

# บทที่ 1

## บทนำ

### ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์เป็นอย่างยิ่ง ทั้งยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา (2551 : 25) เมื่อประมาณ 200 ปีที่แล้วนั้น มนุษย์อาจจะมีชีวิตอยู่บนโลกได้โดยไม่ต้องมีความรู้คณิตศาสตร์ เพราะชีวิตประจำวันยังไม่ต้องพึ่งพาเทคโนโลยีมากนัก แต่เทคโนโลยีที่เกิดขึ้นและงานที่มีความซับซ้อนมากขึ้นในปัจจุบัน ทำให้มนุษย์จำเป็นต้องเรียนรู้คณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น ความรู้ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นความรู้พื้นฐานที่สำคัญและจำเป็นเช่นเดียวกับการอ่านและการเขียนที่มีความจำเป็นสำหรับการทำงานในอนาคต ยูซึสกิน (Usiskin, 2001 : 14) ซึ่งสอดคล้องกับ สเตรน (Stein, 2001 : 17) ได้กล่าวว่า การใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาและการสื่อสาร ถือเป็นหนึ่งใน 16 ความพร้อมของประเทศที่จำเป็นสำหรับอนาคต เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาประเทศในหลาย ๆ ด้าน เนื่องจากความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำรงชีวิตและการพัฒนาเทคโนโลยีให้ทันสมัยและตอบสนองต่อความต้องการในสังคมโลก โดยผู้นำประเทศต้องมีส่วนร่วมในการดำเนินการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) เป็นสิ่งสำคัญในการทำความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกี่ยวข้องกับการคิดคำนวณ ความสัมพันธ์และจำนวน รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นระบบ เป็นสิ่งที่เกิดจากการสังเกตหรือจากการได้รับประสบการณ์ที่นักเรียนได้ประสบแล้วนำมาประมวลผลเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ ค็อกเบิร์นและลิตเลอร์ (Cockburn and Littler, 2010 : 3-6) และสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2554 : 55) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematics Concept) เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์และการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาหรือใช้งาน ครูที่มีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและเข้าใจลึกซึ้งเกี่ยวกับความหมาย ที่มา และความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกันของมโนทัศน์ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์จะสามารถจัดการเรียนรู้เพื่อสื่อสาร สื่อความหมายให้นักเรียนเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง รวมทั้งสามารถวิเคราะห์เนื้อหาและสร้างคำถาม

ขยายความ เพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนได้ นอกจากนั้นยังมีความสำคัญต่อประสิทธิภาพการจัดการเรียนการสอนของครู และการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้น นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง จะสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยง และมีความสามารถในการคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Misconceptions) เป็นความเข้าใจผิดที่เกิดจากความคลาดเคลื่อนของกฎ หรือความคลาดเคลื่อนตามลักษณะทั่วไปหรือผลของการตีความที่ไม่สอดคล้องกับความคิดทางคณิตศาสตร์ นักเรียนยังมีบางสิ่งที่ยังไม่เข้าใจอย่างชัดเจนเกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แอชล็อก (Ashlock, 2010 : 311-314) และซิมสันและมาร์ค (Simson and Marek, 1988 : 362) ฟิชเชอร์ (Fisher, 1985 : 53-54) ฮอลลอน และเฮสเทนส์ (Halloun and Hestenes, 1985 : 1056) ไพน์และเวสต์ (Pines and West, 1983 : 47) ได้กล่าวถึง สาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้หลายประการ สาเหตุหนึ่งที่น่าสนใจคือ ประสบการณ์ในโรงเรียนไม่ใช่สาเหตุเดียวที่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน แต่อาจเกิดจากคำอธิบายของครูที่มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในเรื่องที่สอน จึงทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนโดยไม่รู้ตัว ทำให้นักเรียนตีความหมายของสิ่งที่เรียนรู้ในชั้นเรียนแตกต่างกับความรู้อันที่ครูสอน และคิดว่าตัวเองเข้าใจถูกต้องแล้ว เมื่อเรียนรู้เรื่องใหม่ต่อไปก็จะเป็นอุปสรรคในการเรียนรู้ ทำให้การเชื่อมโยงประสบการณ์ทำได้ช้าลงและไม่บังเกิดผล

การวิเคราะห์หาผู้เรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างไรบ้าง และคลาดเคลื่อนอย่างไรจะเป็นข้อมูลที่เป็นประโยชน์ในการตระหนัก ไม่ให้เกิดความคลาดเคลื่อนเหล่านั้นอีก ซูฟิง (Suping, 2003 : 9) กล่าวว่า การที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะเป็นอุปสรรคในการเรียนเนื้อหาใหม่และเป็นอุปสรรคในการทบทวนความรู้เดิม นอกจากนั้นยังเป็นประโยชน์ในการหาแนวทางเพื่อแก้ไขความคลาดเคลื่อนนั้นให้หมดไป ซึ่งจะทำให้การเรียนการสอนมีประสิทธิภาพมากขึ้น การวิเคราะห์หามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เป็นการวิเคราะห์ถึงสาเหตุว่าเป็นเพราะเหตุใดนักเรียนจึงเกิดความคลาดเคลื่อน ซึ่งอาจเป็นเพราะความประมาท ความสับสนในแนวคิด หรือความบกพร่องในการเปลี่ยนจากการคิดเชิงวัตถุไปสู่การคิดที่มุ่งเน้นกระบวนการ ลี (Li, 2003 : 6) การวิเคราะห์หามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นสิ่งสำคัญที่จะทำให้การพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น และทำให้ครูเข้าใจความคิดของนักเรียนในทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบ ตลอดจนกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนมากยิ่งขึ้น ข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์เหล่านี้มีความสำคัญมากในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหา

และสามารถอธิบายได้ว่า เพราะสาเหตุใดนักเรียนจึงไม่สามารถพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ นักวิจัยยืนยันว่า เมื่อมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนที่ได้แสดงออกมาทำให้เราทราบว่า การเรียนรู้ของนักเรียนกำลังจะเริ่มขึ้น ดิว (Drews. 2005 : 19) นอกจากนี้ไม่ว็โฮวิทซ์-ฮาดาร์ และคณะ (Movshovitz-hadar et al. 1987 : 3-14) เสนอแนะว่าเราสามารถวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 6 ด้าน และมีด้านย่อย ๆ อีก เพื่อให้การวิเคราะห์ข้อมูลมีความชัดเจน เหมาะสมกับเนื้อหา ระดับชั้นของนักเรียน และบริบทของชั้นเรียน แต่ละด้านเป็นดังนี้ ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) ด้านการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically Invalid Inference) ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution) ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) และแอชล็อก (Ashlock. 2010 : 311-314) กล่าวว่า การที่จะพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพนั้น ครูจำเป็นต้องรู้ว่านักเรียนที่ตนกำลังสอนนั้นมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านใด และมีลักษณะอย่างไร เพราะสิ่งเหล่านี้จะเป็นข้อมูลในการวางแผน พัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อป้องกันแก้ไข และหลีกเลี่ยงไม่ให้นักเรียนคลาดเคลื่อนเกิดขึ้น ตลอดจนเป็นการวางพื้นฐานทางการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้ดียิ่งขึ้น

พีชคณิตเป็นวิชาที่มีความสำคัญเปรียบเสมือนกระดูกสันหลังของวิชาคณิตศาสตร์ และได้รับการยอมรับว่าเป็นประตูสู่ความสำเร็จของการศึกษาคณิตศาสตร์ในทุกๆ สาขา ใด (Cai. 2004: 1) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางพีชคณิต (Algebraic Concept) ของผู้เรียนเป็นหัวใจของการเรียนรู้คณิตศาสตร์สาขาต่าง ๆ วิชาอื่น ๆ และเป็นพื้นฐานที่ดีต่อการทำงานในหลายสาขาอาชีพ กรีนและฟินเดล (Greenes and Findell. 1999 : 127) พีชคณิตมีความสำคัญและมีประโยชน์ต่อการนำไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน เป็นพื้นฐานสำคัญในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูงและวิทยาการอื่น ๆ หลายแขนง และช่วยพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียน ดิสซาร์ทและซุยดัม (Dessart and Suydam. 1986 : 26) ธรรมชาติของวิชาพีชคณิตเกี่ยวข้องกับลักษณะที่เป็นนามธรรม เป็นภาษาของวิชาคณิตศาสตร์ ไครเลอร์ (Kriegler. 2003 : 2) ตัวแปร นิพจน์ และการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับการค้นหาแบบรูปของสิ่งต่าง ๆ การนำเสนอความคิดในรูปของสมการ ตารางและกราฟ และการแก้สมการเพื่อการหาคำอธิบายของสถานการณ์ เลว (Lew. 2004 : 88-95) การเรียนรู้พีชคณิตอย่างมีความหมายจึงเป็นเป้าหมายที่สำคัญของนักเรียนทุกคนในฐานะที่จะเป็นพลังอันสำคัญ

ในการทำงานในอนาคต นักเรียนควรได้รับการปลูกฝังให้เห็นความสำคัญและประโยชน์ของพีชคณิต และให้ความสนใจในการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับพีชคณิต เพราะพีชคณิตเป็นเครื่องมือในการสร้างสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาของโลกจริง รอมเบอร์จและสเปิร์น (Romberg and Spence. 1995 : 177) ความสามารถทางพีชคณิตมีความสำคัญในการดำเนินชีวิตของบุคคลทั้งในการประกอบอาชีพและการเตรียมตัวศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น นักเรียนทุกคนจึงต้องเรียนรู้พีชคณิต สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000 : 37) นั่นคือพีชคณิตมีความสำคัญโดยตรงในการประยุกต์ใช้ในโลกรจริง จากการวิจัยพบว่านักเรียนเกิดความคลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ด้านกระบวนการพื้นฐาน ความคลาดเคลื่อนจากการแก้ปัญหาเกี่ยวกับพีชคณิต ความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากความคิดรวบยอด ความคลาดเคลื่อนจากการคำนวณเนื้อหาที่เกี่ยวกับเลขคณิตระดับประถมศึกษา บราวน์และแวนเลห์น (Brown and Van Lehn. 1982 : 117-135) และเนื้อหาทางพีชคณิตระดับประถมศึกษา แมทซ (Matz. 1982 : 25-50)

ความเข้าใจในทฤษฎีทางพีชคณิตที่ถูกต้องเป็นสิ่งสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หากเราสามารถพัฒนากรอบในการวิเคราะห์ห้มีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต จะทำให้ทราบแนวโน้มของความคลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่เกิดขึ้นอยู่เสมอ และในการพัฒนากลวิธีในการแก้ไขมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ก็จะเป็นแนวทางในการแก้ไขให้ผู้เรียนมีมีโนทัศน์ทางพีชคณิตที่ถูกต้อง และในการจัดการเรียนการสอนสำหรับครู ผู้เชี่ยวชาญหลักสูตร ผู้บริหารและนักการศึกษา ซาราห์ (Sarah. 2011 : 8) ด้วยเหตุผลดังกล่าวบรรดานักคณิตศาสตร์ศึกษาหลายท่านจึงได้พยายามที่จะสร้างและพัฒนากรอบลักษณะมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการวิเคราะห์ห้มีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตัวอย่างกรอบลักษณะมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เช่น ราดาร์ต (Radatz. 1979 : 163-172) วินเนอร์และคณะ (Vinner et al. 1981 : 555-570) โบราลี (Borasi. 1985 : 1-14) โมว์โซวิทซ์-ฮาดาร์ และคณะ (Movshovitz-Hadar et al. 1987 : 3-14) และโคลแกน (Colgan. 1991 : 91-A) ปัญหาที่นักการศึกษากำลังประสบอยู่คือ การสอนโดยให้นักเรียนท่องจำ ไม่สามารถช่วยให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างมีประสิทธิภาพ เพราะขาดความเข้าใจอันเป็นพื้นฐานของการคิดในระดับที่ลึกซึ้งขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งความเข้าใจมีโนทัศน์ ซึ่งได้มาจากการคิดอย่างมีเหตุผลและเป็นระบบ จึงเป็นพื้นฐานสำคัญของการคิดระดับสูงและการคิดแก้ปัญหาที่ซับซ้อน นอกจากนี้แล้วความเข้าใจมีโนทัศน์ยังช่วยให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่แตกต่างจากการจดจำขั้นตอนหรือวิธีการมาใช้ อัมพร ม้าคอง

(2547 : 110) และคามิและดอมินิค (Kamii and Dominick. 1997 : 10) กล่าวว่า หากนักเรียน เกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้องจะทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์เกิดประสิทธิภาพและมีความสุข นอกจากนี้ยังจะช่วยลดปัญหาความผิดพลาดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วย เพราะการคิดหรือคำนวณผิดพลาดส่วนหนึ่ง เป็นผลมาจากการใช้วิธีการโดยปราศจากความเข้าใจ มโนทัศน์ของเรื่องนั้น เป็นการเรียนแบบจดจำวิธีการ ทำให้การเรียนรู้คณิตศาสตร์ในทรรณะ ของนักเรียนเป็นเพียงแค่การดำเนินการตามสัญลักษณ์และเครื่องหมายเพื่อให้ได้คำตอบตาม วิธีดำเนินการ และตัวอย่างรูปแบบการปรับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ เช่น รูปแบบการปรับมโนทัศน์ตามรูปแบบของสติแพนส์และชมิทท์ (Stepans and Schmidt. 2009 : 22) รูปแบบการปรับมโนทัศน์ตามรูปแบบของเซอร์เบล (Zirbel. 2005 : 10) รูปแบบการปรับมโนทัศน์ตามรูปแบบของซาเดรา (Sadera. 2001 : 93) รูปแบบการปรับมโนทัศน์ตามรูปแบบ ของไดค์สตราและคณะ (Dykstra et al. 1992 : 615) และทฤษฎีการซ่อมแซม ซึ่งกรอบแนวคิด ที่พัฒนาขึ้นจากงานวิจัยเหล่านี้ได้มีการนำมาใช้ประโยชน์เพื่อพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของ นักเรียนอย่างกว้างขวางในเวลาต่อมา

ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลกระทบต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนก็คือครู ทั้งนี้เพราะครูถือเป็นหัวใจสำคัญของการปฏิรูปการเรียนรู้ ครูจึงเป็นองค์ประกอบที่ขาดไม่ได้ในกระบวนการเรียนการสอน เพราะครูจะต้องมีความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ สามารถนำความรู้ความเข้าใจไปสร้างประสบการณ์การเรียนรู้ที่ทำให้เนื้อหาวิชามีความหมายกับผู้เรียน สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท. 2554 : 2) ความรู้ของครูมีผลต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียนและมีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียน เราไม่สามารถที่จะสอนอะไรได้เลยถ้ายังไม่มีความรู้ และจะต้องรู้ว่านักเรียนเรียนรู้ได้อย่างไร ซิลลิช และ โจนส์ (Sallis and Jones. 2002 : 9) ผู้ที่จะประกอบวิชาชีพครูจะต้องเป็นผู้มีองค์ความรู้อย่างมากและกว้างขวาง สามารถถ่ายทอดความรู้ให้กับผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ชูลแมน (Shulman. 1986 : 14) ความรู้ของครูมีบทบาทสำคัญในการตัดสินใจในการจัดการเรียนการสอน และความรู้ของครูส่งผลโดยตรงต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน บาร์เกอร์ (Barker. 2007 : 29) และเฟรนนิมาและแฟรงก์ (Fennema and Franke. 1992 : 147) กล่าวว่า ครูเป็นบุคคลสำคัญและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของครูมีอิทธิพลต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน มีนักวิชาการหลายท่านได้ทำการวิจัยเพื่อแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ของครูกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ความรู้ของครูด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และด้านการจัดการเรียนรู้เป็นสาเหตุโดยตรงต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์

จากการศึกษาแนวโน้มผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของประเทศไทยที่ผ่านมาพบว่า ภาพรวมด้านผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ยังไม่ประสบความสำเร็จ ซึ่งผลการประเมินความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไม่ว่าในระดับใดล้วนพบว่า นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนอยู่ในระดับต่ำกว่าเกณฑ์ ซึ่งขั้นต่ำของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่กรมวิชาการตั้งไว้ คือ ร้อยละ 50 กรมวิชาการ (2544 : 12) ดังตัวอย่าง รายงานโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment : PISA (2009)) ที่ได้ประเมินผลนักเรียนนานาชาติที่มีประเทศสมาชิกโออีซีดี (Organisation for Economic Co-operation and Development : OECD) และประเทศนอกกลุ่มสมาชิก ซึ่งเรียกว่าประเทศร่วมโครงการ (Partner Countries) จำนวน 65 ประเทศ เพื่อสำรวจว่านักเรียนที่จบการศึกษาภาคบังคับหรือนักเรียนที่มีอายุ 15 ปี มีศักยภาพที่จะใช้ความรู้และทักษะที่ได้เรียนมาไปใช้ในชีวิตจริงได้ดีเพียงใดในอนาคต ในส่วนที่ประเมินการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ พบว่า นักเรียนไทยได้คะแนนการประเมิน 419 คะแนน ซึ่งมีคะแนนต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD นักเรียนไทยมากกว่าครึ่ง (52.5%) รู้เรื่องคณิตศาสตร์ต่ำกว่าระดับพื้นฐานนักเรียนที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่ระดับพื้นฐานมีมากกว่าหนึ่งในสี่เพียงเล็กน้อย (27.3%) และอีกหนึ่งในห้า (20.2%) ที่รู้เรื่องคณิตศาสตร์สูงกว่าระดับพื้นฐานและนักเรียนที่รู้คณิตศาสตร์ระดับสูง (ระดับ 5 และระดับ 6 ) มีเพียง 1.3% และอยู่ในอันดับที่ 50 เมื่อเรียงตามสัดส่วนนักเรียนที่รู้คณิตศาสตร์ที่ระดับ 5 และระดับ 6 ผลการประเมิน ใน PISA 2009 ไม่เปลี่ยนแปลงมากนักนับจาก PISA 2006 แต่ถ้าดูแนวโน้มตั้งแต่ PISA 2003 เป็นต้นมาพบว่ายังมีแนวโน้มต่ำลง สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีและ OECD (2553 : 7-8) และจากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินิยมขั้นพื้นฐาน(O-Net) ทดสอบในรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2555 มีผลคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศตามลำดับดังนี้ 35.77 , 26.95 และ 22.73 จะเห็นว่าผลคะแนนเฉลี่ยระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 และระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เป็นค่าคะแนนเฉลี่ยทั้งประเทศ ต่ำกว่าร้อยละ 50 ซึ่งเป็นผลคะแนนที่ต่ำต่อเนื่องกันมาหลายปีแล้ว (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. 2556 : 5) จากผลการวิจัยดังกล่าวจึงเป็นสิ่งที่สะท้อนสภาพปัญหาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในประเทศไทยได้ในระดับที่ผู้ที่เกี่ยวข้องต้องตระหนัก และการที่เราต้องเข้าสู่ระบบสากลเพื่อการแข่งขันกับนานาชาติเราจึงต้องปฏิรูปการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์อย่างเร่งด่วนและจริงจัง เนื่องจากผลการประเมินในระดับนานาชาติ ประเทศไทยอยู่ในอันดับค่อนข้างต่ำเมื่อเทียบกับหลายๆ ประเทศ โดยเฉพาะประเทศ

ในแถบเอเชียด้วยกันจึงควรมีการศึกษาแนวทางเพื่อจะพัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนต่อไป

จากเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะทำวิจัยเรื่อง การพัฒนาทวิวิธีในการแก้ไขโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต โดยศึกษาจากนักศึกษาระดับปริญญาตรีชั้นปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 ที่จะออกไปฝึกประสบการณ์การสอน ในปีการศึกษา 2557 ว่าโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสามารถจำแนกได้อย่างไรบ้างและมีรายละเอียดอย่างไร เพื่อจะได้เป็นแนวทางในการพัฒนาทวิวิธีในการแก้ไขโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษากลุ่มนี้ก่อนที่จะออกไปฝึกประสบการณ์การสอนคณิตศาสตร์ในภาคเรียนต่อไป

### คำถามการวิจัย

1. โจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษาระดับปริญญาตรีสามารถจำแนกออกได้อย่างไร และมีรายละเอียดอย่างไร
2. ทวิวิธีในการแก้ไขโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษาระดับปริญญาตรี มีองค์ประกอบและโครงสร้างอย่างไร

### วัตถุประสงค์การวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัย ได้กำหนดวัตถุประสงค์ดังนี้

1. ศึกษาลักษณะโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษาระดับปริญญาตรี
2. พัฒนาทวิวิธีในการแก้ไขโจทย์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษาระดับปริญญาตรี

### ขอบเขตการวิจัย

#### กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมาย ประกอบด้วย 3 กลุ่มคือ

กลุ่มที่ 1 ได้แก่ นักศึกษาชั้นปีที่ 4 สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคามที่ลงทะเบียนเรียนวิชาการวิเคราะห์เนื้อหาคณิตศาสตร์ ในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 120 คน เพื่อทดสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

กลุ่มที่ 2 ได้แก่ นักศึกษาชั้นปีที่ 4 จากกลุ่มที่ 1 เป็นนักศึกษาที่พบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตามกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากการทำแบบทดสอบจำนวน 80 คน เพื่อนำไปทดสอบประสิทธิภาพกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

กลุ่มที่ 3 ได้แก่ นักศึกษาชั้นปีที่ 4 จากกลุ่มที่ 2 ที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ซ้ำกันจำนวน 28 คน เพื่อนำไปสัมภาษณ์และนำผลที่ได้ไปออกแบบกรอบกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

### ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัย

ตัวแปรที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

### เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ เนื้อหาในวิชาพีชคณิตเชิงเส้นในระดับปริญญาตรีตามหลักสูตรครุศาสตร์บัณฑิต มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม พุทธศักราช 2554 ซึ่งประกอบด้วยพีชคณิตของเมตริกซ์ การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น ปริภูมิย่อยของ  $F^n$

### ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้อยู่ระหว่างปีการศึกษา 2555 ถึงปีการศึกษา 2556

### นิยามศัพท์เฉพาะ

**มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Misconception)** หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจของนักศึกษาของแต่ละคนที่ไม่สมบูรณ์ในการทำความเข้าใจในเนื้อหาพีชคณิต นักศึกษามีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความเข้าใจและความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual Knowledge) ทางพีชคณิต

**กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต** หมายถึง คำอธิบายลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่นักศึกษาแสดงออกมา จำแนกออกเป็นกลุ่มตามลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่นักศึกษาแสดงออกมาจากการทำแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ประกอบด้วย

1. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านพิสูจน์ การใช้สัญลักษณ์ และการให้เหตุผลทางพีชคณิต

1.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางพีชคณิต

1.1.1 นักศึกษาไม่ได้นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการพิสูจน์



- 1.2.2 นักศึกษาเข้าใจว่าการยกตัวอย่างคือการพิสูจน์
- 1.2.3 นักศึกษานำทฤษฎีที่ไม่เกี่ยวข้องมาใช้ในการพิสูจน์
- 1.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนการใช้สัญลักษณ์ ทางพีชคณิต
- 1.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการให้เหตุผลทางพีชคณิต
2. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะทางพีชคณิต
  - 2.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการแก้สมการ
  - 2.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการเสนอคำตอบ
  - 2.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในทักษะการดำเนินการทางพีชคณิต
3. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหาทางพีชคณิต
  - 3.1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในหลักการทางพีชคณิตมาใช้แก้ปัญหา
  - 3.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการนำทฤษฎีคณิตศาสตร์มาใช้แก้ปัญหา
  - 3.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในขั้นตอนการแก้ปัญหา

การใช้กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต หมายถึง การนำสิ่งที่ได้จากการสังเคราะห์ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของกลุ่มเป้าหมาย โดยวิเคราะห์ข้อมูลและจัดกลุ่มลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตใช้ความถี่ ร้อยละ และวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบวัดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตโดยใช้การวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Analytic Description) ตามกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต แบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมของนักศึกษา ขั้นที่ 2 แก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษา และขั้นที่ 3 ตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษา

การพัฒนากลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต หมายถึง การสังเคราะห์แนวคิด ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวกับการพัฒนากลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต โดยมีกระบวนการพัฒนา 2 ระยะ ดังนี้ ระยะที่ 1 การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ประกอบด้วย 3 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 การสังเคราะห์กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ขั้นตอนที่ 2 ตรวจสอบและปรับปรุงกรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ด้วยการสนทนากลุ่ม (Focus Group) และขั้นตอนที่ 3 ทดลองใช้กรอบลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ระยะที่ 2 การออกแบบกลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต ประกอบด้วย 2 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1

สังเคราะห์และออกแบบกลวิธีในการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต และขั้นตอนที่ 2 ทดลองใช้กลวิธีในการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต

การใช้กลวิธีในการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต หมายถึง ผลการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของกลุ่มเป้าหมาย โดยใช้กลวิธีในการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต แบ่งออกเป็น 3 ขั้นตอน คือ ขั้นที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมของนักศึกษา ขั้นที่ 2 แก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษา และขั้นที่ 3 ตรวจสอบหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของนักศึกษา

การสัมภาษณ์เชิงลึก หมายถึง การสัมภาษณ์เจาะลึกโดยใช้แบบสัมภาษณ์แบบกึ่งโครงสร้าง ซึ่งมีประเด็นคำถามเพื่อให้ทราบถึงลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของกลุ่มเป้าหมายจากการทำแบบวัดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตชุดที่ 1 ผู้วิจัยจะถามคำถามเพื่อให้เข้าใจว่ากลุ่มเป้าหมายมีลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตอย่างไร และหาสาเหตุของหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของกลุ่มเป้าหมาย

แบบวัดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต หมายถึง เครื่องมือในการศึกษาลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของกลุ่มเป้าหมายที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นมีจำนวน 2 ชุด ชุดที่ 1 จำนวน 5 ข้อ ชุดที่ 2 จำนวน 6 ข้อ โดยมีลักษณะเป็นแบบอัตนัย มีเนื้อหาเกี่ยวกับพีชคณิตของเมตริกซ์ การหาผลเฉลยของระบบสมการเชิงเส้น ปริภูมิย่อยของ  $F^n$  ในขณะที่นักศึกษาทำแบบวัดหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตจะมีการบันทึกวีดิทัศน์

แบบสัมภาษณ์ถึงโครงสร้าง หมายถึง เครื่องมือในการศึกษาลักษณะหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตของกลุ่มเป้าหมายที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น มีกำหนดประเด็นข้อคำถามสำหรับการสัมภาษณ์เน้นการสัมภาษณ์เชิงลึก (In – depth Interview)

### ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

ผลการวิจัยทำให้ได้ข้อสนเทศในการพัฒนาทวิวิธีในการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตสำหรับนักศึกษาระดับปริญญาตรี เพื่อนำไปใช้ในการพัฒนาเครื่องมือวิเคราะห์หมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิต นอกจากนี้จะได้ทราบแนวโน้มของความคลาดเคลื่อนทางพีชคณิตที่พบอยู่เสมอ ตลอดจนทวิวิธีในการแก้ไขหมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางพีชคณิตเพื่อให้นักศึกษามีหมโนทัศน์ทางพีชคณิตที่ถูกต้อง รวมทั้งผลการวิจัยจะเป็นข้อสนเทศที่เป็นประโยชน์ต่อการจัดการการเรียนการสอนสำหรับครู ผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตร ผู้บริหาร และนักการศึกษา