธรรมที่ง่ายขึ้นหรือพอที่จะจินตนาการ ได้มากขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์บางอย่าง ไม่สามารถหาสื่อมาอธิบายได้

5. จัดกิจกรรมการสอน โดยคำนึงถึงประสบการณ์และความรู้พื้นฐานของนักเรียน

6. สอนโดยใช้การฝึกหัดให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งการฝึกรายบุคคล การฝึกเป็นกลุ่ม การฝึกทักษะย่อยทางคณิตศาสตร์ และการฝึกทักษะรวมเพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น

7. สอนเพื่อให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหา สามารถให้เหตุผล เชื่อมโยงสื่อสาร และคิดอย่างสร้างสรรค์ ตลอดจนเกิดความอยากรู้อยากเห็นและนำไปคิดต่อ

8. สอนให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์ในห้องเรียนกับคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวัน

9. ผู้สอนควรศึกษาธรรมชาติและศักยภาพของผู้เรียน เพื่อจะได้กิจกรรมการสอนให้สอดคล้องกับผู้เรียน

10. สอนให้ผู้เรียนมีความสุขในการเรียนคณิตศาสตร์ รู้สึกว่าวิชาคณิตศาสตร์ไม่ยาก และมีความสนุกสนานในการทำกิจกรรม

11. สังเกต และประเมินการเรียนรู้ และความเข้าใจของผู้เรียนขณะเรียนในห้อง โดยใช้คำถามสั้นๆ หรือการพูดคุยปกติ

เรย์ส และคณะ (Reys, et. al. 2003 อ้างถึงใน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2554 : 10-17) เสนอหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เป็นหลักการที่ดีและสอดคล้องตามทฤษฎีการเรียนรู้ไว้ดังนี้

หลักการที่ 1 การให้นักเรียนมีส่วนร่วมอย่างกระตือรือร้นทำได้ด้วยการจัดกิจกรรมที่มีการลงมือปฏิบัติที่มีการใช้ความคิดเข้ามาเกี่ยวข้องในการลงมือทำ ซึ่งสามารถกระทำได้ในหลายรูปแบบ ไม่ว่าจะเป็นการมีปฏิสัมพันธ์กับครูหรือเพื่อนร่วมชั้นเรียน การมีประสบการณ์ตรงจากการใช้สื่อปฏิบัติหรือการใช้อุปกรณ์การเรียนรู้

หลักการที่ 2 การเรียนรู้คือการพัฒนา เป็นแนวคิดการพัฒนาการทางสติปัญญาของนักเรียนที่มีส่วนใกล้เคียงกับการที่จะรับรู้หรือค้นพบความรู้ที่ครูสอนให้ จะส่งผลในการสร้างสภาพสิ่งแวดล้อมของห้องเรียน

หลักการที่ 3 การเรียนรู้เกิดจากความรู้ที่มีมาก่อนแล้ว ความรู้ที่มีอยู่เดิมมีความสำคัญต่อกระบวนการการเรียนรู้คณิตศาสตร์มาก ตามหลักการเรียนรู้แบบบันไดเวียน (Spiral approach) จะทำให้นักเรียนมีโอกาสมากมายที่จะพัฒนา และขยายแนวคิดให้กว้างหรือลึกขึ้นไปเรื่อยๆ ตามช่วงเวลาที่เหมาะสม

หลักการที่ 4 การสื่อสารมีส่วนสำคัญในการสร้างความเข้าใจ เป็นการสื่อสารแลกเปลี่ยนข้อมูล ข้อเท็จจริงต่างๆ โดยการปฏิบัติสามารถนำไปสู่โอกาสที่หลากหลายในการคิด การพูดและการฟัง ซึ่งเป็นการกระตุ้นให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง

หลักการที่ 5 คำถามที่ดีช่วยส่งเสริมการเรียนรู้ การตั้งคำถามที่ดีนั้นสามารถ กระตุ้นการคิดและการเรียนรู้ของนักเรียนได้ดี ซึ่งคำถามที่ดีมีหลายรูปแบบโดยทั่วไปควรเป็น คำถามที่มีศักยภาพในการส่งเสริมการคิดการวิพากษ์วิจารณ์ การสร้างความสัมพันธ์และ สนับสนุนการเชื่อมโยงอย่างมีความหมาย

หลักการที่ 6 สื่อปฏิบัติช่วยในการเรียนรู้ เนื่องจากโดยธรรมชาติแล้ว คณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นนามธรรม สื่อปฏิบัติที่เป็นตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หรือแบบจำลอง ทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้มีโน้ตส์ต่างๆ มีความเป็นรูปธรรมสำหรับนักเรียนมากขึ้น

หลักการที่ 7 อภิปัญญา (Metacognition) มีผลต่อการเรียนรู้ ซึ่งอภิปัญญาเป็น การคิดเกี่ยวกับความคิดของตนเอง โดยคิดทบทวนหรือคิดไตร่ตรอง เพื่อวิเคราะห์ดูว่าความคิด นั้นถูกต้องหรือยังมีข้อบกพร่องตรงจุดใด จะช่วยให้นักเรียนสามารถควบคุมและปรับปรุง แก้ไขพฤติกรรมของตนเองได้

หลักการที่ 8 เจตคติของครูมีความสำคัญยิ่ง เจตคติที่ดีของครูที่มีต่อการเรียน การสอน มักส่งผลให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วย

หลักการที่ 9 ประสบการณ์มีอิทธิพลต่อความวิตกกังวล ซึ่งความวิตกกังวลใน คณิตศาสตร์ เป็นความรู้สึกในทางลบต่อคณิตศาสตร์อย่างมาก อาการเบื้องต้นของความวิตก กังวลในคณิตศาสตร์ เช่น การขาดความมั่นใจ ไม่ชอบคิดคำนวณ มีแรงจูงใจต่ำ ทำให้ ผลสัมฤทธิ์ในการเรียนต่ำ

หลักการที่ 10 ความถนัดตามธรรมชาติของแต่ละเพศนั้นมีความเท่าเทียมกัน ความหลากหลายซับซ้อนของแรงผลักดันในสังคมที่ส่งผลให้เกิดความไม่เท่าเทียมกันทางเพศ นั้นสัมพันธ์กับการเรียนคณิตศาสตร์ เช่น ครูอาจเรียกถามคำถามนักเรียนชายบ่อยครั้งกว่า นักเรียนหญิง ครูอาจชมนักเรียนหญิงน้อยกว่านักเรียนชาย สิ่งเหล่านี้อาจทำให้นักเรียนหญิงคิดว่าตัวเองไม่มีความสามารถทางด้านคณิตศาสตร์ซึ่งอาจส่งผลต่อการเรียนรู้ได้

หลักการที่ 11 ความทรงจำสามารถทำให้ดีขึ้นได้ซึ่งความทรงจำเป็นลักษณะ หนึ่งที่สำคัญของการเรียนรู้ ข้อเสนอแนะการทำให้ความทรงจำดีขึ้นคือ 1. การเรียนรู้ที่มีความหมาย 2. บริบทของมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ ส่งผลให้เกิดการเชื่อมโยงที่เป็นประโยชน์ต่อ ความทรงจำระยะยาว 3. การสร้างความเชื่อมโยงช่วยให้เกิดความทรงจำระยะยาว 4. การ ทบทวนความคิดสำคัญๆ เป็นระยะๆ จะช่วยจัดเก็บและเสริมให้ความรู้ที่มีนั้นชัดเจนอยู่เสมอ และยังส่งผลต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในปัจจุบัน

จิตวิทยาการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ยุพิน พิพิธกุล. (2545 : 4-7) กล่าวว่า ในการจัดการเรียนรู้นั้นก็เพื่อจะให้นักเรียนเกิดการพัฒนาขึ้น ครูจะต้องนึกอยู่เสมอว่านักเรียนจะพัฒนาไปสู่จุดประสงค์ที่ต้องการได้อย่างไร นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ก็ต่อเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม และสามารถสรุปจิตวิทยาในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดังนี้

1. การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรม เมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์ใด ประสบการณ์หนึ่งเป็นครั้งแรก นักเรียนก็มีความอยากรู้อยากเห็น และอยากจะทำอะไรก็ได้ วิธีการคิดนั้นอาจจะเป็นการลองผิด ลองถูก แต่เมื่อเขาได้รับประสบการณ์อีกครั้งหนึ่ง เขาก็จะสามารถตอบได้แสดงว่าเขาเกิดการรับรู้

2. การถ่ายทอดการเรียนรู้

2.1 นักเรียนจะได้รับการถ่ายทอดการเรียนรู้ ก็ต่อเมื่อเห็นเหตุการณ์ที่คล้ายคลึงกันหลายๆ ตัวอย่าง เช่น ครูเขียนโจทย์ลงไปว่า $7 + 9$, $13 + 9$, $15 + 9$ นักเรียนที่ฉลาดจะสังเกตเห็นว่า จำนวนที่นำมาบวกนั้นเหมือนกันคือ 9 และจะทำได้โดยครูไม่ต้องช่วย นักเรียนปานกลางครูอาจต้องช่วย นักเรียนที่เรียนอ่อนก็อาจจะมัวนับอยู่และทำไม่ค่อยได้ ครูจะต้องช่วย

2.2 ครูควรจะฝึกนักเรียนให้รู้จักสังเกตแบบรูปของสิ่งที่คล้ายคลึงกันแล้ว เขาก็จะสามารถสรุปว่าแบบรูปนั้นเป็นอย่างไร เช่น

2 4 6 8 10 2 4 8 16

3 5 7 9 11 3 6 12 24

เมื่อนักเรียนใช้การสังเกต เขาก็จะเกิดการเรียนรู้ขึ้นได้

2.3 รู้จักนำเรื่องที่เคยเรียนแล้วในอดีตมาเปรียบเทียบหรือใช้กับเรื่องที่จะต้องเรียนใหม่

2.4 ควรจะให้นักเรียนได้เรียนอย่างประสบความสำเร็จไปเป็นเรื่อยๆ เพราะถ้าเขาทำเรื่องใดประสบความสำเร็จ เขาก็จะสามารถถ่ายทอดไปยังเรื่องอื่นได้ ดังนั้นครูควรพยายามให้นักเรียนสามารถสรุปได้ด้วยตนเองจะทำให้เขาเข้าใจและจำได้นาน เมื่อเขาจำได้ก็จะนำไปใช้กับเรื่องอื่นๆ ได้

2.5 การถ่ายทอดการเรียนรู้จะสำเร็จผลมากน้อยเพียงไรขึ้นอยู่กับวิธีการสอนของครู ดังนั้นครูจะต้องตระหนักอยู่เสมอว่า จะสอนอะไรและสอนอย่างไรการสอนเพื่อจะให้เกิดการถ่ายทอดการเรียนรู้ นั้นควรจะยึดหลักการดังนี้

2.5.1 ให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด (Concept) ด้วยตนเองและนำไปสู่ข้อสรุปได้ นอกจากนี้ยังสามารถนำข้อสรุปนั้นไปใช้ได้

2.5.2 ครูจะต้องเน้นในขณะที่สอนและแยกแยะให้นักเรียนเห็นองค์ประกอบในเรื่องที่กำลังเรียน

2.5.3 ครูควรจะฝึกนักเรียนให้รู้จักบทนิยาม หลักการ กฎ สูตร สัจพจน์ ทฤษฎี จากเรื่องที่เรียนไปแล้วในสถานการณ์ที่มีองค์ประกอบคล้ายคลึงกันแต่ซับซ้อนยิ่งขึ้น

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 1-36 – 1-39) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้นั้นครูจะต้องรู้จักวิทยาในการเรียนรู้ จึงจะทำให้การจัดการเรียนรู้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น จิตวิทยาบางประการที่ครูคณิตศาสตร์ควรทราบคือ

1. ความแตกต่างระหว่างบุคคล นักเรียนย่อมมีความแตกต่างกันทั้งในด้านสติปัญญา อารมณ์ จิตใจและลักษณะนิสัย ดังนั้นในการจัดการเรียนรู้ ครูควรคำนึงถึง

1.1 ความแตกต่างของนักเรียนภายในกลุ่มเดียวกัน เพราะนักเรียนนั้นมีความแตกต่างกันทั้งทางร่างกาย ความสามารถ บุคลิกภาพ ครูจะสอนทุกคนให้เหมือนกันนั้นเป็นไปได้ ครูจะต้องศึกษาว่านักเรียนแต่ละคนมีปัญหาอย่างไร

1.2 ความแตกต่างระหว่างกลุ่มของนักเรียน เช่น ครูอาจจะแบ่งนักเรียนออกตามความสามารถว่า นักเรียนมีความเก่ง อ่อน ต่างกันอย่างไร เมื่อครูทราบแล้วก็จะได้สอนให้สอดคล้องกับความสนใจของนักเรียนเหล่านั้น

2. การเสริมแรง การจัดการเรียนรู้นั้นครูต้องพยายามอย่างนี้

2.1 ศึกษานักเรียนแต่ละบุคคล ดูความแตกต่างเสียก่อน วินิจฉัยว่าแต่ละคนประสบปัญหาในการเรียนคณิตศาสตร์อย่างไร

2.2 วางแผนการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับความแตกต่างของนักเรียน ถ้านักเรียนเรียนเก่งก็ส่งเสริมให้ก้าวหน้า แต่ถ้านักเรียนอ่อนก็พยายามหาทางช่วยเหลือด้วยการสอนซ่อมเสริม

2.3 ครูต้องหาวิธีการมาจัดการเรียนรู้ หาวิธีแปลกๆใหม่ๆ เช่น การจัดการเรียนรู้นักเรียนอ่อนก็ใช้รูปธรรม อธิบายนามธรรม ให้นักเรียนเรียนด้วยความสนุกสนาน เพลิดเพลินอาจจะใช้เพลง กลอน เกม ปริศนา บทเรียนการ์ตูน เอกสารแนะแนวทาง บทเรียนแบบโปรแกรม ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล และบทเรียนกิจกรรม

2.4 ครูจะต้องรู้จักหาเอกสารประกอบการจัดการเรียนรู้มาเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน เช่น นักเรียนเก่งก็ให้ทำแบบฝึกหัดเสริมให้ก้าวหน้ายิ่งขึ้น นักเรียนอ่อนก็ให้ทำแบบฝึกหัดที่ง่ายไปสู่ยาก เป็นแบบฝึกหัดเสริมทักษะให้นักเรียนค่อยๆ ทำไป

3. การปลูกฝังคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เนื่องจากหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ.2551 ได้กล่าวถึง คำว่า จิตสาธารณะ ซึ่งหมายถึงจิตที่เสียสละเพื่อผู้อื่น ก็จะนำไปสู่การกระทำที่เสียสละ ปัญหาที่มีอยู่ว่าทำอย่างไรนักเรียนจึงจะมีจิตสาธารณะ จิตที่ยอมเสียสละเพื่อผู้อื่น การจัดการเรียนรู้และการฝึกฝนของครู จะช่วยให้นักเรียนมีจิตสาธารณะได้ (พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2542) เมื่อพิจารณาถึงการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียน ครูจะฝึกให้นักเรียนมีจิตสาธารณะ โดยให้นักเรียนช่วยเหลือการเรียนรู้ที่เป็นของจริง ตามลักษณะเนื้อหาที่ครูจะจัดการเรียนรู้เท่าที่นักเรียนจะสามารถหาได้

สรุปได้ว่า ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ครูจะต้องรู้จักจิตวิทยาในการจัดการเรียนรู้เป็นอย่างดี ควรคำนึงอยู่เสมอว่า ผู้เรียนมีความแตกต่างระหว่างบุคคลทั้งด้านสติปัญญา อารมณ์ จิตใจและลักษณะนิสัย การจัดการเรียนรู้นั้นจะบรรลุไปสู่จุดประสงค์ที่ต้องการอย่างไร จะสังเกตได้จากการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของนักเรียนที่มีการพัฒนาไปสู่เป้าหมายที่ต้องการ

แนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้เสนอแนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ไว้หลายทัศนะดังนี้ อัมพร ม้าคนอง (2547 : 18) ได้เสนอแนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ให้นักเรียนคิดและหาสื่อการเรียนรู้ที่จะใช้เรียนมาเอง
2. ให้นักเรียนยกตัวอย่างทางคณิตศาสตร์จากประสบการณ์ของตนเอง
3. ให้นักเรียนลงมือทำกิจกรรม สาธิต และอธิบายให้เพื่อนฟัง
4. ตั้งคำถามหรือประเด็นที่กระตุ้นและท้าทายความสามารถของนักเรียน
5. ใช้การแข่งขันเพื่อให้นักเรียนใช้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่มีอยู่
6. กระตุ้นให้นักเรียนคิดโดยไม่คาดหวังคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว
7. จัดกิจกรรมตามที่นักเรียนส่วนใหญ่ในห้องเรียนเสนอ
8. พานักเรียนออกไปเรียนนอกห้องเรียน เช่น พฤษศาสตร์ สหกรณ์

โรงอาหาร ชุมชนใกล้โรงเรียน

9. ให้นักเรียนเขียนข่าวคณิตศาสตร์โดยใช้เพื่อนหรือคนในครอบครัวเป็น

บุคคลในข่าว

10. ใช้เกมฝึกการคิดริเริ่มสร้างสรรค์ และการคิดในลักษณะต่างๆ
11. ให้นักเรียนตั้งโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเรื่องที่เรียนให้เพื่อนคิด
12. ใช้นวัตกรรมและเทคโนโลยีที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์
13. ให้นักเรียนที่เรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์ล่วงหน้ามาแล้วเป็นผู้สอนนักเรียนคนอื่น ๆ

14. ใช้สื่อการเรียนรู้ที่หลากหลาย เช่น เอกสารสรุปความคิดรวบยอด เอกสารเชื่อมโยง เอกสารตัวอย่างงาน

15. ให้นักเรียนแต่งเพลงคณิตศาสตร์ตามความสนใจเป็นรายกลุ่มหรือบุคคล
 วัชร กาจจนเกียรติ (2554 : 16) ได้ให้แนวคิดแนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้ประสบความสำเร็จไว้ว่า ควรจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่ นักเรียน 3 แนวทาง คือ

1. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม (Concrete Learning Experience) หรือ การเรียนรู้ชั้น “ลงมือกระทำ” เป็นประสบการณ์ที่นักเรียนได้กระทำกับวัตถุสิ่งของต่างๆ ควบคู่ไปกับสัญลักษณ์ ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนเห็นว่าสัญลักษณ์นั้นมีความหมาย

2. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นกึ่งรูปธรรม (Semi Concrete Learning Experience) หรือการเรียนรู้ชั้น “การเกิดภาพในใจ” เป็นการจัดประสบการณ์ที่ให้นักเรียนได้รับสิ่งเร้าทางสายตาควบคู่ไปกับสัญลักษณ์ ซึ่งจะช่วยให้ นักเรียนเห็นว่าสัญลักษณ์นั้นมีความหมาย นักเรียนไม่ต้องกระทำกับวัตถุแต่สังเกตหรือดูภาพของวัตถุ

3. ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรม (Abstract Learning Experience) หรือการเรียนรู้ชั้น “คิดนามธรรม” เป็นประสบการณ์ที่นักเรียนได้รับโดยใช้สัญลักษณ์เพียงอย่างเดียว ไม่ต้องมีการกระทำกับวัตถุหรือรับสิ่งเร้าทางสายตา

บุญเลี้ยง ทุมทอง (2554 : 42-49) ได้ให้แนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยให้ความสำคัญกับการจัดการเรียนรู้ที่เน้นความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (Teaching for Understanding) โดยอธิบายว่าความเข้าใจเป็นสิ่งสำคัญยิ่งในการเรียนคณิตศาสตร์ แต่ถึงกระนั้น ยังมีคำถามอีกมากมายเกิดขึ้น เป็นต้นว่า ความเข้าใจคืออะไร เป็นกริยาหรือกระทำ ได้หรือไม่ เป็นประสบการณ์ทางด้านอารมณ์หรือเป็นวิถีของการเรียนรู้ใช่หรือไม่ อะไรเป็นเงื่อนไขที่ทำให้เกิดความเข้าใจ และเราเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างไร ซิพินสกา (Sierpinska, 1990 : 24-36)

สรุปได้ว่า แนวการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจ มีแนวทางการปฏิบัติคือ จัดการเรียนรู้บนพื้นฐานความรู้เดิม เน้น

การคิด ให้เวลานักเรียนในการคิด พยายามใช้คำถามให้ผู้เรียนตรวจสอบความถูกต้อง ฝึกให้นักเรียนได้แย้งอย่างสุภาพ ครูนำเสนอวิธีทำความเข้าใจเนื้อหาและเทคนิคการบันทึกเนื้อหา และการสร้างบรรยากาศที่เหมาะสมในชั้นเรียน นอกจากนั้นควรจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้นักเรียนใน 3 แนวทาง คือ ประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรม กึ่งรูปธรรม และเป็นนามธรรม จากการศึกษาแนวคิดของนักการศึกษา สรุปหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ได้ดังนี้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยคำนึงถึงประสบการณ์และความรู้พื้นฐานของผู้เรียน
2. ใช้ความสนใจของผู้เรียนเป็นจุดเริ่มต้นในการสร้างความพร้อมก่อนที่จะเรียน
3. ผู้สอนควรศึกษาธรรมชาติ ประสบการณ์ ความรู้พื้นฐาน และศักยภาพของผู้เรียน เพื่อจะได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับผู้เรียน และให้ผู้เรียนได้เรียนเต็มตามศักยภาพ
4. ควรสอนจากเรื่องง่ายไปสู่ยาก การยกตัวอย่างอาจจะหาจากจำนวนน้อย
เสียก่อน
5. เปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ในเรื่องที่สามารถใช้สื่อการเรียนรู้รูปธรรมประกอบ
6. สอนให้สัมพันธ์ความคิด เพื่อให้ผู้เรียนมองเห็น โครงสร้าง เรื่องที่สัมพันธ์กันก็ควรจะสอนไปพร้อม ๆ กัน
7. ผู้สอนควรสอนให้สนุกสนานและน่าสนใจซึ่งอาจจะมี กลอน เพลง เกม การเล่าเรื่อง การทำภาพประกอบ การ์ตูน ปริศนา ต้องรู้จัก สอดแทรกสิ่งละอันพันละน้อยให้บทเรียนน่าสนใจ
8. ควรคำนึงถึงประสบการณ์เดิม และทักษะเดิมที่ผู้เรียนมีอยู่ กิจกรรมใหม่ควรจะต้องเนื่องกับกิจกรรมเดิม
9. การสอนให้ผู้เรียนคิดและเกิดความเข้าใจจากการคิด และมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกับผู้อื่น ใช้ความคิดและคำถามที่ผู้เรียนสงสัยเป็นประเด็นในการอภิปราย เพื่อให้ได้แนวคิดที่หลากหลาย และเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
10. สอนให้ผู้เรียนสามารถหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง การยกตัวอย่างหลายๆ ตัวอย่าง จนผู้เรียนเห็นรูปแบบ จะช่วยให้ผู้เรียนสรุปได้ ควรเลือกวิธีการที่สอดคล้องกับเนื้อหา
11. การพัฒนาผู้เรียนให้เกิดทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การคิดวิเคราะห์เพื่อแก้ปัญหา สามารถให้เหตุผล เชื่อมโยง สื่อสาร และคิดอย่างสร้างสรรค์ ตลอดจนเกิดความอยากรู้อยากเห็นและนำไปคิดต่อ

12. การฝึกหัดให้ผู้เรียนเกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทั้งการฝึกรายบุคคล การฝึกเป็นกลุ่ม การฝึกทักษะย่อยทางคณิตศาสตร์ และการฝึกทักษะรวม เพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น

13. ผู้สอนหมั่นแสวงหาความรู้เพิ่มเติม เพื่อจะนำสิ่งแปลกและใหม่มาถ่ายทอดให้ผู้เรียน และผู้สอนควรจะเป็นผู้ที่มีศรัทธาในอาชีพของตน จึงจะทำให้สอนได้ดี

14. การใช้สื่อและนวัตกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนรู้สึกว่าการเรียนคณิตศาสตร์ไม่ยาก และมีความสนใจที่จะทำกิจกรรม

15. ประเมินการเรียนรู้ และความเข้าใจของผู้เรียนขณะเรียนในห้องเรียนอย่างต่อเนื่อง และด้วยวิธีการที่หลากหลาย เช่น การใช้คำถามสั้นๆ หรือการพูดคุยปกติ

หลักการจัดการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ในการศึกษาหลักการจัดการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้วิจัยได้ศึกษา งานวิจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้แนวคิดหลักการจัดการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หลายทัศนะดังนี้

จันทิ ลิทธิศาสตร์ (2549 : 100-102) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชิปปา (CIPPA Model) เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบชิปปา เป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติ ปรับเปลี่ยนบทบาทของครูผู้สอนเป็นผู้จัดประสบการณ์การเรียนรู้ ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางการเรียนรู้ เน้นให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองให้มากที่สุด ส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักคิด วิเคราะห์ กล้าแสดงความคิดเห็น และกล้าแสดงออก เน้นการมีปฏิสัมพันธ์กับภายในกลุ่มและเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม ครูกระตุ้นและฝึกให้ผู้เรียนปรับเปลี่ยนหน้าที่กันทำตามความสามารถและเหมาะสม อีกทั้งเปิดโอกาสให้ผู้เรียนใช้ความรู้เชิงมโนทัศน์ประกอบขั้นตอนการแก้ปัญหาเพื่อให้เข้าใจหลักการ และนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

ชัยยุทธ บุญธรรม (2549 : 113-114) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการสอนแบบค้นพบ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า การสอนแบบค้นพบในงานวิจัยนี้เป็นการจัดการเรียนรู้แบบใช้สื่อประสม เน้นลำดับเนื้อหาจากง่ายไปยาก และสอนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา (Polya, 1957: 16-17) โดยผู้สอนต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนแล้วจึงฝึกทักษะในการแก้ปัญหา

โดยใช้สื่อชุดการเรียนรู้ พร้อมกับมีการเฉลยทุกครั้ง ทำให้นักเรียนทราบผลการเรียนรู้ของตนเองตลอดเวลา ซึ่งส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

จรัสศรี ทองมี (2552 : 113-114) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้ (4MAT) เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้(4MAT) ช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น เนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ มีการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดด้วยตนเองให้มาก ทำการปรับปรุงแก้ไขกิจกรรมให้เหมาะสมกับเวลา โดยคำนึงถึงความยากง่ายของกิจกรรมและความสามารถของผู้เรียน มีการจัดประสบการณ์ที่ช่วยกระตุ้นการพัฒนาสมองซีกซ้ายและซีกขวาอย่างสมดุล ในการนำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มาใช้ เริ่มจากการสร้างประสบการณ์เดิมหรือมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งที่กำลังจะเรียน ทดวิเคราะห์ประสบการณ์เพื่อสร้างความคิดรวบยอด การปฏิบัติกิจกรรมและเรียนรู้ตามลักษณะเฉพาะตัว ประยุกต์ใช้ความรู้จากการแลกเปลี่ยนความรู้ความคิดกับผู้อื่น เพื่อขยายกรอบแนวคิดของนักเรียนให้กว้างออกไป ทำให้เข้าใจสิ่งต่างๆ ได้ดีขึ้น

ทัศนชัย เก่งกำลังพล และคณะ(2553 : 107-108) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนาชุดฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิคการสอนแบบ KWDL เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า การใช้เทคนิคการสอนแบบ KWDL เป็นการเรียนในลักษณะที่นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยใช้กระบวนการกลุ่มเป็นหลัก ในการเรียนรู้ด้วยตนเองนี้ นักเรียนจะระลึกเสมอว่าในบางครั้งนักเรียนในกลุ่มไม่สามารถทำถูกต้องได้ทั้งหมดทุกกิจกรรม ถ้ามีกิจกรรมใดเกิดมีปัญหา นักเรียนซักถามครูผู้สอนถึงกระบวนการแก้ปัญหาคำแนะนำการดำเนินการทำนั้นถูกต้องหรือไม่ เพื่อกิจกรรมที่นักเรียนปฏิบัตินั้นไม่ผิดพลาด และไม่ต้องเสียเวลาไปแก้ไขกระบวนการและผลการเรียนรู้ภายหลัง เป็นการจัดการเรียนรู้ที่น่าสนใจ และเรียงขั้นตอนการเรียนรู้จากง่ายไปสู่ยาก ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนและต่อเนื่อง โดยการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ นอกจากนั้นยังช่วยให้นักเรียนมีความคิดในการแก้ปัญหา มีการวิเคราะห์และรู้จักการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ ที่กำหนดให้ สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเองและทำให้นักเรียนแยกประเด็นของปัญหา วางแผนที่จะแก้ปัญหาและสรุปปัญหาอย่างมีหลักการและเหตุผล

วันดี ต่อเพ็ง (2553 : 60) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้น

ตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ครูมีเทคนิคในการใช้คำถามประกอบการยกตัวอย่าง การใช้สื่อการเรียนรู้ในการเชื่อมโยงไปสู่การอภิปราย เพื่อสรุปมโนทัศน์การหาคำตอบของสมการ ผู้เรียนได้เรียนรู้และปฏิบัติงานเป็นกลุ่ม ผู้เรียนมีอิสระในการแสดงความคิดเห็น รู้จักวิเคราะห์สิ่งที่ เป็นข้อมูล รู้จักแสวงหาข้อมูลเพิ่มเติมจากแหล่งเรียนรู้อื่นๆ รวมทั้งสามารถคิดและตัดสินใจแก้ปัญหาประยุกต์ใช้ความรู้ได้อย่างเหมาะสม นอกจากนี้ใช้การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นการนำเทคนิคการใช้ยุทธวิธีเชื่อมโยงกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา นำไปประยุกต์ใช้แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับชีวิตประจำวัน ซึ่งจะช่วยพัฒนาให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในบทเรียนมากขึ้น โดยได้รับความรู้ในเนื้อหาวิชาที่เป็นบูรณาการ สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้เป็นเครื่องมือในการจัดการปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพและส่งเสริมให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น

อ้อมฤดี แซ่มอุบล (2553 : 118-119) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถามหวนทวนความคิดทบทวนเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถามหวนทวนความคิดทบทวน ได้คำนึงถึงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อจะทราบว่าเนื้อหาเรื่องใดต้องได้รับการทบทวน รูปแบบการจัดการเรียนรู้เป็นไปตามลำดับขั้นตอนที่สัมพันธ์กัน ซึ่งแต่ละขั้นตอนของการสอนที่ต่อเนื่องกันทำให้นักเรียนคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลและสามารถที่จะค้นพบข้อสรุปได้ด้วยตนเอง การใช้คำถามของครูได้เปิด โอกาสให้นักเรียนมีเวลาคิดหาคำตอบ หรือค้นพบข้อสรุปด้วยตนเอง มีการเสริมแรงให้กับนักเรียนทำให้นักเรียนเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา นอกจากนี้ การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวน ได้เปิด โอกาสให้นักเรียน ได้ฝึกความคิดและฝึกการกระทำ การจัดระบบความคิดและวิธีสืบสวนสอบสวนด้วยตนเอง ทำให้ความรู้คงทนและถ่ายโยงการเรียนรู้ได้ดี กล่าวคือ ทำให้สามารถจดจำได้นานและนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่อีกด้วย

กรรณา ยินดี (2555 : 80-81) ได้ทำวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ (Team Assisted Individualization ; TAI) ผลการวิจัยพบว่า วิธีการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ (TAI) เป็นการที่ผสมผสานระหว่างการเรียนแบบกลุ่มร่วมมือ และรายบุคคลเข้าด้วยกัน เป็นวิธีการเรียนการสอนที่สนองความแตกต่างระหว่างบุคคล เริ่มจาก

การทบทวนความรู้เดิมและค่านึงถึงประสบการณ์เดิมของนักเรียน ให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองตามความสามารถ ตามกิจกรรม และส่งเสริมการใช้เทคนิคฝึกการคิดวิเคราะห์พัฒนาทักษะการแก้ปัญหาพร้อมกับส่งเสริมการพัฒนาทักษะทางสังคม โดยอาศัยความร่วมมือภายในกลุ่ม มีการแลกเปลี่ยนประสบการณ์เรียนรู้ และการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ดังนั้นนักเรียนที่เรียนเก่งจึงพยายามช่วยนักเรียนที่เรียนอ่อน เพราะต้องการให้คะแนนเฉลี่ยของกลุ่ม ดีขึ้น และนักเรียนอ่อนก็จะพยายามช่วยตนเองเพื่อไม่ให้คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มต่ำลง และครูมีรางวัลเป็นการเสริมแรง โดยรางวัลจะได้จากคะแนนเป็นรายกลุ่ม ซึ่งการเสริมแรงนี้เพื่อกระตุ้นการร่วมมือกันของนักเรียนภายในกลุ่ม และการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ (TAI) จะมีการทำแบบฝึกทักษะหลายชุด แต่ครั้งนักเรียนจะได้ลงมือทำด้วยตนเอง และมีการตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องเป็นขั้น ๆ ทำให้ผู้เรียนได้แก้ไขข้อบกพร่องเป็นขั้นตอน และรู้ผลการเรียนในทันที ซึ่งเป็นการเสริมแรงนักเรียนได้เป็นอย่างดีอีกวิธีหนึ่ง จึงเป็นสิ่งยืนยันผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ (TAI) ที่มีประสิทธิภาพ

ทัศนีย์ อินธิเดช (2555 : 118) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า แนวทางแก้ไขการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนควรมีการฝึกทักษะการแก้ปัญหา โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาโดยเฉพาะขั้นทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหา เพื่อให้ให้นักเรียนมีทักษะในการอ่านจับใจความ หรือตีความหรือทักษะด้านการแปลความจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ การสร้างสัญลักษณ์แทนความคิด ช่วยการเรียนรู้ในลักษณะที่เป็นนามธรรม ครูควรสร้างความตระหนักในการทำงาน กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ทั้งในส่วนที่เป็นกระบวนการและคำตอบ จนเคยชินเป็นนิสัย นักเรียนไม่ควรพึ่งพอใจอยู่เพียงคำตอบที่ได้ อีกทั้งจัดสอนซ่อมเสริมหลังเลิกเรียนหรือในคาบว่างสำหรับนักเรียนที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเพื่อเป็นการทบทวนเนื้อหาที่เรียนผ่านมาแล้วและทำให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องที่เรียนเพิ่มมากขึ้น มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่หลากหลาย อาทิเช่นการใช้เกมการทำงานเป็นทีมหรือทำงานเป็นกลุ่ม เป็นต้น และใช้สื่อการเรียนการสอนควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรม เพื่อช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตลอดเวลาและมีการเสริมแรง เช่นการให้รางวัล หรือให้คะแนน เป็นต้น

จากการศึกษา งานวิจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สรุปเป็นหลักการจัดการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้ดังนี้

1. การใช้เทคนิคการตั้งคำถามประกอบการยกตัวอย่าง และใช้สื่อการเรียนรู้ เชื่อมโยงไปสู่การอภิปราย เพื่อสรุปมโนทัศน์การหาคำตอบของสมการ
2. การใช้เทคนิคฝึกการคิด วิเคราะห์ พัฒนาทักษะการแก้ปัญหา พร้อมกับส่งเสริม การพัฒนาทักษะทางสังคม
3. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดด้วยตนเองให้มาก ปรับปรุงแก้ไขกิจกรรมให้ เหมาะสมกับเวลา โดยคำนึงถึงความยากง่ายของกิจกรรมและความสามารถของผู้เรียน
4. การใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา เชื่อมโยงยุทธวิธีที่ เหมาะสม และนำไปประยุกต์ใช้แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับชีวิตประจำวัน
5. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้ (4MAT) โดยสร้าง ประสบการณ์เดิมหรือมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งที่เรียน แลกเปลี่ยนความรู้ความคิด ขยายกรอบ ความคิด ทำให้เข้าใจสิ่งต่างๆดีขึ้น
6. การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่ฝึกการจัดระบบความคิดและวิธี สืบสวนสอบสวนด้วยตนเอง ทำให้สามารถจดจำได้นานและนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่อีก ด้วย
7. การใช้วิธีการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ (TAI) ที่ผสมผสานระหว่างการเรียน แบบกลุ่มและรายบุคคลเข้าด้วยกัน โดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล
8. ใช้กิจกรรมการเรียนรู้แบบซิปปา (CIPPA Model) โดยส่งเสริมให้ผู้เรียนรู้จักคิด วิเคราะห์ กล้าแสดงความคิดเห็น และกล้าแสดงออก
9. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ครูใช้เทคนิคการตั้งคำถามประกอบการ ยกตัวอย่าง การใช้สื่อการเรียนรู้ในการเชื่อมโยง ไปสู่การอภิปราย เพื่อสรุปมโนทัศน์การหา คำตอบของสมการ ผู้เรียนได้เรียนรู้และปฏิบัติงานเป็นกลุ่ม ผู้เรียนมีอิสระในการแสดง ความ คิดเห็น รู้จักวิเคราะห์สิ่งที่เป็นข้อมูล รู้จักแสวงหาข้อมูลเพิ่มเติมจากแหล่งเรียนรู้อื่นๆ รวมทั้ง สามารถคิดและตัดสินใจแก้ปัญหา ประยุกต์ใช้ความรู้ได้อย่างเหมาะสม
10. การจัดการเรียนรู้โดยใช้หมวดความคิดหกใบ เพื่อฝึกวิธีการคิดอย่างเป็นระบบ ในการพิจารณาสถานการณ์หรือปัญหาที่เกิดขึ้น โดยใช้สีของหมวดเป็นสัญลักษณ์แทนการคิด หกด้านได้แก่ หมวดสีขาว หมวดสีแดง หมวดสีดำ หมวดสีเหลือง หมวดสีเขียว และหมวดสีฟ้า
11. การพัฒนาผู้เรียนให้ฝึกเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ในลักษณะต่างๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ความสัมพันธ์และความต่อเนื่องของเนื้อหาคณิตศาสตร์ เช่น การเปรียบเทียบจำนวน การเรียงลำดับจำนวน แบบรูปและความสัมพันธ์ เป็นต้น

12. การสร้างสัญลักษณ์แทนความคิด ช่วยการเรียนรู้ลักษณะที่เป็นนามธรรม

13. ให้การเสริมแรง เพื่อกระตุ้นการลงมือกระทำด้วยตนเอง การร่วมมือกันภายในกลุ่ม และการแก้ไขข้อบกพร่องของผู้เรียน

14. ใช้สื่อการเรียนรู้ที่น่าสนใจ เรียงขั้นตอนการใช้สื่อจากง่ายไปหายาก ทำให้เกิดการเรียนรู้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนและต่อเนื่อง

15. กระตุ้นให้ผู้เรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบความถูกต้อง ทั้งในส่วนที่

ความรู้ในหลักสูตร

ความรู้ในหลักสูตร เป็นความรู้สำคัญที่ครูจะต้องใช้ในการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 ดังนั้น เพื่อให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับความรู้ในหลักสูตรที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจึงขอนำเสนอประเด็นต่างๆ ตามลำดับดังนี้ การวิเคราะห์หลักสูตรคณิตศาสตร์ การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่นำไปจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้อย่างมีประสิทธิภาพ มีรายละเอียดแต่ละประเด็นดังนี้

การวิเคราะห์หลักสูตรคณิตศาสตร์

การวิเคราะห์หลักสูตรเป็นกรอบหรือ โครงสร้างในการจัดการเรียนรู้ได้ครอบคลุมตามหลักสูตร ช่วยให้ครูรู้รายละเอียดของเนื้อหาและพฤติกรรมที่ควรปลูกฝัง ผู้เรียนรู้ว่าเนื้อหาหนึ่ง ๆ ควรปลูกฝังพฤติกรรมใดบ้าง และปลูกฝังมากน้อยเพียงใด การกำหนดชั่วโมงการสอนทำได้เป็นส่วนเหมาะสมในแต่ละเนื้อหานั้น ๆ นอกจากนั้น ช่วยให้ครูได้ออกข้อสอบครอบคลุมเนื้อหาและพฤติกรรมตามที่ต้องการเป็นเครื่องช่วยบังคับทิศทาง การออกข้อสอบว่าจะออกเนื้อหาใดตามพฤติกรรมใด จำนวนกี่ข้อ และสามารถใช้ตรวจสอบความบกพร่องของเด็กเมื่อทำผิดได้ มีขั้นตอนดังนี้

1. ศึกษาและวิเคราะห์เกี่ยวกับ วิสัยทัศน์ หลักการ จุดมุ่งหมาย สมรรถนะสำคัญของผู้เรียนและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรสถานศึกษา และหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ 2551

2. ศึกษาและความสัมพันธ์ระหว่างสาระหลัก มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อแยกแยะว่าจะ ไรคือเนื้อหา และอะไรคือทักษะกระบวนการที่กำหนดไว้เป็นเป้าหมายการเรียนการจัดการเรียนรู้ที่กำหนดไว้ในมาตรฐานการเรียนรู้ อาศัยการวิเคราะห์จากคำสำคัญ (Key Words) ที่ปรากฏในตัวชี้วัดที่

กำหนดไว้แล้ว จากระดับชาติในหลักสูตรแกนกลาง (หรืออาจดูจากแนวทางการพัฒนาสาระ
หลักสูตรระดับเขตพื้นที่ก็ได้เช่นกัน)เพื่อจัดทำคำอธิบายรายวิชา โครงสร้างรายวิชา

สรุปได้ว่า ความรู้ของครูในการวิเคราะห์หลักสูตรคณิตศาสตร์ มีความสำคัญต่อ
การวางกรอบ โครงสร้างการจัดการเรียนรู้ให้ครอบคลุมเป้าหมายในหลักสูตร เพื่อการจัดการ
เรียนรู้คณิตศาสตร์ที่มีประสิทธิภาพ มีขั้นตอนดังนี้ ศึกษาและวิเคราะห์ วิสัยทัศน์ หลักการ
จุดมุ่งหมาย สมรรถนะสำคัญ คุณลักษณะอันพึงประสงค์ ความสัมพันธ์ระหว่างสาระหลัก
มาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด สาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
การจัดทำคำอธิบายรายวิชา และ โครงสร้างรายวิชา

การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

กระทรวงศึกษาธิการ (2551 : 52) ได้กล่าวถึงลำดับขั้นตอนการออกแบบและ
วางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ดังนี้

1. ทำความเข้าใจอย่างลึกซึ้งในคำอธิบายรายวิชา โดยทำความเข้าใจกับ
มาตรฐานการเรียนรู้ช่วงชั้นและขอบข่ายเนื้อหาสาระที่ระบุไว้ในคำอธิบายรายวิชา แล้ว
วิเคราะห์หว่าอะไรคือเป้าหมายสูงสุดของรายวิชานี้ ที่ต้องการให้ผู้เรียนรู้และปฏิบัติได้จริง
ตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่กำหนด
2. กำหนดภาระงาน ผลงานรวบยอดประจำรายวิชา พร้อมเกณฑ์การประเมิน
เพื่อเป็นหลักฐาน ร่องรอยการปฏิบัติงานของผู้เรียน สำหรับยืนยันผลการเรียนรู้รวบยอด ตาม
เป้าหมายสูงสุดของรายวิชานี้
3. กำหนดหน่วยการเรียนรู้รายวิชา จะต้องพิจารณาว่าการที่ผู้เรียนจะสามารถ
ปฏิบัติภาระงาน / ผลงานรวบยอดตามที่ระบุไว้นั้น ผู้เรียนจะต้องมีองค์ความรู้และทักษะ/
กระบวนการใดบ้าง จึงจะเพียงพอต่อการปฏิบัติภาระงานดังกล่าว
4. ออกแบบหน่วยการเรียนรู้ มีองค์ประกอบดังนี้
 - 4.1 สาระการเรียนรู้ ซึ่งการวิเคราะห์สาระการเรียนรู้จะต้องมาจากตัวชี้วัด
มาตรฐานในสาระแกนกลาง และจะต้องคำนึงถึงความสอดคล้องกับผู้เรียน ชุมชนท้องถิ่น
ปฏิบัติได้จริง ทันสมัย ได้ความรู้ กระบวนการ เจตคติ เหมาะสมกับระดับของผู้เรียน
น่าสนใจ เรียนรู้ได้ง่าย สะดวกต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
 - 4.2 การบูรณาการกับกลุ่มสาระการเรียนรู้อื่นๆ
 - 4.3 ในการจัด กิจกรรมการเรียนรู้ต้องวางแผนให้ดี มีขั้นตอน บอกให้รู้ว่าจะ
ทำอะไรก่อนหลัง ให้ผู้เรียนมีกิจกรรมการเรียนรู้อย่างไรบ้าง เช่น เลือกวิธีการนำเข้าสู่

บทเรียนให้เหมาะสมกับสาระการเรียนรู้ และระดับของผู้เรียน เลือกรูปแบบให้สอดคล้องกับ ผลการเรียนรู้ ให้ผู้เรียนทำกิจกรรมเป็นทีมตามขั้นตอนที่ครูวางแผนไว้ได้จริง สอดคล้องกับ เวลาที่ใช้ในการเรียนการจัดการเรียนรู้ สอดคล้องกับชีวิตประจำวันและชีวิตจริง คำนึงถึงทักษะ ของผู้เรียนในการเอาตัวรอดจากสิ่งชั่วร้ายในชีวิตประจำวัน

4.4 สื่อและ แหล่งการเรียนรู้ ครูควรจะคัดเลือกสื่อและแหล่งเรียนที่ สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้ และมีอย่างหลากหลาย ซึ่งสื่อครูอาจจะคิดสร้างขึ้นมาจาก อาจจะทำให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการสร้างสื่อ หรือถ้าเป็นเนื้อหาสาระครูต้องอธิบายเพื่อให้ ผู้เรียนเกิดความคิดรวบยอด และสามารถสร้างองค์ความรู้ให้ได้

4.5 การวัดผลและการประเมินผล ต้องวัดผลประเมินผลในหลายๆวิธี ผสมผสานกัน รูปแบบที่น่าสนใจและเป็นที่ยอมรับกันอย่างแพร่หลาย ก็คือ การวัดผลและ การประเมินผลตามสภาพจริง เพราะเป็นการเสริมสร้างศักยภาพของผู้เรียน มุ่งให้ผู้เรียนมี ความสามารถในการประยุกต์องค์ความรู้ที่ได้ในห้องเรียนไปใช้จริงๆ การดำรงชีวิตของผู้เรียน

4.6 บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ ครูควรบันทึกตามความเป็นจริงที่เกิดขึ้น ในการนำแผนการจัดการเรียนรู้ไปใช้

จากลำดับขั้นตอนการออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ดังกล่าว นำมาแสดงการวิเคราะห์ความสัมพันธ์การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ ใน ตารางที่ 1 และตารางที่ 2 ดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด เนื้อหา และเนื้อหาย่อยสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ขั้นตอนที่ 1 การระบุมารฐานและตัวชี้วัด		ขั้นตอนที่ 2 การจัดกลุ่มเนื้อหาตามตัวชี้วัดที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	ขั้นตอนที่ 3 การจำแนกเนื้อหาในขั้นตอนที่ 1 ออกเป็นเนื้อหาย่อย	ขั้นตอนที่ 4 การวิเคราะห์เนื้อหาจากขั้นตอนที่ 3 ตามสาระสำคัญเพื่อนำไปสู่การจัดการเรียนรู้	
มาตรฐาน	ตัวชี้วัด				
ค 4.1	1. วิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้			1. ความสัมพันธ์ของแบบรูป	1. แบบรูปและความสัมพันธ์
ค 4.2	2. แก้สมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวอย่างง่าย			2. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย	2. คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ค 4.2	3. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากสถานการณ์หรือปัญหาอย่างง่าย			3. การเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากสถานการณ์หรือปัญหาอย่างง่าย	3. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน
ค 4.2	4. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ		4. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ	5. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	

จากตารางที่ 1 สรุปได้ว่า การวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด เนื้อหา และเนื้อหาย่อย ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การระบุมารฐานและตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้แก่ สาระที่ 4 พีชคณิต มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน ตัวชี้วัด 1. วิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้ มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา ตัวชี้วัด 1. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย 2. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากสถานการณ์ หรือปัญหาอย่างง่าย 3. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ขั้นตอนที่ 2 การจัดกลุ่มเนื้อหาตามตัวชี้วัดในขั้นตอนที่ 1 ได้แก่ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ประกอบด้วย ความรู้เกี่ยวกับการวิเคราะห์และอธิบาย ความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้ การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย การเขียน สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากสถานการณ์ หรือปัญหาอย่างง่าย การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ขั้นตอนที่ 3 การจำแนกเนื้อหาในขั้นตอนที่ 2 ออกเป็นเนื้อหาย่อย ได้แก่ ความสัมพันธ์ของแบบรูป การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย การเขียนสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวจากสถานการณ์ หรือปัญหาอย่างง่าย และการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิง เส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ขั้นตอนที่ 4 การวิเคราะห์เนื้อหาย่อยในขั้นตอนที่ 3 ตามสาระสำคัญเพื่อนำไปสู่ การจัดการเรียนรู้ ได้แก่ แบบรูปและความสัมพันธ์ คำตอบของสมการ การแก้สมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติสมมาตรและสมบัติการถ่ายทอด การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ และ โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ตารางที่ 2 แสดงการวิเคราะห์หน่วยการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับมาตรฐาน ตัวชี้วัด และจำนวน ชั่วโมง วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 60 ชั่วโมง/ภาคเรียน

ชื่อหน่วย การเรียนรู้	มาตรฐานการ เรียนรู้/ตัวชี้วัด	หน่วยการเรียนรู้/หน่วยย่อย	เวลา เรียน
สมการเชิง เส้นตัว แปรเดียว	ค 4.1 ม 1/1, ค 4.2 ม 1/1, ค 4.2 ม 1/2, ค 4.2 ม 1/3, ค 6.1 ม.1-3/1 ค 6.1 ม.1-3/2, ค 6.1 ม.1-3/3 ค 6.1 ม.1-3/4, ค 6.1 ม.1-3/5	สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว -แบบรูปและความสัมพันธ์ -คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว -การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้ สมบัติของการเท่ากัน -การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว	15 ชั่วโมง

สรุปได้ว่า การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ มีลำดับการดำเนินการดังนี้ ทำความเข้าใจการวิเคราะห์หลักสูตรอย่างถ่องแท้ กำหนดภาระงาน ผลงานรวบยอด กำหนดหน่วยการเรียนรู้ องค์ประกอบของหน่วยการเรียนรู้และบันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 85-86) ได้กล่าวถึงความหมาย ความสำคัญ และแนวปฏิบัติในการใช้สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้ สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง สิ่งที่ผู้สอนใช้เป็นตัวกลางในการถ่ายทอดความรู้ ทักษะและกระบวนการ ประสบการณ์ ความคิดเห็น และเจตคติไปสู่ผู้เรียน รวมทั้งใช้เป็นแหล่งเรียนรู้ให้ผู้เรียน ได้เรียนรู้ด้วยตนเอง (สถาบันส่งเสริมการจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2554 : 85) เป็นวัสดุ อุปกรณ์และวิธีการซึ่งถูกนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้ เพื่อช่วยให้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดำเนินไปอย่างสะดวกและมีประสิทธิภาพ ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ของการการเรียนรู้ (วัชรวิภา ภาณุจันทร์. 2554 : 89) นอกจากนี้สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ยังเป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในการที่จะช่วยจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครู (ยุพิน พิพิธกุล. 2545 : 45) เนื่องจากสื่อการเรียนรู้เป็นสิ่งที่จะช่วยช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างมีประสิทธิภาพ เป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจบทเรียน ช่วยสร้างบรรยากาศในการเรียนรู้ เสริมสร้างประสบการณ์ที่เป็นรูปธรรมกับผู้เรียน รวมทั้งส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้โดยการลงมือปฏิบัติช่วยสนับสนุนการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ

แนวปฏิบัติในการใช้สื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีสิ่งที่ควรยึดเป็นแนวปฏิบัติ ดังนี้

1. ต้องมีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน สื่อการเรียนรู้ที่นำมาใช้ต้องสามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน
2. ต้องเหมาะสมกับระดับชั้น และพื้นฐานความรู้ของผู้เรียน
3. ขนาดและวิธีการนำเสนอเรื่องราวของสื่อการเรียนรู้มีความเหมาะสมกับจำนวนผู้เรียน ต้องคำนึงว่าสื่อการเรียนรู้ที่ใช้นั้นเป็นสื่อสำหรับให้ผู้เรียนศึกษาเป็นรายบุคคล เป็นกลุ่มย่อย เป็นกลุ่มใหญ่ หรือทั้งชั้นเรียน
4. เน้นการให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อการเรียนรู้ การมีส่วนร่วมครอบคลุมถึง การช่วยกระตุ้นให้เกิดความคิด การตอบสนองด้วยการตอบคำถาม การอภิปรายร่วมกัน และการขยายฐานความคิด

5. ครูต้องมีการเตรียมการใช้สื่อการเรียนรู้ ฝึกการใช้สื่อเพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจ และมีทักษะในการใช้สื่อการเรียนรู้นั้น ๆ ก่อนนำไปใช้กับผู้เรียน

6. การใช้สื่อการเรียนรู้ต้องใช้ในโอกาสที่เหมาะสม ไม่ควรใช้มากเกินไป เมื่อผู้เรียนเข้าใจบทเรียนแล้วก็ไม่จำเป็นต้องใช้ หลังจากการใช้สื่อการเรียนรู้ต้องมีการสรุปเชื่อมโยงความรู้ที่ได้ จากสื่อการเรียนรู้กับสาระที่เรียนรู้อีกในบทเรียน

7. หลังการใช้สื่อการเรียนรู้ ต้องมีการประเมินและติดตามผลเพื่อดูว่าสื่อการเรียนรู้สามารถช่วยให้เกิดการเรียนรู้ตามที่ต้องการหรือไม่ ควรปรับปรุงสื่อการเรียนรู้ อย่างไรสำหรับการนำไปใช้ในโอกาสต่อไป

8. การใช้สื่อการเรียนรู้ควรมีขีดจำกัด ไม่ควรใช้อย่างพร่ำเพรื่อจนผู้เรียนติดสื่อการเรียนรู้ไม่สามารถเรียนรู้ได้ด้วยตัวเองไม่มีสื่อการเรียนรู้

สรุปได้ว่าสื่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นวัสดุ อุปกรณ์และวิธีการซึ่งถูกนำมาใช้ในการจัดการเรียนรู้เพื่อช่วยให้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดำเนินไปอย่างสะดวกและมีประสิทธิภาพ ครูต้องผลิตและเลือก ใช้สื่อการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้/ความคิดรวบยอดในแต่ละเรื่องเหมาะสมกับระดับชั้น และพื้นฐานความรู้ของผู้เรียน

การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2554 : 14–9 ถึง 14–11) อธิบายถึงหลักการวัดผลประเมินผลการเรียนรู้ว่าโดยทั่วไปมีหลักการที่สำคัญ ดังนี้

1. การวัดผลและการประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่องควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ผู้สอนควรใช้กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็นสื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ โดยอาจใช้คำถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจด้านเนื้อหา ส่งเสริมให้เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

2. การวัดผลและการประเมินผลต้องสอดคล้องกับคุณภาพของผู้เรียนที่ระบุไว้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด และจะต้องสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ซึ่งได้กำหนดไว้ในหลักสูตร ทั้งนี้ผู้สอนต้องกำหนดวิธีการวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้เพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนได้บรรลุผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดที่กำหนดไว้ และต้องแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ในแต่ละเรื่องให้ผู้เรียนได้ทราบทั้งทางตรงและทางอ้อม เพื่อให้ผู้เรียนได้ทราบจุดมุ่งหมายในการเรียนแต่ละคาบและปรับปรุงและพัฒนาตนเองเพื่อบรรลุจุดมุ่งหมายนั้น

3. การวัดผลและการประเมินผลต้องครอบคลุมทั้งด้านความรู้ความคิ
ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้ง 5 ความสามารถ และคุณลักษณะอันพึงประสงค์
ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 7 คุณลักษณะตามสาระการเรียนรู้ที่จัดไว้ในหลักสูตรของสถานศึกษา

4. การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องช่วยให้ได้
สารสนเทศเกี่ยวกับตัวผู้เรียน ซึ่งสามารถทำได้โดยใช้เครื่องมือและวิธีการที่เหมาะสมอย่าง
หลากหลาย สามารถทำได้ 3 ลักษณะ ได้แก่ การวัดผลประเมินผลเพื่อการวินิจฉัยผู้เรียน เพื่อให้
ได้ข้อมูลป้อนกลับ และเพื่อตัดสินผลการเรียน

5. การวัดผลและการประเมินผลเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนเกิด
ความกระตือรือร้นในการปรับปรุงความสามารถทางคณิตศาสตร์โดยแบ่งการประเมินผลเป็น
3 ระยะ ได้แก่ การประเมินผลก่อนเรียน การประเมินผลระหว่างเรียน และการประเมินผลหลัง
เรียน

6. ผู้สอนควรบอกแนวทางและเกณฑ์ที่ใช้ในการวัดผลและการประเมินผล
ตลอดจนแนวทางการปฏิบัติให้ผู้เรียนได้ทราบล่วงหน้าก่อนปฏิบัติกิจกรรม เพื่อความชัดเจน
ในการปฏิบัติและก่อให้เกิดความเข้าใจที่ตรงกัน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และ
เทคโนโลยี. 2546 : 11-12 และสิริพร ทิพย์คง. 2545 : 188)

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555 : 12-13) กล่าวว่า
การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีหลักการที่สำคัญดังนี้

1. การวัดผลและการประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่อง โดยใช้คำถามเพื่อ
ตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจด้านเนื้อหา ส่งเสริมให้เกิดทักษะและกระบวนการ
ทางคณิตศาสตร์ ผู้สอนยังสามารถใช้คำตอบของผู้เรียนเป็นข้อมูลเพื่อตรวจสอบความรู้ความ
เข้าใจ และพัฒนาการด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้อีกด้วย

2. การวัดผลและการประเมินผลต้องสอดคล้องกับความรู้ความสามารถของ
ผู้เรียนที่ระบุไว้ตามมาตรฐานการเรียนรู้ รวมทั้งสอดคล้องกับตัวชี้วัดซึ่งกำหนดไว้ในหลักสูตร
ที่สถานศึกษาใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน ทั้งนี้ผู้สอนจะต้องกำหนดวิธีการ
วัดผลประเมินผล เพื่อตรวจสอบว่าผู้เรียนได้บรรลุผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานที่กำหนดไว้

3. การวัดผลและการประเมินผลต้องครอบคลุมคุณภาพผู้เรียนในด้าน 1)
ความรู้ความคิ 2) ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และ 3) คุณลักษณะอันพึงประสงค์
ตามมาตรฐานการเรียนรู้ที่ระบุไว้ในหลักสูตรของสถานศึกษา โดยเน้นการเรียนรู้ด้วยการ
ทำงานหรือทำกิจกรรมที่ส่งเสริมให้เกิดสมรรถภาพทั้งสามด้าน

4. การวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องใช้วิธีการที่เหมาะสม และใช้เครื่องมือที่มีคุณภาพเพื่อให้ได้ข้อสนเทศเกี่ยวกับผู้เรียน เช่น เมื่อต้องการวัดผลประเมินผลเพื่อตัดสินผลการเรียนอาจใช้การทดสอบ เมื่อต้องการตรวจสอบพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียนด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อาจใช้การสังเกตการเรียนรู้ การสัมภาษณ์ การจัดทำแฟ้มสะสมงาน หรือการทำโครงการ

5. การวัดผลและการประเมินผลเป็นกระบวนการที่ใช้สะท้อนความรู้ความสามารถของผู้เรียน ช่วยให้ผู้เรียนมีการปรับปรุงและพัฒนาความรู้ความสามารถของตนเองให้ดีขึ้น ช่วยให้ผู้เรียนมีข้อมูลในการปรับปรุงและพัฒนาความรู้ความสามารถของตนเองให้ดีขึ้น ในขณะที่ผู้สอนสามารถนำผลการประเมินมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียนและปรับปรุงกระบวนการสอนของครูให้มีประสิทธิภาพ จึงต้องวัดผลประเมินผลอย่างสม่ำเสมอ ซึ่งจะแบ่งการประเมินผลเป็น 3 ระยะคือ การประเมินก่อนเรียน การประเมินระหว่างเรียน และการประเมินหลังเรียน

ดังนั้น สรุปได้ว่า หลักการวัดผลและการประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่นำไปใช้อย่างมีประสิทธิภาพ ควรยึดหลักการปฏิบัติที่ต้องกระทำควบคู่ไปกับกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีการประเมินการเรียนรู้และความเข้าใจของผู้เรียนอย่างต่อเนื่อง ใช้เครื่องมือและวิธีการที่หลากหลายและเหมาะสม สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด ด้วยเครื่องมือและวิธีการที่เหมาะสม และมีการแปลผลที่ถูกต้อง

จากการศึกษาข้างต้น สรุปเป็นความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้ เป็นความรู้ที่ช่วยให้ครูตัดสินใจในการเลือกจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ รู้จักเลือกใช้สื่อให้เหมาะสมกับเนื้อหาและวัยของผู้เรียน การจัดการเรียนรู้ตามแผนที่วางไว้ สามารถเลือกใช้วิธีการวัดผลและประเมินผลให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลา ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบรอง ได้แก่ ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และความรู้ในหลักสูตร รายละเอียด เป็นดังนี้

1. ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์(Mathematics Principles Instructional Strategies Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับหลักการจัดการเรียนรู้ จิตวิทยาการเรียนรู้ และแนวการจัดการเรียนรู้ที่ครูนำมาจัดประสบการณ์และกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียน

2. ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Principles Instructional Strategies Knowledge on Linear Equation in One Variable) เป็น ความรู้เกี่ยวกับ หลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ครูจะนำมาจัดประสบการณ์และกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อให้การจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพ

3. ความรู้ในหลักสูตร (Mathematics Curriculum Knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับการวิเคราะห์หลักสูตรคณิตศาสตร์ การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียน เป็นสำคัญ การจัดการเรียนรู้ตามแผนที่วางไว้ การใช้สื่อการเรียนรู้ และการวัดผลและ ประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้เรื่อง สมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว

ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน

ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน (Learner's Learning Knowledge) เป็น ความรู้ที่จำเป็นสำหรับครูในการจัดการเรียนรู้เพราะการทำความเข้าใจผู้เรียนจะทำให้ทราบว่า ผู้เรียนมีธรรมชาติการเรียนรู้แบบใด ทำให้สามารถจัดการเรียนรู้ได้ตรงตามความสนใจ ความ ถนัด และความสามารถของผู้เรียนยิ่งขึ้น การนำเสนอความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน แบ่งเป็น 2 ประเด็นคือ ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และธรรมชาติการเรียนรู้ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของผู้เรียน มีรายละเอียดแต่ละประเด็น ดังนี้

ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

ธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน เป็นความรู้สำคัญที่ครูจะต้องมี เพราะ ผู้เรียนแต่ละคนมีธรรมชาติในการเรียนรู้ที่แตกต่างกัน ประกอบกับธรรมชาติการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ก็แตกต่างจากวิชาอื่น ดังนั้น การศึกษาทฤษฎีเกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ที่สำคัญ ได้แก่ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนรู้ ของบรูเนอร์ ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดิวอี้ ทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเบ่ และทฤษฎี การเรียนรู้คอนสตรัคติวิสต์ จะทำให้เราทราบธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ได้เป็นอย่างดีโดยแต่ละทฤษฎีมีรายละเอียด ดังนี้

ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget's Theory of Intellectual Development)

จิน เพียเจต์ (Jean Piaget, 1987) เชื่อว่าพัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์พัฒนาขึ้นเป็นลำดับขั้น โดยแต่ละขั้นแตกต่างกันในกลุ่มคน และอายุที่กลุ่มคนเข้าสู่แต่ละขั้นจะแตกต่างกันไปตามลักษณะทางพันธุกรรมและสิ่งแวดล้อม มีสาระสรุปได้ดังนี้

1. พัฒนาการทางสติปัญญาของบุคคลเป็นไปตามวัยต่าง ๆ เป็นลำดับขั้น ดังนี้

1.1 ขั้นประสาทรับรู้และการเคลื่อนไหว (Sensori-motor Stage) ขั้นนี้เริ่มตั้งแต่แรกเกิดจนถึง 2 ปี พฤติกรรมของเด็กในวัยนี้ขึ้นอยู่กับ การเคลื่อนไหวเป็นส่วนใหญ่ เช่น การไขว่คว้า การเคลื่อนไหว การมอง การดู ในวัยนี้เด็กแสดงออกทางด้านร่างกายให้เห็นว่ามีสติปัญญาด้วยการกระทำ เด็กสามารถแก้ปัญหาได้ แม้ว่าจะไม่สามารถอธิบายได้ด้วยคำพูด เด็กจะต้องมีโอกาสที่จะปะทะกับสิ่งแวดล้อมด้วยตนเอง ซึ่งถือว่าเป็นสิ่งจำเป็นสำหรับพัฒนาการด้านสติปัญญาและความคิดในขั้นนี้ มีความคิดความเข้าใจของเด็กจะก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว เช่น สามารถประสานงานระหว่างกล้ามเนื้อมือ และสายตา เด็กในวัยนี้มักจะทำอะไรซ้ำบ่อยๆ เป็นการเลียนแบบ พยายามแก้ปัญหาแบบลองผิดลองถูก เมื่อสิ้นสุดระยะนี้เด็กจะมีการแสดงออกของพฤติกรรมอย่างมีจุดมุ่งหมายและสามารถแก้ปัญหาโดยการเปลี่ยนวิธีการต่าง ๆ เพื่อให้ได้สิ่งที่ต้องการแต่กิจกรรมการคิดของเด็กวัยนี้ส่วนใหญ่ยังคงอยู่เฉพาะสิ่งที่สามารถสัมผัสได้เท่านั้น

1.2 ขั้นก่อนปฏิบัติการคิด (Preoperational Stage) ขั้นนี้เริ่มตั้งแต่อายุ 2-7 ปี แบ่งออกเป็นขั้นย่อยอีก 2 ขั้น คือ

1.2.1 ขั้นก่อนเกิดสังกัป (Preconceptual Thought) เป็นขั้นพัฒนาการของเด็กอายุ 2-4 ปี เป็นช่วงที่เด็กเริ่มมีเหตุผลเบื้องต้น สามารถจะโยงความสัมพันธ์ระหว่างเหตุการณ์ 2 เหตุการณ์ หรือมากกว่ามาเป็นเหตุผลเกี่ยวโยงซึ่งกันและกัน แต่เหตุผลของเด็กวัยนี้ยังมีขอบเขตจำกัดอยู่ เพราะเด็กยังคงยึดตนเองเป็นศูนย์กลาง คือถือความคิดตนเองเป็นใหญ่ และมองไม่เห็นเหตุผลของผู้อื่น ความคิดและเหตุผลของเด็กวัยนี้ จึงไม่ค่อยถูกต้องตามความเป็นจริงนัก นอกจากนี้ความเข้าใจต่อสิ่งต่างๆ ยังคงอยู่ในระดับเบื้องต้น เช่น เข้าใจว่าเด็กหญิง 2 คน ชื่อเหมือนกัน จะมีทุกอย่างเหมือนกันหมด แสดงว่าความคิดรวบยอดของเด็กวัยนี้ยังไม่พัฒนาเต็มที่ แต่พัฒนาการทางภาษาของเด็กเจริญรวดเร็วมาก

1.2.2 ขั้นการคิดแบบญาณหยั่งรู้ นี้ก็ออกเองโดยไม่ใช้เหตุผล (Intuitive Thought) เป็นขั้นพัฒนาการของเด็ก อายุ 4-7 ปี ขั้นนี้เด็กจะเกิดความคิดรวบยอดเกี่ยวกับสิ่งต่างๆ

รวมตัวดีขึ้น รู้จักแยกประเภทและแยกชิ้นส่วนของวัตถุ เข้าใจความหมายของจำนวนเลข เริ่มมีพัฒนาการเกี่ยวกับการอนุรักษ์ แต่ไม่แจ่มชัดนัก สามารถแก้ปัญหาเฉพาะหน้าได้โดยไม่คิดเตรียมล่วงหน้าไว้ก่อน รู้จักนำความรู้ในสิ่งหนึ่งไปอธิบายหรือแก้ปัญหาอื่นและสามารถนำเหตุผลต่างๆ ไปมาสรุปแก้ปัญหา โดยไม่วิเคราะห์อย่างถี่ถ้วนเสียก่อนการคิดหาเหตุผลของเด็กยังขึ้นอยู่กับสิ่งที่ตนรับรู้ หรือสัมผัสจากภายนอก

1.3 ขั้นปฏิบัติการคิดด้านรูปธรรม (Concrete Operation Stage) ขั้นนี้จะเริ่มจากอายุ 7-11 ปี พัฒนาการทางด้านสติปัญญาและความคิดของเด็กวัยนี้สามารถสร้างกฎเกณฑ์และตั้งเกณฑ์ในการแบ่งสิ่งแวดล้อมออกเป็นหมวดหมู่ได้ เด็กวัยนี้สามารถที่จะเข้าใจเหตุผล รู้จักการแก้ปัญหาสิ่งต่างๆ ที่เป็นรูปธรรมได้ สามารถที่จะเข้าใจเกี่ยวกับเรื่องความคงตัวของสิ่งต่างๆ โดยที่เด็กเข้าใจว่าของแข็งหรือของเหลวจำนวนหนึ่งแม้ว่าจะเปลี่ยนรูปร่างไปก็ยังมีน้ำหนักหรือปริมาตรเท่าเดิม สามารถที่จะเข้าใจความสัมพันธ์ของส่วนย่อย ส่วนรวม ลักษณะเด่นของเด็กวัยนี้คือ ความสามารถในการคิดย้อนกลับ นอกจากนั้นความสามารถในการจำของเด็กในช่วงนี้มีประสิทธิภาพขึ้น สามารถจัดกลุ่มหรือจัดการได้อย่างสมบูรณ์ สามารถสนทนากับบุคคลอื่นและเข้าใจความคิดของผู้อื่น ได้ดี

1.4 ขั้นปฏิบัติการคิดด้วยนามธรรม (Formal Operational Stage) นี้จะเริ่มจากอายุ 11-15 ปี ในขั้นนี้พัฒนาการทางสติปัญญาและความคิดของเด็กวัยนี้เป็นขั้นสุดยอด คือเด็กในวัยนี้จะเริ่มคิดแบบผู้ใหญ่ ความคิดแบบเด็กจะสิ้นสุดลง เด็กจะสามารถที่จะคิดหาเหตุผลนอกเหนือไปจากข้อมูลที่มีอยู่ สามารถที่จะคิดแบบนักวิทยาศาสตร์ สามารถที่จะตั้งสมมุติฐานและทฤษฎี และเห็นว่าความเป็นจริงที่เห็นด้วยการรับรู้ที่สำคัญเท่ากับความคิดกับสิ่งที่อาจจะเป็นไปได้ เด็กวัยนี้มีความคิดนอกเหนือไปกว่าสิ่งปัจจุบัน สนใจที่จะสร้างทฤษฎีเกี่ยวกับทุกสิ่งทุกอย่างและมีความพอใจที่จะคิดพิจารณาเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่มีตัวตน หรือสิ่งที่เป็นนามธรรม พัฒนาการทางการรู้คิดของเด็กในช่วงอายุ 6 ปีแรกในชีวิต ซึ่งเพิ่งจะได้ศึกษาไว้เป็นประสบการณ์ สำคัญที่เด็กควรได้รับการส่งเสริม มี 6 ขั้น ได้แก่

- ขั้นความรู้แตกต่าง (Absolute Differences) เด็กเริ่มรับรู้ในความแตกต่างของสิ่งของที่มองเห็น
- ขั้นรู้สิ่งตรงกันข้าม (Opposition) ขั้นนี้เด็กรู้ว่าของต่างๆ มีลักษณะตรงกันข้ามเป็น 2 ด้าน เช่น มี-ไม่มี หรือ เล็ก-ใหญ่
- ขั้นรู้หลายระดับ (Discrete Degree) เด็กเริ่มรู้จักคิดสิ่งที่เกี่ยวข้องกับลักษณะที่อยู่ตรงกลางระหว่างปลายสุดสองปลาย เช่น ปานกลาง น้อย

ขั้นความเปลี่ยนแปลงต่อเนื่อง (Variation) เด็กสามารถเข้าใจเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของสิ่งต่างๆ เช่น บอกถึงความเจริญเติบโตของต้นไม้

ขั้นรู้ผลของการกระทำ (Function) ในขั้นนี้เด็กจะเข้าใจถึงความสัมพันธ์ของการเปลี่ยนแปลง

ขั้นการทดแทนอย่างลงตัว (Exact Compensation) เด็กจะรู้ว่าการกระทำให้ของสิ่งหนึ่งเปลี่ยนแปลงย่อมมีผลต่ออีกสิ่งหนึ่งอย่างหักเหเหมือนกัน

2. ภาษาและกระบวนการคิดของเด็กแตกต่างจากผู้ใหญ่

3. กระบวนการทางสติปัญญามีลักษณะดังนี้

3.1 การซึมซับหรือการดูดซึม (Assimilation) เป็นกระบวนการทางสมองในการรับประสบการณ์ เรื่องราว และข้อมูลต่าง ๆ เข้ามาสะสมเก็บไว้เพื่อใช้ประโยชน์ต่อไป

3.2 การปรับและจัดระบบ (Accommodation) คือ กระบวนการทางสมองในการปรับประสบการณ์เดิมและประสบการณ์ใหม่ให้เข้ากันเป็นระบบหรือเครือข่ายทางปัญญาที่ตนสามารถเข้าใจได้ เกิดเป็น โครงสร้างทางปัญญาใหม่ขึ้น

3.3 การเกิดความสมดุล (Equilibration) เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นจากขั้นของการปรับ หากการปรับเป็นไปอย่างผสมผสานกลมกลืนก็จะก่อให้เกิดสภาพที่มีความสมดุลขึ้น หากบุคคลไม่สามารถปรับประสบการณ์ใหม่และประสบการณ์เดิมให้เข้ากันได้ ก็จะเกิดภาวะความไม่สมดุลขึ้น ซึ่งจะก่อให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญารึ้นในตัวบุคคล

แนวคิดของทฤษฎีของเพียเจต์ สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยเพียเจต์เชื่อว่าพัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์พัฒนาขึ้นเป็นลำดับขั้น โดยแต่ละขั้นแตกต่างกันในกลุ่มคนและอายุที่กลุ่มคนเข้าสู่แต่ละขั้นจะแตกต่างกันไปตามลักษณะทางพันธุกรรมและสิ่งแวดล้อม ลำดับขั้นทั้งสี่ของเพียเจต์ ได้แก่ 1) ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว (Sensory – motor Stage) 2) ขั้นเตรียมพร้อมปฏิบัติการ (Preoperational Stage) 3) ขั้นปฏิบัติการที่เป็นรูปธรรม (Concrete Operational Stage) และ 4) ขั้นปฏิบัติการที่เป็นแบบแผน (Formal Operational Stage) เพียเจต์ให้แนวคิดที่ว่าเด็กที่มีอายุน้อยๆ จะเรียนรู้ได้ดีที่สุดจากกิจกรรมที่ใช้สื่อรูปธรรม กรินเบิร์ก และ ออฟเบอร์ (Ginsburg. and Oppen. 1969 : 223) หากแนวคิดนี้ถูกนำไปใช้ในห้องเรียน ผู้สอนจะต้องเป็นผู้จัดสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้ และแนะนำผู้เรียนมากกว่าเป็นผู้สอนโดยตรง เมื่อเด็กโตขึ้นการเรียนรู้จากกิจกรรมลดลง เนื่องจากพัฒนาการทางสติปัญญาที่ซับซ้อนและทันสมัยขึ้น เพียเจต์ยังเน้นว่า ปฏิสัมพันธ์ระหว่างผู้เรียนกับผู้เรียนมีบทบาทเป็นอย่างมากต่อการพัฒนาสติปัญญาทั้งในเชิงปริมาณและ

คุณภาพ การให้ผู้เรียน ได้คิดพูด อภิปราย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น และประเมินความคิดของตนเองและผู้อื่นจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจตนเองและผู้อื่น ได้ดีขึ้น

สรุปได้ว่า ทฤษฎีพัฒนาการตามลำดับขั้นทั้งสี่ของเพียเจต์คือ ขั้นประสาทสัมผัสและการเคลื่อนไหว ขั้นเตรียมพร้อมปฏิบัติการ ขั้นปฏิบัติการที่เป็นรูปธรรม และขั้นปฏิบัติการที่เป็นแบบแผน พบอีกว่าวิธีคิด ภาษา ปฏิกริยา และพฤติกรรมของเด็กแตกต่างจากผู้ใหญ่ในเชิงปริมาณและคุณภาพ ความสามารถของเด็กจะต้องได้รับการพัฒนาให้ขึ้นไปตามลำดับขั้นและต่อเนื่องกัน การนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ควรพิจารณาความรู้พื้นฐานที่ผู้เรียนมี ให้โอกาสผู้เรียนในการใช้ความรู้เดิมแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตจริง และการเตรียมการสอนเนื้อหาใหม่ ควรพิจารณาความรู้เดิมที่ผู้เรียนมี การเพิ่มหรือลดเนื้อหาควรทำเพื่อจะเป็นประโยชน์สูงสุดต่อผู้เรียน

ทฤษฎีการเรียนรู้ของบรูเนอร์ (Bruner's Theory of Instruction)

บรูเนอร์ (Bruner, 1987) เป็นนักจิตวิทยาที่สนใจและศึกษาเรื่องของพัฒนาการทางสติปัญญาต่อเนื่องจากเพียเจต์ บรูเนอร์เชื่อว่ามนุษย์เลือกที่จะรับรู้สิ่งที่ตนเองสนใจและการเรียนรู้เกิดจากกระบวนการค้นพบด้วยตัวเอง (Discovery Learning) แนวคิดที่สำคัญๆ ของบรูเนอร์ มีดังนี้

1. การจัด โครงสร้างของความรู้ให้มีความสัมพันธ์ และสอดคล้องกับพัฒนาการทางสติปัญญาของเด็ก มีผลต่อการเรียนรู้ของเด็ก
2. การจัดหลักสูตรและการเรียนการสอนให้เหมาะสมกับระดับความพร้อมของผู้เรียน และสอดคล้องกับพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียนจะช่วยให้การเรียนรู้เกิดประสิทธิภาพ
3. การคิดแบบหยั่งรู้ (Intuition) เป็นการคิดหาเหตุผลอย่างอิสระที่สามารถช่วยพัฒนาความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ได้
4. แรงจูงใจภายในเป็นปัจจัยสำคัญที่ช่วยให้ผู้เรียนประสบผลสำเร็จในการเรียนรู้
5. ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของมนุษย์แบ่งได้เป็น 3 ขั้นใหญ่ ๆ คือ
 - 5.1 ขั้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ตรงและสัมผัสได้ (Enactive Stage) คือ ขั้นของการเรียนรู้จากการใช้ประสาทสัมผัสรับรู้สิ่งต่าง ๆ การลงมือกระทำช่วยให้เด็กเกิดการเรียนรู้ที่ดี เช่น ผู้เรียนรวมของ 4 ชิ้น กับของ 5 ชิ้น เพื่อเป็นของ 9 ชิ้น ซึ่งเป็นการสัมผัสกับสิ่งที่เป็นรูปธรรม (Concrete Objects or Manipulative)

5.2 ขั้นการเรียนรู้จากความคิด (Iconic Stage) เป็นขั้นที่เด็กสามารถสร้างมโนภาพในใจได้ และสามารถเรียนรู้จากภาพแทนของจริงได้ เช่น ผู้เรียนดูภาพรถ 4 คัน ภาพรถ 5 คัน และดูภาพรถรวม 9 คัน

5.3 ขั้นการเรียนรู้สัญลักษณ์และนามธรรม (Symbolic Stage) เป็นขั้นการเรียนรู้สิ่งที่จับต้องและเป็นนามธรรมได้ เช่น การเขียน $5 + 4 = 9$ เป็นสัญลักษณ์แทนภาพในระดับที่ 2

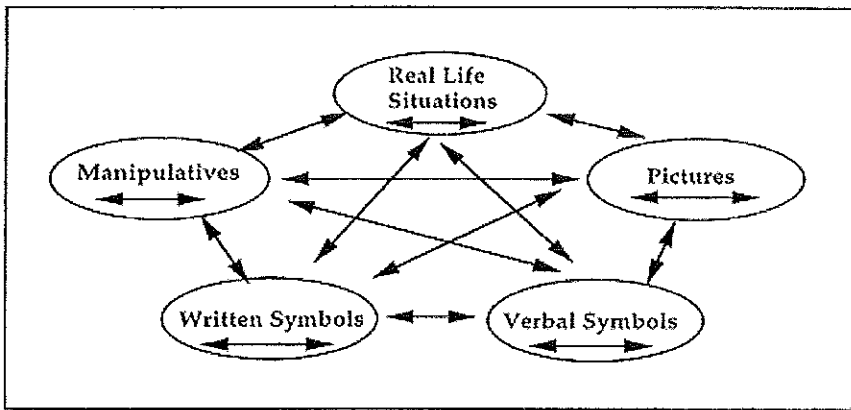
6. การเรียนรู้เกิดขึ้นได้จากการที่คนเราสามารถสร้างความคิดรวบยอด หรือสามารถจัดประเภทของสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

7. การเรียนรู้ที่ได้ผลดีที่สุด คือ การให้ผู้เรียนค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง (Discovery Learning)

แนวคิดของบรูเนอร์ปรากฏอยู่ในผลงานของเลช (Lesh, 1974) ซึ่งเป็นที่รู้จักกันดีในนามของโมเดลของเลช (Lesh's Model, 1987) เลชใช้แนวคิดข้างต้นของบรูเนอร์ในการสร้างโมเดลที่แสดงว่าผู้เรียนสามารถใช้วิธีแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ในหลายๆ รูปแบบ เช่น ความรู้ที่เกิดจากการใช้สื่อรูปธรรม (Manipulative Aids) สามารถแสดงความรู้ในรูปของรูปภาพ (Pictures) ภาษาเขียน (Written Symbols) และสถานการณ์จริง (Real world Situation) ได้

โมเดลนี้ทำให้เกิดการพัฒนาในด้านอื่นๆ ที่ผู้สอนควรคำนึงถึง เช่น การให้ผู้เรียนได้พูดและได้เขียนมากขึ้น การได้พูดและเขียนเป็นการเปลี่ยนวิธีการแสดงความคิดที่สะท้อนถึงความเข้าใจของผู้เรียน ตามโมเดลที่เลชได้เสนอนั้น ผู้สอนสามารถประเมินความเข้าใจของผู้เรียนได้จากการดูว่า ผู้เรียน

สามารถเปลี่ยนความเข้าใจจากรูปแบบหนึ่งไปยังอีกรูปแบบหนึ่งได้หรือไม่ เช่น ถ้าผู้เรียนสามารถเขียนสิ่งที่ตนอธิบายให้เพื่อนฟังเป็นภาษาเขียนได้ แสดงว่าผู้เรียนมีความเข้าใจในสิ่งที่พูด เนื่องจากสามารถเปลี่ยนจากภาษาพูดเป็นภาษาเขียนได้ รูปแบบการแปลงของเลขมีรายละเอียดตามแผนภาพที่ 6



แผนภาพที่ 6 รูปแบบของเลข (Lesh's Model, 1979)

จะเห็นว่า แนวคิดของบรูเนอร์สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ในลักษณะ ดังนี้

1. กระบวนการค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง เป็นกระบวนการเรียนรู้ที่ดีมีความหมายสำหรับผู้เรียน
2. การวิเคราะห์และจัด โครงสร้างเนื้อหาสาระการเรียนรู้ให้เหมาะสมเป็นสิ่งจำเป็นที่ต้องทำก่อนการสอน
3. การจัดหลักสูตรแบบเกลียว (Spiral Curriculum) ช่วยให้สามารถสอนเนื้อหาหรือความคิดรวบยอดเดียวกันแก่ผู้เรียนทุกวัยได้ โดยต้องจัดเนื้อหาความคิดรวบยอดและวิธีสอนให้เหมาะสมกับขั้นพัฒนาการของผู้เรียน
4. ในการเรียนการสอนควรส่งเสริมให้ผู้เรียนได้คิดอย่างอิสระให้มากเพื่อช่วยส่งเสริมความคิดสร้างสรรค์ของผู้เรียน
5. การสร้างแรงจูงใจภายในให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน เป็นสิ่งจำเป็นในการจัดประสบการณ์การเรียนรู้แก่ผู้เรียน
6. การจัดกระบวนการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับขั้นพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน จะช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี
7. การสอนความคิดรวบยอดให้แก่ผู้เรียนเป็นสิ่งจำเป็น
8. การจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้ค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง สามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี

สรุปได้ว่า แนวคิดทฤษฎีของบรูเนอร์เกี่ยวข้อง โดยตรงกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยให้ความสำคัญกับสมดุลระหว่างผลลัพธ์กับกระบวนการเรียนการสอน

(Process and Product Approach) บรูเนอร์ยังให้แนวคิดว่า มนุษย์สามารถเรียนหรือคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ได้ 3 ระดับ คือ 1) ขั้นการเรียนรู้จากประสบการณ์ตรงและสัมผัสได้ (Enactive Stage) 2) ขั้นการเรียนรู้จากความคิด (Iconic Stage) และ 3) ขั้นการเรียนรู้สัญลักษณ์และนามธรรม (Symbolic Stage) และการเรียนรู้ที่ดีจะต้องประกอบด้วยองค์ประกอบสำคัญ 8 ประการ คือ 1) กิจกรรมที่ผู้เรียนค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง 2) วิเคราะห์และจัดโครงสร้างเนื้อหาการเรียนรู้เหมาะสมก่อนการสอน 3) การจัดหลักสูตรแบบเกลียว (Spiral Curriculum) 4) ส่งเสริมให้ผู้เรียนคิดอย่างอิสระ 5) สร้างแรงจูงใจภายในแก่ผู้เรียน 6) จัดกระบวนการเรียนรู้เหมาะสมกับพัฒนาการทางสติปัญญาของผู้เรียน 7) สอนความคิดรวบยอดให้แก่ผู้เรียน และ 8) จัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้ค้นพบการเรียนรู้ด้วยตนเอง สามารถช่วยให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ได้ดี

ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของคีนส์ (Dienes's Theory of Mathematics Learning)

คีนส์ (Deenes, 1987) เป็นนักคณิตศาสตร์ผู้มีชื่อเสียง คีนส์มีความสนใจในทฤษฎีพัฒนาการของเพียเจต์ จึงมีบางส่วนที่คล้ายคลึงกับของเพียเจต์ เช่น การให้ความสำคัญกับการกระตุ้นให้ผู้เรียนมีบทบาทและกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้ ทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของคีนส์ ประกอบด้วยกฎหรือหลัก 4 ประการ ดังนี้

1. หลักของพลวัต (The Dynamic Principle) กล่าวว่า ความเข้าใจที่แท้จริงในมโนทัศน์ใหม่นั้น เป็นพัฒนาการที่เกี่ยวข้องกับผู้เรียน 3 ขั้น คือ

ขั้นที่หนึ่ง เป็นขั้นพื้นฐาน ที่ผู้เรียนประสบกับมโนทัศน์ในรูปแบบที่ไม่มีโครงสร้างใดๆ เป็นกิจกรรมที่ไม่เป็นแบบแผน เช่น การที่เด็กเรียนรู้จากของเล่นชิ้นใหม่โดยการเล่นของเล่นชิ้นนั้น

ขั้นที่สอง เป็นขั้นที่ผู้เรียนได้พบกับกิจกรรมที่มีโครงสร้างมากขึ้น ซึ่งเป็นโครงสร้างที่คล้ายคลึง (Isomorphic) กับโครงสร้างของมโนทัศน์ที่ผู้เรียนจะได้เรียน

ขั้นที่สาม เป็นกระบวนการที่คีนส์เรียกว่า วัฏจักรการเรียนรู้ (Learning Cycle) ซึ่งเป็นสิ่งที่เด็กจะต้องประสบในการเรียนรู้ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใหม่ๆ (Dienes and Golding, 1971 : 15)

2. หลักความหลากหลายของการรับรู้ (The Perceptual Variability Principle) หลักนี้เสนอแนะว่าการเรียนรู้มโนทัศน์จะมีประสิทธิภาพดีเมื่อผู้เรียนมีโอกาสรับรู้มโนทัศน์เดียวกันในหลายๆ รูปแบบโดยใช้วัตถุกายภาพ นั่นคือการจัดสิ่งที่เป็นรูปธรรมที่หลากหลายให้

ผู้เรียนเพื่อให้เข้าใจ โครงสร้างทางมโนทัศน์เดียวกันนั้น จะช่วยในการได้มาซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนเป็นอย่างดี

3. หลักการตัวแปรทางคณิตศาสตร์ (The Mathematical Variability Principle) หลักข้อนี้กล่าวว่า ความเข้าใจมโนคติทางคณิตศาสตร์จะเพิ่มมากขึ้นและมีประสิทธิภาพ ถ้าแปรเปลี่ยนตัวแปรที่ไม่เกี่ยวข้องกับมโนคตินั้นไปอย่างมีระบบ ในขณะที่ตัวแปรที่เกี่ยวข้องคงตัว

4. หลักการสร้างความคิด (The Constructivity Principle) หลักข้อนี้ให้ความสำคัญกับการสร้างความรู้ว่าผู้เรียนควรได้พัฒนามโนทัศน์จากประสบการณ์ในการสร้างความรู้เพื่อก่อให้เกิดความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญและมั่นคง และจากพื้นฐานที่มั่นคงเหล่านี้จะนำไปสู่การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ต่อไป

ดีนส์และโกลดิง (Dienes. and Golding, 1971 : 16) ให้ความเห็นว่า การสร้างความรู้ควรมาก่อนการวิเคราะห์เสมอ เพราะเป็นไปไม่ได้ที่มนุษย์จะวิเคราะห์ในสิ่งที่ตนยังไม่รู้ กฎข้อนี้เสนอแนะให้ผู้สอนจัดสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม เพื่อให้ผู้เรียนสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์จากสิ่งที่เป็นรูปธรรมนั้น และสามารถวิเคราะห์สิ่งที่สร้างนั้นต่อไปได้

นอกจากนี้ดีนส์ยังได้เสนอแนวคิดว่าการสอนคณิตศาสตร์ควรเน้นให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมที่กระตุ้นให้มากที่สุด ยิ่งกิจกรรมเพิ่มขึ้นเท่าใดประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ก็เพิ่มขึ้นเท่านั้น ดีนส์เห็นว่าสิ่งที่มีอิทธิพลต่อการสอนคณิตศาสตร์มีหลายองค์ประกอบ ดังนี้

1. ลำดับชั้นการสอน เป็นสิ่งที่มีความสำคัญอย่างยิ่งในการสอน
2. การแสดงความคิด ต้องใช้หลายวิธีและหลายๆ รูปแบบเพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด

3. การทำให้เกิดความคิดได้ จะต้องให้อยู่ในรูปต่อไปนี้ตามลำดับ
4. ความพร้อมทางวุฒิภาวะ สุขภาพ ประสบการณ์เดิม ความสนใจ ความถนัด เวลา เหตุการณ์ สถานที่ บรรยากาศ และสมาธิ
5. การที่ได้มีโอกาสฝึกฝนบ่อยๆ
6. การเสริมแรงที่เหมาะสมและเพียงพอ ไม่ว่าจะป็นทางวาจาหรือท่าทาง
7. การรู้จักใช้วิธีการและสื่อการเรียนที่เหมาะสมและคุ้มค่า

สรุปได้ว่าทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของดีนส์ ประกอบด้วยกฎหรือหลัก 4 ประการ

- 1) หลักของพลวัต (The Dynamic Principle) 2) หลักความหลากหลายของการรับรู้ (The Perceptual Variability Principle) 3) หลักการตัวแปรทางคณิตศาสตร์ (The Mathematical

Variability Principle) และ 4) หลักการสร้างความคิด (The Constructivity Principle) นอกจากนี้ นั้นคินส์ยังให้แนวคิดสิ่งที่มีอิทธิพลต่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ได้แก่ ลำดับชั้นการสอน การแสดงความคิดของนักเรียนเพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด ความพร้อมทางวุฒิภาวะ สุขภาพ ประสบการณ์เดิม ความสนใจ ความถนัด เวลา เหตุการณ์ สถานที่ บรรยากาศ สมาธิ การได้มีโอกาสฝึกฝนบ่อยๆ การเสริมแรง และการรู้จักใช้วิธีการและสื่อการเรียนที่เหมาะสมและคุ้มค่า นั่นคือคินส์ให้ความสำคัญกับการกระตุ้นให้ผู้เรียนมีบทบาทและกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้ ครูผู้สอนจัดสิ่งแวดล้อมการเรียนรู้ที่เป็นรูปธรรม จัดการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ให้ดียิ่งขึ้น อาจมีผลต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนในระยะยาว

ทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเย (Gagne's Theory of Learning, 1985)

ทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเยมีสาระสำคัญเกี่ยวข้องกับการสอนคณิตศาสตร์ เนื่องจากกานเยใช้คณิตศาสตร์เป็นสื่อสำหรับการใช้ทฤษฎีของเขารับายการเรียนรู้ กานเยจำแนกสาระในการเรียนคณิตศาสตร์เป็น 4 ประเภท คือ

1. ข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Facts) เป็นข้อเท็จจริงที่พบในทางคณิตศาสตร์ เช่น ตัวเลขสาม (3) เป็นสัญลักษณ์แทนจำนวนหรือของสามสิ่ง เครื่องหมายลบ (-) เป็นสัญลักษณ์สำหรับการดำเนินการหักออกหรือการลดลง
2. ทักษะทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Skills) เป็นการกระทำตามขั้นตอนการทำงานที่ผู้เรียนทำด้วยความถูกต้องและรวดเร็ว ทักษะเฉพาะใดๆ อาจถูกนิยามได้จากกฎหรือลำดับขั้นตอนการทำงานที่เรียกว่า ขั้นตอนหรือวิธีการ (Algorithms)
3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concepts) เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุหรือเหตุการณ์ว่าเป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับลักษณะของรูปสามเหลี่ยม เป็นต้น
4. กฎหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Principles) เป็นขั้นตอนในมโนทัศน์หรือความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ต่าง ๆ เช่น รูปสามเหลี่ยมสองรูปจะคล้ายกันก็ต่อเมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีด้านสองด้านเท่ากัน และมุมระหว่างด้านคู่ที่เท่ากันนั้นเท่ากันด้วย กานเย แบ่งการเรียนรู้ออกเป็น 8 ประเภท คือ

4.1 การเรียนรู้สัญญาณ (Signal Learning)

4.2 การเรียนรู้สิ่งเร้า/การตอบสนอง (Stimulus-response Learning)

4.3 การเรียนแบบลูกโซ่ (Chaining)

4.4 การเรียนโดยใช้การสัมพันธ์ทางภาษา (Verbal Association)

4.5 การเรียนแบบจำแนกความแตกต่าง (Discrimination Learning)

4.6 การเรียนมโนทัศน์ (Concept Learning)

4.7 การเรียนกฎ (Rule Learning)

4.8 การเรียนการแก้ปัญหา (Problem Learning)

กานเย เชื่อว่าการเรียนรู้ทั้ง 8 ชนิดเบื้องต้น เกิดขึ้นในผู้เรียนเป็นลำดับ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นรับหรือจับใจความ (Apprehending Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนตระหนักถึงสิ่งเร้าที่ตนเองประสบจากความรู้เดิม พื้นฐานประสบการณ์เดิม ทำให้ผู้เรียนรับรู้ลักษณะของสิ่งเร้านั้น ซึ่งผู้เรียนแต่ละคนอาจรับรู้ในสิ่งเดียวกันแตกต่างกัน การเรียนรู้ในขั้นนี้จึงสามารถใช้อธิบายว่า เพราะเหตุใดเมื่อผู้สอนสอนสิ่งเดียวกัน ผู้เรียนจึงตีความสิ่งนั้นแตกต่างกัน

ขั้นที่ 2 ขั้นการได้มาซึ่งความรู้ (Acquisition Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนรับและครอบครองความรู้ที่เป็นข้อเท็จจริง ทักษะ และกฎหรือหลักการ ที่ตนเรียน ภายหลังจากการได้สัมผัสกับสิ่งเร้าในขั้นที่หนึ่ง

ขั้นที่ 3 ขั้นจัดเก็บความรู้ (Storage Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนจำหรือจัดเก็บสิ่งที่เรียนรู้มาเป็นการจำ ซึ่งมี 2 ชนิด คือ ความจำระยะสั้น (Short-term Memory) และความจำระยะยาว (Long-term Memory)

ขั้นที่ 4 ขั้นการระลึกถึงหรือดึงความรู้มาใช้ (Retrieval Phase) เป็นขั้นที่ผู้เรียนระลึกถึงหรือดึงข้อมูลที่เก็บไว้ในความจำออกมา ซึ่งขั้นตอนนี้มีความซับซ้อนทางสมองมากกว่าขั้นตอนอื่นๆ

สรุปได้ว่าแนวคิดของกานเยมีความเกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยตรง โดยกานเยพยายามศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างจิตวิทยากับการจัดการเรียนรู้ เชื่อว่าการเรียนรู้จะเกิดขึ้นในผู้เรียนเป็น 4 ขั้นตอนคือ ขั้นรับหรือจับใจความ (Apprehending Phase) ขั้นการได้มาซึ่งความรู้ (Acquisition Phase) ขั้นจัดเก็บความรู้ (Storage Phase) เป็นความจำระยะสั้น (Short-term Memory) และความจำระยะยาว (Long-term Memory) และขั้นการระลึกถึงหรือดึงความรู้มาใช้ (Retrieval Phase) ซึ่งจะเห็นว่า กานเยมีแนวคิดว่า ความรู้ในระดับที่สูง

กว่าจะต้องอาศัยความรู้ในระดับที่ต่ำกว่าในการจัดการเรียนรู้ จึงต้องจัดให้เป็นไปตามลำดับ ทั้งเนื้อหาและมโนคติต่างๆ จากง่าย เพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนสิ่งที่ยาก

ทฤษฎีการเรียนรู้คอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Theory, 1985)

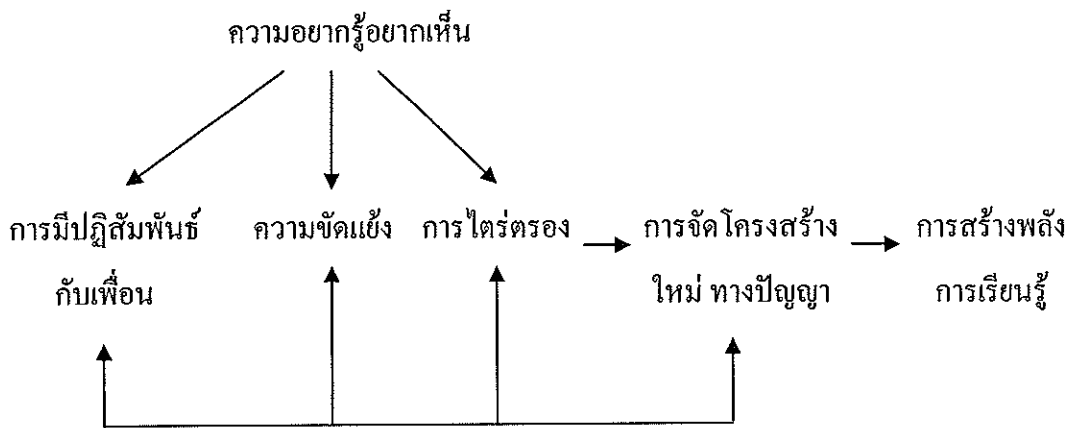
ทฤษฎีนี้มีอิทธิพลต่อการจัดการเรียนรู้อย่างแพร่หลายในปัจจุบัน เนื่องจากสอดคล้องกับแนวคิดการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ ทฤษฎีนี้เห็นว่าความรู้เป็นสิ่งที่ถูกสร้างขึ้นโดยผู้เรียน ผู้เรียนใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่เป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่ การเรียนรู้เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายในตัวผู้เรียนจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมภายนอก ผู้เรียนแต่ละคนจะสร้างความรู้ด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน แนวการสอนตามทฤษฎีนี้จึงเน้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้สื่อสารและมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน โดยผู้สอนคอยช่วยเหลือให้ผู้เรียนนำความรู้ที่มีอยู่ออกมาใช้ และไตร่ตรองสิ่งที่ได้จากการอภิปรายกับผู้อื่น ผู้สอนมีหน้าที่จัดสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ให้เหมาะสม ตั้งประเด็นปัญหาที่ท้าทายและช่วยเหลือให้ผู้เรียนสร้างความรู้ได้เอง กรอบแนวคิดของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ที่สำคัญที่นำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ สรุปได้ดังนี้

1. ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง
2. ความรู้และประสบการณ์เดิมเป็นพื้นฐานของการสร้างความรู้ใหม่
3. ปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม เช่น ครูและเพื่อนมีส่วนช่วยในการสร้าง

ความรู้

ครูมีบทบาทในการจัดบริบทความรู้ ตั้งคำถามท้าทายความสามารถ กระตุ้น สนับสนุน และให้ความช่วยเหลือการสร้างความรู้ ผู้เรียนเป็นผู้กระตือรือร้นในการเรียน นอกจากนี้ทฤษฎีนี้ยังได้กล่าวถึงสมมติฐานเกี่ยวกับการสร้างความรู้ของผู้เรียน ดังนี้

1. มนุษย์สร้างความรู้ผ่านกิจกรรมการไตร่ตรอง การสื่อสาร และการอภิปราย ซึ่งทำให้พวกเขาสร้างประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ดังที่ อันเดอร์ฮิลล์ (Underhill, 1991 : 229-248) ใช้โมเดลการเพิ่มพลังการเรียนรู้ของผู้เรียน (Model of Learner's Empowerment) ดังแผนภาพที่ 7



แผนภาพที่ 7 รูปแบบการสร้างพลังการเรียนรู้ของผู้เรียน (Model of Learner's Empowerment)

1.1 ความอยากรู้อยากเห็น (Curiosity) และความขัดแย้ง (Conflict) เป็นกลไกสำคัญในการกระตุ้นให้ผู้เรียนเรียน

1.2 การมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน (Peer Interaction) ก่อให้เกิดความขัดแย้งทางปัญญา (Cognitive Conflict)

1.3 ความขัดแย้งทางปัญญานำมาซึ่งการไตร่ตรอง (Reflection)

1.4 การไตร่ตรองกระตุ้นให้เกิดการจัดโครงสร้างใหม่ทางปัญญา (Cognitive Restructuring)

1.5 ข้อ 1.1 ถึง 1.4 เกิดเป็นวงจร โดยประสบการณ์ของผู้เรียนมีผลต่อการเกิดของวงจร และวงจรนี้เองที่ทำให้ผู้เรียนสามารถควบคุมและสร้างพลัง (Empowerment) การเรียนรู้ให้กับตนเอง

2. การสร้างความรู้ของผู้เรียนแต่ละคนต่างกัน และต่างจากที่ผู้สอนคาดหวัง ผู้สอนต้องยอมรับและจัดการที่จะสนับสนุนสิ่งที่ผู้เรียนคิด

3. องค์ประกอบสำคัญในการสอน มีดังนี้

3.1 การรวบรวมสิ่งที่ผู้เรียนสร้างขึ้นให้เป็นไปในแนวทางที่ถูกต้อง

3.2 การสร้างแรงจูงใจภายในเป็นปัจจัยสำคัญในการสร้างความรู้

3.3 การวิเคราะห์ความคิดผู้เรียนในกระบวนการเรียนการสอน

อัมพร ม้าคนอง (2546 : 6) เสนอกรอบแนวคิดที่สำคัญของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ไว้ดังนี้

1. ผู้เรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยตนเอง
2. ความรู้และประสบการณ์เดิมเป็นพื้นฐานของการสร้างความรู้ใหม่
3. การปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อม เช่น ครูและเพื่อน มีส่วนช่วยในการสร้าง

ความรู้

4. ครูมีบทบาทในการจัดบริบทการเรียนรู้ ตั้งคำถามท้าทายความสามารถ กระตุ้นสนับสนุน และให้ความช่วยเหลือในการสร้างความรู้

5. ผู้เรียนเป็นผู้กระตือรือร้นในการเรียน

ดังนั้น จากแนวของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์จะเห็นว่า เป็นทฤษฎีที่เน้นการสร้างความรู้ด้วยตนเอง กล่าวคือความรู้เป็นสิ่งที่ถูกสร้างขึ้น โดยผู้เรียน ผู้เรียนใช้ความรู้และประสบการณ์ที่มีอยู่เป็นพื้นฐานในการสร้างความรู้ใหม่ การเรียนรู้เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นในตัวผู้เรียนจากการมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งแวดล้อมภายนอก ผู้เรียนแต่ละคนจะสร้างความรู้ด้วยวิธีการที่แตกต่างกัน

สรุปว่า ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีหลายทฤษฎีที่สำคัญ ได้แก่ ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ ทฤษฎีการเรียนการสอนของบรูเนอร์ ทฤษฎีการเรียนคณิตศาสตร์ของดินส์ ทฤษฎีการเรียนรู้ของกานเย และทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ สามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดังนี้

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวของเพียเจต์ ได้แก่ ผู้สอนจะต้องเป็นผู้สร้างบรรยากาศสิ่งแวดล้อมในการเรียนรู้และแนะนำผู้เรียนมากกว่าเป็นผู้สอนโดยตรง และการมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับผู้เรียน ผู้เรียนกับผู้เรียนมีบทบาทเป็นอย่างมากต่อการพัฒนาสติปัญญา ทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ การให้ผู้เรียนได้คิด พุด อภิปราย แสดงความคิดเห็น และประเมินความคิดของตนเองและผู้อื่นจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจตนเองและผู้อื่นได้ดีขึ้น

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวของบรูเนอร์ คือ ผู้สอนควรคำนึงถึงการให้ผู้เรียนได้พูดและได้เขียนมากขึ้น การได้พูดและเขียนเป็นการเปลี่ยนวิธีแสดงความคิดที่สะท้อนถึงความเข้าใจของผู้เรียน เนื่องจากผู้เรียนสามารถใช้วิธีแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ในหลายๆ รูปแบบ เช่น จากความรู้ที่เกิดจากการใช้สื่อรูปธรรม (Manipulative Aids) สามารถแสดงความรู้ในลักษณะของรูปภาพ (Pictures) ภาษาเขียน (Written Symbols) ภาษาพูด (Spoken Symbols) และสถานการณ์จริง (Real World Situation) ได้

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวของคีนส์ คือ การให้ความสำคัญกับการกระตุ้นให้ผู้เรียนมีบทบาทและกระตือรือร้นในกระบวนการเรียนรู้

การจัดการเรียนรู้ตามแนวของกานเย มีแนวคิดว่าการจัดการเรียนรู้ต้องจัดให้เป็นไปตามลำดับ ทั้งเนื้อหาและมโนคติต่างๆ จากง่าย เพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนสิ่งที่ยากและ

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวของทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ ได้แก่ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้สื่อสารและมีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อน โดยผู้สอนคอยช่วยเหลือ ให้ผู้เรียนนำความรู้ที่มีอยู่ออกมาใช้ และไตร่ตรองสิ่งที่ได้จากการอภิปรายกับผู้อื่นและผู้สอนมีหน้าที่จัดสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ให้เหมาะสม ตั้งประเด็นปัญหาที่ท้าทายและช่วยเหลือให้ผู้เรียนสร้างความรู้ได้เอง

จากแนวคิดและหลักการจากทฤษฎีดังกล่าวข้างต้น สรุปเป็นธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ได้ดังนี้

1. ผู้เรียนจะต้องรู้จักจุดประสงค์ในการเรียนในบทเรียนแต่ละบทนั้น ว่าต้องการอะไร และจะสามารถปฏิบัติหรือเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมอย่างไร
2. ผู้เรียนจะเรียนรู้ได้ตามวัย วุฒิภาวะ ความสามารถ ความถนัด ความสนใจ และประสบการณ์เดิม โดยแต่ละคนมีความแตกต่างระหว่างบุคคล
3. ผู้เรียนจะเรียนรู้ได้ดีตามลำดับ ทั้งเนื้อหาและมโนคติต่างๆ จากง่าย เพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนสิ่งที่ยาก
4. การเรียนรู้จากการวิเคราะห์ข้อความในลักษณะที่เป็นแบบเดียวกันหรือเปรียบเทียบกันจะทำให้นำไปสู่การค้นพบ
5. การรู้จักสัมพันธ์ความคิด จากเรื่องหนึ่งไปหาเรื่องหนึ่ง ไปหาเรื่องที่ต่อเนื่องกันจะช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น ดังนั้นการทบทวนความรู้เดิมจึงมีความจำเป็นและสำคัญ
6. บรรยากาศการเรียนรู้และสภาพแวดล้อม มีผลต่อความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน
7. การมีปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูกับผู้เรียน ผู้เรียนกับผู้เรียนมีบทบาทต่อการพัฒนาสติปัญญา ทั้งในเชิงปริมาณและคุณภาพ
8. ผู้เรียนจะเรียนรู้ได้ดีถ้าเข้าใจ โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เพื่อไปสู่ข้อสรุป
9. ผู้เรียนจะเรียนรู้ได้ดีถ้ามีแรงจูงใจและให้การเสริมแรง

10. ผู้เรียนจะเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้เข้าใจ ถ้ามีการใช้สื่อรูปธรรม ในลักษณะของรูปภาพ ภาษาเขียน ภาษาพูด และสถานการณ์จริง
11. ผู้เรียนต้องการ ได้รับเกียรติ ความภูมิใจในตนเอง และความสำเร็จ
12. การเรียนด้วยความเข้าใจและสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้ มีความจำเป็นต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์
13. การวิเคราะห์หาสาเหตุและแนวทางแก้ไข โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ช่วยให้ผู้เรียนทราบข้อบกพร่องของตน เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไข ให้ดีขึ้น
14. ประเด็นปัญหาที่ท้าทาย จะช่วยให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ได้เอง
15. ผู้เรียนสามารถเรียนรู้ได้ทุกเนื้อหา ถ้าผู้สอนจัดประสบการณ์และสถานการณ์ให้เหมาะสมกับวัย

ธรรมชาติการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของผู้เรียน

ในการศึกษาธรรมชาติการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของผู้เรียน ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้แนวคิดธรรมชาติการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ไว้หลายทัศนะดังนี้

ชัยยุทธ บุญธรรม (2549 : 113-114) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาชุดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยการสอนแบบค้นพบ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า การสอนแบบค้นพบในงานวิจัยนี้เป็นการจัดการเรียนรู้แบบใช้สื่อประสม เน้นลำดับเนื้อหาจากง่ายไปยาก และสอนโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของ โพลยา (Polya, 1957: 16-17) โดยผู้สอนต้องสร้างพื้นฐานให้ผู้เรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนแล้วจึงฝึกทักษะในการแก้ปัญหา โดยใช้สื่อชุดการเรียนรู้ พร้อมกับมีการเฉลยทุกครั้ง ทำให้นักเรียนทราบผลการเรียนรู้ของตนเองตลอดเวลา ซึ่งส่งผลให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น

จันทิ สิริพิศาตร์ (2549 : 100-102) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ชิปปา (CIPPA Model) เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้แบบชิปปา เป็นรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติปรับเปลี่ยนบทบาทของครูผู้สอนเป็นผู้จัดประสบการณ์การเรียนรู้ ผู้เรียนเป็นศูนย์กลางการเรียนรู้ เน้นให้ผู้เรียนสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเองให้มากที่สุด ส่งเสริมให้

ผู้เรียนรู้จัดคิด วิเคราะห์ กล้าแสดงความคิดเห็น และกล้าแสดงออก เน้นการมีปฏิสัมพันธ์กับภายในกลุ่มและเข้าร่วมกิจกรรมกลุ่ม ครูกระตุ้นและฝึกให้ผู้เรียนปรับเปลี่ยนหน้าที่กันทำตามความสามารถและเหมาะสม อีกทั้งเปิดโอกาสให้ผู้เรียนใช้ความรู้เชิงมโนทัศน์ประกอบขั้นตอนการแก้ปัญหาเพื่อให้เข้าใจหลักการ และนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน

จรัสศรี ทองมี (2552 : 113-114) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้ (4MAT) เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบวัฏจักรการเรียนรู้(4MAT) ช่วยให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงขึ้น เนื่องมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญ มีการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดด้วยตนเองให้มากที่สุด ทำการปรับปรุงแก้ไขกิจกรรมให้เหมาะสมกับเวลา โดยคำนึงถึงความยากง่ายของกิจกรรมและความสามารถของผู้เรียน มีการจัดประสบการณ์ที่ช่วยกระตุ้นการพัฒนาสมองซีกซ้ายและซีกขวาอย่างสมดุล ในการนำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มาใช้ เริ่มจากการสร้างประสบการณ์เดิมหรือมีปฏิสัมพันธ์กับสิ่งที่กำลังจะเรียน คิดวิเคราะห์ประสบการณ์เพื่อสร้างความคิดรวบยอด การปฏิบัติกิจกรรมและเรียนรู้ตามลักษณะเฉพาะตัว ประยุกต์ใช้ความรู้จากการแลกเปลี่ยนความรู้ความคิดกับผู้อื่น เพื่อขยายกรอบแนวคิดของนักเรียนให้กว้างออกไป ทำให้เข้าใจสิ่งต่างๆ ได้ดีขึ้น

ทัศนชัย เก่งกำลังพล และคณะ(2553 : 107-108) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนาชุดฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้เทคนิคการสอนแบบ KWDL เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า การใช้เทคนิคการสอนแบบ KWDL เป็นการเรียนในลักษณะที่นักเรียนเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยใช้กระบวนการกลุ่มเป็นหลัก ในการเรียนรู้ด้วยตนเองนี้ นักเรียนจะระลึกเสมอว่าในบางครั้งนักเรียนในกลุ่มไม่สามารถทำถูกต้องได้ทั้งหมดทุกกิจกรรม ถ้ามีกิจกรรมใดเกิดมีปัญหา นักเรียนซักถามครูผู้สอนถึงกระบวนการแก้ปัญหาที่ดำเนินการทำนั้นถูกต้องหรือไม่ เพื่อกิจกรรมที่นักเรียนปฏิบัตินั้นไม่ผิดพลาด และไม่ต้องเสียเวลาแก้ไขกระบวนการและผลการเรียนรู้ภายหลัง เป็นการจัดการเรียนรู้ที่น่าสนใจ และเรียงขั้นตอนการเรียนรู้จากง่ายไปสู่ยาก ทำให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนและต่อเนื่อง โดยการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ นอกจากนั้นยังช่วยให้ นักเรียนมีความคิดในการแก้ปัญหา มีการวิเคราะห์และรู้จักการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาคด้วยตนเองและทำให้นักเรียนแยกประเด็นของปัญหา วางแผนที่จะแก้ปัญหาและสรุปปัญหาอย่างมีหลักการและเหตุผล

อ้อมฤดี แซ่มอุบล (2553 : 118-119) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถามหวนทวนความคิดทบทวนเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนที่เน้นการใช้คำถามหวนทวนความคิดทบทวน ได้คำนึงถึงความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อจะทราบว่าเนื้อหาเรื่องใดต้องได้รับการทบทวน รูปแบบการจัดการเรียนรู้เป็นไปตามลำดับขั้นตอนที่สัมพันธ์กัน ซึ่งแต่ละขั้นตอนของการสอนที่ต่อเนื่องกันทำให้นักเรียนคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลและสามารถที่จะค้นพบข้อสรุปได้ด้วยตนเอง การใช้คำถามของครูได้เปิดโอกาสให้นักเรียนมีเวลาคิดหาคำตอบ หรือค้นพบข้อสรุปด้วยตนเอง มีการเสริมแรงให้กับนักเรียนทำให้นักเรียนเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวา นอกจากนี้ การจัดการเรียนรู้แบบสืบสวนสอบสวนได้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ฝึกความคิดและฝึกการกระทำ การจัดระบบความคิดและวิธีสืบสวนสอบสวนด้วยตนเอง ทำให้ความรู้คงทนและถ่ายโยงการเรียนรู้ได้ดี กล่าวคือ ทำให้สามารถจดจำได้นานและนำไปใช้ในสถานการณ์ใหม่อีกด้วย

วันดี ต่อเพ็ญ (2553 : 60) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ผลของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลัก ครูมีเทคนิคในการใช้คำถามประกอบการยกตัวอย่าง การใช้สื่อการเรียนรู้ในการเชื่อมโยงไปสู่การอภิปราย เพื่อสรุปมโนทัศน์การหาคำตอบของสมการ ผู้เรียนได้เรียนรู้และปฏิบัติงานเป็นกลุ่ม ผู้เรียนมีอิสระในการแสดงความคิดเห็น รู้จักวิเคราะห์สิ่งที่ได้เป็นข้อมูล รู้จักแสวงหาข้อมูลเพิ่มเติมจากแหล่งเรียนรู้ต่างๆ รวมทั้งสามารถคิดและตัดสินใจแก้ปัญหาประยุกต์ใช้ความรู้ได้อย่างเหมาะสม นอกจากนี้ ใช้การจัดการเรียนรู้โดยใช้ปัญหาเป็นหลักเป็นการนำเทคนิคการใช้ยุทธวิธีเชื่อมโยงกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา นำไปประยุกต์ใช้แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับชีวิตประจำวัน ซึ่งจะช่วยพัฒนาให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจในบทเรียนมากขึ้น โดยได้รับความรู้ในเนื้อหาวิชาที่เป็นบูรณาการ สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้เป็นเครื่องมือในการจัดการปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพและส่งเสริมให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงขึ้น

นิชิวดี เพ็ชรรักกิจการค้า (2554 : 5-6) ได้ทำวิจัยเรื่อง ผลการใช้ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการเรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และความฉลาดทางอารมณ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า

ชุดกิจกรรมคณิตศาสตร์แบบปฏิบัติการเรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นการสอนของครูที่ให้นักเรียนเรียนจากบทเรียนปฏิบัติการ ซึ่งนักเรียนจะต้องเป็นผู้ปฏิบัติด้วยตนเอง หรือปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อย เพื่อพิจารณาหาข้อสรุป ข้อความจริงหรือกฎเกณฑ์ต่างๆ บทเรียนมีความยากง่ายเหมาะสมกับความสามารถของนักเรียน มีการทำงานเป็นรายบุคคลและเป็นกลุ่มย่อย มุ่งให้นักเรียนรู้จักการระดมความคิด การหาเหตุผล เพื่อให้เกิดความเข้าใจเนื้อหาอย่างถ่องแท้ การจัดกลุ่มมีการแบ่งหน้าที่ความรับผิดชอบของแต่ละคนให้เหมาะสมกับงาน ได้แสดงความคิดเห็น ร่วมกันวางแผน ร่วมกันอภิปราย เป็นการส่งเสริมให้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน เกิดความรักสามัคคีในหมู่คณะ ด้านนักเรียนจะมีความฉลาดทางอารมณ์ ซึ่งเป็นความสามารถในการตระหนักรู้ถึงอารมณ์ ความคิดความรู้สึกของตนเอง และของผู้อื่น สามารถจัดการควบคุมอารมณ์ และแสดงออกทางอารมณ์ตลอดจนการดำเนินชีวิตร่วมกับผู้อื่น ได้อย่างสร้างสรรค์ และมีความสุข มี 3 ด้านคือ ด้านดี ด้านเก่ง และด้านสุขการจัดกิจกรรมลักษณะนี้ค้นพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนสูงขึ้น

บัวรัตน์ แสงนาโก (2555 : 81) ได้ทำวิจัยเรื่อง การพัฒนาการจัดการเรียนรู้ด้วยกลุ่มร่วมมือแบบ STAD กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้ด้วยกลุ่มร่วมมือแบบ STAD นักเรียนได้ร่วมกันวางแผนในการปฏิบัติงานกลุ่มด้วยการแบ่งหน้าที่ให้รับผิดชอบ การร่วมอภิปราย การแลกเปลี่ยนความรู้ การปฏิบัติงานร่วมกันอย่างสม่ำเสมอ นักเรียนที่เรียนเก่งจะเกิดความภาคภูมิใจในการให้ความรู้แก่คนเรียนอ่อน คนที่เรียนปานกลางจะเรียนรู้วิธีเรียนจากคนเรียนเก่ง และทั้งคนเรียนเก่งและคนเรียนปานกลางจะช่วยเหลือคนที่เรียนอ่อน ซึ่งการเรียนรู้นี้จะช่วยให้นักเรียนมีความรู้สึกภาคภูมิใจที่ได้มีส่วนร่วมในการทำงาน และมีความสุขในการเรียนรู้ จึงส่งผลให้ มีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์

กรรณา ยินดี (2555 : 80-81) ได้ทำวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ (TAI) ผลการวิจัยพบว่า วิธีการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ (TAI) เป็นวิธีการเรียนการสอนที่ผสมผสานระหว่างการเรียนแบบกลุ่มร่วมมือ และรายบุคคลเข้าด้วยกัน เป็นวิธีการเรียนการสอนที่สนองความแตกต่างระหว่างบุคคล เริ่มจากการทบทวนความรู้เดิมและคำนึงถึงประสบการณ์เดิมของนักเรียน ให้ผู้เรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเองตามความสามารถตามกิจกรรม และส่งเสริมการใช้เทคนิคฝึกการคิด วิเคราะห์พัฒนาทักษะการแก้ปัญหาพร้อมกับส่งเสริมการพัฒนาทักษะทางสังคม โดยอาศัยความร่วมมือภายในกลุ่ม มีการแลกเปลี่ยน