

ประสบการณ์เรียนรู้ และการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคม ดังนั้นนักเรียนที่เรียนเก่งจึงพยายามช่วยนักเรียนที่เรียนอ่อน เพราะต้องการให้คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มดีขึ้น และนักเรียนอ่อนก็จะพยายามช่วยตนเองเพื่อไม่ให้คะแนนเฉลี่ยของกลุ่มต่ำลง และครูมีรางวัลเป็นการเสริมแรง โดยรางวัลจะได้จากคะแนนเป็นรายกลุ่ม ซึ่งการเสริมแรงนี้เพื่อกระตุ้นการร่วมมือกันของนักเรียนภายในกลุ่ม และการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ (TAI) จะมีการทำแบบฝึกทักษะหลายชุด แต่ครั้งนักเรียนจะได้ลงมือทำด้วยตนเอง และมีการตรวจสอบแก้ไขข้อบกพร่องเป็นขั้น ๆ ทำให้ผู้เรียนได้แก้ไขข้อบกพร่องเป็นขั้นตอน และรู้ผลการเรียนในทันที ซึ่งเป็นการเสริมแรงนักเรียนได้เป็นอย่างดีอีกวิธีหนึ่ง จึงเป็นสิ่งยืนยันผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้แบบกลุ่มร่วมมือ (TAI) ที่มีประสิทธิภาพ

ทัศนีย์ อินธิเดช (2555 : 118) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์หัตถ์โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า แนวทางแก้ไขการเกิดหัตถ์โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ นักเรียนควรมีการฝึกทักษะการแก้ปัญหา โดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาโดยเฉพาะขั้นทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา เพื่อให้ นักเรียนมีทักษะในการอ่านจับใจความหรือตีความหรือทักษะด้านการแปลความจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ การสร้างสัญลักษณ์แทนความคิด ช่วยการเรียนรู้ในลักษณะที่เป็นนามธรรม ครูควรสร้างความตระหนักในการทำงาน กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ทั้งในส่วนที่เป็นกระบวนการและคำตอบ จนเคยชินเป็นนิสัย นักเรียนไม่ควรพึ่งพอใจอยู่เพียงคำตอบที่ได้ อีกทั้งจัดสอนซ่อมเสริมหลังเลิกเรียนหรือในคาบว่างสำหรับนักเรียนที่เกิดหัตถ์โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเพื่อเป็นการทบทวนเนื้อหาที่เรียนผ่านมาแล้วและทำให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องที่เรียนเพิ่มมากขึ้น มีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่หลากหลาย อาทิเช่นการใช้เกม การทำงานเป็นทีมหรือทำงานเป็นกลุ่ม เป็นต้น และใช้สื่อการเรียนการสอนควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรม เพื่อช่วยกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ตลอดเวลาและมีการเสริมแรง เช่นการให้รางวัล หรือให้คะแนน เป็นต้น

ประจบ แสงสีบบ (2556 : 7-8) ได้ทำวิจัยเรื่อง ผลการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี Star เรื่อง โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและการแปรผัน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา และทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้กลวิธี Star เป็นความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการหา

คำตอบ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอนคือ ขั้นเตรียม ขั้นนำเสนอทบทวน ขั้นกิจกรรมกลุ่ม ขั้นตรวจสอบผลงานและทดสอบ ขั้นสรุปทบทวนและประเมินผลงานกลุ่ม เป็นความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ เนื้อหาสาระ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์กับสาระภายในหรือวิชาอื่นในชีวิตประจำวัน โดยเชื่อมโยงมโนทัศน์ หลักการ วิธีการ ไปประยุกต์ใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน ทำให้นักเรียนเกิดความตระหนักในประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์

จากการศึกษา งานวิจัยต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สรุปเป็นธรรมชาติการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของผู้เรียน ได้ดังนี้

1. มีกิจกรรมที่น่าสนใจในการทบทวนเนื้อหาที่เป็นพื้นฐาน
2. การกระตุ้นการเรียนรู้โดยใช้เกมทายใจ ปริศนาคำทาย และเพลง ทำให้นักเรียนมองเห็นคุณค่าของการเรียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และส่งเสริมการผ่อนคลาย
3. จัดเนื้อหาสมการจากง่ายไปหายาก ทำให้นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของเนื้อหา
4. กิจกรรมการเรียนรู้สมการที่หลากหลายช่วยให้นักเรียนเข้าใจในเรื่องที่เรียนเพิ่มมากขึ้นและเกิดแนวคิดในประเด็นได้อย่างชัดเจน
5. กิจกรรม “ปุกระเบียง” ช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของแบบรูปการปุกระเบียง หาจำนวนกระเบียงแต่ละรูป และเห็นความสัมพันธ์ของจำนวนกระเบียงกับลำดับที่ของรูป และการเขียนความสัมพันธ์ในรูปที่  $n$
6. กิจกรรม “แก่งซื้อข้าวสาร” ช่วยให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนที่เขียนอยู่ในรูปตัวแปร ซึ่งอาจนำความสัมพันธ์นั้นมาเขียนในรูปสมการเพื่อใช้แก้ปัญหา
7. การใช้เทคนิคการยกตัวอย่างที่หลากหลายรูปแบบ ช่วยให้นักเรียนมีทักษะการเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูล
8. ความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับสมการที่เป็นจริงและสมการที่เป็นเท็จ ช่วยนักเรียนในการเรียนรู้ความหมายสมการ
9. วิธีลองผิดลองถูก โดยลองนำจำนวนมาแทนตัวไม่ทราบค่า ช่วยนักเรียนในการหาคำตอบของสมการ
10. กิจกรรมถามตอบ ทบทวนความรู้เกี่ยวกับสมบัติของการเท่ากันของจำนวน ช่วยในการแก้สมการ

11. จากการนำเสนอตัวอย่างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวใน 3 ลักษณะ ช่วยให้ผู้เรียนสร้างข้อค้นพบได้

12. การจัดการเรียนรู้ที่ผสมผสานแบบร่วมมือและการเรียนรู้เป็นรายบุคคล(TAD) ช่วยให้ผู้เรียนมีโอกาสช่วยเหลือและเรียนรู้ร่วมกัน

13. การจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือ (STAD) นักเรียนสามารถนำความรู้ เนื้อหาสาระ ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์มาสัมพันธ์กับสาระภายในหรือวิชาอื่นในชีวิตประจำวัน

14. การจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดคอนสตรัคติวิสต์ ช่วยให้ผู้เรียนเกิดทักษะการคิดวิเคราะห์ สามารถเลือกวิธีการแก้สมการที่สนใจ เหมาะสม และเห็นความสำคัญของกระบวนการแก้สมการมากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง

15. การให้ผู้เรียนค้นหาวิธีการใหม่ โดยเปิดโอกาสให้เสนอสถานการณ์และทางเลือกในการแก้ปัญหา และเน้นได้ลงมือปฏิบัติจริง ช่วยให้ผู้เรียนสามารถสร้างความรู้ด้วยตนเอง

16. การเริ่มที่สถานการณ์ปัญหาเป็นตัวกระตุ้นให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ จะช่วยเสริมสร้างกระบวนการคิด วิเคราะห์ การให้เหตุผล การแก้ปัญหา และการทำงานร่วมกัน

17. ในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้ปัญหาเป็นฐาน ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจกระบวนการการแก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

18. การส่งเสริมให้ผู้เรียนวิเคราะห์และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ โดยใช้ความรู้สึกเชิงจำนวน จะช่วยให้นักเรียนมั่นใจในคำตอบและเป็นคนมีเหตุผล

19. การประเมินผลตามสภาพจริง ช่วยพัฒนาการเรียนรู้ตามศักยภาพของผู้เรียน

20. การส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เรียนรู้จากสื่อรูปธรรม และแสดงความคิดทางคณิตศาสตร์ในหลายรูปแบบ เพื่อสะท้อนความเข้าใจของผู้เรียน

จากการศึกษาข้างต้น สรุปความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน (Learner's Learning Knowledge) หมายถึง ความรู้ที่ช่วยให้ครูเข้าใจธรรมชาติการเรียนรู้ ตลอดจนกระบวนการคิดที่แสดงถึงความเข้าใจในมิติทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความเข้าใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ประกอบด้วย 2 องค์ประกอบรองได้แก่ ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของผู้เรียน และ ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

1. ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน (Learner's Nature of Mathematics Learning Knowledge) เป็นความรู้ที่เกี่ยวกับความเข้าใจในธรรมชาติของผู้เรียนที่เกี่ยวข้องกับพฤติกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ทำให้ทราบว่า ผู้เรียนจะเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ดีขึ้นอยู่กับปัจจัยใดบ้าง วัย ความพร้อม การมีสื่อ การเสริมแรง การเรียนรู้อย่างมีความสุข และสถานการณ์ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนเกิดการค้นพบความรู้ด้วยตนเอง

2. ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของผู้เรียน (Learner's Learning Knowledge on Linear Equations One Variable) เป็น ความรู้ที่ช่วยให้ครูเข้าใจวิธีการเรียนรู้ของผู้เรียน เข้าใจวิธีการสร้างมโนทัศน์ กระบวนการคิดคำนวณ และวิธีการแก้ปัญหาในการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

### สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ในการศึกษาความรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีองค์ประกอบของเนื้อหาได้แก่ แบบรูปและความสัมพันธ์ คำตอบของสมการ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในแต่ละองค์ประกอบนำเสนอ ความหมาย แนวคิดในสาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด และแนวคิดในการจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

#### แบบรูปและความสัมพันธ์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2545 : 141-144) กล่าวถึงความหมาย แนวคิดในสาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด และแนวการจัดการเรียนรู้เรื่องแบบรูปและความสัมพันธ์ มีรายละเอียด ดังนี้

#### ความหมายของแบบรูปและความสัมพันธ์

แบบรูปและความสัมพันธ์ หมายถึง หน่วยการเรียนรู้ที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของจำนวนที่มีลักษณะสำคัญบางอย่างร่วมกันอย่างมีเงื่อนไข ซึ่งสามารถอธิบายความสัมพันธ์เหล่านั้นได้โดยใช้การสังเกต วิเคราะห์หาเหตุผลสนับสนุน จนได้บทสรุปอันเป็นที่ยอมรับได้ แบบรูปในระดับนี้จะมีลักษณะต่างๆกันใน 2 ลักษณะคือ แบบรูปของจำนวนและแบบรูปของรูปภาพ

แนวคิดในสาระสำคัญและความคิดรวบยอดเกี่ยวกับแบบรูปและความสัมพันธ์

แนวคิดในสาระสำคัญและความคิดรวบยอดเกี่ยวกับแบบรูปและความสัมพันธ์

ได้แก่



1. แบบรูปของจำนวน เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนแต่ละจำนวน ในชุดจำนวนนั้นที่มีลักษณะสำคัญบางอย่างร่วมกันอย่างมีเงื่อนไข ซึ่งสามารถอธิบายความสัมพันธ์เหล่านั้นได้ โดยใช้การสังเกต วิเคราะห์หาเหตุผลสนับสนุน จนได้บทสรุปอันเป็นที่ยอมรับได้

2. เมื่อลำดับที่ของรูปในแบบรูปเปลี่ยนไป จำนวนที่สัมพันธ์กันจะเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย และเป็นการเปลี่ยนแปลงที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างไร ขึ้นกับว่าใช้เงื่อนไขใดเป็นตัว กำหนด ให้เกิดความสัมพันธ์กันในรูปแบบใด และสามารถบอกความสัมพันธ์ในรูปทั่วไปของจำนวนที่  $n$  ได้

3. แบบรูปและความสัมพันธ์ เป็นกลยุทธ์สำคัญที่เป็นพื้นฐานในการช่วยคิดแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน การคิดหา หรือสรุปความสัมพันธ์ของแบบรูปนั้น สามารถคิดได้หลากหลายไม่มีข้อจำกัดว่าถูกหรือผิดตายตัว ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความคิด การให้เหตุผล และประสบการณ์ของผู้มอง

แนวคิดในสาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด นำเสนอใน 2 ลักษณะคือ

1. แบบรูปของจำนวน เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของจำนวน ในลักษณะการเรียงลำดับจำนวนจากน้อยไปมาก หรือจากมากไปน้อย ทั้งนี้ เพื่อให้นักเรียนฝึกการสังเกต สืบค้น วิเคราะห์ และหาความสัมพันธ์ของแบบรูป

ดังตัวอย่าง แบบรูปของจำนวนที่เรียงลำดับจากน้อยไปหามาก หรือจากมากไปหาน้อย โดยเพิ่มขึ้นหรือลดลงครั้งละเท่าๆ กัน เช่น 2, 4, 6, 8, ... เพิ่มขึ้นทีละ 2 15, 12, 9, 6, ... ลดลงทีละ 3

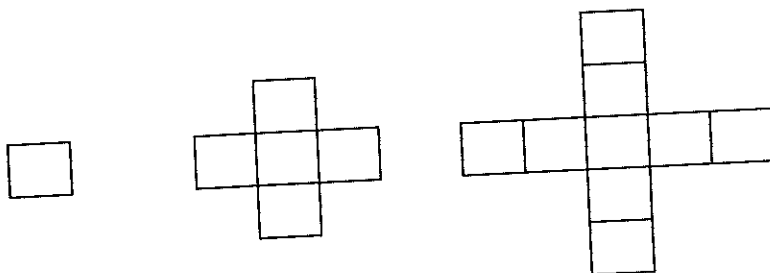
การเรียนรู้ดังกล่าว เน้นให้นักเรียนได้ฝึกการสังเกตและพิจารณาหาความสัมพันธ์กันของจำนวนที่อยู่ติดกันจากแบบรูปของจำนวนที่ทราบค่าชัดเจน จากนั้นจะเพิ่มความซับซ้อนในระดับที่สูงขึ้นต่อไป ถึงแบบรูปที่มีพจน์ทั่วไปแทนด้วยตัวแปร

$$2, 4, 6, 8, \dots, 2n, \dots$$

$$1, 3, 5, 7, \dots, 2n-1, \dots$$

2. แบบรูปของรูปภาพ จะแสดงความสัมพันธ์ของแบบรูป เพื่อให้เห็นแนวคิดเกี่ยวกับพีชคณิตที่ต้องใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนที่ยังไม่ทราบค่า ตัวอย่างเช่น

กำหนดแบบรูป ดังนี้



ชุดที่ 1 มีรูป  1 รูป

ชุดที่ 3 มีรูป  9 รูป

ชุดที่ 5 มีรูป  ..... รูป

ชุดที่ 10 มีรูป  ..... รูป

ชุดที่ 2 มีรูป  5 รูป

ชุดที่ 4 มีรูป  .... รูป

ชุดที่ 6 มีรูป  ..... รูป

จากรูปแบบที่กำหนดจะพบว่า ชุดที่ 1 มีรูป  อยู่จำนวน 1 รูป

ชุดที่ 2 มีรูป  อยู่จำนวน 5 รูป

ชุดที่ 3 มีรูป  อยู่จำนวน 9 รูป

ชุดที่ 4 มีรูป  อยู่จำนวน .... รูป

ชุดที่ 5 มีรูป  อยู่จำนวน .... รูป

ชุดที่ 10 มีรูป  อยู่จำนวน .... รูป

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ชุดที่ n มีรูป  อยู่จำนวน .... รูป

เพื่อความสะดวกในการหาจำนวน  ของชุดต่อๆ ไป อาจนำข้อมูลที่กำหนดข้างต้นมาลงในตาราง ดังนี้

ตารางแสดงจำนวน

ชุดที่	1	2	3	4	...	10	...	<input type="checkbox"/>
จำนวน <input type="checkbox"/>	1	5	9					

จากตารางที่กำหนดจะพบว่า ชุดหลังจะมีจำนวน  มากกว่าชุดที่อยู่ก่อนหน้านั้นอยู่ 4 รูปเสมอ สามารถเขียนความสัมพันธ์ของจำนวน  ได้ดังนี้

ชุดที่ 1 2 3 4 ... 10 ... n

จำนวน  1+4(0) 1+4(1) 1+4(2) 1+4(3)

1+4(9)

1+4(n-1)

จะเห็นได้ว่า เมื่อเราศึกษาความสัมพันธ์ของชุดของรูป  $\square$  กับจำนวนรูป  $\square$  ของแต่ละชุด จะพบว่า ชุดที่  $n$  จะมีรูป  $\square$  อยู่  $1+4(n-1)$  หรือ  $4n-3$  รูป ต่อไปจะเรียก  $4n-3$  นี้ว่ารูปทั่วไปของปัญหานี้

ในกรณีหากเราต้องการหาจำนวนรูป  $\square$  ชุดที่  $n$  ว่ามีกี่รูป เราสามารถหาได้จากรูปทั่วไปของความสัมพันธ์นี้คือ  $4n-3$  เช่น ชุดที่ 10 จะมีรูป  $\square$  จำนวน  $4(10) - 3 = 37$  รูป

สรุปได้ว่า แบบรูปและความสัมพันธ์ เป็นกลยุทธ์สำคัญที่เป็นพื้นฐานในการช่วยคิดแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน การคิดหา หรือสรุปความสัมพันธ์ของแบบรูปนั้นสามารถคิดได้หลากหลายไม่มีข้อจำกัดว่าถูกหรือผิดตายตัว ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความคิด การให้เหตุผล และประสบการณ์ของผู้มอง

### แนวคิดในการจัดการเรียนรู้ “แบบรูปและความสัมพันธ์”

แนวคิดในการจัดการเรียนรู้เป็นสิ่งสำคัญต่อการเรียนรู้ของนักเรียน การจัดการเรียนรู้ควรมีลักษณะดังนี้

1. ครูอาจคิดแผนภูมิหรือเขียนข้อมูลบางส่วนบนกระดานดำ ให้นักเรียนสังเกตและวิเคราะห์แบบรูปได้ว่า เมื่อลำดับที่ของรูปในแบบรูปเปลี่ยนไป จำนวนที่สัมพันธ์กันจะเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย และเป็นการเปลี่ยนแปลงที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงอย่างไร แล้วให้นักเรียนออกมาเติมจำนวนต่อไปในตารางจนกว่านักเรียนจะสามารถบอกความสัมพันธ์ในรูปทั่วไปของจำนวนที่  $n$  ได้ จากนั้นครูกำหนดลำดับที่ของรูปต่างๆ และให้นักเรียนบอกจำนวนที่สัมพันธ์กับลำดับที่นั้นๆ หรือกำหนดจำนวนแล้วให้นักเรียนบอกลำดับที่ของรูปที่สัมพันธ์กับจำนวนนั้น

2. กิจกรรม “ปูกระเบื้อง” นำเสนอไว้เพื่อให้นักเรียนอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปการปูกระเบื้อง หาจำนวนกระเบื้องแต่ละรูป และเห็นความสัมพันธ์ของจำนวนกระเบื้อง กับลำดับที่ของรูป และการเขียนความสัมพันธ์ในรูปที่  $n$

3. กิจกรรม “แก่งซื้อข้าวสาร” ครูควรดำเนินกิจกรรมเพื่อให้นักเรียนเห็นว่า เมื่อมีความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนที่เขียนอยู่ในรูปตัวแปร เราอาจนำความสัมพันธ์นั้นมาเขียนในรูปสมการเพื่อใช้แก้ปัญหา

4. ควรใช้เทคนิคการยกตัวอย่างที่หลากหลายรูปแบบ เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะการเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูล

สรุปได้ว่า แบบรูปและความสัมพันธ์ เป็นกลยุทธ์สำคัญที่เป็นพื้นฐานในการช่วยคิดแก้ปัญหาต่างๆ ในชีวิตประจำวัน การนำแบบรูปและความสัมพันธ์มาให้นักเรียนได้เรียนรู้ก่อน

เรียนเรื่องสมการนั้น เพื่อให้ให้นักเรียนสามารถสังเกตและเขียนความสัมพันธ์จากแบบรูปที่กำหนดให้โดยใช้ตัวแปร และเป็นพื้นฐานในการหาคำตอบของสมการในลำดับต่อไป

### สมการ

#### ความหมายของสมการ

สารานุกรมไทยฉบับเยาวชน (2537 : 77) กล่าวว่า ประโยคในคณิตศาสตร์ที่มีตัวแปรและเชื่อมด้วยเครื่องหมาย “=” เราเรียกว่า สมการ ประโยคที่ไม่มีตัวแปร เช่น  $2 + 3 = 5$   $5 \times 2 = 8$  เราเรียกว่า ข้อความ  $2 + 3 = 5$  เป็น ข้อความจริง  $5 \times 2 = 8$  เป็น ข้อความเท็จ

ปกรณ์ พลาหาญ (2543:6-7) กล่าวว่า สมการคือ ประพจน์ (Statement) ที่แสดงว่าปริมาณสองปริมาณมีค่าเท่ากัน ซึ่งปริมาณใดปริมาณหนึ่งหรือทั้งสองปริมาณจะมีตัวไม่ทราบค่า (Unknown)

ชัยฤทธิ์ สระบัว (2545:116) กล่าวว่า สมการหมายถึง ประโยคสัญลักษณ์ที่แสดงการเท่ากันของจำนวน และใช้สัญลักษณ์ “=” เชื่อมระหว่างจำนวนทั้งสอง เช่น  $x + 5 = 9$ ,  $x/3 - 8 = 0$

ปานทอง กุลนาถศิริ (2546:362) กล่าวว่า สมการตรงกับภาษาอังกฤษว่า Equation คำว่า “Equation” มีรากศัพท์มาจากคำว่า “Equal” ซึ่งเป็นภาษาละตินและหมายถึง “Level” หรือ “Equal” สมการจึงหมายถึง การเท่ากัน ดังนั้นถ้าจะเป็นสมการจึงจำเป็นต้องมีสัญลักษณ์ “=” เพื่อเป็นการบ่งบอกถึงการเท่ากันของจำนวนสองจำนวนหรือปริมาณสองปริมาณซึ่งอยู่ทางด้านซ้ายมือและด้านขวามือของเครื่องหมาย “=” ในทางคณิตศาสตร์ได้ตกลงเรียกประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมาย “=” ว่า สมการ ดังนั้น สมการ คือประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมาย “=”

เลิศ เกสรคำ (2546:175) กล่าวว่า สมการหมายถึงประโยคที่มีเครื่องหมาย “=” เช่น  $2x = 4$

วาสนา ทองการุณ (2546:197) กล่าวว่าสมการหมายถึงประโยคที่แสดงการเท่ากันของจำนวน โดยที่สัญลักษณ์ = บอการเท่ากัน

ยุพิน พิพิธกุลและสิริพร ทิพย์คง (2548:146) กล่าวว่าประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวนสองจำนวน โดยมีสัญลักษณ์ “=” บอความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนทั้งสองนั้น เรียกว่า สมการ

โครงการส่งเสริมอัจฉริยภาพคณิตศาสตร์สำหรับเด็ก (2552 : 85) กล่าวว่า สมการคือ ประโยคสัญลักษณ์ที่เชื่อมด้วยเครื่องหมายเท่ากับ (=)

สรุปได้ว่า สมการ หมายถึง ประโยคสัญลักษณ์ที่แสดงความสัมพันธ์ของ จำนวนและเชื่อมด้วยเครื่องหมาย “=”

### ลักษณะของสมการ

ปานทอง กุลนาถศิริ (2546 : 364) กล่าวถึงลักษณะของสมการ/สมการเชิงเส้น ว่า สมการที่มีจำนวนที่อยู่ทางซ้ายมือและจำนวนที่อยู่ทางขวามือของเครื่องหมาย “=” มีค่าเท่ากัน จะเรียกว่า สมการที่เป็นจริง สมการที่มีจำนวนที่อยู่ทางซ้ายมือและจำนวนที่อยู่ทาง ขวามือของเครื่องหมาย “=” มีค่าไม่เท่ากัน จะเรียกว่า สมการที่เป็นเท็จ เหตุผลที่สมการใน กลุ่มที่ยังบอกไม่ได้ว่าเป็นสมการที่เป็นจริงหรือเป็นสมการที่เป็นเท็จเพราะมี  $x$  ซึ่งถือว่าเป็นตัว ไม่ทราบค่าปรากฏอยู่

ชัยฤทธิ์ สระบัว (2546 : 116) กล่าวถึงลักษณะของสมการมี 2 ลักษณะ ได้แก่ สมการที่มีตัวแปร จะยังไม่ทราบว่าจริงหรือไม่จนกว่าจะแทนค่าตัวแปรลงใน สมการนั้น เช่น  $x + 7 = 11$  มี  $x$  เป็นตัวแปร ค่าของ  $x$  ที่ทำให้สมการนี้เป็นจริง คือ  $x = 4$  และสมการที่ไม่มีตัวแปรจะสามารถบอกได้ทันทีว่าสมการที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่  $3 + 5 = 8$  เป็นจริง  $4 + 7 = 10$  เป็นเท็จ

วาสนา ทองการุณ (2546 : 197) กล่าวว่า สมการมี 2 ชนิด ได้แก่ สมการที่มี ตัวแปร หมายถึง สมการที่ไม่สามารถบอกได้ว่าเป็นจริงหรือเท็จ จนกว่าจะหาค่าของตัวแปรใน สมการได้ เช่น  $2a + 9 = 19$ ;  $a$  เป็นตัวแปร,  $x/6 - 7 = 3$ ;  $x$  เป็นตัวแปร และสมการที่ไม่มี ตัวแปร หมายถึง สมการที่สามารถบอกได้ทันทีว่า เป็นจริงหรือเท็จ เช่น  $32 - 19 = 13$  เป็น จริง,  $3(5 + 2) = 30$  เป็นเท็จ,  $8 - 11 = -3$  เป็นจริง

ยุพิน พิพิธกุลและ สิริพร ทิพย์คง (2548 : 146) กล่าวถึงลักษณะของสมการ ว่า สมการมี 2 รูปแบบคือสมการที่เป็นจริง และสมการที่เป็นเท็จ เช่น

เมื่อพิจารณาสมการ  $5x = 50$  จะเห็นว่ามี  $x$  เป็นตัวแปร

ถ้าแทน  $x$  ด้วย 9 จะได้สมการที่เป็นเท็จ เพราะ  $5 \times 9 \neq 50$

ถ้าแทน  $x$  ด้วย 10 จะได้สมการที่เป็นจริง เพราะ  $5 \times 10 = 50$

สรุปว่า ลักษณะของสมการ มี 2 รูปแบบคือ สมการที่เป็นจริง เป็นสมการที่มี จำนวนที่อยู่ทางซ้ายมือและจำนวนที่อยู่ทางขวามือของเครื่องหมาย “=” มีค่าเท่ากัน และสมการ ที่เป็นเท็จ เป็นสมการที่มีจำนวนที่อยู่ทางซ้ายมือและจำนวนที่อยู่ทางขวามือของเครื่องหมาย



“=” มีค่าไม่เท่ากัน ถ้าสมการที่มีตัวไม่ทราบค่าหรือตัวแปรปรากฏอยู่จะบอกไม่ได้ว่าเป็นสมการที่เป็นจริงหรือเป็นสมการที่เป็นเท็จ

### ความหมายและกราฟของสมการเชิงเส้น

เลิศ เกสรคำ (2546:175) อธิบายแนวคิดไว้ว่า สมการเชิงเส้นเป็นสมการที่มีตัวแปรเดียวตัวแปรมีกำลังเป็น 1 และเป็นสมการเส้นตรงเสมอ เช่น  $2x + 3 = 0$  แต่ถ้าต้องการเขียนกราฟของ  $2x + 3$  ในระบบแกนพิกัดฉากจำเป็นต้องมีคู่อันดับ  $(x, y)$  เราจึงกำหนดให้

$$y = 2x + 3$$

เมื่อกำหนดค่าของตัวแปร  $x$  เช่น ให้  $x = 0$  จะได้  $y = 3$ ,

$$\text{ให้ } x = 1 \text{ จะได้ } y = 5, ..$$

ค่า  $x$  และค่า  $y$  แต่ละคู่เป็นคู่อันดับ ซึ่งสามารถลงจุดได้ทั้งหมด จุดเหล่านั้นจะเรียงกันเป็นเส้นตรงเส้นหนึ่ง จึงเรียกสมการเช่นนี้ว่า สมการเชิงเส้น หรือ สมการเส้นตรง

เว็บไซต์นายร้อยไทย ([www.thaicadet.org](http://www.thaicadet.org), 2557 : 1-2) กล่าวถึงลักษณะของสมการเชิงเส้นที่นำเสนอโดยใช้กราฟ ใช้อักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์เล็ก เช่น  $a, b, c, \dots, x, y, z$  แทนตัวแปร แต่ที่เราพบเห็นอยู่เสมอ ๆ คือ ตัวแปร  $x$  และ  $y$  เพราะสามารถเขียนกราฟของสมการในระบบพิกัดฉาก  $XY$  ได้

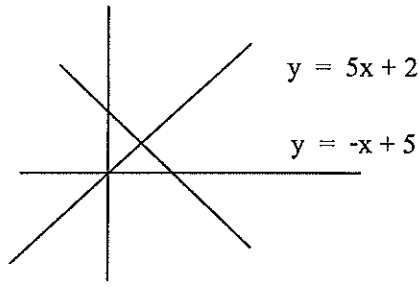
วิกิพีเดียสารานุกรมไทย (2557 : 1) ให้ความหมายไว้ว่า สมการเชิงเส้นคือ สมการที่แต่ละพจน์มีเพียงค่าคงตัว หรือเป็นผลคูณระหว่างค่าคงตัวกับตัวแปรยกกำลังหนึ่งซึ่งจะมีดีกรีเท่ากับ 0 หรือ 1 สมการเหล่านี้เรียกว่า “เชิงเส้น”

[www.Krudung.com/webstudents.one.html.education](http://www.Krudung.com/webstudents.one.html.education) (2557 : 1) ให้ความหมายไว้ว่า สมการเชิงเส้น (Liner Equation) หมายถึง สมการใดๆ ที่มีตัวแปร 1 ตัวแปร หรือ 2 หรือ 3 ตัว แต่กำลังของตัวแปรนั้นๆ ต้องเป็น 1 เสมอเช่น  $ax + by + cz = d$

The Team of Malaysian Teachers (2011:159 - 159) กล่าวว่า สมการเชิงเส้น (Liner Equation) หมายถึง สมการที่แสดงในลักษณะที่ชคณิตเชิงเส้น และแสดงถึงค่าของจำนวน และถ้าสมการเชิงเส้นนั้นมีตัวแปรไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียว จะเรียกสมการนั้นว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

วิกิพีเดียสารานุกรมเสรี (2557 : 1) อธิบายแนวคิดของสมการเชิงเส้นไว้ว่า รูปแบบทั่วไปของสมการเชิงเส้นในตัวแปร  $x$  และ  $y$  คือ  $y = mx + b$  โดยที่  $m$  คือค่าคงตัวที่แสดงความชันของเส้นตรง และ  $b$  แสดงจุดที่เส้นตรงนี้ตัดแกน  $y$

ตัวอย่างกราฟของสมการเชิงเส้น



The Team of Malaysian Teachers (2011 : 159 - 160) อธิบายว่าสมการเชิงเส้นจะเขียนแสดงได้ในรูปพีชคณิต  $x + 9 = 18$  และ  $x - y = 6$  แต่ถ้าสมการเชิงเส้นตัวแปรเพียงตัวเดียวจะเขียนได้ดังตัวอย่าง  $x + 5 = 12$  และ  $8 = 2m - 9$

สรุปได้ว่า สมการเชิงเส้น หมายถึง สมการเชิงเส้นที่เขียนในรูปพีชคณิต มีตัวแปร 1 ตัวแปร หรือ 2 หรือ 3 ตัว แต่เลขชี้กำลังของตัวแปร ต้องเป็น 1 เสมอ เช่น  $ax + by + cz = d$  รูปแบบทั่วไปของสมการเชิงเส้นในตัวแปร  $x$  และ  $y$  คือ  $y = mx + b$  โดยที่  $m$  คือค่าคงตัวที่แสดงความชันของเส้นตรง และ  $b$  แสดงจุดที่เส้นตรงนี้ตัดแกน  $y$

**ความหมายของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**

สารานุกรมไทยฉบับเยาวชน (2537 : 78) กล่าวว่า สมการที่มีตัวแปรเดียวและเลขชี้กำลัง\* ของตัวแปรเป็น 1 เราเรียกว่า สมการเชิงเส้น (Linear Equation) ที่มีตัวแปรเดียว ดังนั้น  $2x - 5 = 1$ ,  $6 + 3x = 2$ ,  $1 - 2y = 2.7$ ,  $2z - 10 = 0$  ล้วนเป็นตัวอย่างของสมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรเดียว

ชัยฤทธิ์ สระบัว (2545 : 116) กล่าวว่า สมการเชิงเส้นในที่นี้ หมายถึง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวคือ สมการที่มีตัวแปรเพียงชนิดเดียวในสมการนั้น และมีดีกรีเป็น 1

วาสนา ทองการุณ (2545 : 204) กล่าวว่า สมการเชิงเส้นในที่นี้หมายถึง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวคือ สมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว และตัวแปรมีเลขชี้กำลังเป็นหนึ่ง เช่น  $2x - 9 = 53$

เลิศ เกสรคำ (2546 : 175) ให้ความหมายไว้ว่า สมการเชิงเส้นหรือสมการเส้นตรง หมายถึง สมการที่มีตัวแปรเดียว เช่น  $2x + 1 = 0$

โครงการส่งเสริมอัจฉริยภาพคณิตศาสตร์สำหรับเด็ก (2552 : 86) กล่าวว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง สมการที่มีตัวแปรเดียว ( $x$ ) เลขชี้กำลังของตัวแปรเป็นหนึ่ง เขียนได้ในรูป  $ax + b = 0$ ,  $a \neq 0$

สายรุ้ง ภิญญศรี (<http://sayrung.noilong.com>) กล่าวว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง สมการที่มีตัวแปรหรือตัวไม่ทราบค่า (Unknow) และเลขชี้กำลังของตัวแปรเป็น 1 ตัวแปรอาจปรากฏเพียงข้างใดข้างหนึ่งของเครื่องหมาย “=” หรือปรากฏทั้งสองข้าง แต่เมื่อจัดรูปให้อยู่ในรูปผลสำเร็จโดยมี  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  เป็นค่าคงตัว และ  $a$  ไม่เท่ากับ 0 จะอยู่ในรูปแบบสมการอย่างง่ายดังนี้  $ax + b = 0$  เช่น  $2x + 3 = 0$  หรือ  $2a + 1 = 0$

สรุปได้ว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง สมการที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียว เลขชี้กำลังของตัวแปรเป็นหนึ่ง และสามารถเขียนได้ในรูป  $ax + b = 0, a \neq 0$

### แนวคิดในการจัดการเรียนรู้ “สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

นักการศึกษาได้ให้แนวคิดในการจัดการเรียนรู้เกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไว้ดังนี้

ปกรณ พลาหาญ (2543:6-7) กล่าวถึง แนวคิดการอธิบายเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังตัวอย่าง  $x = 2$  เป็นตัวอย่างสมการอย่างง่าย และที่ซับซ้อนขึ้น เช่น  $3x - 2 = x + 8$  ถ้าแทนค่าต่างๆ กันของ  $x$  ลงในสมการจะได้ประพจน์ที่ถูกและผิด

$$\begin{array}{l} \text{เช่น ถ้าแทน } x = 2 \text{ จะได้} \\ 3(2) - 2 = 2 + 8 \\ 6 - 2 = 2 + 8 \\ 4 = 10 \end{array}$$

แสดงว่า เมื่อ  $x = 2$  แล้ว จะไม่สอดคล้องกับสมการนี้

ถ้าแทน  $x = 3$  และ  $x = 4$  จะได้ผลลัพธ์ว่า

$$\begin{array}{l} 3(3) - 2 = 3 + 8 \quad 3(4) - 2 = 4 + 8 \\ 9 - 2 = 3 + 8 \quad 12 - 2 = 4 + 8 \\ 7 = 11 \quad 10 = 12 \end{array}$$

ดังนั้น 3 กับ 4 จึงไม่สอดคล้องกับสมการ  $3x - 2 = x + 8$  แต่ถ้าแทนค่า  $x$  ด้วย 5 จะได้

$$\begin{array}{l} 3(5) - 2 = 5 + 8 \\ 15 - 2 = 5 + 8 \\ 13 = 13 \end{array}$$

เป็นประพจน์ที่ถูกต้อง เรากล่าวว่า  $x = 5$  สอดคล้องกับสมการ  $3x - 2 = x + 8$

ดังนั้น 5 คือ ราก หรือ root ของ  $3x - 2 = x + 8$

เมื่อถอดสมการแล้วเราเอารากที่ได้แทนกลับลงในตัวแปร  $x$  ของสมการเพื่อดูว่าผลทางซ้ายและทางขวาของสมการจะเท่ากันหรือไม่ วิธีนี้เรียกว่าการตรวจสอบสมการ

วิธีถอดสมการ ก็คือการแปลงสมการให้อยู่ในรูปที่ง่ายเข้า หรือทำให้อยู่ในรูปสมการสมมูล (Equivalent Equations)

สมการสมมูล คือ สมการที่มีรากเดียวกัน เช่น

$$\begin{array}{cccccc} x = 4 & x + 7 = 11 & x - 3 = 1 & 2x = 8 & 5x - 2 = 18 \\ 5x = 20 & x - 9 = -5 & 3x + 2 = 14 & x/2 = 2 & x/4 + 5 = 6 \end{array}$$

ต่างก็เป็นสมการสมมูลที่มีรากเดียวกัน  $x = 4$

ตัวอย่าง

1. การถอดสมการ  $x - 7 = 13$

ขั้นของการถอด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 หาสมมูลด้วยการเพิ่มทั้งสองข้างด้วย 7

$$x - 7 = 13$$

$$+7 \quad +7$$

ขั้นที่ 2 สมการสมมูลจะให้ค่ารากของสมการ

$$x = 20 \quad \text{ตอบ}$$

2. การถอดสมการ  $x + 18 = 45$

วิธีทำ หาสมมูลโดยการลบ 18 (หรือบวกด้วย -18) ออกจากทั้งสองข้างของสมการ

$$x + 18 = 45$$

$$-18 \quad -18$$

$$x = 27 \quad \text{ตอบ}$$

ควรจำไว้ด้วยว่า ปริมาณที่จะเอามาเพิ่มเข้าทั้งสองข้างของสมการเพื่อให้ได้สมการสมมูลนั้นจะต้องเป็นปริมาณที่ตรงข้ามกับปริมาณที่เชื่อมกับ  $x$  เช่น ถ้าปริมาณที่เชื่อมกับ  $x$  เป็น  $-18$  ปริมาณที่จะเอามาเพิ่มเข้าก็คือ  $+18$  หรือถ้าปริมาณที่เชื่อมกับ  $x$  เป็น  $+15$  ปริมาณที่จะเอามาเพิ่มเข้าก็คือ  $-15$  หรือการเอา 15 มาลบออกจากทั้งสองข้างของสมการนั่นเอง

ลองพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

ในสมการ  $x + 8 = 26$ ,  $x$  เชื่อมกับ 8 ด้วยเครื่องหมายบวก

ดังนั้นเราจึงเอา  $-8$  มาบวกเข้า หรือเอา 8 มาลบออกจากทั้งสองข้าง

$$\text{จะได้ } x + 8 = 26$$

$$- 8 \quad - 8$$

$$x = 18 \quad \text{ตอบ}$$

ในสมการ  $x - 12 = 17$ ,  $x$  เชื่อมกับ 12 ด้วยเครื่องหมายลบ  
ดังนั้นเราจึงเอา 12 มาบวกเข้าทั้งสองข้าง

$$\text{จะได้ } x - 12 = 1$$

$$+ 12 \quad + 12$$

$$x = 29 \quad \text{ตอบ}$$

3. การถอดสมการ  $2x + 9 = 23$

ขั้นของการถอด

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 ลบ 9 ออกจากทั้งสองข้างของสมการ

$$2x + 9 = 23$$

$$- 9 = - 9$$

ขั้นที่ 2 ทหารทั้งสองข้างด้วย 2

$$2x = 14$$

$$2x \div 2 = 14 \div 2$$

ขั้นที่ 3 ทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายจะได้รากของสมการ

$$x = 7 \quad \text{ตอบ}$$

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบรากสมการจากโจทย์

$$2x + 9 = 23$$

$$2(7) + 9 = 23$$

$$14 + 9 = 23$$

$$23 = 23 \quad \text{ตอบ}$$

ปานทอง คุณนาถศิริ (2546:366) กล่าวว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้เรียนควรมีความเข้าใจขั้นพื้นฐานเกี่ยวกับสมการที่เป็นจริงและสมการที่เป็นเท็จโดยจำเป็นที่ผู้สอนจะต้องให้ผู้เรียนเข้าใจและยอมรับก่อนว่าสมการเป็นอย่างไร จากนั้นจึงนำสมการในลักษณะต่างๆ มาให้ผู้เรียนสังเกต และพิจารณาเพื่อจัดกลุ่มสมการให้ได้ 3 กลุ่ม คือ กลุ่มสมการที่เป็นจริง กลุ่มสมการที่เป็นเท็จ และกลุ่มสมการที่มีตัวไม่ทราบค่าปรากฏอยู่ ผู้สอนควรเตรียมตัวอย่างสมการมาล่วงหน้า และควรมีตัวอย่างสมการที่มากพอให้ผู้เรียนจะมองเห็นความแตกต่างและจำแนกกลุ่มได้ ตัวอย่างสมการต่างๆ นั้น ผู้สอนอาจเขียนลงในแถบกระดาษสี 3 สี เพื่อใช้สีเป็นสิ่งช่วยผู้เรียนในการจำแนกกลุ่มดังกล่าว เช่นอาจให้สมการที่เขียนในแถบกระดาษสีเหลืองเป็นสมการที่เป็นจริง สมการที่เขียนในแถบกระดาษสีฟ้าเป็น



สมการที่เป็นเท็จ และสมการที่เขียนในแถบกระดาษสีชมพูเป็นสมการที่มีตัวไม่ทราบค่า เป็นต้น เพื่อให้ผู้เรียนสามารถจำแนกกลุ่มสมการต่างๆ ได้ ผู้สอนควรใช้คำถามถามนำ บางครั้งต้องแนะให้บ้าง เมื่อผู้เรียนสามารถจำแนกกลุ่มสมการได้แล้ว จึงร่วมสรุปอภิปรายกันระหว่างผู้สอนและผู้เรียน โดยผู้สอนจะเป็นผู้ให้ข้อตกลงกับผู้เรียนว่าสมการที่เป็นจริงเป็นอย่างไร สมการที่เป็นเท็จเป็นอย่างไร ส่วนสมการที่มีตัวไม่ทราบค่าปรากฏอยู่นั้น ผู้สอนควรใช้คำถามถามเพื่อให้ผู้เรียนคิดต่อไปว่าเป็นสมการที่เป็นจริงหรือเป็นสมการที่เป็นเท็จ ซึ่งผู้เรียนควรตอบได้ว่าจะบอกไม่ได้ว่าเป็นสมการที่เป็นจริงหรือเป็นสมการที่เป็นเท็จ

### คำตอบของสมการ

#### ความหมายของคำตอบของสมการ

สารานุกรมไทยฉบับเยาวชน (2537 : 77) กล่าวว่า คำตอบของสมการคือ ค่าที่นำไปแทนตัวแปรในสมการ แล้วทำให้ได้ข้อความจริงเช่น สมการ  $x + 3 = 5$  มีคำตอบเป็น 2

ชัยฤทธิ์ สระบัว (2545:116) กล่าวว่า สมการที่มีตัวแปรและยังไม่ทราบว่าเป็นจริงหรือไม่ ค่าที่แทนลงในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริงเรียกค่านั้นว่า คำตอบของสมการ

ปานทอง คุณนาถศิริ (2546:367) กล่าวว่า จำนวนที่นำไปแทนตัวไม่ทราบค่าในสมการแล้วทำให้สมการเป็นสมการที่เป็นจริง จะเรียกว่า คำตอบของสมการ

เลิศ เกสรคำ (2546:175) กล่าวว่า ค่าของตัวแปรหรือตัวไม่ทราบค่าซึ่งทำให้สมการเป็นจริง คือคำตอบของสมการ

วาสนา ทองการุณ (2546:200) กล่าวว่า คำตอบของสมการ (Solution the Equation) คือจำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง

โครงการส่งเสริมอัจฉริยภาพคณิตศาสตร์สำหรับเด็ก (2552 : 85) กล่าวว่า คำตอบของสมการ หมายถึง จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง เช่น

กำหนดสมการ  $2x + 1 = 13$

$x = 6$  เป็นคำตอบของสมการ  $2x + 1 = 13$  เพราะว่า เมื่อแทน  $x = 6$  แล้วจะได้  $2(6) + 1 = 13$

$13 = 13$  เป็นจริง

สายรุ้ง ภิญญศิริ (<http://sayrungs.noilong.com>, 2557 : 3) กล่าวว่า คำตอบของสมการคือ จำนวนที่เมื่อนำไปแทนค่าตัวแปรในสมการแล้ว ทำให้สมการนั้นเป็นจริง

สรุปได้ว่า คำตอบของสมการ คือ จำนวนที่นำไปแทนค่าตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการนั้นเป็นจริง เช่น สมการ  $x + 2 = 5$  มีคำตอบเป็น 3

### แนวคิดในสาระสำคัญและความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ“คำตอบของสมการ”

แนวคิดในสาระสำคัญและความคิดรวบยอดเกี่ยวกับคำตอบของสมการ มีนักการศึกษาและองค์กรที่ให้การสนับสนุนได้ให้แนวคิดไว้ดังนี้

สารานุกรมไทยฉบับเยาวชน (2537 : 78) กล่าวว่า การหาคำตอบของสมการ สมการบางสมการอาจจะไม่มีคำตอบ เช่น ถ้าถามว่า "มีจำนวนเต็มจำนวนใดบ้างซึ่งคูณกับ 2 แล้วได้ 3" ก็ต้องตอบว่า"ไม่มีจำนวนเต็มเช่นนั้น" เราพูดได้อีกอย่างหนึ่งว่า สมการ  $2x = 3$  ไม่มีคำตอบซึ่งเป็นจำนวนเต็ม และเราทราบว่าจำนวนจริงใดๆ ก็ตามเมื่อคูณกับตัวเองแล้วย่อมไม่ได้จำนวนลบ ดังนั้นเราพูดว่า สมการ  $x \times x = -1$  ซึ่งเขียนได้ว่า  $x^2 = -1$  ไม่มีคำตอบเป็นจำนวนจริง สมการบางสมการอาจมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบ เช่น ถ้าถามว่า "จำนวนใดคูณกับตัวเองแล้วได้ 1" ก็ต้องตอบว่า"-1 และ 1" หรือพูดว่า สมการ  $x^2 = 1$  มีคำตอบ 2 คำตอบ คือ -1 และ 1

สายรุ้ง วิทยุศรี (http://sayrungs.noilong.com) กล่าวว่า คำตอบของสมการ อาจเรียกได้ว่า รากของสมการ คำสั่งของโจทย์ประเภทนี้มักใช้คำว่า จงแก้สมการ จงหาค่า  $x$  (ตัวแปรในสมการ) จงหารากของสมการ หรือจงหาคำตอบของสมการ

ปานทอง ภูณาศิริ (2546:367) กล่าวว่า สมการที่มีตัวไม่ทราบค่าปรากฏอยู่ เราไม่สามารถบอกได้ว่าเป็นสมการที่เป็นจริงหรือเป็นสมการที่เป็นเท็จ จนกว่าจะได้นำจำนวนไปแทนตัวไม่ทราบค่าในสมการนั้น ถ้านำจำนวนไปแทนตัวไม่ทราบค่าในสมการแล้วทำให้สมการนั้นเป็นสมการที่เป็นจริง กล่าวคือจำนวนที่อยู่ทางซ้ายมือ และจำนวนที่อยู่ทางขวามือของเครื่องหมาย = มีค่าเท่ากัน ก็จะถือว่าจำนวนนั้นเป็นคำตอบของสมการ แต่ถ้าหากนำจำนวนไปแทนตัวไม่ทราบค่าในสมการแล้วทำให้สมการนั้นเป็นสมการที่เป็นเท็จกล่าวคือ จำนวนที่อยู่ทางซ้ายมือ และจำนวนที่อยู่ทางขวามือของเครื่องหมาย = มีค่าไม่เท่ากัน ก็จะถือว่าจำนวนนั้นไม่เป็นคำตอบของสมการ

ตัวอย่าง พิจารณาสมการ  $x + 2 = 5$  จะเห็นว่าถ้าเรานำ 3 ไปแทน  $x$  ซึ่งเป็นตัวไม่ทราบค่า

ในสมการที่กำหนดให้ จะได้  $3 + 2 = 5$  เป็นสมการที่เป็นจริง

จึงถือว่า 3 เป็นคำตอบของสมการ  $x + 2 = 5$

แต่ถ้าเรานำจำนวนอื่นที่ไม่ใช่ 3 ไปแทน  $x$  ในสมการ  $x + 2 = 5$

เช่น แทนค่า  $x$  ด้วย 4 จะได้  $4 + 2 = 5$  เป็นสมการที่เป็นเท็จ

ดังนั้น 4 ไม่เป็นคำตอบของสมการ  $x + 2 = 5$

เลิศ เกสรคำ (2546 : 175) กล่าวว่า การหาคำตอบของสมการ โดยการแทนค่าตัวแปร ด้วยจำนวนจริงในสมการ เช่น จากสมการ  $2x = 10$  คำตอบคือ 5 เพราะเมื่อแทนค่า  $x$  ใน  $2x = 10$  จะได้  $2 \times 5 = 10$  คือ  $10 = 10$  เป็นจริง

วาสนา ทองการุณ (2546:200 - 201) กล่าวว่า การหาคำตอบของสมการพิจารณา โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปรในสมการ

ตัวอย่างที่ 1 พิจารณาสมการต่อไปนี้  $2y - 9 = 25$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ ถ้าแทน  $y$  ด้วย 15; จะได้ว่า  $(2 \times 15) - 9 \neq 25$

$30 - 9 \neq 25$  สมการเป็นเท็จ

ดังนั้น 15 ไม่ใช่คำตอบของสมการ

ถ้าแทน  $y$  ด้วย 17; จะได้ว่า  $(2 \times 17) - 9 = 25$

$34 - 9 = 25$  สมการเป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของสมการคือ 17 ตอบ

หมายเหตุ: ตัวอย่างที่ 1 เป็นสมการที่มีจำนวนบางจำนวนเป็นคำตอบ

ตัวอย่างที่ 2 จงหาคำตอบของสมการ  $x + 2 = 2 + x$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทน  $x$  ด้วยจำนวนใดๆ ใน  $x + 2 = 2 + x$

แล้วจะได้สมการเป็นจริงเสมอ

ดังนั้นคำตอบของสมการ  $x + 2 = 2 + x$  คือจำนวนทุกจำนวน ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 จงหาคำตอบของสมการ  $3xa = ax^3$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจาก เมื่อแทน  $a$  ด้วยจำนวนใดๆ ใน  $3xa = ax^3$

แล้วจะได้สมการเป็นจริงเสมอ

ดังนั้นคำตอบของสมการ  $3xa = ax^3$  คือจำนวนทุกจำนวน ตอบ

หมายเหตุ: ตัวอย่างที่ 2 และ 3 เป็นสมการที่มีจำนวนทุกจำนวนเป็นคำตอบ

ตัวอย่างที่ 4 จงหาคำตอบของสมการ  $y + 3 = y - 2$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจากไม่มีจำนวนใดแทน  $y$  ใน  $y + 3 = y - 2$  แล้วได้สมการเป็นจริง

ดังนั้น ไม่มีจำนวนใดเป็นคำตอบของสมการ  $y + 3 = y - 2$  ตอบ

ตัวอย่างที่ 5 จงหาคำตอบของสมการ  $x - 4 = x$  โดยวิธีลองแทนค่าตัวแปร

วิธีทำ เนื่องจากไม่มีจำนวนใดแทน  $x$  ใน  $x - 4 = x$  แล้วได้สมการเป็นจริง

หมายเหตุ: ตัวอย่างที่ 4 และ 5 เป็นสมการที่ไม่มีจำนวนใดเป็นคำตอบ

### แนวคิดในการจัดการเรียนรู้ “คำตอบของสมการ”

นักการศึกษาได้ให้แนวคิดในการจัดการเรียนรู้เกี่ยวกับการหาคำตอบของสมการไว้ดังนี้

ปานทอง กุลนาถศิริ (2546 : 368-372) ได้ให้แนวคิดการจัดการเรียนรู้เรื่องคำตอบของสมการไว้ว่า ในการหาคำตอบของสมการ  $x + 3 = 10$  ทำได้ด้วยวิธีลองผิดลองถูก โดยทดลองนำจำนวนมาแทนตัวไม่ทราบค่า กล่าวคือทดลองนำจำนวน 1, 2, 3, ..... ไปแทนค่า  $x$  ในสมการ  $x + 3 = 10$  ในที่สุดจะได้ว่า ถ้าแทนค่า  $x$  ด้วย 7 ในสมการ  $x + 3 = 10$  แล้วจะได้  $7 + 3 = 10$  ซึ่งเป็นสมการที่เป็นจริง ดังนั้นจะถือว่า 7 เป็นคำตอบของสมการ  $x + 3 = 10$

ตัวอย่าง ให้นักเรียนพิจารณาข้อความต่อไปนี้ว่าถูกหรือผิด

1. 1 เป็นคำตอบของสมการ  $2x - 1 = 1$
2. 0 เป็นคำตอบของสมการ  $4 + 5 = 5 + 4$
3. จำนวนทุกจำนวนเป็นคำตอบของสมการ  $x + 5 = x - 5$
4. จำนวนทุกจำนวนเป็นคำตอบของสมการ  $x + 4 = x + 2 + 2$
5. ไม่มีจำนวนใดเป็นคำตอบของสมการ  $x - 9 = x + 11$

สรุปได้ว่า แนวคิดในสาระสำคัญ/ความคิดรวบยอดของการหาคำตอบของสมการทำได้โดยหาจำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้วทำให้สมการเป็นจริง จะหาคำตอบได้โดยการลองนำจำนวนมาแทนค่าตัวแปรในสมการ และสรุปลักษณะคำตอบของสมการ มี 3 แบบ ดังนี้

1. สมการที่มีจำนวนบางจำนวนเป็นคำตอบ
2. สมการที่มีจำนวนทุกจำนวนเป็นคำตอบ

### 3. สมการที่ไม่มีจำนวนใดเป็นคำตอบ

การเรียนในหน่วยการเรียนรู้นี้จะเน้นเฉพาะกรณีที่เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และมีคำตอบเดียวเท่านั้น ส่วนสมการกำลังสองที่มีคำตอบสองคำตอบมิไว้ให้นักเรียนเห็นเป็นตัวอย่างเท่านั้น

#### การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

#### ความหมายของการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สารานุกรมไทยฉบับเยาวชน (2537 : 77) กล่าวว่า การหาคำตอบทั้งหมดของสมการใด เราเรียกว่า การแก้สมการ นั้น

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง การหาคำตอบของสมการที่เป็นสมการอย่างง่ายมีตัวไม่ทราบค่าหนึ่งตัว และอยู่ในรูปการบวก การลบ การคูณ หรือการหารที่ยังไม่สลับซับซ้อนมากนัก

แนวคิดในสาระสำคัญและความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แนวคิดในสาระสำคัญและความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีนักการศึกษาและองค์กรที่ให้การสนับสนุนได้ให้แนวคิดไว้ดังนี้

1. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวด้วยวิธีที่มีระบบระเบียบ ใช้เทคนิคที่แน่นอน และเพื่อความรวดเร็วในการหาคำตอบของสมการ จะใช้สมบัติของการเท่ากันในการหาคำตอบได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวกและสมบัติการคูณ

2. การเขียนแสดงการเท่ากันของจำนวนสองจำนวนเป็นไปตาม สมบัติสมมาตร กล่าวคือ ถ้า  $a = b$  แล้ว  $b = a$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  แทนจำนวนใด ๆ

3. การเขียนสมบัติของการเท่ากันเพื่อให้ได้ข้อสรุปเป็นไปตาม สมบัติการถ่ายทอด กล่าวคือ ถ้า  $a = b$  และ  $b = c$  แล้ว  $a = c$  เมื่อ  $a$ ,  $b$  และ  $c$  แทนจำนวนใด ๆ

4. ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาบวกแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น แล้วผลลัพธ์จะเท่ากัน การใช้สมบัติของการเท่ากันนี้เป็นไปตาม สมบัติการบวก ซึ่งประกอบด้วย 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 เมื่อจำนวนที่นำมาบวกแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น เป็นจำนวนบวก

ถ้า  $a = b$  แล้ว  $a + c = b + c$  เมื่อ  $a$ ,  $b$  และ  $c$  แทนจำนวนใด ๆ

กรณีที่ 2 เมื่อจำนวนที่นำมาบวกแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น เป็นจำนวนลบ

ถ้า  $a = b$  แล้ว  $a - c = b - c$  เมื่อ  $a$ ,  $b$  และ  $c$  แทนจำนวนใด ๆ



5. ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน เมื่อนำจำนวนอีกจำนวนหนึ่งมาคูณกับแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น แล้วผลลัพธ์จะเท่ากัน การใช้สมบัติของการเท่ากันนี้เป็นไปตาม สมบัติการคูณ ประกอบด้วย 2 กรณี คือ

กรณีที่ 1 เมื่อจำนวนที่นำมาคูณกับจำนวนสองจำนวนที่เท่ากันนั้น เป็นจำนวนเต็ม จะกล่าวว่า ถ้า  $a = b$  แล้ว  $ca = cb$  เมื่อ  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใดๆ

กรณีที่ 2 เมื่อจำนวนที่นำมาคูณกับจำนวนสองจำนวนเท่ากันนั้น เป็นเศษส่วนจะกล่าวว่า ถ้า  $a = b$  แล้ว  $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$  เมื่อ  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใดๆ ที่  $c \neq 0$

6. สรุปแนวทางการแก้สมการ ได้ดังนี้

6.1 การแก้สมการที่มีตัวแปรบวกกับจำนวนใดๆ อาจทำได้โดยการใช้สมบัติการบวกกล่าวคือ นำจำนวนที่เท่ากับจำนวนที่บวกอยู่กับตัวแปรไปลบทั้งสองข้างของสมการ

6.2 การแก้สมการที่มีตัวแปรลบกับจำนวนใดๆ อาจทำได้โดยการใช้สมบัติการบวกกล่าวคือ นำจำนวนที่เท่ากับจำนวนที่ลบอยู่กับตัวแปรไปบวกทั้งสองข้างของสมการ

6.3 การแก้สมการที่มีตัวแปรคูณกับจำนวนใดๆ อาจทำได้โดยการใช้สมบัติการคูณกล่าวคือ นำจำนวนที่เท่ากับจำนวนที่คูณอยู่กับตัวแปรไปหารทั้งสองข้างของสมการ

6.4 การแก้สมการที่มีตัวแปรหารด้วยจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ อาจทำได้โดยการใช้สมบัติ การคูณกล่าวคือนำจำนวนที่เท่ากับจำนวนที่หารอยู่กับตัวแปรไปคูณทั้งสองข้างของสมการ

7. การแก้สมการ คือ การหาคำตอบของสมการ

8. การตรวจสอบคำตอบของสมการ เป็นขั้นตอนหนึ่งของการแก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากัน เมื่อได้คำตอบแล้วจะต้องตรวจสอบว่า จำนวนนั้นเป็นคำตอบของสมการหรือไม่ โดยการนำจำนวนนั้นไปแทนตัวแปรในสมการ ถ้าแทนค่าแล้วได้สมการเป็นจริงจึงจะสรุปได้ว่า จำนวนนั้นเป็นคำตอบของสมการ

9. สรุปองค์ประกอบสำคัญของการแก้สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากัน ดังนี้

9.1 สิ่งที่ต้องพิจารณา

9.2 แนวคิดกระบวนการแก้สมการ

9.3 ใช้สมบัติของการเท่ากันใดบ้าง

9.4 วิธีแก้สมการ

9.5 การตรวจสอบคำตอบ

9.6 สรุปคำตอบ

จะเห็นว่า การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นการแก้สมการด้วยวิธีที่มีระบบระเบียบในเบื้องต้นก็คือ การใช้สมบัติของการเท่ากัน ตัวอย่างเช่น ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ  $2x - 9 = 19$  พร้อมตรวจสอบคำตอบที่ได้

วิธีทำ การหาค่า  $x$  ที่เป็นคำตอบของสมการเป็นการดำเนินการโดยใช้สมบัติการเท่ากันของจำนวนจริง ดังนี้

$$\text{จาก } 2x - 9 = 19$$

$$\text{จะได้ } 2x - 9 + 9 = 19 + 9 \text{ บวก } 9 \text{ ทั้งสองข้างของสมการ}$$

(สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก)

$$2x = 28$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{28}{2} \text{ หารทั้งสองข้างของสมการด้วย } 2$$

(สมบัติการเท่ากันสำหรับการหาร)

$$\text{ดังนั้น } x = 14$$

ตรวจสอบคำตอบ โดยการแทนค่า  $x = 14$  ในสมการ

$$2x - 9 = 19$$

$$\text{จะได้ } 2(14) - 9 = 19$$

$$28 - 9 = 19 \text{ สมการเป็นจริง}$$

ดังนั้น 14 เป็นคำตอบของสมการ

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ  $2(x - 3) + x = 5x - 2(x + 5)$

$$\text{วิธีทำ } \text{จาก } 2(x - 3) + x = 5x - 2(x + 5)$$

$$\text{จะได้ } 2x - 6 + x = 5x - 2x - 10$$

$$3x - 6 = 3x - 10$$

$$3x - 6 - 3x = 3x - 10 - 3x$$

$$-6 = -10 \text{ เป็นเท็จ} \quad \longleftarrow$$

นั่นคือ ไม่มีจำนวนจริงใดที่เป็นคำตอบของสมการ  $2(x - 3) + x = 5x - 2(x + 5)$

เรียกสมการที่ไม่มีจำนวนจริงใดๆ เป็นคำตอบว่า สมการที่ไม่มีคำตอบ (Inconsistent Equation)

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ  $3(x + 2) - 5(x - 3) = -2x + 21$

$$\text{วิธีทำ } \text{จาก } 3(x + 2) - 5(x - 3) = -2x + 21$$

$$\text{จะได้ } 3x + 6 - 5x + 15 = -2x + 21$$

$$-2x + 21 = -2x + 21$$

$$-2x = -2x \text{ จะได้ } x = x$$

นั่นคือ ทุกจำนวนจริงเป็นคำตอบของสมการนี้ หรืออาจกล่าวได้ว่า คำตอบของสมการ คือ จำนวนจริงทุกจำนวน ซึ่งสมการที่เป็นจริง สำหรับทุกจำนวนจริงใดๆ จะเรียกว่า สมการเอกลักษณ์ (Identity Equation)

ในกิจกรรมการเรียนรู้ เมื่อครูนำเสนอตัวอย่างในทำนองเดียวกันกับตัวอย่างข้างต้น นักเรียนควรสร้างข้อค้นพบได้ว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จะมีคำตอบเป็นไปได้ทั้ง 3 ลักษณะ คือ

1. มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบของสมการ
2. จำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ (Identity Equation) ของสมการ
3. ไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ (Inconsistent Equation) ของสมการ

ตัวอย่างการฝึกทักษะการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จงแก้สมการ

$$1. x + 3 = 8$$

$$4. 3y - 4 = 11$$

$$2. \frac{3}{x} = \frac{7}{8}$$

$$5. 0.7x - 0.3 = 1.8$$

$$3. \frac{x-1}{5} = \frac{x+5}{15}$$

สารานุกรมไทยฉบับเยาวชน (2537 : 78-79) กล่าวว่า การแก้สมการเชิงเส้นที่มีตัวแปรตัวเดียว มีหลักการใหญ่ๆ ดังนี้ คือ 1) ถ้านำจำนวนๆ หนึ่งมาบวก หรือลบทั้งสองข้างของเครื่องหมาย = เราจะได้สมการ ซึ่งมีคำตอบเหมือนสมการเดิม และ 2) ถ้านำจำนวนๆ หนึ่ง ซึ่งไม่ใช่ 0 มาคูณ หรือหารทั้งสองข้างของเครื่องหมาย = เราจะได้สมการ ซึ่งมีคำตอบเหมือนสมการเดิม สมมุติว่าเราต้องการแก้สมการ  $2x + 3 = 5$  เราใช้หลักทั้งสองข้อดังนี้

$$2x + 3 = 5$$

$$2x + = 2 \text{ นำ } 3 \text{ มาลบทั้งสองข้าง}$$

$$x = 1 \text{ นำ } 2 \text{ มาหารทั้งสองข้าง}$$

จากหลักทั้งสองข้อ เราได้ว่าสมการทั้งสามนี้มีคำตอบเหมือนกัน ดังนั้น เราจึงสรุปได้

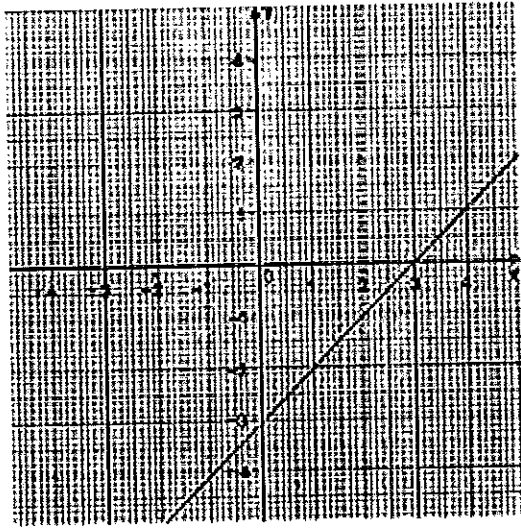
ว่า 1 เป็นคำตอบของสมการ  $2x + 3 = 5$

หลักข้อ (2) ห้ามนำ 0 มาหารทั้งสองข้างของเครื่องหมาย = ในสมการ เพราะการหารด้วย 0 ไม่มีความหมาย และหลักเดียวกันนี้ ห้ามนำ 0 มาคูณทั้งสองข้างของเครื่องหมาย = ในสมการ เพราะสมการใหม่จะมีคำตอบต่างจากสมการเดิม ตัวอย่างเช่น สมการ  $2x = 6$  มีคำตอบเพียงคำตอบเดียว ได้แก่ 3 แต่สมการ  $2x \times 0 = 6 \times 0$  นั้น มีจำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ เนื่องจากจำนวนจริงใดๆ ก็ตามคูณกับ 0 แล้วย่อมได้ 0

ควรสังเกตว่า การพูดกว้างๆ ว่า "ในการแก้สมการนั้น ถ้าทำอย่างไรทางซ้าย (ของเครื่องหมาย =) แล้วให้ทำอย่างเดียวกันทางขวา (ของเครื่องหมาย =)" นั้น ใช้ไม่ได้ เพราะสมการใหม่อาจมีคำตอบต่างจากสมการเดิมได้ เช่นสมการ  $x = 3$  กับสมการ  $x^2 = 32$  ซึ่งได้จากการ "ยกกำลังสองทั้งสองข้าง" มีคำตอบต่างกัน สมการ  $x = 3$  มีคำตอบเพียงคำตอบเดียวคือ 3 ส่วนสมการ  $x^2 = 32$  มีคำตอบ 2 คำตอบ คือ -3 กับ 3

สมการ  $x - 1 = 0$  กับสมการ  $x(x - 1) = 0$  ก็มีคำตอบต่างกัน สมการที่สองได้จากการคูณ  $x$  ทั้งสองข้าง (ของเครื่องหมาย =) ในสมการแรก หรือจะพูดว่าสมการแรกได้จากการหารด้วย  $x$  ทั้งสองข้างในสมการที่สองก็ได้ สมการ  $x - 1 = 0$  มีคำตอบเพียงคำตอบเดียวคือ 1 ส่วนสมการ  $x(x - 1) = 0$  มีคำตอบ 2 คำตอบ คือ 0 และ 1

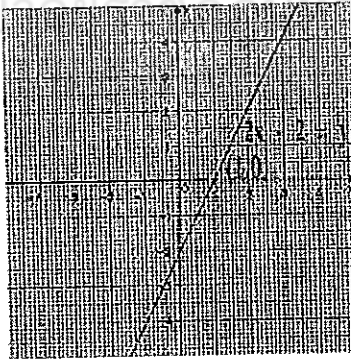
สมการอาจจะมีตัวแปรที่ตัวแปรก็ได้ เช่น โจทย์ที่ว่า "จงหาจำนวนสองจำนวนซึ่งมีผลต่างเป็น 3" อาจเขียนได้ว่า "จงแก้สมการ  $x - y = 3$ " สมการ  $x - y = 3$  เป็นสมการที่มีตัวแปร 2 ตัว สมการนี้มีคำตอบมากมาย เช่น  $x = 4$  และ  $y = 1$  หรือ  $x = 3$  และ  $y = 0$  หรือ  $x = -\frac{1}{2}$  และ  $y = -3\frac{1}{2}$  เป็นต้น คำตอบเหล่านี้เรานิยมเขียนในรูปคู่ลำดับว่า  $(4, 1)$ ,  $(3, 0)$ ,  $(-\frac{1}{2}, -3\frac{1}{2})$  จำนวนแรกในคู่ลำดับแทนค่า  $x$  จำนวนหลังแทนค่า  $y$  ดังนั้น  $(4, 1)$  เป็นคำตอบคำตอบหนึ่งของสมการ  $x - y = 3$  แต่  $(1, 4)$  ไม่ใช่คำตอบของสมการนี้



แผนภาพที่ 8 แสดงคำตอบของสมการ  $x - y = 3$

ทุกจุดบนเส้นตรงในกราฟ เป็นคำตอบของสมการ  $x - y = 3$

เนื่องจากสมการ  $x - y = 3$  นี้ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงอยู่มากมาย ไม่สามารถแจกแจงให้ดูได้หมด วิธีที่จะแสดงคำตอบได้วิธีหนึ่ง คือ การเขียนกราฟสมการที่มีตัวแปรเดียวก็สามารถแก้ได้โดยวิธีกราฟ เช่น ถ้าต้องการแก้ สมการ  $2x + 3 = 5$  ซึ่งมีคำตอบเหมือนสมการ  $2x - 2 = 0$  (นำ 5 มาลบทั้งสองข้าง ของเครื่องหมาย  $=$ ) เราเพิ่มตัวแปร  $y$  ขึ้นมาอีกหนึ่งตัว โดยกำหนดให้  $2x - 2 = y$



แผนภาพที่ 9 แสดงจุดบนเส้นตรงในกราฟคือ คำตอบของสมการ  $2x - 2 = y$



สมการนี้เป็นสมการที่มีตัวแปรสองตัว ค่าตอบของสมการ  $2x - 2 = y$  คือทุกจุดที่อยู่บนเส้นตรงสีแดง ค่าของ  $x$  ที่ทำให้  $y$  เป็น 0 เป็นคำตอบของ สมการ  $2x - 2 = 0$  จุดบนกราฟที่  $y$  เป็น 0 คือจุดที่กราฟตัดแกนอน เส้นตรงนี้ ตัดแกนอนที่จุด  $(1,0)$  เราจึงสรุปได้ว่า 1 เป็นคำตอบของสมการ  $2x - 2 = 0$  หรือสมการ  $2x + 3 = 5$

### แนวคิดในการจัดการเรียนรู้ “การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

แนวคิดในการจัดการเรียนรู้ มีดังนี้

1. ครูใช้กิจกรรมถามตอบทบทวนความรู้เกี่ยวกับสมบัติของการเท่ากันของจำนวนที่นักเรียนเคยเรียนในระดับประถมศึกษาซึ่งต้องนำมาใช้ในการแก้สมการ ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ

2. ครูควรใช้คำถามนำในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติของการเท่ากัน เพื่อช่วยให้นักเรียนวิเคราะห์ว่าจะใช้สมบัติใดในแต่ละลำดับขั้นตอน แล้วให้นักเรียนมาแสดงวิธีทำบนกระดาน ตัวอย่างเช่น

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ  $2x - 9 = 19$  พร้อมตรวจสอบคำตอบที่ได้

วิธีทำ การหาค่า  $x$  ที่เป็นคำตอบของสมการเป็นการดำเนินการโดยใช้สมบัติการเท่ากันของจำนวนจริง ดังนี้

$$\text{จาก } 2x - 9 = 19$$

$$\text{จะได้ } 2x - 9 + 9 = 19 + 9 \text{ บวก } 9 \text{ ทั้งสองข้างของสมการ}$$

(สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก)

$$2x = 28$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{28}{2} \text{ หารทั้งสองข้างของสมการด้วย } 2$$

(สมบัติการเท่ากันสำหรับการหาร)

$$\text{ดังนั้น } x = 14$$

ตรวจสอบคำตอบ โดยการแทนค่า  $x = 14$  ในสมการ

$$2x - 9 = 19$$

$$\text{จะได้ } 2(14) - 9 = 19$$

$$28 - 9 = 19 \text{ สมการเป็นจริง}$$

ดังนั้น 14 เป็นคำตอบของสมการ

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้สมการ  $2(x-3) + x = 5x - 2(x+5)$

วิธีทำ จาก  $2(x-3) + x = 5x - 2(x+5)$

$$\text{จะได้ } 2x - 6 + x = 5x - 2x - 10$$

$$3x - 6 = 3x - 10$$

$$3x - 6 - 3x = 3x - 10 - 3x$$

$$-6 = -10 \quad \text{เป็นเท็จ} \quad \longleftarrow$$

นั่นคือ ไม่มีจำนวนจริงใดที่เป็นคำตอบของสมการ  $2(x-3) + x = 5x - 2(x+5)$

เรียกสมการที่ไม่มีจำนวนจริงใดๆ เป็นคำตอบว่า สมการที่ไม่มีคำตอบ (Inconsistent Equation)

ตัวอย่างที่ 3 จงแก้สมการ  $3(x+2) - 5(x-3) = -2x + 21$

วิธีทำ จาก  $3(x+2) - 5(x-3) = -2x + 21$

$$\text{จะได้ } 3x + 6 - 5x + 15 = -2x + 21$$

$$-2x + 21 = -2x + 21$$

$$-2x = -2x \quad \text{จะได้ } x = x$$

นั่นคือ ทุกจำนวนจริงเป็นคำตอบของสมการนี้ หรืออาจกล่าวได้ว่า คำตอบของสมการ คือ จำนวนจริงทุกจำนวน ซึ่งสมการที่เป็นจริง สำหรับทุกจำนวนจริงใดๆ จะเรียกว่า สมการเอกลักษณ์ (Identity Equation)

ในกิจกรรมการเรียนรู้ เมื่อครูนำเสนอตัวอย่างในทำนองเดียวกันกับตัวอย่างข้างต้น นักเรียนควรสร้างข้อค้นพบได้ว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จะมีคำตอบเป็นไปได้ทั้ง 3 ลักษณะ คือ มีจำนวนจริงบางจำนวนเป็นคำตอบของสมการ จำนวนจริงทุกจำนวนเป็นคำตอบ (Identity Equation) ของสมการ และไม่มีจำนวนจริงใดเป็นคำตอบ (Inconsistent Equation) ของสมการ

ตัวอย่างการฝึกทักษะการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จงแก้สมการ

$$4. x + 3 = 8$$

$$4. 3y - 4 = 11$$

$$5. \frac{3}{x} = \frac{7}{8}$$

$$5. 0.7x - 0.3 = 1.8$$

$$6. \frac{x-1}{5} = \frac{x+5}{15}$$

3. ครูควรย้ำกับนักเรียนว่าสรุปคำตอบของสมการต้องเขียนเป็น “จำนวน” เช่น คำตอบของสมการ  $x + 1 = 4$  จะไม่เขียนว่า  $x = 3$  เพราะประโยค  $x = 3$  ยังอยู่ในรูปของสมการ ที่มีคำตอบเดียวกันกับคำตอบของ  $x + 1 = 4$  ต้องตอบว่า “3”

4. การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เมื่อใช้สมบัติของการเท่ากันหาค่าตัวแปรได้แล้ว ถ้ามั่นใจว่า การคิดคำนวณไม่ผิดพลาด ก็อาจใช้ค่านั้นเป็นคำตอบของสมการได้เลย ทั้งนี้เพราะในคณิตศาสตร์มีทฤษฎีบทที่ยืนยัน สำหรับสมการเชิงเส้น เมื่อหาค่าตัวแปรได้แล้ว ค่านั้นเป็นคำตอบของสมการ แต่ในขั้นนี้ควรตรวจสอบคำตอบของสมการทุกครั้ง ด้วยเหตุผลดังต่อไปนี้

4.1 เพื่อช่วยส่งเสริมและพัฒนาความรู้สึกรักเชิงจำนวน

4.2 เพื่อตรวจสอบความถูกต้องในการคำนวณ

4.3 เพื่อให้นักเรียนตระหนักถึงความหมายที่แท้จริงของคำว่าคำตอบของสมการ

4.4 เพื่อฝึกนิสัยการทำงานที่ต้องตรวจสอบและประเมินผลงานที่ทำไปแล้วอยู่เสมอ

สรุปได้ว่า การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นการแก้สมการด้วยวิธีที่มีระบบระเบียบในเบื้องต้น และจะต้องอาศัยความรู้พื้นฐานของการหาคำตอบของสมการ โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับบทโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ รู้จักใช้สมบัติการเท่ากันมาช่วยแก้สมการ เพื่อเป็นพื้นฐานในการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อไป

### การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

#### ความหมายของการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การแก้ปัญหเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง การแก้โจทย์ปัญหาที่นำมาเขียนให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ที่เป็นสมการที่มีตัวไม่ทราบค่า มาเป็นแนวทางในการหาคำตอบให้ง่ายขึ้น เพราะวิธีการหาคำตอบนั้นสามารถทำได้โดยอาศัยหลักการแก้สมการ ซึ่งการแก้สมการ เป็นพื้นฐานในการนำไปช่วยแก้ปัญหเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

**แนวคิดในสาระสำคัญและความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ  
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว**

แนวคิดในสาระสำคัญและความคิดรวบยอดเกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับ  
สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้แก่

1. การเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนด คือ  
การเขียนประโยคของสถานการณ์หรือปัญหาในรูปของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
2. ลำดับขั้นตอนการเขียนสมการ ต้องอ่านพิจารณาวิเคราะห์โจทย์ให้ได้ว่า  
โจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ต้องการทราบอะไร เงื่อนไขที่โจทย์ให้มาว่าอย่างไร สมมุติค่า  
ได้อย่างไร เขียนสมการได้อย่างไร โจทย์แต่ละข้ออาจต้องใช้วิธีการบวก การลบ การคูณ  
หรือการหารอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างในข้อเดียวกัน
3. ในวิชาคณิตศาสตร์เขียนสัญลักษณ์แทนประโยคหรือข้อความเพื่อความ  
สะดวกในการคิดคำนวณ และสัญลักษณ์จะมีตัวแปรหรือไม่ก็ได้
4. เราสามารถนำความรู้เรื่องการเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทน  
สถานการณ์หรือปัญหาไปใช้เป็นพื้นฐานในการเรียนการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้น  
ตัวแปรเดียว
5. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผู้หาคำตอบต้อง  
วิเคราะห์โจทย์ แยกแยะให้ได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ โจทย์ให้หาอะไร มีเงื่อนไขอะไร  
กำหนดตัวแปร แทนสิ่งที่โจทย์ให้หา หรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่โจทย์ให้หาได้อย่างไร  
เขียนสมการเพื่อหาคำตอบได้อย่างไร หลังจากนั้นจึงเป็นขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาโดย  
ดำเนินการตามขั้นตอน คือ สมมุติ สร้างความสัมพันธ์จากเงื่อนไขในโจทย์ สร้างสมการ แก้  
สมการ โดยใช้สมบัติของการเท่ากัน ตรวจสอบคำตอบ แล้วสรุปคำตอบ ซึ่งขั้นตอนการแก้โจทย์  
ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวใช้วิธีการแก้ปัญหของโพลยา 4 ขั้นตอน ได้แก่
  - ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา โดยคำนึงถึง สิ่งที่โจทย์ถาม และสิ่งที่  
โจทย์กำหนดให้
  - ขั้นตอนที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา โดยการกำหนดตัวแปร และสร้างสมการ  
หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดกับสิ่งที่โจทย์ถาม
  - ขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการตามแผน โดยการเขียนสมการจากความสัมพันธ์ที่  
ได้ และการแก้สมการ

ขั้นตอนที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ โดยการนำค่าตัวแปรมาตรวจสอบความสอดคล้องกับโจทย์ หรือหาคำตอบของโจทย์ปัญหา โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

แนวคิดในการจัดการเรียนรู้ “การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

แนวคิดในการจัดการเรียนรู้ มีดังนี้

1. ครูควรให้นักเรียนทำกิจกรรม “เขียนสมการได้หรือไม่” ในหนังสือเรียน เพื่อทำความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่ใช้แทนข้อความหรือประโยค

2. ก่อนให้ตัวอย่างการแก้โจทย์ปัญหาครูควรให้นักเรียนเห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาโดยใช้สมการ ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน “ห้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งลบออกด้วย 4 แล้ว มีค่าเท่ากับ 36 จงหาจำนวนนั้น”

วิธีทำ ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา

1.1 โจทย์ถามอะไร → จงหาจำนวนนั้น

1.2 โจทย์กำหนดอะไร → ห้าเท่าของจำนวนหนึ่ง ลบออกด้วย 4 แล้วมีค่าเท่ากับ

36

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา

2.1 สมมุติว่า → ให้  $a$  แทนจำนวนนั้น

2.2 เขียนตารางประกอบ

จำนวนนั้น	5 เท่าของจำนวนหนึ่ง	ลบออกด้วย 4	แล้วมีค่าเท่ากับ 36
$a$	$5a$	$5a - 4$	$5a - 4 = 36$

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน

3.1 เขียนสมการ จะได้  $5a - 4 = 36$

3.2 แก้สมการ โดย

นำ 4 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } 5a - 4 + 4 = 36 + 4$$

$$\text{หรือ } 5a = 40$$

นำ 5 มาหารทั้งสองข้างของสมการ

$$\text{จะได้ } \frac{5a}{5} = \frac{40}{5}$$

$$\text{หรือ } a = 8$$

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบ (ความถูกต้องของคำตอบ)

$$\text{โดยแทน } a \text{ ด้วย } 8 \text{ ในสมการ } 5a - 4 = 36$$

$$\text{จะได้ } (5 \times 8) - 4 = 36$$

$$40 - 4 = 36$$

$$36 = 36 \text{ เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น 8 เป็นคำตอบของสมการ  $5a - 4 = 36$  จริง

ตรวจสอบคำตอบ (ความสมเหตุสมผล)

หาได้ว่า จำนวนนั้น คือ 8

นั่นคือ ห้าเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่ง หมายถึง ห้าเท่าของ 8 ซึ่งมีค่าเท่ากับ 40

40 ลบออกด้วย 4 จะเท่ากับ 36 มีความสอดคล้องกับเงื่อนไขในโจทย์

ดังนั้น จำนวนนั้นมีค่าเป็น 8 จึงสมเหตุสมผล ตอบ 8

นอกจากนั้น การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ยังสามารถใช้แนวคิดยุทธวิธีเพื่อประกอบการนำไปสู่การแก้สมการได้อีกหลายแนวทาง อาทิ ใช้การวาดภาพ ใช้แผนภูมิ และใช้ตารางประกอบ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่าง ปัจจุบันบุตรมีอายุ 11 ปี บิดามีอายุเป็นสี่เท่าของบุตร ใน  $a$  ปีข้างหน้า บิดาจะมีอายุเท่าไร

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



แนวคิดจากรูปภาพ



ปัจจุบันบุตรมีอายุ 11 ปี

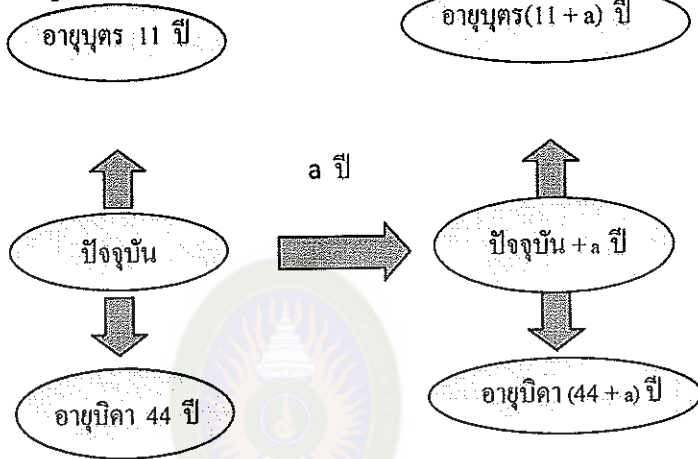


ปัจจุบันบิดา  
อายุเป็นสี่เท่าของบุตร  
บิดาอายุ 44 ปี



a ปีข้างหน้า  
บิดาอายุ  $(44 + a)$  ปี

แนวคิดจากแผนภูมิ



แผนภาพที่ 10 แนวคิดยุทธวิธีเพื่อประกอบการนำไปสู่การแก้สมการ

แนวคิดจากตาราง สามารถวิเคราะห์แนวคิดเป็นตารางได้ดังนี้

ตารางที่ 3 การวิเคราะห์แนวคิด

	อายุปัจจุบัน (ปี)	a ปีข้างหน้า
บุตร	11 ปี	$11 + a$
บิดา	$4 \times 11 = 44$	$44 + a$

3. ให้นักเรียนอธิบายให้เห็นความแตกต่างระหว่างข้อความ “แปดเท่าของจำนวนจำนวนหนึ่ง” กับข้อความ “แปดเท่าของส่วนที่จำนวนจำนวนหนึ่งมากกว่า”

ดังนั้น จึงสรุปได้ว่า การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นกระบวนการวิเคราะห์และดำเนินการหาสิ่งที่โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ต้องการ แต่วิธีการแก้ไขปัญหานั้น ไม่ได้มีเพียงวิธีเดียว ขึ้นอยู่กับการวางแผนคิดค้นหา  
 ยุทธวิธีและคัดสรรยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น ยุทธวิธีการวาดภาพ ยุทธวิธีการใช้ตาราง ยุทธวิธี  
 การใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และยุทธวิธีการใช้แผนภูมิ ซึ่งเราสามารถนำความรู้สมการเชิง  
 เส้นตัวแปรเดียวและความสมเหตุสมผลของคำตอบไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

## การสังเกตและการสัมภาษณ์

ในการสังเกตและการสัมภาษณ์ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยต้องการให้ได้ข้อมูลที่เป็น  
 ความจริงมากที่สุด และมีความถูกต้องมากที่สุด จึงนำเสนอประเด็นสำคัญ 3 ประเด็นคือ  
 การสังเกต การสัมภาษณ์ และการตรวจสอบโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

### 1. การสังเกต

มีนักวิชาการและองค์กรทางการศึกษาได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการสังเกตในแนวทางที่  
 สอดคล้องกัน ผู้วิจัยจึงนำมาวิเคราะห์และสังเคราะห์เกี่ยวกับความหมาย ประเภท การรวบรวม  
 ข้อมูล ได้ดังนี้

#### ความหมายการสังเกต

รัตนะ บัวสนธิ (2541 : 121-124) กล่าวว่า การสังเกต หมายถึง การใช้ประสาท  
 สัมผัส ได้แก่ ตา หู จมูก ลิ้น และกาย สังเกตหรือศึกษาพฤติกรรมและปรากฏการณ์ต่างๆ ที่  
 เกิดขึ้นเพื่อหาข้อสรุปหรือข้อเท็จจริงที่ต้องการทราบ

สุภาภค์ จันทวานิช (2542 : 17) กล่าวว่า การสังเกต หมายถึง การเฝ้าดูสิ่งที่เกิดขึ้น  
 หรือปรากฏขึ้นอย่างเอาใจใส่ และกำหนดไว้อย่างมีระเบียบวิธี เพื่อวิเคราะห์หรือหา  
 ความสัมพันธ์ของสิ่งที่เกิดขึ้นกับสิ่งอื่น

สมนึก ภัททิยชนี (2544 : 31) กล่าวว่า การสังเกต หมายถึง การพิจารณา  
 ปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้นเพื่อค้นหาความจริงของปรากฏการณ์นั้นๆ โดยอาศัยประสาท  
 สัมผัสโดยตรง ทำให้ได้ข้อมูลแบบปฐมภูมิ (Primary Data) ซึ่งเป็นข้อมูลที่น่าเชื่อถือ

อรัญ ชูยกระเดื่อง และคณะ (2552 : 59-70) กล่าวว่า การสังเกต (Observation)  
 หมายถึง การใช้ประสาทสัมผัสอันได้แก่ ตา หู จมูก ลิ้น และกาย สังเกตหรือศึกษาพฤติกรรม  
 และปรากฏการณ์ต่างๆ ที่เกิดขึ้น เพื่อหาข้อสรุปหรือข้อเท็จจริงที่ต้องการทราบ การสังเกตใน  
 ความหมายที่แคบหมายถึงการสังเกต โดยตรงที่ผู้สังเกตใช้ประสาทสัมผัสเองโดยตรง ไม่ต้อง  
 อาศัยสื่อหรือเครื่องมือใดๆ ไปกระตุ้นและสังเกตออกมา ส่วนความหมายอย่างกว้างนั้นหมายถึง

รวมถึงการสังเกตโดยอ้อมที่ต้องใช้สื่อ หรือเครื่องมือกระตุ้นและวัดออกมา เช่น แบบทดสอบ แบบสำรวจ แบบสอบถาม เป็นต้น

พิชญ พงศ์ศรี (2553 : 147) กล่าวว่า การสังเกต หมายถึง การใช้ประสาทสัมผัส ศึกษาพฤติกรรมหรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น โดยรวบรวมและจัดกระทำอย่างเป็นระเบียบ เพื่อให้ได้ข้อเท็จจริง จากพฤติกรรมหรือปรากฏการณ์นั้น อย่างเที่ยงตรงที่สุด

บุญชุม ศรีสะอาด (2554 : 84-85) กล่าวว่า การสังเกต หมายถึง เทคนิคการรวบรวม การวิจัยอย่างหนึ่ง ที่ผู้สังเกตได้ใช้สายตาเพื่อดูหรือศึกษาเหตุการณ์ ปรากฏการณ์ต่างๆ ของเหตุการณ์หรือปรากฏการณ์นั้นๆ

สรุปได้ว่า การสังเกต หมายถึง เทคนิคการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยการเฝ้าดู ปรากฏการณ์หรือพฤติกรรมที่เกิดขึ้นอย่างใกล้ชิดในระยะเวลาที่กำหนดอย่างมีจุดมุ่งหมาย เพื่อนำข้อมูลที่ได้ไปวิเคราะห์หรืออธิบายให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งต่าง ๆ ที่สังเกตได้

### ประเภทของการสังเกต

บุญธรรม กิจปริดาบริสุทธิ (2544 : 41-42) กล่าวว่า การสังเกตที่ใช้สำหรับการรวบรวมข้อมูลในการวิจัยทางสังคมศาสตร์ อาจแบ่งประเภทใหญ่ๆ ได้ 2 ประเภท ดังนี้

1. การสังเกตโดยมีส่วนร่วม (Participant Observation) เป็นการสังเกตที่ผู้สังเกต จะเข้าไปอยู่ร่วมกับผู้ถูกสังเกต และกระทำกิจกรรมกับผู้ถูกสังเกต การเข้าไปร่วมสามารถการ เข้าไปร่วมได้ 2 ลักษณะ คือ

1.1 การมีส่วนร่วมโดยสมบูรณ์ (Complete Participant) ซึ่งผู้สังเกตต้องเข้าไป เป็นสมาชิกคนหนึ่งของกลุ่มมีการร่วมทำกิจกรรมทุกอย่างร่วมกับผู้สังเกตและการร่วมกิจกรรม ต้องมีความเป็นธรรมชาติไม่ให้ผู้ถูกสังเกตจับได้และต้องรู้สถานะของตนเองว่าตนเป็นผู้ สังเกต

1.2 การมีส่วนร่วมไม่สมบูรณ์ (Incomplete Participant) ผู้สังเกตจะมีการเข้า ร่วมกิจกรรมในบางกิจกรรมแล้วแต่ความเหมาะสมทั้งนี้เพื่อสร้างความคุ้นเคย วิธีการนี้ แตกต่างจากการมีส่วนร่วมโดยสมบูรณ์ตรงที่ผู้ถูกสังเกตจะรู้ตัวว่าตัวเองถูกสังเกต การสังเกต แบบนี้ใช้กันมากในการศึกษาชุมชน

2. การสังเกตโดยการไม่มีส่วนร่วม (Non - participant Observation) ผู้สังเกตจะต้อง เฝ้ามองพฤติกรรมผู้ถูกสังเกตอยู่ห่างๆ และโดยไม่เข้าไปร่วมกิจกรรมของกลุ่มเลย การสังเกต

แบบนี้ผู้ถูกสังเกตอาจจะรู้ตัวหรือไม่รู้ตัวก็ได้ ทั้งนี้แล้วแต่การสังเกตซึ่งถ้าผู้ถูกสังเกตรู้ตัวก็จะทำให้ข้อมูลที่ได้บิดเบือนไป การสังเกตในรูปแบบนี้สามารถแบ่งได้ 2 ชนิด คือ

2.1 การสังเกตแบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Observation) หมายถึง การสังเกตที่ผู้สังเกตไม่กำหนดเฉพาะเรื่องที่จะสังเกตอย่างเดียว แต่จะทำการสังเกตเรื่องต่างๆ ที่เกี่ยวข้องด้วย ส่วนใหญ่จะใช้กับการศึกษาแบบสำรวจเรื่องใหม่ทั่วไป ผู้ที่สังเกตไม่มีความรู้ภูมิหลังมาก่อน จึงไม่สามารถกำหนดรูปแบบที่แน่นอนได้ การสังเกตวิธีนี้เป็นวิธีที่นำไปสู่การสังเกตแบบมีรูปแบบที่แน่นอน

2.2 การสังเกตแบบมีโครงสร้าง (Structured Observation) หมายถึง การสังเกตที่ผู้สังเกตกำหนดเรื่องเฉพาะไว้แล้ว โดยคาดว่าพฤติกรรมที่สังเกตจะเกิดขึ้นช่วงไหน เวลาที่ทำการสังเกต เช่น การสังเกตความประพฤติ การเรียนของนักเรียน เป็นต้น ผู้สังเกตมักจะอยู่ในลักษณะที่ผู้ถูกสังเกตไม่รู้ตัว จะช่วยให้การจดบันทึกพฤติกรรมถูกต้องตามความเป็นจริง การสังเกตแบบนี้ควรมีแบบฟอร์มการสังเกต เพื่อให้เกิดความถูกต้องและป้องกันความสับสน

สุภางค์ จันทวานิช (2542 : 18-20) กล่าวว่า การสังเกต มีการแบ่งประเภทออกเป็นหลายอย่าง โดยยึดเกณฑ์หรือลักษณะที่ใช้แบ่งดังนี้

1. แบ่งตามการเข้าร่วมในการสังเกต สามารถแบ่งการสังเกตออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1.1 การสังเกตแบบมีส่วนร่วม หมายถึง การสังเกตที่ผู้สังเกตเข้าไปอยู่ร่วมในกิจกรรมต่าง ๆ ซึ่งจะทำได้รายละเอียดหรือข้อมูลที่แน่นอน ถูกต้องชัดเจน

1.2 การสังเกตแบบไม่มีส่วนร่วม หมายถึง การสังเกตที่ผู้สังเกตไม่ได้เข้าไปร่วมในกิจกรรมต่างๆ แต่คอยเฝ้าดูอยู่ห่างๆ สามารถที่จะจดบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ต้องการสังเกตได้

2. แบ่งตามการวางโครงสร้างการสังเกต แบ่งได้ 2 ประเภท คือ

2.1 การสังเกตแบบไม่มีโครงสร้างล่วงหน้า (Unstructured Observation) เป็นการสังเกตที่ไม่มีการกำหนดเรื่องราว หรือพฤติกรรมใดไว้ล่วงหน้า เป็นการสังเกตอิสระไม่มีการควบคุมเครื่องมือเครื่องใช้

2.2 การสังเกตแบบมีโครงสร้างล่วงหน้า (Structured Observation) เป็นการกำหนดเรื่องราว หรือขอบเขตของพฤติกรรมใดไว้ล่วงหน้า ผู้สังเกตจะกำหนดสถานการณ์ในการสังเกตให้เป็นมาตรฐานเดียวกัน ทุกคนที่ถูกสังเกตจะถูกจัดให้อยู่ในสถานการณ์แบบเดียวกัน

บุญชุม ศรีสะอาด (2554 : 90-94) กล่าวว่า การสังเกต (Observation) ในวิจัยเชิงคุณภาพมี 2 แบบ คือ

1. การสังเกตแบบไม่มีส่วนร่วม (Non-participation Observation) คือ การสังเกตที่ผู้สังเกตไม่ได้เข้าไปใช้ชีวิตหรือทำกิจกรรมร่วมกับกลุ่มคนที่กำลังศึกษา โดยไม่ต้องทำให้ผู้ถูกสังเกตรู้สึกกรบกรวน เพราะอาจทำให้พฤติกรรมผิดไปจากปกติได้ ซึ่งอาจใช้ในครั้งแรกของการวิจัยแล้วใช้การสังเกตแบบมีส่วนร่วมในระยะหลัง อย่างไรก็ตาม การสังเกตแบบไม่มีส่วนร่วมโดยปกติมีสิ่งที่จะต้องทำการสังเกตอยู่ 6 ประการ ได้แก่

1.1 การกระทำ คือ การใช้ชีวิตประจำวัน การรับประทานอาหาร การทำมาหากิน การปฏิบัติภารกิจอื่นๆ ในชีวิตประจำวัน

1.2 แบบแผนการกระทำ คือ การกระทำหรือพฤติกรรมที่เป็นกระบวนการ มีขั้นตอนจนเป็นแบบแผน ซึ่งให้เห็นสถานภาพ บทบาทและหน้าที่ของสมาชิก

1.3 ความหมาย คือ การให้ความหมายของการกระทำหรือแบบแผนพฤติกรรมเป็นต้น

1.4 ความสัมพันธ์ คือ ความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกในชุมชนหรือสังคมนั้น

1.5 การมีส่วนร่วมในกิจกรรมของสมาชิก คือ การที่บุคคลยอมรับร่วมมือในกิจกรรมนั้น ๆ

1.6 สภาพสังคม คือ ภาพรวมทุกแง่ทุกมุมทุก สามารถประเมินหรือสังเกตเห็นได้ เช่น การตั้ง บ้านเรือน วัด โรงเรียน สถานที่สำคัญในชุมชน...

2. การสังเกตแบบมีส่วนร่วม (Participation Observation) คือ การสังเกตที่ผู้สังเกตเข้าไปใช้ชีวิตร่วมกับกลุ่มคนที่ศึกษา มีการกระทำกิจกรรมด้วยกันจนกระทั่งเข้าใจความรู้สึกนึกคิดและความหมายที่คนเหล่านั้นให้ต่อปรากฏการณ์ทางสังคมที่ผู้วิจัยกำลังศึกษาอยู่ ซึ่งเมื่อสังเกตแล้วจะต้องมีการซักถามและการจดบันทึกข้อมูล (Note-taking) ด้วย ซึ่งอาจจดบันทึกในระหว่างการสังเกตหรือในภายหลังก็ได้

สรุปได้ว่า การสังเกต จัดแบ่งออกเป็น 3 ประเภทใหญ่ๆ ได้แก่ แบ่งตามบทบาทของผู้สังเกต แบ่งตามรูปแบบของการสังเกต และแบ่งตามวิธีการสังเกต รายละเอียดมีดังนี้

1. แบ่งตามบทบาทของผู้สังเกต เป็นการรวบรวมข้อมูลที่พิจารณาจากการเข้าไปมีส่วนร่วม หรือเข้าไปแสดงบทบาทในกลุ่มเป้าหมายที่ต้องการสังเกต จำแนกได้ 2 ประเภทคือ

1.1 การสังเกตแบบมีส่วนร่วม (Participant Observation) เป็นการสังเกตที่ผู้สังเกตเข้าไปเป็นส่วนหนึ่งของกลุ่มเป้าหมายที่ทำการสังเกตและร่วมทำกิจกรรมในทุกๆ กิจกรรม หรือทุกเหตุการณ์ โดยแสดงตนให้เป็นไปตามธรรมชาติเช่นเดียวกับสมาชิกคนอื่นๆ อาจแบ่งได้เป็น 3 ประเภทย่อยคือ

1.1.1 การสังเกตแบบมีส่วนร่วมทุกกิจกรรม โดยไม่แสดงตนให้ผู้อื่นรู้ตัว

1.1.2 การสังเกตแบบมีส่วนร่วมทุกกิจกรรม โดยแสดงตนให้ผู้อื่นรู้ตัว

1.1.3 การสังเกตแบบมีส่วนร่วมเฉพาะบางกิจกรรม

1.2 การสังเกตแบบไม่มีส่วนร่วม (Nonparticipant Observation) เป็นการสังเกตที่ผู้สังเกตไม่เข้าร่วมกิจกรรมในเหตุการณ์นั้น ทำตนเป็นบุคคลภายนอกที่คอยเฝ้าดูพฤติกรรมของผู้ถูกสังเกต โดยผู้ถูกสังเกตไม่รู้ตัวว่ากำลังถูกสังเกต

2. แบ่งตามรูปแบบของการสังเกต เป็นการรวบรวมข้อมูลโดยคำนึงถึงขอบเขตที่ผู้วิจัยกำหนด จำแนกได้ 2 ประเภทคือ

2.1 การสังเกตแบบมีโครงสร้าง (Structured Observation) เป็นการสังเกตที่ผู้สังเกตจะกำหนดประเด็นหรือเป้าหมายของการสังเกตไว้อย่างชัดเจน ในการสังเกตจะศึกษาเฉพาะเรื่องที่คุณสังเกตจำกัดขอบเขตไว้

2.2 การสังเกตแบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Observation) เป็นการสังเกตที่นิยมใช้กันมากในงานวิจัยของมานุษยวิทยา ที่ผู้สังเกตมีอิสระในการสังเกต ผู้สังเกตไม่ต้องวางแผนหรือกำหนดขอบเขตประเด็นการสังเกตไว้ล่วงหน้าอย่างเจาะจงว่าศึกษาเรื่องใด การสังเกตจึงเป็นการสังเกตสภาพต่างๆ ไปอย่างกว้างๆ

3. แบ่งตามวิธีการสังเกต เป็นการรวบรวมข้อมูลที่พิจารณาจากเทคนิควิธีของผู้วิจัยในการเข้าไปสัมผัสเหตุการณ์หรือกิจกรรม จำแนกได้ 2 ประเภทคือ

3.1 การสังเกตทางตรง (Direct Observation) เป็นการสังเกตการณ์ที่ผู้สังเกตการณ์สัมผัสกับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น โดยตรงด้วยตนเอง เช่น เป็นผู้เข้าร่วมประชุมสัมมนา

3.2 การสังเกตทางอ้อม (Indirect Observation) เป็นการสังเกตการณ์ที่ผู้สังเกตไม่ได้เฝ้าดู หรือศึกษาเหตุการณ์หรือปรากฏการณ์นั้นๆ โดยตรง แต่จะดูหรือศึกษาจากที่ได้บันทึกมา เช่น จากเทปบันทึกภาพ เป็นต้น



การรวบรวมข้อมูลจากการสังเกต

สุภางศ์ จันทวานิช (2542 : 20) กล่าวว่า ในการสังเกต ผู้สังเกตต้องตระหนัก อยู่ตลอดเวลาว่าข้อมูลที่ได้นั้นจะมีคุณภาพ หรือถูกต้องแม่นยำมากน้อยเพียงใด ขึ้นอยู่กับผู้สังเกตเป็นหลัก ดังนั้นในการสังเกตจึงมีข้อควรคำนึงดังนี้

1. ผู้รวบรวมข้อมูลต้องมีจุดมุ่งหมายชัดเจนว่าต้องการข้อมูลอะไรบ้าง กลุ่มเป้าหมายจะต้องสังเกตคือใครบ้าง แล้วกำหนดรายละเอียดของพฤติกรรมที่จะสังเกต ออกเป็นหน่วยย่อย ๆ และให้เป็นรูปธรรมมากที่สุด
2. ควรมีการเตรียมการสังเกต โดยวางระบบการสังเกตไว้ล่วงหน้า หากมีผู้สังเกตหลายคนควรมีการฝึกซ้อมก่อนการสังเกตจริง เพื่อให้การสังเกตมีมาตรฐานเดียวกันและ ข้อมูลที่ได้มีความเป็นปรนัยมากที่สุด
3. ขณะทำการสังเกต ผู้รวบรวมข้อมูลควรมีสมาธิจดจ่อกับสถานการณ์ ตั้งตัว ตลอดเวลา และเก็บรายละเอียดให้ได้มากที่สุด
4. ในการสังเกตต้องหลีกเลี่ยงสิ่งที่จะรบกวนผู้ถูกสังเกตให้น้อยที่สุด เช่น การถ่ายภาพบันทึกเสียงสนทนาจะต้องระมัดระวังเพื่อให้ได้พฤติกรรมที่เป็นธรรมชาติมากที่สุด
5. การใช้อุปกรณ์ช่วยในการสังเกต หากเป็นการสังเกตแบบรู้ตัวจะต้องขอ อนุญาตผู้ถูกสังเกตทุกครั้งก่อนใช้
6. การบันทึกการสังเกตต้องทำอย่างความรอบคอบให้ข้อมูลตรงตามสภาพ ความเป็นจริง และควรบันทึกรายละเอียดให้เร็วที่สุด เพื่อป้องกันการลืม

บุญขุม ศรีสะอาด (2554 : 93-94) กล่าวว่า การรวบรวมข้อมูลจากการสังเกตควรมี ดังนี้

1. ผู้สังเกตจะต้องมีความพร้อมก่อนที่จะลงมือสังเกต
2. ผู้สังเกตต้องมีความแม่นยำและรู้รายละเอียดเกี่ยวกับพฤติกรรมที่ แสดงออกครบถ้วน
3. พยายามเจาะจงไปที่พฤติกรรมที่ต้องการจะสังเกตด้านใดด้านหนึ่งเพียง ด้านเดียว
4. ต้องกระทำโดยแบบเนียน เพื่อให้เกิดลักษณะที่เป็นธรรมชาติหรือเป็น ประจําตามปกติ
5. ต้องเลือกวิธีจดบันทึกผลการสังเกตที่เหมาะสม
6. ควรวางแผนเพื่อเลือกแบบและกำหนดวิธีการที่เหมาะสม

7. ช่วงเวลาที่ใช้การสังเกตจะยาวนานเพียงใดขึ้นอยู่กับความเหมาะสมกับพฤติกรรมที่สังเกต และสภาวะเชิงเหตุการณ์

8. การสังเกตที่ดี สามารถหาวิธีตรวจสอบความเชื่อมั่นของผลการสังเกตนั้นได้ด้วย

9. ควรระวังในเรื่องอารมณ์ แรงจูงใจ อคติ สภาพทางสังคม สภาพทางร่างกาย

สรุปได้ว่า การรวบรวมข้อมูลจากการสังเกต มีแนวทางสำคัญในการเก็บข้อมูล 6 ประการ ดังนี้

1. มีจุดมุ่งหมายที่ชัดเจนว่าจะสังเกตอะไร ใคร ที่ไหน เมื่อใด
2. มีการวางแผนล่วงหน้าอย่างเป็นระบบ ขั้นตอน รวมทั้งแนวทางแก้ไขหรือทางเลือกถ้าไม่เป็นไปตามกำหนด
3. ต้องจดบันทึกตามแบบที่กำหนดไว้ระหว่างสังเกต (ถ้าทำได้ แต่ในกรณีสังเกตแบบมีส่วนร่วมอาจทำไม่ได้) อย่าคิดว่าคอยบันทึก เพราะจะลืมนำจะไม่ลืมนำข้อมูลทั้งหมดแต่จะทำให้ความสมบูรณ์เสียไป การไปสังเกตใหม่จะทำให้เสียเวลา อาจทำไม่ได้ถ้าเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นได้ยาก
4. ผู้สังเกตต้องมีความรู้ในเรื่องที่สังเกต
5. ถ้าเป็นคนอย่าให้ผู้ถูกสังเกตรู้ตัว และเปลี่ยนพฤติกรรมจากสภาพปกติ
6. ถ้าสังเกตหลายคนควรมีการตรวจสอบเปรียบเทียบว่าแตกต่างกันหรือไม่อย่างไร พร้อมทั้งวิเคราะห์สาเหตุ

สรุปได้ว่า การสังเกต กล่าวถึงเครื่องมือก่อนข้างน้อยจะเน้นวิธีการมากกว่า แบบสังเกตแบ่งได้ 3 ประเภทได้แก่ แบ่งตามบทบาทของผู้สังเกต แบ่งตามรูปแบบของการสังเกต และแบ่งตามวิธีการสังเกต การสร้างและพัฒนาแบบสังเกต มีลำดับคือ ศึกษาพฤติกรรมที่จะสังเกต นิยามพฤติกรรมที่จะสังเกต ร่างประเด็นย่อยและองค์ประกอบของแบบสังเกต ตรวจสอบด้วยตนเองและผู้ใกล้ชิด ปรับปรุงเบื้องต้นให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเพื่อหาค่าความตรงแล้วปรับปรุงก่อนนำไปใช้จริง

## 2. การสัมภาษณ์

มีนักวิชาการและองค์กรทางการศึกษาได้ให้แนวคิดเกี่ยวกับการสัมภาษณ์ในแนวทางที่สอดคล้องกัน ผู้วิจัยจึงนำมาวิเคราะห์และสังเคราะห์เกี่ยวกับความหมาย ประเภท การรวบรวมข้อมูล ได้ดังนี้

วิเชียร เกตุสิงห์ (2530 : 127-128) กล่าวว่า การสัมภาษณ์นั้นเป็นการค้นหาข้อเท็จจริงและทำให้ทราบความต้องการของเด็ก เป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากขึ้น ทำให้ผู้มาขอรับคำปรึกษา กล้าพูดและกล้าบอกความเป็นจริง โดยไม่มีการปิดบังอำพรางและยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจตนเอง สามารถปรับตัวให้อยู่ในสภาพแวดล้อมได้

สุภาวดี จันทวานิช (2542 : 17) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคลโดยการสนทนา ซักถามได้ตอบ ระหว่างบุคคล ลักษณะตัวต่อตัว การสัมภาษณ์ดีกว่าการสังเกต เพราะผู้สัมภาษณ์สามารถใช้ตา หู และปาก ในขณะที่สัมภาษณ์ได้ ผู้สัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์ โดยสร้างความเชื่อถือ รักษาอารมณ์ให้มั่นคง แสดงความสนใจขณะสัมภาษณ์ และบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช (2546 : 179-182) กล่าวว่า การสัมภาษณ์ เป็นวิธีการที่ครูถามนักเรียนให้ตอบเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนทบทวนวิธีแก้ปัญหา ขณะที่ครูฟัง ครูซักถาม เพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิด หรือกระบวนการที่เข้าใจไม่ถูกต้อง ซึ่ง Ginsburg (1985) เชื่อว่าการสัมภาษณ์เป็นกระบวนการที่สำคัญที่สุดในการทดสอบคณิตศาสตร์ให้ได้มาตรฐาน เพราะว่าทำให้ครูรู้ถึงความรู้สึกเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียน

บุญชม ศรีสะอาด (2554 : 90-94) กล่าวว่า การสัมภาษณ์ (Interview) เป็นการสนทนาหรือการพูดโต้ตอบกันอย่างมีจุดมุ่งหมาย เพื่อค้นหาความรู้ ความจริง ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ล่วงหน้า การสัมภาษณ์เป็นวิธีการที่สำคัญวิธีหนึ่งในการรวบรวมข้อมูล เพราะการสัมภาษณ์นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้ว ยังช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ในด้านบุคลิกภาพอีกด้วย และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง โน้ตค้นที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนจะได้ผลดี และได้ข้อมูลใกล้เคียงกับความเป็นจริงนั้นต้องมีเครื่องมือในการรวบรวมข้อมูลที่น่าเชื่อถือ ซึ่งนอกเหนือจากแบบสอบถามการเรียนแล้ว การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่สำคัญอีกประเภทหนึ่ง เพราะการสัมภาษณ์นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้ว ยังช่วยให้ทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ในด้านบุคลิกภาพอีกด้วย และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง ดังที่นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของการสัมภาษณ์ไว้ดังนี้

สรุปได้ว่า การสัมภาษณ์ หมายถึง วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยวิธีการสนทนา พูดคุย ซักถามเพื่อวิเคราะห์เหตุผล และแนวคิดในการทำแบบทดสอบวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งในการสนทนาดังกล่าวนอกจากการใช้คำพูดแล้วยังต้องใช้ตาและหูเพื่อดูและฟังประกอบการพิจารณาเพื่อหาข้อเท็จจริงอีกด้วย

### ประเภทของการสัมภาษณ์

รวิวรรณ ชินะตระกูล (2535 : 119-120) ได้แบ่งประเภทของการสัมภาษณ์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง เป็นการสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดข้อความไว้ อย่างแน่นอนว่าจะสัมภาษณ์อะไรบ้าง ซึ่งผู้ถูกสัมภาษณ์จะตอบข้อคำถามเหมือนกันทุกข้อ และก่อนที่จะทำการสัมภาษณ์ผู้สัมภาษณ์ควรทำความเข้าใจกับคำถามทุกข้อ ให้ตรงกันเสียก่อน เพื่อที่จะได้ข้อมูลที่มีความเชื่อถือได้ดียิ่งขึ้น
2. การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง ซึ่งแบ่งย่อยออกเป็นอีก 3 ประเภท ดังนี้
  - 2.1 การสัมภาษณ์แบบไม่จำกัดคำตอบ การสัมภาษณ์วิธีนี้อาจไม่ต้องเตรียมคำถามล่วงหน้า เป็นเพียงแต่การพูดคุยกันอย่างธรรมดา ไม่มีกฎเกณฑ์ที่ตายตัวว่าจะเริ่มต้นสิ่งใดและจบลงด้วยสิ่งใด ผู้สัมภาษณ์จะต้องตั้งคำถามตามสถานการณ์ระหว่างการสนทนา ผู้สัมภาษณ์จะต้องพยายามให้ผู้ให้ข้อมูลสามารถบรรยายความรู้สึกนึกคิดของตนเองเกี่ยวกับเรื่องต่างๆ ออกมาเอง ผู้สัมภาษณ์จะฟังและตอบโต้ด้วยความเข้าใจในความรู้สึกนึกคิดที่ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงออกมา ผู้ถูกสัมภาษณ์จะมีความรู้สึกว่ามีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องต่างๆ ซึ่งการสัมภาษณ์แบบนี้เป็นการสัมภาษณ์ที่ยืดหยุ่น ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการคิดแปลงแก้ไขให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ของการสัมภาษณ์ การที่จะได้ข้อมูลจริงเพียงไรขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์โดยตรง ซึ่งจะต้องใช้เทคนิคในการสัมภาษณ์และผู้สัมภาษณ์จะต้องพยายามสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองมากที่สุดเพื่อให้ผู้ถูกสัมภาษณ์อยู่ในอารมณ์ที่สบายใจ
  - 2.2 การสัมภาษณ์แบบมีจุดสนใจโดยเฉพาะ เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีจุดมุ่งหมายหรือมีความสนใจในบางเรื่องอยู่แล้ว จึงพยายามให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ให้แสดงออกมาอย่างมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องนั้น ๆ และ
  - 2.3 การสัมภาษณ์แบบหยั่งลึกเป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ต้องการล้วงเอาความจริงจากผู้ถูกสัมภาษณ์ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ เป็นการซักถามเพื่อต้องการทราบถึงเหตุผลต่างๆ ที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริง โดยเป็นคำถามที่ถามว่าเพราะเหตุใดหรือทำไม ฯลฯ การสัมภาษณ์แบบนี้

ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำความคุ้นเคยและมีความมั่นใจแล้วว่าบรรยากาศที่จะทำให้การสัมภาษณ์เหมาะสม

สุภางค์ จันทวานิช (2542 : 20-22) ได้แบ่งการสัมภาษณ์ออกเป็น 2 ประเภทได้แก่

1. การสัมภาษณ์แบบมีหรือไม่มีระบบ (Structured or Unstructured Interviews) การสัมภาษณ์แบบมีระบบเป็นวิธีการที่ผู้รวบรวมข้อมูลได้กำหนดรูปแบบการสัมภาษณ์ รายการถาม เวลาและสถานที่สัมภาษณ์ไว้เรียบร้อยแล้ว มักใช้กับกรณีมีผู้ถูกสัมภาษณ์หลายคนแต่สัมภาษณ์ในเรื่องเดียวกัน ขณะสัมภาษณ์ผู้รวบรวมข้อมูลจะดำเนินการตามระบบที่วางไว้ ซึ่งทำให้บรรยากาศและวิธีการมีความคล้ายคลึงและมีมาตรฐานเดียวกันทำให้ได้ข้อมูลที่ใกล้เคียงกันไม่เบี่ยงเบนอันเนื่องมาจากความแตกต่างในการสัมภาษณ์ แต่มีข้อจำกัดคืออาจทำให้ได้ข้อมูลไม่ลึกซึ้งเพียงพอในบางประเด็น ตรงข้ามกับการสัมภาษณ์แบบไม่มีระบบที่ผู้รวบรวมข้อมูลอาจตั้งคำถามเพิ่มเติมเพื่อให้ได้ข้อเท็จจริงมากที่สุด ทั้งนี้ผู้รวบรวมข้อมูลอาจทำการสัมภาษณ์แบบลึก หรือตั้งคำถามตะล่อม (Probe) ให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ฟังความสนใจไปที่เรื่องเฉพาะเรื่องใดเรื่องหนึ่ง เป็นการสัมภาษณ์แบบรวมจุดสนใจ (Focused Interviews) ซึ่งจะช่วยให้ได้ข้อมูลละเอียดลึกซึ้ง แต่ข้อมูลที่ได้จากผู้ให้ข้อมูลแต่ละคนจะไม่ใช่ระบบเดียวกันทำให้ยุ่งยากในการจัดหมวดหมู่และการวิเคราะห์มากกว่าการสัมภาษณ์

2. การสัมภาษณ์แบบกลุ่ม และ รายบุคคล (Group and Individual Interviews) ลักษณะการสัมภาษณ์ที่แยกตามจำนวนผู้ถูกสัมภาษณ์จะแบ่งเป็น 2 แบบคือ แบบกลุ่มและแบบรายบุคคล กรณีมีผู้ถูกสัมภาษณ์หลายคนและสัมภาษณ์ในประเด็นเดียวกันหรือต้องการข้อมูลที่เป็ นข้อเท็จจริงของกลุ่ม ก็อาจใช้การสัมภาษณ์แบบกลุ่ม วิธีนี้ช่วยประหยัดเวลาในการสัมภาษณ์ และได้ข้อมูลครบถ้วนรวมทั้งได้ตรวจสอบความเที่ยงตรงของข้อมูลไปพร้อมกัน ส่วนการสัมภาษณ์รายบุคคลนั้นก็ยังมีข้อดีคือ ผู้ถูกสัมภาษณ์จะให้ข้อมูลที่เป็นทัศนะหรือความรู้สึกได้อย่างอิสระมากกว่าการสัมภาษณ์แบบกลุ่มเพราะไม่มีการครอบงำจากกลุ่ม และเหมาะกับการสัมภาษณ์เชิงลึก (In-depth Interviews) มากกว่าแบบกลุ่ม แต่ก็มีข้อจำกัดตรงที่อาจได้ข้อเท็จจริงไม่ครบถ้วน เพราะผู้ถูกสัมภาษณ์ไม่ได้รับรู้ทั้งหมด หรือจำเป็นต้องตรวจสอบซ้ำกับผู้ถูกสัมภาษณ์คนอื่น ทำให้เสียเวลาในการรวบรวมข้อมูลมาก

บุญชม ศรีสะอาด (2554 : 92-94) กล่าวว่า การสัมภาษณ์ จัดแบ่งออกเป็น 3 ประเภทใหญ่ๆ ได้แก่ แบ่งตามจุดมุ่งหมายของการสัมภาษณ์ แบ่งตามจำนวนผู้ให้ การสัมภาษณ์ แบ่งตามรูปแบบของการสัมภาษณ์ มีรายละเอียดดังนี้

1. แบ่งตามจุดมุ่งหมายของการสัมภาษณ์ เป็นการสัมภาษณ์ที่พิจารณาจากจุดมุ่งหมายของความต้องการข้อมูลเป็นหลัก แบ่งออกเป็น 4 วิธี ดังนี้

1.1 การสัมภาษณ์แบบไม่มีทิศทาง (Non-directive Interview) เป็นการสัมภาษณ์ที่เปิดโอกาสให้ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการแสดงความคิดเห็น

1.2 การสัมภาษณ์แบบมีจุดสนใจเฉพาะ (Focused Interview) เป็นการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีการกำหนดประเด็นของเรื่องที่สนใจ หรือข้อมูลที่ต้องการไว้ล่วงหน้า ขณะสัมภาษณ์ต้องพยายามป้อนคำถาม และตะล่อมให้ผู้ให้สัมภาษณ์จดจ่อกับคำถาม และแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อมูลที่ต้องการอย่างอิสระ

1.3 การสัมภาษณ์แบบเชิงลึก (Indepth Interview) เป็นการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์ได้กำหนดประเด็นในการซักถามไว้ล่วงหน้า เพื่อล้วงลึกหาข้อเท็จจริงและเหตุผลที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริงนั้นๆจากผู้ให้สัมภาษณ์มากที่สุด ซึ่งผู้วิจัยมีวัตถุประสงค์ ที่จะเลือกสัมภาษณ์บุคคลดังกล่าวในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง เป็นการเฉพาะ ทั้งนี้เรื่องที่สัมภาษณ์นั้นมักเป็นเรื่องที่บุคคลนั้นไม่ต้องการจะเปิดเผยให้บุคคลอื่นๆ รับรู้ ดังนั้นข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์แบบนี้จึงเป็นข้อมูลที่อยู่ในระดับลึก โดยบุคคลนี้จะเปิดเผยก็ต่อเมื่อ ได้พูดคุยกับบุคคลที่ตนมีความสนิทสนมไว้วางใจเท่านั้น ด้วยเหตุนี้เองการสัมภาษณ์แบบนี้จึงมักจะกระทำสองต่อสองระหว่างผู้วิจัยหรือผู้สัมภาษณ์กับผู้ถูกสัมภาษณ์ นอกจากนั้นแล้วในการสัมภาษณ์ผู้ถูกสัมภาษณ์ก็จะต้องทำการซักถามพูดคุยแบบค่อยเป็นค่อยไป เพื่อที่จะให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ไม่รู้สึกรู้สีกว่าถูกคุกคามให้ตอบคำถาม ผู้วิจัยหรือผู้สัมภาษณ์ต้องพยายามรักษาบรรยากาศการสัมภาษณ์ให้เหมือนกับการพูดคุยกันตามปกติ โดยให้ความจริงจากผู้ถูกสัมภาษณ์ค่อย ๆ เปิดเผยให้รับรู้ตามลำดับทั้งนี้ในการสัมภาษณ์ผู้สัมภาษณ์อาจใช้เทคนิคการตะล่อมกล่อมเกลตา (Probe) เพื่อให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เปิดเผยคำตอบหรือข้อมูลตามที่ต้องการก็ได้

1.4 การสัมภาษณ์แบบซ้ำ (Repeated Interview) เป็นการสัมภาษณ์ที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาการพัฒนา การพิจารณาความถูกต้องของข้อมูลจากหลายๆแหล่ง หรือดูความเปลี่ยนแปลงความต่อเนื่องของเหตุการณ์ หรือความเปลี่ยนแปลงเฉพาะเรื่องที่มีการศึกษา มากกว่า 1 ครั้ง

2. แบ่งตามจำนวนผู้ให้สัมภาษณ์ เป็นการสัมภาษณ์ที่พิจารณาจากจำนวนผู้ให้สัมภาษณ์ในแต่ละครั้งเป็นหลัก แบ่งออกเป็น 2 วิธี ดังนี้



2.1 การสัมภาษณ์รายบุคคล (Individual Interview) เป็นการสัมภาษณ์ตัวต่อตัวระหว่างผู้สัมภาษณ์และผู้ให้สัมภาษณ์ กระทำในลักษณะสองต่อสอง เพื่อป้องกันมิให้ผู้อื่นมีอิทธิพลต่อการตอบของผู้ให้สัมภาษณ์

2.2 การสัมภาษณ์แบบกลุ่ม (Group Interview) เป็นการสนทนาระหว่างผู้สัมภาษณ์คนเดียวกับผู้ให้สัมภาษณ์หลายคน ทุกคนที่เป็นกลุ่มเป้าหมายควรมีโอกาสแสดงความคิดเห็นเท่าเทียมกัน

3. แบ่งตามรูปแบบของการสัมภาษณ์ เป็นการสัมภาษณ์ที่ยืดขอบเขต แบ่งออกเป็น 3 วิธี ดังนี้

3.1 การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Informal or Unstructure Interview) หรือการสัมภาษณ์อย่างไม่เป็นทางการเหมาะสำหรับการวิจัยและประเมินเชิงคุณภาพ เป็นการสัมภาษณ์ที่มีลักษณะยืดหยุ่น ไม่มีแบบแผนกำหนดไว้ตายตัวว่าจะถามเรื่องอะไร ลักษณะใดวิธีการใดก่อนหลัง ผู้สัมภาษณ์อาจมีแนวของหัวเรื่องที่จะถาม เปิดโอกาสให้ผู้ให้สัมภาษณ์แสดงความคิดเห็นอย่างเสรี

3.2 การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Formal or Structure Interview) หรือการสัมภาษณ์อย่างเป็นทางการ เป็นการสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดแบบของการสัมภาษณ์แน่นอนตายตัวว่าจะถามประเด็นใด อะไรเป็นลำดับก่อนหลังตามที่กำหนดไว้ ผู้ให้การสัมภาษณ์จะถูกถามด้วยข้อคำถามที่เตรียมไว้ล่วงหน้า

3.3 แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งมีโครงสร้าง (Half Formal or Half Structure Interview) หรือการสัมภาษณ์แบบกึ่งทางการ หรือเรียกว่าแบบผสม เป็นแบบสัมภาษณ์ที่กำหนดเค้าโครงล่วงหน้าและยังไม่ได้กำหนดไว้ มีลักษณะผสมระหว่างแบบมีโครงสร้างและไม่มีโครงสร้าง

สรุปได้ว่า การสัมภาษณ์ จัดแบ่งออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่ แบ่งตามจุดมุ่งหมายของการสัมภาษณ์ แบ่งตามจำนวนผู้ให้การสัมภาษณ์ และแบ่งตามรูปแบบของการสัมภาษณ์

### หลักการสัมภาษณ์

สุภาภักดิ์ จันทวานิช (2542 : 18) ได้กล่าวเกี่ยวกับหลักของการสัมภาษณ์ไว้ดังนี้

1. เตรียมการสัมภาษณ์ เตรียมหัวข้อที่จะสัมภาษณ์ กำหนดเวลาในการสัมภาษณ์ เตรียมสถานที่สัมภาษณ์
2. เริ่มต้นสัมภาษณ์เด็กด้วยการสร้างมิตรภาพ ทำให้ผู้รับการสัมภาษณ์รู้สึกเป็นกันเองและให้ความไว้วางใจผู้สัมภาษณ์

3. ผู้สัมภาษณ์ต้องแสดงตนเป็นผู้รับฟังที่ดี ไม่แสดงอาการเบื่อหน่าย ต้องแสดงว่ามีความสนใจและตั้งใจฟัง
4. ผู้สัมภาษณ์ต้องใช้คำที่เข้าใจง่าย ถามซ้ำ ๆ และพูดอย่างชัดเจน ชัดถ้อยชัดคำ ไม่ป้อนคำถามรวดเร็วเกินไปจนผู้ตอบงงหรือสับสน
5. ผู้สัมภาษณ์ไม่ควรจะพูดหรือคุยมากเกินไป ต้องคอยเป็นผู้รับฟังให้โอกาสเด็กพูดให้มากที่สุด
6. ไม่ควรบันทึกคำพูดของเด็กในระหว่างการสัมภาษณ์ จะทำให้เด็กเกิดความกังวลหวาดระแวง
7. ในการยุติการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ต้องสร้างบรรยากาศที่ดี ทำให้ผู้รับการสัมภาษณ์ฟังพอใจที่จะกลับมาอีกครั้งหนึ่ง
8. การบันทึกการสัมภาษณ์ต้องทำทันทีเมื่อเสร็จสิ้นการสัมภาษณ์ ไม่ควรทิ้งไว้นาน ๆ เพราะอาจลืมรายละเอียดได้

พิสนุ พงศ์ศรี (2554 : 37-40) กล่าวว่า หลักการสัมภาษณ์แบ่งออกเป็น 2 ประการคือ

1. การสัมภาษณ์รายบุคคล หรือการสัมภาษณ์แบบเผชิญหน้ากัน (Face-to-face) ระหว่างผู้สัมภาษณ์กับผู้ให้ข้อมูลเพื่อรวบรวมข้อมูลที่ต้องการคำตอบที่เจาะลึกในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง การสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลมีข้อดีคือ ผู้สัมภาษณ์ สามารถซักถามเป็นการส่วนตัว คำถามที่ใช้ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์ ผู้ให้ข้อมูลสามารถตอบได้อย่างอิสระ อาจมีการปรับปรุงหรือเปลี่ยนแปลงคำถามให้เหมาะสมกับผู้ให้ข้อมูลแต่ละคน เนื่องจากผู้ให้ข้อมูลแต่ละคนอาจมีวัฒนธรรมที่ต่างกัน จึงเป็นต้องมีการสร้างบรรยากาศให้เป็นกันเอง เพื่อที่จะให้ได้ข้อมูลตามที่ต้องการ นอกจากนี้การสัมภาษณ์แบบนี้ สามารถบันทึกเทปหรือสังเกตการแสดงออกต่อการตอบสนองคำถามด้วยท่าทาง น้ำเสียง และสภาพแวดล้อม ได้อีกด้วยการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลเป็นการลงทุนค่อนข้างสูงและใช้เวลานาน บางครั้งคำถามที่ถามอาจทำให้ผู้ตอบไม่ค่อยอยากตอบ เช่น ถามเกี่ยวกับรายได้ หรือคำถามที่ก่อให้เกิดความรู้สึกที่ขัดแย้งต่อบุคลิกภาพของผู้ให้สัมภาษณ์ นอกจากนี้คำตอบที่ได้ อาจมีความลำเอียง

2. การสัมภาษณ์เป็นกลุ่ม (Group Interview) เป็นการสัมภาษณ์แบบหนึ่งที่ผู้สัมภาษณ์ทำการสัมภาษณ์กับผู้ร่วมสนทนาหรือเป็นกลุ่ม เพื่อสนทนาแลกเปลี่ยนความคิดเห็นซึ่งกันและกัน โดยผู้สัมภาษณ์ เป็นผู้กำหนดหัวข้อร่วมสนทนาจะไม่มีความรู้สึกว่าถูกซักถามปัญหา แต่คิดว่าเป็นการเสวนาในเรื่องที่ผู้สัมภาษณ์สนใจอยากรู้เรื่องต่าง ๆ การสัมภาษณ์เป็น

กลุ่ม ช่วยประหยัดเวลา ลงทุนน้อย เหมาะสำหรับการระดมความคิดเพื่อเป็นแนวทางในการหาข้อสรุป แต่อาจทำให้บางคนมีความรู้สึกอึดอัดในการตอบ หรือมีความรู้สึกไม่อยากตอบ เนื่องจากผู้ให้ข้อมูลบางคนไม่สามารถเปิดเผยข้อมูลได้อย่างอิสระ

นอกจากนี้ แฮมมิล และบาร์เทล (Hammill, and Bartel, 1985 อ้างถึงใน มาลา ปาจุวัง, 2542 : 30-31) ได้ให้แนวในการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ให้เลือกตัวอย่างที่ละอย่าง และให้ลำดับก่อนหลัง
2. เริ่มต้นด้วยปัญหาต่าง ๆ ก่อน เพราะจะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ
3. บันทึกการสัมภาษณ์ด้วยเทปเสียงหรือในสมุดบันทึก
4. ให้นักเรียนเขียนวิธีการแก้ปัญหาและอธิบาย โดยการพูด
5. ให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างอิสระ โดยใช้วิธีการของนักเรียนเอง โดยที่ครูไม่ต้องให้คำแนะนำหรือเสนอแนะว่านักเรียนกำลังทำผิด
6. หลีกเลี่ยงการเร่งให้นักเรียนทำงานเสร็จเร็ว ๆ เพราะอาจจะเป็นการสร้าง ความกดดันหรือสกัดกั้นความคิดของนักเรียน การสัมภาษณ์เช่นนี้ควรใช้เวลาประมาณ 15-45 นาที

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมราช (2554 : 100) กล่าวถึงหลักการ และวิธีการ บันทึกเรื่องที่สัมภาษณ์ไว้ 2 วิธี ดังนี้วิธีการแรกคือการจดบันทึก วิธีนี้เป็นวิธีที่นิยมเป็นอย่างมาก เพราะเป็นวิธีการที่ประหยัด แต่ก็ยังมีข้อที่ถกเถียงกันว่าควรจะมีการจดบันทึกในขณะที่ สัมภาษณ์หรือหลังสัมภาษณ์ แบบใดจะเหมาะสมที่สุด เพราะแต่ละแบบก็จะมีทั้งข้อดีและข้อเสียต่างกัน ไป ถ้าการสัมภาษณ์เพื่อหาข้อเท็จจริงที่มีรายละเอียดมาก ยกแก่การจำ ก็อาจจะ จดบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์ แต่ถ้าเป็นเรื่องที่เป็นประเด็นใหญ่ๆหรือเป็นเหตุการณ์ที่ไม่ ต้องการรายละเอียด ก็อาจจะจดบันทึกหลังการสัมภาษณ์เสร็จสิ้นแล้วก็ได้ ส่วนวิธีการที่สองคือ การบันทึกเทป โดยปกติแล้วจะจัดทำในห้องสัมภาษณ์ที่มีลักษณะพิเศษและซ่อนเทปไว้โดยไม่ให้ผู้ถูกสัมภาษณ์รู้ตัว แต่ถ้าใช้บันทึกเทปแบบธรรมดาก็ต้องขออนุญาตและชี้แจงเหตุผล หรือจุดมุ่งหมายในการบันทึกเทปการสัมภาษณ์ในครั้งนั้นให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เข้าใจ และถ้าผู้ถูก สัมภาษณ์อนุญาตให้บันทึกเทปได้ ผู้สัมภาษณ์จึงจะทำการบันทึกได้

ในส่วนขอเทคนิคของการสัมภาษณ์นั้น คลีแมนส์ และ ซีเลตัน (Clements, and Ellerton, 1996 : 48-50) กล่าวถึง เทคนิคการสัมภาษณ์นิวมานว่าเป็นวิธีการวิเคราะห์ความ ผิดพลาด 5 ขั้นตอน ที่เกิดจากการตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังจากที่นักเรียนทำ

แบบทดสอบเสร็จแล้วจะใช้การสัมภาษณ์ขั้นตอนการแก้ปัญหาทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งเป็นวิธีที่ได้ผลดีและเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอน ในปี ค.ศ. 1977 นิวแมนได้ใช้เทคนิคการสัมภาษณ์ดังกล่าวและได้เผยแพร่ไว้ในวงการศึกษของประเทศออสเตรเลียจนได้ผลดีและมีการวิจัยอย่างต่อเนื่อง โดยวิธีวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนิวแมนมีทั้งหมด 5 ขั้นตอน มีดังนี้ ขั้นแรกคือความผิดพลาดจากการอ่าน (Reading Errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้ พิจารณาได้จากการที่นักเรียนไม่สามารถอ่านคำสำคัญ (Key Word) หรือสัญลักษณ์ที่อยู่ในคำถาม ทำให้นักเรียนถูกจำกัดขอบเขตที่ดำเนินการแก้ปัญหาให้ครบสมบูรณ์ได้ ขั้นที่สองคือความผิดพลาดจากการทำความเข้าใจ (Comprehension Errors) แม้ว่านักเรียนจะสามารถอ่านคำทุกคำที่อยู่ในคำถามได้ แต่นักเรียนอาจจะไม่เข้าใจความหมายของคำเหล่านั้นได้ทั้งหมด ทำให้นักเรียนก็ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปได้ ขั้นที่สามคือความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป (Transformation Errors) ในขั้นนี้ ถึงแม้ว่านักเรียนจะเข้าใจ โจทย์ แต่นักเรียนไม่สามารถเลือกใช้การกระทำทางคณิตศาสตร์ (Operation) เช่น การบวก การลบ การคูณและการหารได้ หรือไม่สามารถบอกลำดับการกระทำที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้ ขั้นที่สี่คือความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ (Process Skill Errors) ในขั้นนี้นักเรียนไม่สามารถนำการกระทำทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวไปใช้อย่างถูกต้องแม่นยำได้ ซึ่งทำให้เกิดการคำนวณที่ผิดพลาดขึ้น และขั้นสุดท้ายคือความผิดพลาดจากการสรุปคำตอบ (Encoding Errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้ เกิดจากการที่นักเรียนทำตามกระบวนการแก้ปัญหาอย่างถูกต้องแต่ไม่สามารถแสดงคำตอบในรูปแบบที่โจทย์ต้องการ

นิวแมน (Newman, 1976 อ้างถึงใน กรรณิการ์ ปวนภาศ. 2543 : 13 – 14) ได้เสนอวิธีการในการสัมภาษณ์นักเรียนหลังจากการทำแบบทดสอบและวิธีการใช้คำถามในการสัมภาษณ์ไว้ว่า วิธีการสัมภาษณ์นักเรียน ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำการสัมภาษณ์หลังจากการทำแบบทดสอบเสร็จแล้วทันที โดยต้องแยกสัมภาษณ์ทีละคน ระหว่างการสัมภาษณ์นั้นก็ควรมีการบันทึกไว้ด้วย ส่วนสิ่งแวดล้อมรอบข้างควรมีสภาพที่ไม่รบกวนผู้สัมภาษณ์และนักเรียนมากนัก ถ้าสังเกตเห็นว่านักเรียนเกิดอาการเกร็งหรือไม่มีสมาธิที่จะให้สัมภาษณ์ต่อไปได้ก็ควรหยุดสัมภาษณ์ทันที และนอกจากนี้ผู้สัมภาษณ์ต้องระวังในเรื่องของการพูดด้วย เพราะอาจจะทำให้นักเรียนไขว้เขวหรือเปลี่ยนความคิดได้ และที่สำคัญผู้สัมภาษณ์ไม่ควรบอกนักเรียนว่า โจทย์ที่นำมาสัมภาษณ์นั้น เป็นข้อที่นักเรียนเคยทำผิดมาแล้ว ส่วนวิธีการใช้คำถามในการสัมภาษณ์นั้นนิวแมนเสนอว่าคำถามดังต่อไปนี้จะเป็นแนวทางไปสู่การวิเคราะห์ความผิดพลาดของนักเรียนจากการเขียนตอบในแบบทดสอบคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า หลักการสัมภาษณ์ มีแนวทางสำคัญ ดังนี้

1. มีจุดมุ่งหมายชัดเจนว่าจะสัมภาษณ์ใคร
2. มีการวางแผนก่อนไปสัมภาษณ์ นัดหมายวัน เวลา สถานที่ และยืนยันการสัมภาษณ์ พร้อมทั้งเตรียมปรับถ้าไม่เป็นไปตามกำหนด โดยเฉพาะถ้าสัมภาษณ์ผู้มีตำแหน่งสำคัญ ๆ มักจะมีการเลื่อนเสมอ ปัจจุบันมีโทรศัพท์เคลื่อนที่ใช้ ปัญหาข้อนี้จึงทุเลาลงได้บ้าง เตรียมเครื่องมือที่จะใช้ให้พร้อม เช่น นาฬิกา แบบบันทึก แถบบันทึกเสียง (ต้องแจ้งล่วงหน้าและผู้ใช้สัมภาษณ์ยินยอม) เครื่องถ่ายวิดีโอ กล้องถ่ายรูป ฯลฯ ถ้าผู้วิจัยไม่สัมภาษณ์เองต้องมีการฝึกผู้สัมภาษณ์ด้วย
3. การเตรียมตัววันสัมภาษณ์ ควรพักผ่อนล่วงหน้าให้เพียงพอ แต่งกายให้เหมาะสมกับผู้ที่ให้สัมภาษณ์ไปถึงก่อนเวลานัดหมายเล็กน้อย การไปก่อนเป็นเวลานาน ๆ ผู้ให้สัมภาษณ์จะรู้สึกกดดันได้ หรือถ้าไปช้าจะยิ่งเสียหายมากกว่า
4. การปฏิบัติตนระหว่างสัมภาษณ์ ควรเปิดการสัมภาษณ์ที่ทำให้ผู้ให้สัมภาษณ์ประทับใจ และสร้างความเป็นกันเอง ด้วยการสนทนาเรื่องทั่วไปหรือเรื่องที่คุณให้สัมภาษณ์สนใจและรู้สึกสนิทสนมเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ถูกต้อง ครบคลุมมากที่สุด โดยแสดงให้เห็นถึงความจริงใจ และยืนยันหรือแสดงให้มีความเชื่อมั่นว่าจะไม่มีผลทางลบต่อผู้ให้สัมภาษณ์ การจัดบันทึกไม่ต้องทำตลอดเวลานะเลยความสนใจ จดอย่างสบาย ๆ ไม่จริงจังเกินไป ระหว่างตั้งคำถามควรหยุดรอให้เวลาผู้ตอบ อย่างเร่งผู้ตอบจนรู้สึกอึดอัด ถ้าเห็นว่ายังไม่เข้าใจก็ใช้คำถามรอง อย่างถามว่าเข้าใจหรือไม่ ระหว่างฟังควรเป็นผู้ฟังที่ดี อย่าถามซ้ำหรือแสดงความรู้สึกต่าง ๆ มากเกินไป ถ้าผู้ตอบนอกเรื่องควรตะล่อมให้เข้าประเด็น ถ้าเป็นคำถามที่ละเอียดอ่อนหรือกระทบความรู้สึกของผู้ตอบ ต้องใช้คำพูดที่เหมาะสมด้วยการขอโทษ หรือขออนุญาตก่อน ระหว่างการสัมภาษณ์ควรสังเกตปฏิกิริยาของผู้ให้สัมภาษณ์ เพื่อปรับการดำเนินการให้เหมาะสมด้วย
5. การปฏิบัติตัวเมื่อเปิดการสัมภาษณ์ ควรปิดการสัมภาษณ์อย่างเป็นกันเองแต่เป็นทางการ ไม่ควรจบห้วนๆ แสดงความขอบคุณและบอกว่าข้อมูลที่ได้จะเป็นประโยชน์มาก ถ้าหมดเวลาก่อนที่จะได้ข้อมูลครบก็ขออนุญาตต่อเวลาหรือถ้าจำเป็นก็ต้องนัดหมายใหม่
6. การปฏิบัติตัวหลังสัมภาษณ์ ควรจดบันทึกรายละเอียดจากการสัมภาษณ์ทันที จัดแยกข้อมูลไว้เป็นหมวดหมู่ ถ้าเป็นความลับต้องจัดแยกไว้ต่างหาก



## การตรวจสอบยืนยันโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ

ในการตรวจสอบยืนยันโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ (Connoisseurship) เป็นแนวคิดในการวิจัยที่ใช้วิธีการประเมินโดยผู้ทรงคุณวุฒิ ที่มีความหมายใกล้เคียงกับการประเมินงานประเมิน (Evaluation of Evaluation) หรือที่เรียกว่า การประเมินอภิमान (Meta Evaluation) แต่การตรวจสอบโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ มีจุดที่แตกต่างจากการประเมินอภิमानคือ การตรวจสอบต้องใช้ผู้ทรงคุณวุฒิหรือผู้เชี่ยวชาญหลายสาขา มาทำการประเมินหรือตรวจสอบผลการประเมิน ส่วนการประเมินอภิमान อาจจะเป็นการนำข้อมูลจากงานประเมินหลายๆชิ้นมาวิเคราะห์ซ้ำเพื่อจะสรุปผลการประเมินให้มีความถูกต้องชัดเจนมากขึ้น (อมรรัตน์ พันธุ์งาม. 2543 : 30) ดังนั้นในการดำเนินการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้การตรวจสอบยืนยันโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ จึงนำเสนอการดำเนินการตามลำดับดังนี้ ความหมาย ลักษณะ วิธีการ และข้อดีข้อด้อยของการตรวจสอบโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ

### ความหมายของการตรวจสอบโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ

ไอส์เนอร์ (Eimer. 1979 : 192-193) เป็นนักวิจัยต่างประเทศที่เป็นผู้พัฒนาแนวคิดนี้เป็นคนแรก กล่าวว่า การตรวจสอบยืนยันโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ หมายถึง แนวคิดวิธีการประเมินทางการศึกษารูปแบบหนึ่งที่เรียกว่า การวิพากษ์วิจารณ์ทางการศึกษา พัฒนามาจากการวิพากษ์งานศิลป์ที่มีความละเอียดอ่อนลึกซึ้ง ต้องตรวจสอบ โดยอาศัยผู้ทรงคุณวุฒิพิเศษและวินิจจัย ที่ต้องใช้ความรู้ความสามารถเฉพาะทาง วิธีนี้นิยมใช้ทางอุดมศึกษาและมีความเชื่อถือได้เพราะถือว่าการตัดสินใจหรือการวิพากษ์วิจารณ์โดยผู้ทรงคุณวุฒิที่มีความรู้ในศาสตร์สาขานั้น หรือในวิชาชีพนั้นๆเป็นอย่างดี เป็นสิ่งที่ยอมรับได้

สคริปว่น (Scriven. 2000 อ้างถึงใน สุวิมล ว่องวานิช. 2548 : 49-50) กล่าวว่า การตรวจสอบรายการ (Cecklist) หมายถึง การประเมินรายการประเมินที่เกี่ยวกับองค์ประกอบคุณสมบัติ ลักษณะ ส่วนประกอบ เกณฑ์ งาน หรือมิติการปรากฏของข้อรายการที่แสดง หรือปริมาณของสิ่งที่มีอยู่ตามข้อรายการจะนำมาพิจารณาอย่างแยกส่วน เพื่อใช้ในการทำงานอย่างใดอย่างหนึ่ง

เดิมศักดิ์ สุขวิบูลย์ (2550 : 2-13 ถึง 2-14) กล่าวว่า การตรวจสอบหรือการประเมินคุณภาพของข้อมูลโดยวิธีการใช้ผู้ทรงคุณวุฒิไว้ว่า หมายถึง การประเมิน โดยผู้ทรงคุณวุฒิหรือผู้มีประสบการณ์หรือผู้เชี่ยวชาญ (Expert) โดยผู้ทรงคุณวุฒินั้นจะต้องเป็นผู้มีทักษะ หรือผู้ปฏิบัติงานใดๆ จนได้ผลเป็นที่ประจักษ์ในวิชาชีพว่าได้รับผลสำเร็จดี หรือเป็นผู้ที่มีการฝึกฝนมีความรู้ ความชำนาญเป็นเลิศในสาขาวิชานั้นๆ หรือเป็นผู้ที่มีความรู้เป็นพิเศษในสาขาที่สนใจ

ปัญหาสำคัญในการเลือกผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวนผู้ทรงคุณวุฒิและความน่าเชื่อถือที่ต้องมีมากเพียงพอสำหรับการสร้างความมั่นใจ

สุวิมล ว่องวานิช (2550 : 49) กล่าวว่า แบบตรวจสอบการประเมินด้วยการอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ หมายถึง รายการของข้อความที่สร้างขึ้นเป็นรายชื่อเพื่อระบุกิจกรรม งาน หรือพฤติกรรมที่ใช้ในการตรวจสอบ โดยผู้ทรงคุณวุฒิเป็นผู้ตรวจสอบ ที่ตรวจสอบว่าผลการประเมินได้ดำเนินการตามข้อรายการเหล่านั้นหรือไม่ อย่างไร ในระดับใด

อรรณู ชูยกระเดื่อง และคณะ (2552 : 59-70) กล่าวถึงการตัดสินใจโดยผู้เชี่ยวชาญ หมายถึง การให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบถึงความเหมาะสมของทฤษฎีที่นำมาใช้ นิยาม ผังข้อคำถามและคุณภาพของข้อคำถาม ซึ่งเป็นหลักฐานเบื้องต้นที่นำมาใช้สนับสนุนความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎี

บุญใจ ศรีสถิตยัณรากร (2554 : 179) กล่าวว่า การตรวจสอบโดยผู้ทรงคุณวุฒิ หมายถึง การให้ผู้ทรงคุณวุฒิที่มีความรู้ความเชี่ยวชาญ และมีศิลปะการวิพากษ์คุณภาพชิ้นงาน ซึ่งจะช่วยให้ทราบถึงคุณค่าและข้อเสียของชิ้นงานได้อย่างลึกซึ้ง ผลสรุปที่ได้จากการวิพากษ์โดยผู้ทรงคุณวุฒิจะมีความน่าเชื่อถือและได้รับการยอมรับมากขึ้นอยู่กับความรู้ ความเชี่ยวชาญ และประสบการณ์ของผู้ทรงคุณวุฒิที่สอดคล้องกับชิ้นงานที่วิพากษ์เป็นสำคัญ

สรุปได้ว่า การตรวจสอบโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ หมายถึง วิธีการตัดสินใจหรือการประเมินรายการข้อความที่สร้างขึ้นเป็นรายชื่อในรูปแบบหนึ่ง ที่มีความละเอียดอ่อนลึกซึ้ง ต้องอาศัยผู้เชี่ยวชาญหรือผู้ทรงคุณวุฒิที่มีความรู้ในศาสตร์สาขานั้น หรือในวิชาชีพนั้นๆ เป็นอย่างดี มีความเชื่อถือและได้รับการยอมรับ มาทำหน้าที่เป็นผู้วินิจฉัยถึงความเหมาะสมโดยใช้ความรู้ความสามารถเฉพาะทาง ซึ่งจำนวนผู้ทรงคุณวุฒิและความน่าเชื่อถือที่ต้องมีมากเพียงพอสำหรับการสร้างความมั่นใจ

#### ลักษณะของการตรวจสอบโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ

ลักษณะของการตรวจสอบโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ มีนักการศึกษาได้ให้แนวคิดไว้ ดังนี้

ไอส์เนอร์ (Eirmer. 1976 : 192-193) กล่าวว่า แนวคิดของการตรวจสอบโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒินี้ จะนำมาใช้ในประเด็นที่ต้องการสาระ รายละเอียดของเนื้อหามากกว่า การทดสอบเชิงสถิติ โดยเชื่อว่า การรับรู้ที่เท่ากันจะเป็นคุณสมบัติพื้นฐานของผู้รู้ ซึ่งแนวคิดในการประเมินหรือการตรวจสอบโดยผู้ทรงคุณวุฒิ มีลักษณะเป็นดังนี้



1. การตรวจสอบแนวทางนี้ ผู้ทรงคุณวุฒิจะเน้นการวิเคราะห์วิจารณ์อย่างลึกซึ้งเฉพาะในประเด็นที่ถูกนำขึ้นมาพิจารณา ซึ่งไม่จำเป็นต้องเกี่ยวข้องกับวัตถุประสงค์ หรือผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้อง หรือกับกระบวนการตัดสินใจเสมอไป แต่อาจผสมผสานปัจจัยในการพิจารณาต่างๆ เข้าด้วยกัน ตามวิจรรณญาณของผู้ทรงคุณวุฒิ เพื่อให้ได้ข้อสรุปกับคุณภาพ ประสิทธิภาพ หรือความเหมาะสมของสิ่งที่ทำการประเมิน ซึ่งมีได้เน้นสัมฤทธิ์ผลของวัตถุประสงค์ตามวิธีการประเมินแบบอิงเป้าหมาย (Goal-based Model) การตอบสนองปัญหา และความต้องการของผู้ที่เกี่ยวข้องตามรูปแบบการประเมินแบบสนองตอบ (Responsive Model) หรือการรับกระบวนการตัดสินใจตามรูปแบบการประเมินแบบอิงการตัดสินใจ (Decision Making Model) อย่างใดอย่างหนึ่ง

2. เป็นวิธีการตรวจสอบที่เน้นความเฉพาะทาง (Specialization) ในเรื่องที่ประเมิน โดยพัฒนามาจากการวิจารณ์งานศิลปะ (Art Criticism) ที่มีความละเอียดอ่อนลึกซึ้ง และต้องอาศัยผู้เชี่ยวชาญระดับสูงมาเป็นผู้วินิจฉัย เนื่องจากในการวัดคุณค่าไม่อาจประเมินด้วยเครื่องวัดใดๆ ได้ นอกจากการใช้วิจรรณญาณของผู้ทรงคุณวุฒิเท่านั้น ต่อมาได้มีการนำมาประยุกต์ใช้กับการศึกษาระดับสูงในสาขาเฉพาะที่ต้องอาศัยผู้รู้ ผู้เล่นในเรื่องนั้นจริงๆ มาเป็นผู้ประเมินผล วิธีนี้จึงเป็นที่นิยมในการนำมาใช้ประเมินผลในวงการอุดมศึกษาที่ต้องการความเชี่ยวชาญเฉพาะทางสูง

3. เป็นวิธีการตรวจสอบที่ใช้ตัวบุคคลผู้ทรงคุณวุฒินั้นเอง เป็นเครื่องมือการประเมินผล โดยเน้นความเชื่อถือว่าผู้ทรงคุณวุฒินั้นจะเที่ยงธรรมและมีวิจรรณญาณที่ดี ทั้งนี้มาตรฐานและเกณฑ์พิจารณาต่างๆ นั้น จะเกิดขึ้นจากประสบการณ์และความชำนาญการของผู้ทรงคุณวุฒิ

4. เป็นวิธีการตรวจสอบที่ยอมให้มีความยืดหยุ่นในกระบวนการทำงานของผู้ทรงคุณวุฒิตามอรรถาธิบายและความถนัดของแต่ละคน นับตั้งแต่การกำหนดประเด็นสำคัญที่จะพิจารณาการบ่งชี้ข้อมูลที่ต้องการ การเก็บรวบรวม การประมวลผล การวินิจฉัยข้อมูล และวิธีการนำเสนอ ทั้งนี้การเลือกผู้ทรงคุณวุฒิจะเน้นที่สถานภาพทางวิชาชีพ ประสบการณ์ และการเป็นที่เชื่อถือ (High Credibility) ของวิชาชีพนั้นๆ เป็นสำคัญ

ไอส์เนอร์ (Eimer, 1979) กล่าวว่า การตรวจสอบโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ ในปัจจุบันนิยมนำมาใช้ในงานวิจัยเพิ่มสูงขึ้น โดยอาจเป็นในลักษณะการนำผลการวิจัยที่ได้จากเทคนิคการวิจัยเชิงอนาคต หรือจากการวิจัยเอกสาร มาแนะนำให้ผู้ทรงคุณวุฒิประเมินความ

เหมาะสม หรือประเมินความเป็นไปได้ในการนำผลการวิจัยไปใช้จริง โดยผู้ทรงคุณวุฒิที่มีความรู้ในศาสตร์สาขานั้น หรือในวิชาชีพนั้นๆ เป็นอย่างดี

สคริปเว่น (Scriven, 2000 อ้างถึงใน สุวิมล ว่องวานิช, 2550 : 49-65) กล่าวว่าลักษณะของการตรวจสอบโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ เป็นเครื่องมือชนิดหนึ่งที่จะระบุคุณภาพของงาน โครงการ กิจกรรม ผลผลิตต่างๆ และยังเป็นแนวทางการสังเกตหรือการวัดผล ไม่ต้องอาศัยทฤษฎีใดๆ ในการใช้ จะมีบ้างก็เป็นเรื่องของแนวคิดเกี่ยวกับการสกัดจุดตรวจสอบ (Checkpoint) มีการจัดกลุ่มข้อความอยู่ภายใต้หัวข้อที่มีความหมายชัดเจน และยังช่วยในด้านการตีความและการให้น้ำหนักความสำคัญด้วย ไม่ทำให้เกิดการให้น้ำหนักซ้ำซ้อน

สรุปได้ว่า การตรวจสอบโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ มีลักษณะเป็นการนำผลการวิจัยที่ได้จากการวิจัยเอกสารหรือจากเทคนิคการวิจัยเชิงอนาคต มานำเสนอให้ผู้ทรงคุณวุฒิประเมินความเหมาะสม ความเป็นไปได้ในการนำผลการวิจัยไปใช้จริง โดยใช้ตัวบุคคลผู้ทรงคุณวุฒิเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบ

#### วิธีการของการตรวจสอบโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ

วิธีการตรวจสอบโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ มีนักการศึกษาให้แนวคิด ดังนี้

สตัฟฟ์เปียม (Stufflebeam, 1994, 2005 อ้างถึงใน สุวิมล ว่องวานิช, 2550 : 55) ได้พัฒนาวิธีการตรวจสอบตามเกณฑ์มาตรฐานของแบบตรวจสอบการประเมินงานประเมินทั่วไปของ The Joint Committee on Standards for Educational Evaluation เป็นผู้กำหนดวิธีการตรวจสอบหรือประเมินโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ โดยกำหนดรายการตรวจสอบรายการประเมินตามจุดเน้นที่ได้มาตรฐาน ประกอบด้วยมาตรฐาน 4 ด้าน ได้แก่ มาตรฐานด้านอรรถประโยชน์ (Utility) ความเป็นไปได้ (Feasibility) ความเหมาะสม (Propriety) และความถูกต้องของการประเมิน (Accuracy)

สคริปเว่น (Scriven, 2000 อ้างถึงใน สุวิมล ว่องวานิช, 2550 : 49-50) ให้ข้อคิดวิธีการตรวจสอบ ต้องคำนึงถึงจุดตรวจสอบ 7 ประการ คือ เป็นแบบตรวจสอบที่สร้างขึ้นตามเกณฑ์คุณภาพโดยสามารถ 1) บ่งชี้สถานภาพของคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดได้ 2) มีข้อรายการครบถ้วน 3) ไม่เหลื่อมล้ำหรือซ้ำซ้อน 4) มีความเหมาะสมในการกำหนดหัวเรื่องหลักและหัวเรื่องรองที่ใช้ในการประเมิน โดยให้ความสำคัญกับบทบาทหน้าที่ของแบบตรวจสอบว่า ต้องการบ่งบอกถึงการทำงานด้านการประเมินในเรื่องใด 5) ความชัดเจน 6) ความถูกต้อง และ 7) สามารถยืนยันได้ วัดได้ และให้ผลที่เชื่อถือได้ การนำเสนอลักษณะของการตรวจสอบประเมินเป็นแบบมาตราประมาณค่า (Rating Scale)

ดาวิดสัน (Davidson, 2005 : 86) ได้ให้แนวคิดทางเลือกในการตรวจสอบการประเมินไว้ 3 ทางเลือกดังนี้ ทางเลือกแรก เป็นการประเมินตามมาตรฐานการประเมินของ Joint Committee on Standards for Educational Evaluation (1994) โดยทำแบบตรวจสอบรายการ ซึ่งมีความเป็นอิสระของการประเมิน เป็นการทำการประเมินในสิ่งเดียวกัน และมีการรายงานเพื่อเปรียบเทียบผลการประเมิน พิจารณาส่งที่เหมือนกันและหากพบสิ่งที่แตกต่างกัน จะค้นหาข้อสรุปเดียวกันหรือข้อค้นพบที่ถูกต้อง ทางเลือกสุดท้าย เป็นวิธีการผสม โดยวิธีนี้นักประเมินอภิमानจะทำการประเมิน และมีการตรวจสอบไขว้ผลจากข้อค้นพบที่น่าสงสัย

สมาน อัสวภูมิ (2537 : 128) ทำการวิจัยโดยใช้แบบสอบถามในการวิเคราะห์ความคิดเห็นของผู้ทรงคุณวุฒิแต่ละกลุ่มนำมาทำการเปรียบเทียบใน 3 ด้านได้แก่ ด้านความสอดคล้อง ด้านความเหมาะสม และด้านความเป็นไปได้ เพื่อยืนยันรูปแบบการบริหารการประถมศึกษาในระดับจังหวัด

สุวิมล ว่องวานิช (2550 : 64-65) กล่าวถึง วิธีการตรวจสอบ ที่ใช้ในการประเมินมีหลายรูปแบบ เช่น การกำหนดแบบตรวจสอบในลักษณะให้นักประเมินตอบว่า ใช่หรือไม่ รูปแบบมาตรฐานค่า 3 ระดับ เห็นด้วย ไม่แน่ใจ และไม่เห็นด้วย รูปแบบรูบริกส์ โดยมีการกำหนดคะแนนสำหรับคำตอบแต่ละข้อ แล้วรวมคะแนนคุณภาพของการประเมิน พร้อมทั้งเกณฑ์ที่ใช้ในการแปลความหมาย

พรพรรณ อินทรประเสริฐ (2550 : 174-177) ทำการวิจัยโดยใช้แบบสอบถามแบบมีโครงสร้างในลักษณะแบบมาตรฐานค่าของลิเคิร์ต 3 ระดับ หรือ 5 ระดับ เพื่อประเมินความคิดเห็นเกี่ยวกับรูปแบบการบริหารสถานศึกษาในทศวรรษหน้า และใช้แบบสอบถามที่มีลักษณะแบบตรวจสอบรายการ (Checklist) และแบบปลายเปิด เพื่อตรวจสอบยืนยัน โดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ (Connoisseurship Model)

เดิมศักดิ์ สุขวิบูลย์ (2550 : 2-13 ถึง 2-14) กล่าวว่า การตรวจสอบหรือประเมินคุณภาพของข้อมูล ถือเป็นวิธีการหาค่าความจริงตามเนื้อเรื่อง หรือความจริงตามโครงสร้าง กรณีที่มีการวิเคราะห์หาสาเหตุเชิงทฤษฎีด้วย ด้วยวิธีการใช้ผู้ทรงคุณวุฒิ จำนวนผู้ทรงคุณวุฒิ และความน่าเชื่อถือที่ได้อาจมีมากเพียงพอสำหรับการสร้างความมั่นใจ

อรัญ ชูยกระเดื่อง และคณะ (2552 : 59-70) กล่าวถึงวิธีตัดสินโดยผู้เชี่ยวชาญ ผู้วิจัยต้องนำเสนอทฤษฎี นิยามของคุณลักษณะที่ต้องการวัด และข้อคำถามขององค์ประกอบของ สิ่งที่ต้องการตรวจสอบต่อผู้เชี่ยวชาญ เพื่อผู้เชี่ยวชาญแสดงความคิดเห็นในการตรวจสอบ ทฤษฎี นิยาม โครงสร้าง หลักการ องค์ประกอบของคุณลักษณะที่มุ่งวัดนั้นว่ามีความเหมาะสม

สอดคล้องกับทฤษฎีอื่นอันเป็นที่ยอมรับกันทั่วไปหรือไม่ เพียงไร ข้อคำถามมีความครอบคลุม และเป็นตัวแทนของคุณลักษณะที่ต้องการวัดได้ดีเพียงไร

สิรินธร สิ้นจินดาวงศ์ (2552 : 76) กล่าวถึงวิธีการตรวจสอบผลการประเมินตามมาตรฐานการประเมินอภิमान ประกอบด้วยมิติการประเมิน 5 มิติดังต่อไปนี้ มิติที่ 1 ด้านความตรงของการประเมิน (Validity) มิติที่ 2 การประเมินด้านอรรถประโยชน์ (Utility) มิติที่ 3 ด้านจริยธรรมในการประเมิน (Ethicality) มิติที่ 4 ด้านความน่าเชื่อถือของนักประเมิน (Credibility) และมิติที่ 5 ด้านประสิทธิภาพของการประเมิน (Cost-effectiveness)

ชัตติยา คิ้วงสำราญ (2552 : 102) ทำการวิจัยในการตรวจสอบองค์ประกอบการบริหารเชิงกลยุทธ์สำหรับโรงเรียนขนาดเล็ก โดยการอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ ด้วยวิธีการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง พร้อมทั้งข้อเสนอแนะเพื่อปรับปรุงให้ได้ผลการตรวจสอบที่เหมาะสม

สรุปได้ว่า วิธีดำเนินการตรวจสอบโดยอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒินี้ เป็นวิธีการตัดสินใจโดยใช้บุคคลเป็นเครื่องมือในการตรวจสอบตัดสินใจยืนยันเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้การตรวจสอบผลการศึกษาคำแนะนำของครูในการจัดการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ด้วยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ โดยการประยุกต์ใช้ตามแนวคิดของ Davidsson, (2005 : 86) ที่มาจาก 2 ส่วนคือ ผู้ทรงคุณวุฒิด้านคณิตศาสตร์หรือคณิตศาสตร์ศึกษา และผู้ทรงคุณวุฒิด้านการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบยืนยันตามแบบตรวจสอบยืนยันที่มีลักษณะมาตรฐานค่า 3 ระดับได้แก่ เห็นด้วย ไม่แน่ใจ และไม่เห็นด้วย

ข้อดีข้อด้อยของการตรวจสอบโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ

ข้อดีข้อด้อยของการตรวจสอบโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ มีนักการศึกษาให้แนวคิดไว้หลายคน ดังนี้

ข้อดี

1. ช่วยในการตัดสินใจในสิ่งที่มีความซับซ้อน และต้องใช้ดุลยพินิจในการตัดสินใจแบบองค์รวม โดยแยกความซับซ้อนออกเป็นส่วนๆ ซึ่งทำให้สามารถตัดสินใจคุณภาพของงานได้ง่ายขึ้น และทำให้การตัดสินใจมีความน่าเชื่อถือมากขึ้น โดยไม่ต้องพึ่งพิงทฤษฎีโปรแกรมใดๆ

2. สามารถสร้างได้ง่าย

3. สามารถใช้ตรวจสอบงานเฉพาะเรื่องได้

4. ช่วยให้เกิดความเป็นปรนัย ความน่าเชื่อถือ และการทำซ้ำได้ เป็นประโยชน์ต่อการรายงานหน่วยงาน การกำกับและให้แนวทางปฏิบัติงาน และช่วยประเมินผลลัพธ์เกิดขึ้น

5. เป็นประโยชน์ต่อการประเมินความก้าวหน้า และการประเมินผลสรุป

6. เป็นเครื่องมือช่วยจำ การออกแบบตรวจสอบรายการที่ดี จะช่วยทำให้ง่ายต่อการจำ ง่ายต่อการเข้าใจ และการปฏิบัติงาน จะช่วยลดโอกาสของการลืมองค์ประกอบสำคัญ

### ข้อดี

ถ้าหากได้ผู้เชี่ยวชาญที่ไม่มีความสามารถหรือความสามารถไม่เพียงพอในการตรวจสอบหรือตัดสินคุณภาพของงานนั้น ก็จะทำให้ผลออกมาขาดความเชื่อถือ

สรุปได้ว่า ในการตรวจสอบโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ มีข้อดีคือ ช่วยตัดสินใจในสิ่งที่มีความซับซ้อน ต้องใช้ดุลยพินิจในการตัดสินคุณภาพของงาน โดยไม่ต้องพึ่งพิงทฤษฎีโปรแกรมใดๆ สามารถตรวจสอบงานเฉพาะเรื่องได้ มีความเป็นปรนัย น่าเชื่อถือ ชำ้ได้ ซึ่งสามารถสร้างได้ง่าย จะช่วยทำให้ง่ายต่อการจำ เข้าใจและปฏิบัติงาน นอกจากนี้ยังเป็นประโยชน์ต่อการประเมินหน่วยงาน ประเมินความก้าวหน้าและประเมินผลสรุปที่เกิดขึ้น ส่วนข้อดีก็คือ ถ้าผู้เชี่ยวชาญมีความสามารถไม่เพียงพอจะทำให้การตัดสินคุณภาพของงานขาดความน่าเชื่อถือ

จากการศึกษาแนวคิดการตรวจสอบโดยวิธีอ้างอิงผู้ทรงคุณวุฒิ (Connoisseurship) เป็นแนวคิดการวิจัยของนักวิจัยต่างประเทศ ไอส์เนอร์ (Eimer. 1879) เป็นผู้พัฒนาแนวคิดนี้เป็นคนแรก พบว่าในงานวิชาการและงานวิจัยในประเทศไทยได้รับการยอมรับนำแนวคิดนี้มาใช้อย่างแพร่หลาย ส่วนใหญ่จะเป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพ โดยใช้ในลักษณะผู้ทรงคุณวุฒิพิจารณาตรวจสอบและยืนยันความเหมาะสม ยกตัวอย่าง ศิริ ทิวะพันธุ์ (2555 : 8); ชัตติยา ค้วงสำราญ (2552 : 144-146) ; ทวีศักดิ์ อ่ำลา (2551 : 82-84); พรพรรณ อินทรประเสริฐ (2550 : 165); นงลักษณ์ เรือนทอง (2550 : 77-80); นิศา ชูโต; (2545 : 8); บุญใจ ศรีสถิตย์นราทร, (2543 : 43) เป็นแนวคิดใช้วิธีประเมิน ตรวจสอบและยืนยันโดยผู้ทรงคุณวุฒิ ได้เน้นการวิเคราะห์วิจารณ์อย่างลึกซึ้ง ในประเด็นที่พิจารณาตามวิจารณ์มาตรฐานของผู้ทรงคุณวุฒิ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่มีประสิทธิภาพและคุณภาพของสิ่งที่ต้องการตรวจสอบ ดังนั้น แนวคิดการเลือกผู้ทรงคุณวุฒิ จึงเน้นที่สถานภาพทางวิชาชีพ ประสบการณ์ และเป็นที่ยอมรับ (High Credit) เป็นสำคัญ

## งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 1. งานวิจัยในประเทศ

ศักดิ์สิทธิ์ ชัตติยาสุวรรณ (2526) ได้ศึกษาความรู้ของครูและการปฏิบัติของครู ผลการวิจัยพบว่า ตัวแปรสำคัญที่ช่วยให้สามารถแบ่งกลุ่มตัวอย่างได้มี 10 ตัวแปร ตัวแปร



สำคัญเรียงตามลำดับคือ ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรของครู ( $d_1 = -0.5009$ ) ความรู้ความสามารถด้านการสอนของครู ( $d_2 = -0.4807$ ) ความสัมพันธ์ของครูภายในโรงเรียน ( $d_3 = -0.2718$ ) ขวัญและกำลังใจในการปฏิบัติงานของครู ( $d_4 = -0.2553$ ) และจากการวิเคราะห์ห่อองค์ประกอบของตัวแปรที่เข้าในสมการทั้ง 10 ตัวแปรก็พบว่าสามารถจัดเป็นกลุ่มได้ 4 กลุ่มคือ 1) ปัจจัยเกี่ยวกับครู ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรของครู ความรู้ความสามารถในการสอนของครู 2) ปัจจัยเกี่ยวกับโรงเรียน ได้แก่ ความสัมพันธ์ของครูภายในโรงเรียน ขวัญและกำลังใจในการปฏิบัติงานของครู การบริหารโรงเรียน 3) ปัจจัยเกี่ยวกับหลักสูตร ได้แก่ ความซับซ้อนของหลักสูตร การนิเทศการศึกษาของศึกษานิเทศก์ และ 4) ปัจจัยเกี่ยวกับนักเรียนและผู้ปกครอง ได้แก่ จำนวนนักเรียนที่ผ่านชั้นเด็กเล็ก การสนับสนุนของผู้ปกครองนักเรียน

วีระพล อารวรรณ (2528 : 3) ทำการวิจัยเพื่อศึกษาความรู้ที่เกี่ยวกับสมรรถภาพของครูประถมศึกษาสังกัดกรุงเทพมหานครพบว่า ครูที่อยู่ในโรงเรียนที่มีขนาดต่างกันมีสมรรถภาพด้านความรู้แตกต่างกัน โดยกล่าวว่า การมีความรู้และทักษะมีความจำเป็นต่อการกระทำที่จริง แต่ไม่ได้หมายความว่าบุคคลจะมีความรู้ความสามารถในการกระทำ เพราะการกระทำที่มีประสิทธิผลจะขึ้นอยู่กับการตัดสินใจของบุคคล (Personal Judgment) ว่าตนเองสามารถนำความรู้และทักษะออกมาใช้ในการกระทำให้สำเร็จภายใต้สภาพการณ์ที่ไม่แน่นอนได้หรือไม่

สมนึก ประเสริฐपालิฉัตร (2532 : บทคัดย่อ) ได้ศึกษาความต้องการพัฒนาสมรรถภาพด้านการปฏิบัติการสอนของครูมัธยมศึกษา ในเขตการศึกษา 7 พบว่า ครูมัธยมศึกษา ในเขตการศึกษา 7 มีความต้องการพัฒนาสมรรถภาพด้านความรู้ความเข้าใจในตัวนักเรียน ด้านการวางแผนการสอน ด้านการเรียนการสอนและกิจกรรมการเรียนการสอน ด้านสื่อการสอน อยู่ในระดับมากที่สุด 5 ด้าน ครูที่มีวุฒิการศึกษาต่ำกว่าปริญญาตรีกับครูที่มีวุฒิการศึกษาระดับปริญญาตรี มีความต้องการแตกต่างกัน ในด้านความรู้ความเข้าใจนักเรียน ส่วนครูที่มีประสบการณ์ในการสอนต่ำกว่า 5 ปี กับครูที่มีประสบการณ์ในการสอน 5-10 ปี และ 11-20 ปี มีความต้องการแตกต่างกันในด้านวัดผลและประเมินผล ส่วนในการวางแผนการสอน ด้านสื่อการเรียนการสอน ครูที่มีประสบการณ์ในการสอนต่ำกว่า 5 ปี มีความต้องการแตกต่างกับครูที่มีประสบการณ์ในการสอน 11-20 ปี

รสวลีย์ อักษรวงศ์ (2545 : 54) ได้ศึกษาปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการรับรู้ความสามารถของครูในการสอนการแก้ปัญหา พบว่า ปัจจัยที่คาดว่าจะมีอิทธิพลต่อความรู้ความสามารถของครูในการแก้ปัญหาคือแนวคิดของเบนดูราและที่ได้จากแนวคิดและผลการวิจัย ประกอบด้วย



1) ประสิทธิภาพการฝึกอบรม 2) เนื้อหาวิชาที่สอน 3) ประสิทธิภาพการสอนทักษะการแก้ปัญหา 4) ความรู้เกี่ยวกับการสอนทักษะการแก้ปัญหา 5) ความสามารถในการวิเคราะห์ภารกิจการสอน 6) ความสามารถในการสอนทักษะการแก้ปัญหา 7) การได้รับความสำเร็จในการสอน 8) การมีแบบอย่างในการสอน และ 9) การได้รับคำแนะนำเกี่ยวกับการสอน

อูรวัด โวอ่อนศรี (2547 : ก-ง) ได้ศึกษาเรื่องการศึกษาความรู้ของครูสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาร้อยเอ็ด พุทธศักราช 2544 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาระดับความรู้และเปรียบเทียบความรู้เกี่ยวกับการใช้หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ระหว่างผู้บริหารสถานศึกษากับครูสายผู้สอน ผลการวิจัยพบว่า ครูมีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานอยู่ในระดับปานกลาง ผู้บริหารสถานศึกษากับครูสายผู้สอนมีความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานแตกต่างกัน โดยผู้บริหารมีความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานมากกว่า

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2553 : 184-185) กล่าวถึงผลการประเมิน PISA 2009 โดยทำการศึกษาถึงปัจจัยทางโรงเรียนที่ทำให้ระบบประสบผลสำเร็จ นักเรียนมีผลประเมินสูงกว่าค่าเฉลี่ย OECD พบว่า ครูเป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลกระทบมากที่สุด การขาดครูที่สอนตรงวุฒิ จะส่งผลทางลบต่อการเรียนรู้ของนักเรียนอย่างมีนัยสำคัญ

ราชภูมิ พงศพิศกุล (2554 : 75 - 86) ทำการศึกษาวิจัยเพื่อศึกษาและเปรียบเทียบการมีส่วนร่วมการจัดการความรู้ของครูโรงเรียนชลราษฎรอำรุง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 จำแนกตาม วุฒิการศึกษา และประสบการณ์ใน 7 ด้าน คือ การค้นหาความรู้ หรือการกำหนดความรู้ การสร้างและแสวงหาความรู้ การจัดการความรู้ให้เป็นระบบ การประมวลและกลั่นกรองความรู้ การเข้าถึงความรู้ การแบ่งปันแลกเปลี่ยนความรู้และการเรียนรู้ ผลการวิจัยพบว่า การมีส่วนร่วมการจัดการความรู้ของครูโรงเรียนชลราษฎรอำรุง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 โดยรวมและรายด้านอยู่ในระดับมาก เรียงคะแนนเฉลี่ยจากมากไปหาน้อย ได้แก่ การค้นหาความรู้หรือกำหนดความรู้ การเรียนรู้ การสร้างและแสวงหาความรู้ การเข้าถึงความรู้ การประมวลและกลั่นกรองความรู้ ยกเว้นการจัดการความรู้ให้เป็นระบบ การแบ่งปันแลกเปลี่ยนความรู้ อยู่ในระดับปานกลาง

2. ผลการเปรียบเทียบการมีส่วนร่วมการจัดการความรู้ของครูโรงเรียนชลราษฎรอำรุง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 18 จำแนกตามวุฒิการศึกษา พบว่าโดยรวมและรายด้าน แตกต่างกันอย่างไม่มีระดับนัยสำคัญทางสถิติ

## 2. งานวิจัยต่างประเทศ

บีเกิล (Begle. 1979 : 41 – 43) ได้สังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวกับบทบาทของความรู้ของครูที่มีต่อประสิทธิภาพของนักเรียน ระหว่างปี ค.ศ. 1960 – 1976 โดยเขาพิจารณาจากความรู้ของครู 3 ชนิด ดังนี้ จำนวนของรายวิชาที่เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ จำนวนของรายวิชาที่เกี่ยวกับการสอน และบริบทอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้อง ซึ่งครูได้เรียนในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างที่ศึกษาอยู่ในมหาวิทยาลัย ผลการศึกษา พบว่า จำนวนของรายวิชาที่เกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นความรู้ที่ครู ได้รับมีความสัมพันธ์เชิงบวกกับผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนร้อยละ 10 และมีความสัมพันธ์เชิงลบกับผลการปฏิบัติงานของนักเรียนร้อยละ 8 ในทำนองเดียวกันรายวิชาที่เกี่ยวกับวิธีการสอนคณิตศาสตร์ส่งผลเชิงบวกต่อกรณีศึกษาถึงร้อยละ 24 และส่งผลเชิงลบต่อกรณีศึกษาร้อยละ 6 นอกจากนี้ การที่ครูเรียนในวิชาเอกคณิตศาสตร์ก็ส่งผลเชิงบวกต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนร้อยละ 9 และส่งผลเชิงลบต่อผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนร้อยละ 4 ของการศึกษา

คาเพนเตอร์ (Carpenter. 1988 : 385) ได้ศึกษาความรู้ทางการสอนในเนื้อหาคณิตศาสตร์ของครูประจำการคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาการบวก การลบจำนวนเต็มในระดับประถมศึกษา กลุ่มตัวอย่างเป็นครูประจำการคณิตศาสตร์ที่สอนในเกรด 1 จำนวนทั้งหมด 40 คน จาก 27 โรงเรียน มีการเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบทดสอบซึ่งครูประจำการคณิตศาสตร์ต้องวิเคราะห์ปัญหา จำนวนทั้งหมด 6 ข้อ องค์กรประกอบที่ใช้ในการศึกษาความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย ความสามารถในการจำแนกรูปแบบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการรู้ยุทธวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ผลการวิจัยพบว่า ครูประจำการคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่สามารถจำแนกความแตกต่างของปัญหาทางคณิตศาสตร์ และยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ แต่ความรู้ทั้งสองส่วนนี้ยังไม่ได้ถูกจัดระบบให้มีการเชื่อมโยงกัน นอกจากนี้ผลการวิจัยยังพบว่า ความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ของครูประจำการคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของผู้เรียนอย่างมีนัยสำคัญ

มาร์ค (Marks. 1990 : 3) ได้ศึกษาความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ของครูประจำการคณิตศาสตร์ โดยใช้การสัมภาษณ์ครูประจำการคณิตศาสตร์ที่สอนในเกรด 5 จำนวนทั้งหมด 8 คน เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วน เฉพาะหัวข้อเรื่อง เศษส่วนที่เท่ากัน องค์กรประกอบที่ใช้ในการศึกษาความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์มีทั้งหมด 4 ด้าน ได้แก่ ความรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ความรู้

ทางการจัดการเรียนรู้ การรู้ความคิดและความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน การรู้วิธีนำเสนอหรือการให้คำอธิบายที่เหมาะสมต่อความคิดและความสามารถในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน ในงานวิจัยนี้มีการอภิปรายถึงความซับซ้อนเกี่ยวกับความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์ของครูประจำการคณิตศาสตร์ และมีข้อเสนอแนะว่า ครูประจำการคณิตศาสตร์คนใดที่สามารถบูรณาการองค์ประกอบทั้ง 4 ด้านของความรู้ทางการจัดการเรียนรู้ในเนื้อหาคณิตศาสตร์เข้าไปในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้จะเป็นผู้ที่ประสบความสำเร็จในการปรับปรุงคุณภาพการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน

เการ์ต (Grows. 1992 : 161-162) กล่าวถึงรูปแบบสำหรับการทำวิจัยเกี่ยวกับความรู้ของครูในประเทศสหรัฐอเมริกาว่า ความรู้ของครูไม่สามารถแยกออกจากเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ จะต้องนิยามองค์ประกอบ และความสัมพันธ์ขององค์ประกอบของความรู้ของครูให้เข้าใจชัดเจน การศึกษาองค์ประกอบของความรู้ของครูไม่อาจทำได้นอกบริบทหรือแบบใดเดี๋ยวน้องประกอบจะต้องศึกษาโดยความสัมพันธ์กัน และเราต้องพิจารณาสภาพความรู้ของครูแบบพลวัต ที่มุ่งเน้นไปที่ความรู้ของครูที่เป็นผลมาจากสิ่งที่ปรากฏขึ้นในบริบทของชั้นเรียน โดยความรู้เกี่ยวกับการจัดการเรียนการสอนจะรวมถึง ความรู้เรื่องสอนให้มีความเข้าใจกระบวนการเบื้องต้น ความรู้ในความสัมพันธ์ระหว่างด้านต่าง ๆ ของความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการตีความความรู้เรื่องการสอน ความเข้าใจความคิดของนักเรียน และสามารถประเมินความคิดของนักเรียนเพื่อที่จะทำการตัดสินใจด้านการสอน

ราวเดนบรัช, ภูมิมัท และคามารี (Raudenbush, Phumirat, and Kamali. 1992 : 165-177) จัดทำงานวิจัยเพื่อศึกษาการรับรู้ในความรู้ความสามารถและความเชื่อในการสอนของครู ผลการวิจัยกล่าวว่าการรับรู้ความรู้ความสามารถของครูในเชิงบวกจำเป็นต้องเกิดขึ้นพร้อมกับการแสวงหาความรู้และการมีทักษะในการสอนที่ดี จึงจะทำให้เกิดประสิทธิผลในการสอนอย่างสมบูรณ์ และผลงานวิจัยนี้ยังเชื่ออีกว่า การรับรู้ความรู้ความสามารถของครูหรือความเชื่อเกี่ยวกับความรู้ความสามารถของครูมีความสัมพันธ์กับพฤติกรรมการสอนที่มีประสิทธิผล

เอดเวิร์ดส์ และคณะ (Edwards, et. al. 1996 : 259) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการรับรู้ความสามารถของครูและระดับความรู้ของครู กลุ่มตัวอย่างเป็นครูสตรีจำนวน 430 คน ซึ่ง 83% สอนในโรงเรียนประถมศึกษา โดยใช้แบบสอบถาม 4 ชุด ผลการวิจัยพบว่า มีความสัมพันธ์อย่างมีนัยสำคัญระหว่างการรับรู้ความสามารถกับระดับความรู้ของครู และพบว่า ครูสตรีที่รับรู้ความสามารถของตนเองและความรู้ในระดับสูงจะมีความสัมพันธ์เชิงลบกับ

จำนวนปีที่มีประสบการณ์ นอกจากนั้น ผลการวิจัยได้พบอีกว่า ครูสตรีที่รับรู้ความสามารถของตนเองต่ำ จะเป็นครูในโรงเรียนมัธยมที่มีประสบการณ์ในการสอนน้อย และมีระดับความรู้ต่ำ

แบนดูรา (Bandura. 1997 : 240-243) ได้ศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับการรับรู้ความสามารถความสามารถของครู ได้บ่งชี้ว่าความเชื่อเกี่ยวกับความรู้ความสามารถในการสอนของครู เป็นส่วนหนึ่งในการกำหนดวิธีจัดกิจกรรมการเรียนการสอนในชั้นเรียนและวิธีประเมินผล โดยครูที่รู้ว่าตนเองมีการรับรู้ความสามารถสูงเป็นครูที่เปิดรับแนวคิดใหม่ๆ ที่หลากหลายให้เหมาะสมกับผู้เรียน มีความรู้สึกที่มั่นคงเมื่อเผชิญกับปัญหาหรืออุปสรรค อดทนกับนักเรียนที่เรียนช้า หรือมีปัญหาในห้องเรียนกระตือรือร้นในการสอน มีความมุ่งมั่นในการสอน ฯลฯ ส่วนครูที่มีระดับการรับรู้ความสามารถต่ำส่วนมากเป็นครูที่มีประสิทธิผลต่ำในการปฏิบัติการสอน

บาร์เกอร์ (Barker. 2007 : 191 – 194) ได้ทำการศึกษาความรู้ของครูเกี่ยวกับการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตที่มีผลต่อการจัดการเรียนการสอน ซึ่งการศึกษานำไปสู่ความเข้าใจความรู้ของครูเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียน และความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอนเกี่ยวกับพีชคณิตต่างๆ ไป โดยใช้การสัมภาษณ์ครูจำนวน 2 คน ซึ่งการสัมภาษณ์ถูกกำหนดประเด็นที่เกี่ยวกับชนิดของความรู้ที่ครูใช้ ได้แก่ ความรู้เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียน และความรู้เกี่ยวกับหลักสูตรและการจัดการเรียนการสอน ผลของการศึกษาพบว่า การอธิบายที่เน้นให้นักเรียน ได้ให้เหตุผล และวิธีการที่หลากหลายในการอธิบาย ทำให้เห็นอย่างชัดเจนว่าครูถูกใช้ความรู้เกี่ยวกับผู้เรียนในการอภิปรายเกี่ยวกับการสอนของพวกเขา

ชาร์ลามบอส (Charalambous. 2008 : 938-939) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ของความรู้ทางคณิตศาสตร์สำหรับการสอนและประสิทธิภาพในการปฏิบัติการสอนของนักศึกษาคู ซึ่งเป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูและการปฏิบัติการสอน โดยเฉพาะการศึกษาในประเด็น ดังนี้ 1) ความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสิทธิภาพการปฏิบัติการสอนของนักศึกษาคู 2) การศึกษาปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับความเชื่อและข้อมูลพื้นฐานของนักศึกษาคู และ 3) การศึกษาผลของความรู้ทางคณิตศาสตร์มีผลต่อการปฏิบัติการสอน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบแบบปรนัยใช้ในการวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาคู แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้างใช้วัดประสิทธิภาพการสอนของนักศึกษาคู และแบบสอบถามใช้สำรวจความเชื่อและข้อมูลพื้นฐานของนักศึกษาคู โดยแบ่งการศึกษาออกเป็น 2 ระยะ ดังนี้ ในระยะที่ 1 เป็นการศึกษาข้อมูลพื้นฐานที่น่าสนใจ โดยใช้สถิติ Non Parametric และในระยะที่ 2 เป็นการศึกษาเชิงคุณภาพ นักศึกษา

ครูที่เป็นกรณีศึกษา จำนวน 7 คน ถูกสังเกตและพิจารณาเพื่อนำไปสู่การพัฒนาในลักษณะที่เชื่อมโยงกัน จากการศึกษาพบว่า มีความสัมพันธ์กันอย่างมากระหว่างความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสิทธิภาพการปฏิบัติการสอนของนักศึกษาคู แต่ปัจจัยนี้ไม่ได้เป็นสื่อกลางในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสิทธิภาพของการสอนของนักศึกษาคู ในการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ความเชื่อและภาพเกี่ยวกับการสอนของนักศึกษาคู พบว่าประสิทธิภาพการสอนของนักศึกษาคูแยกออกจากความรู้ของพวกเขา นอกจากนี้ในการวิเคราะห์ข้อมูลยังพบว่า ความรู้ของนักศึกษาคูสามารถที่จะช่วยเน้นกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ไซฟ (Zopf, 2010 : Abstract) ได้ทำการศึกษาเรื่องความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครู กรณีการทำงานทางคณิตศาสตร์และความรู้ซึ่งนำมาโดยครู การวิจัยนี้ศึกษาความต้องการในการทำงานและความรู้ทางคณิตศาสตร์ของงานในการเรียนการสอนของครู ในการวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาการเรียนการสอนของครูคณิตศาสตร์ 2 คน ที่มีความแตกต่างกันในการฝึกอบรม นักเรียนมีความแตกต่างกัน โดยเป็นครูคณิตศาสตร์และนักศึกษาคู การจัดเตรียมข้อมูลเพื่อพิสูจน์งานที่เกิดขึ้นและความต้องการของการทำงานการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แก่ครู ประการแรก คือการระบุโดเมนงานต่างๆ ภายในการทำงานของครูทั้งสอง โดยพิจารณาจากงาน 3 งาน ได้แก่ เลือกการตีความและวิธีการเลือกตัวอย่าง และการจัดการงานทางคณิตศาสตร์ สี่กรณีของการเรียนการสอน สองจากการศึกษาของครูแต่ละคน สำหรับการวิเคราะห์องค์ประกอบของโดเมนงานจากการวิเคราะห์ข้ามกรณีเพื่อแยกความแตกต่างขององค์ประกอบที่ดูเหมือนจะมีความสอดคล้องกันและกรณีที่แตกต่างกัน และนำเสนอการศึกษากรอบการทำงานของครู ประการที่สอง การตรวจสอบการทำงานทางคณิตศาสตร์ของกรณีศึกษาสำหรับความต้องการความรู้ทางคณิตศาสตร์ นำเสนอ โดเมนของความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้สำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครู อภิปรายเชิงคุณภาพที่โดดเด่นของความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้สำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครูที่ปรากฏลักษณะความรู้ทางคณิตศาสตร์และความรู้สำหรับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ของครูวิธีการและสิ่งที่ใช้สำหรับการทำงานของครู

ลี (Li, 2011 : 1-16) ได้ทำการศึกษาเรื่องความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องขั้นตอนเชิงพีชคณิต กรณีศึกษาการแก้สมการกำลังสอง การศึกษาครั้งนี้มุ่งเน้นความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นในการกระทำและการตัดสินใจของครู ผลการวิจัยชี้ให้เห็นว่าการเตรียมความพร้อมของครูคณิตศาสตร์และการพัฒนาวิชาชีพครูจะเปิดโอกาส



ให้ครูได้ทบทวนการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์และการใช้คณิตศาสตร์ในเชิงลึก และการพัฒนาทักษะการเรียนรู้การสอนในการทำการตัดสินใจที่จะรักษาสมดุลของโดเมนทั้งหมดของความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ ความเชื่อของครู และปัจจัยอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับการวัดระดับความสามารถในการปฏิบัติการทางพีชคณิต

โอลานอฟ (Olanoff, 2012 : Abstract) ได้ทำการศึกษาเรื่องความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่องการคูณและการหารเศษส่วน เพื่อตอบคำถามวิจัยว่า อะไรคือความรู้ที่ครูต้องมีสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาเรื่องการคูณ และการหารเศษส่วน ผลการวิจัยพบว่า ความรู้ที่จำเป็นสำหรับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของครูประถมศึกษาในอนาคตรื่องการคูณและการหารเศษส่วนที่เป็นส่วนประกอบที่สำคัญ 4 ด้าน ได้แก่ 1. ทำความเข้าใจในวิธีการและรูปแบบที่หลากหลายของการคูณและการหารเศษส่วน 2. ตัดสินใจเลือกหัวข้อที่จะมุ่งเน้นเฉพาะ 3. กำหนดเป้าหมายที่เฉพาะเจาะจงที่ต้องการให้นักเรียนรู้ และ 4. ออกแบบและใช้การประเมินผลอย่างมีความหมายเพื่อช่วยในการตัดสินใจว่าแต่ละคนบรรลุเป้าหมายการเรียนรู้

แพทริซิโอ และคาร์ล (Patricio, and Karl, 2012 : 1-8) ได้ทำการวิจัยเรื่องความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย การวิจัยนี้เป็นการพัฒนาเครื่องมือเพื่อวัดความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยรายงานเกี่ยวกับกระบวนการของการพัฒนาและข้อคำถามที่ใช้ในการวัด โดเมนต่างๆ ของความรู้ในการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ผลการศึกษาพบว่าประสบการณ์ด้านการสอนมีความสัมพันธ์กับการจัดการเรียนการสอนเรขาคณิตอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ จากผลการศึกษานี้อาจเป็นแนวทางเสนอวิธีการจัดการเรียนการสอนของความคิดรวบยอดเฉพาะเพื่อใช้ในการออกแบบคำถามความรู้สำหรับการจัดการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์ เรื่องเรขาคณิตระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

จากการศึกษางานวิจัยเกี่ยวกับความรู้ของครูของนักการศึกษาทั้งในประเทศและในต่างประเทศ สรุปได้ว่า งานวิจัยความรู้ของครูในประเทศไทยยังพบค่อนข้างน้อย มักจะเป็นการศึกษาตัวบ่งชี้ที่แสดงให้เห็นถึงปัจจัยที่ส่งผลต่อการจัดการความรู้ของครู ส่วนงานวิจัยความรู้ของครูในต่างประเทศจะมองว่าครูเป็นปัจจัยสำคัญที่สุดต่อการจัดการเรียนการสอนในชั้นเรียน ดังนั้นงานวิจัยความรู้ของครูในต่างประเทศจึงมีลักษณะการศึกษาที่เจาะลึกไปยังตัวครู การสอนของครูที่แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ที่ใช้ในการสอนกับประสิทธิภาพ



ของการสอน ผู้วิจัยจึงทำการวิจัยเกี่ยวกับความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ประสิทธิภาพการสอนและเกิดประโยชน์สูงสุดต่อผู้เรียน.

ดังนั้น ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงได้กำหนดกรอบการศึกษาความรู้ของครูที่มีความจำเป็นในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นดังนี้

ความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Teacher's Mathematics Instructional Strategies Knowledge) หมายถึง ความสามารถของครูในการเชื่อมโยงความรู้ทางเนื้อหาคณิตศาสตร์และทักษะกับพฤติกรรมจัดการเรียนรู้ของครู ให้ดำเนินไปอย่างมีประสิทธิภาพ สามารถดูได้จากกระบวนการตามสภาพจริงของการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วยองค์ประกอบหลัก 3 ด้านคือ ความรู้ของครูด้านเนื้อหา ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้ และความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน มีรายละเอียด ดังนี้

1. ความรู้ของครูด้านเนื้อหา (Subject Matter Knowledge) หมายถึง ความรู้เชิงมโนทัศน์ ในเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามกรอบสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และความรู้พื้นฐานในการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตลอดจนหลักการ สมบัติ วิธีการต่างๆ ในขั้นตอนการคำนวณ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกัน ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบรอง ได้แก่ ความรู้เชิงมโนทัศน์ ความรู้เชิงกระบวนการ และความรู้ในขอบข่ายเนื้อหา

1.1 ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) หมายถึง ความรู้ที่เกิดจากความเข้าใจในเนื้อหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การมองเห็นความสัมพันธ์และความเชื่อมโยงแนวคิดไปพร้อมกับการปรับ โครงสร้างของความรู้พื้นฐานที่จำเป็นกับความรู้ใหม่ให้สอดคล้องกันในเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

1.2 ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural Knowledge) หมายถึง ความรู้ที่เกี่ยวกับหลักการ สมบัติ ขั้นตอน ทักษะการคำนวณ และวิธีการต่างๆ ที่ใช้อธิบายในขั้นตอนการคำนวณ และกระบวนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่กำหนดในเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกันในเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1.3 ความรู้ในขอบข่ายเนื้อหา (Common Content Knowledge) หมายถึง ความรู้ตามกรอบสาระ มาตรฐานการเรียนรู้ และตัวชี้วัด ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

2. ความรู้ของครูด้านการจัดการเรียนรู้ (Instructional Strategies Knowledge) หมายถึง ความรู้ที่ช่วยให้ครูตัดสินใจในการเลือกจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ รู้จักเลือกใช้สื่อให้เหมาะสมกับเนื้อหาและวัยของผู้เรียน การจัดการเรียนรู้ตามแผนที่วางไว้ สามารถเลือกใช้วิธีการวัดผลและประเมินผลให้สอดคล้องกับจุดประสงค์ เหมาะสมกับเนื้อหาและเวลา ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบรอง ได้แก่ ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้เรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และความรู้ในหลักสูตร

2.1 ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Mathematics Principles Instructional Strategies Knowledge) หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับหลักการจัดการเรียนรู้ จิตวิทยาการเรียนรู้ และแนวการจัดการเรียนรู้ที่ครูนำมาจัดประสบการณ์และกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้แก่ผู้เรียน

2.2 ความรู้ในหลักการจัดการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว (Principles Instructional Strategies Knowledge on Linear Equation in One Variable) หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับหลักการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ครูจะนำมาจัดประสบการณ์และกิจกรรมการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อให้การจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพ

2.3 ความรู้ในหลักสูตร (Mathematics Curriculum Knowledge) หมายถึง ความรู้เกี่ยวกับการวิเคราะห์หลักสูตรคณิตศาสตร์ การออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ การจัดการเรียนรู้ตามแผนที่วางไว้ การใช้สื่อการเรียนรู้ และการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. ความรู้ของครูด้านการเรียนรู้ของผู้เรียน (Learner's Learning Knowledge) หมายถึง ความรู้ที่ช่วยให้ครูเข้าใจธรรมชาติการเรียนรู้ ตลอดจนกระบวนการคิดที่แสดงถึงความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความเข้าใจในความรู้ทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียน ประกอบด้วย 2 องค์ประกอบรอง ได้แก่ ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน และความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของผู้เรียน

3.1 ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียน (Learner's Nature of Mathematics Learning Knowledge) เป็นความรู้ที่เกี่ยวกับความเข้าใจในธรรมชาติของผู้เรียนที่เกี่ยวข้องกับทฤษฎีการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่ทำให้ทราบว่า ผู้เรียนจะเรียนรู้

คณิตศาสตร์ได้ตั้งอยู่บนปัจจัยใดบ้าง วิชา ความพร้อม การมีสื่อ การเสริมแรง การเรียนรู้  
อย่างมีความสุข และสถานการณ์ที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนเกิดการค้นพบความรู้ด้วยตนเอง

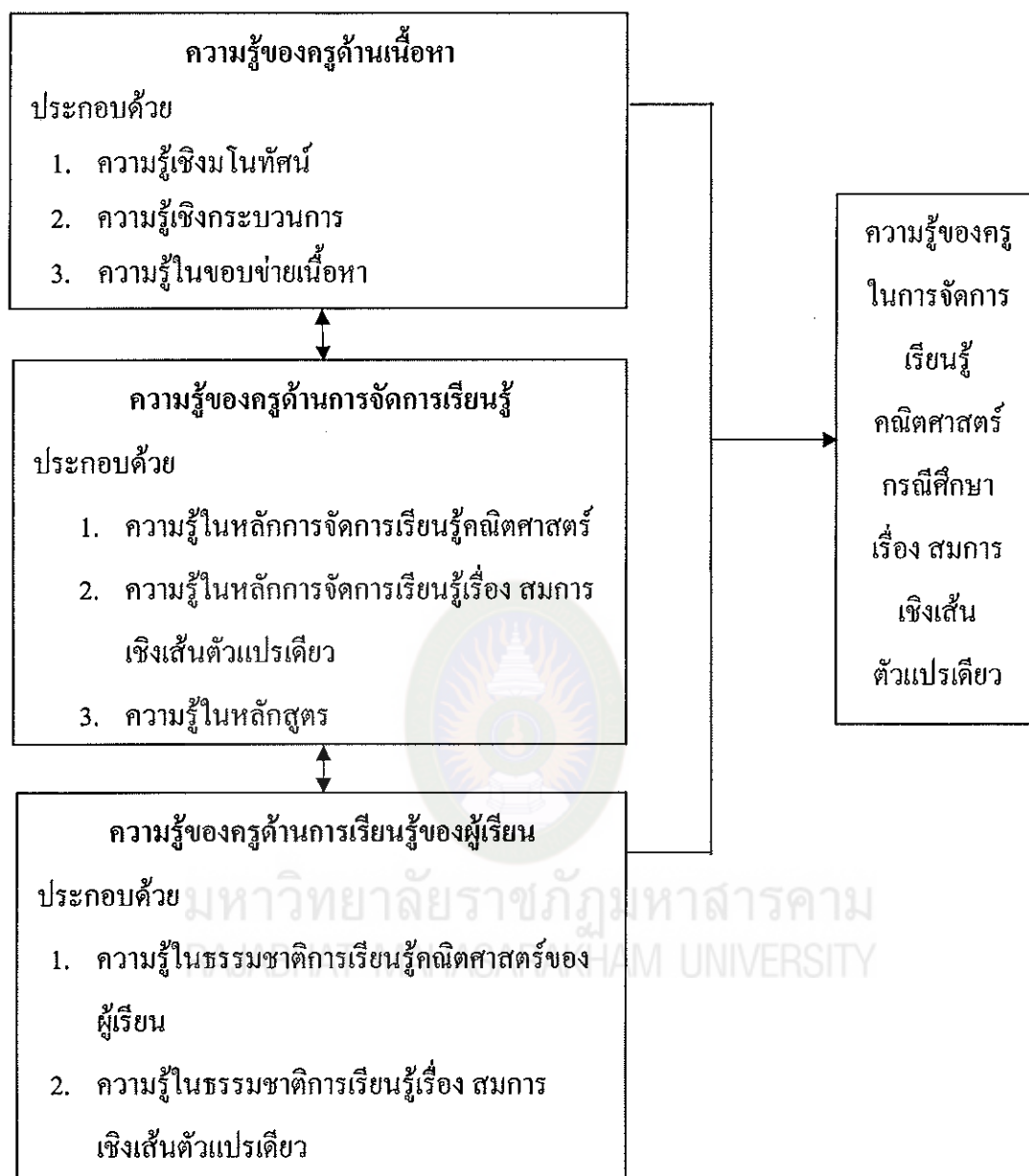
3.2 ความรู้ในธรรมชาติการเรียนรู้ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของ  
ผู้เรียน (Learner's Learning Knowledge on Linear Equations One Variable) หมายถึง ความรู้ที่  
ช่วยให้ครูเข้าใจวิธีการเรียนรู้ของผู้เรียน เข้าใจวิธีการสร้างมโนทัศน์ กระบวนการคิดคำนวณ  
และวิธีการแก้ปัญหาในการเรียนรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

### กรอบแนวคิดในการวิจัย

จากการศึกษาเอกสารที่กล่าวข้างต้น ผู้วิจัยสรุปกรอบแนวคิดในการวิจัยเรื่อง  
การศึกษาความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์: กรณีศึกษา เรื่อง สมการเชิงเส้นตัว  
แปรเดียว ดังนี้



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



แผนภาพที่ 11 กรอบแนวคิดการศึกษาความรู้ของครูในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ :  
กรณีศึกษาเรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว