

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์ห่ม โน้ตส์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องการประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยมหาสารคาม ผู้วิจัยได้วิเคราะห์แบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางแก้ไข โน้ตส์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาด ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

การวิเคราะห์แบบรูป สาเหตุและแนวทางแก้ไข โน้ตส์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

การวิเคราะห์แบบรูป สาเหตุการเกิดและแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโน้ตส์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด มีลำดับขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. นำแบบทดสอบข้อที่นักเรียนทำผิดมาวิเคราะห์หาจำนวนนักเรียนที่เกิดมโน้ตส์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ปรากฏผลการวิเคราะห์ ดังตารางที่ 9

ตารางที่ 9 การวิเคราะห์หาจำนวนนักเรียนที่เกิดมโน้ตส์ที่คลาดเคลื่อน ข้อผิดพลาด ไม่ทำแบบทดสอบ และทำแบบทดสอบถูก

ข้อที่	จำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด		จำนวนนักเรียนที่ไม่ทำแบบทดสอบ	จำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบถูก
	เกิดมโน้ตส์ที่คลาดเคลื่อน	เกิดข้อผิดพลาด		
1	8	-	-	72
2	11	-	-	69
3	11	-	-	69
4	18	-	7	55
5	-	6	-	74

ข้อที่	จำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบผิด		จำนวนนักเรียน ที่ไม่ทำ แบบทดสอบ	จำนวนนักเรียน ที่ทำแบบทดสอบ ถูก
	เกิดมโนทัศน์ ที่คลาดเคลื่อน	เกิดข้อผิดพลาด		
6	-	8	-	72
7	13	5	-	62
8	9	12	3	56
9	15	8	3	54
10	21	-	11	48

จากตารางที่ 9 พบว่าจำนวนนักเรียนที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ข้อผิดพลาด
ไม่ทำแบบทดสอบ และทำแบบทดสอบถูก เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยได้ดังนี้

จำนวนนักเรียนที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยได้ดังนี้
ข้อ 10 จำนวน 21 คน ข้อ 4 มีจำนวน 18 คน ข้อ 9 มีจำนวน 15 คน ข้อ 7 มีจำนวน 13 คน
ข้อ 2 และข้อ 3 มีจำนวน 11 คน ข้อ 8 มีจำนวน 9 คน และ ข้อ 1 มีจำนวน 8 คน

จำนวนนักเรียนที่เกิดข้อผิดพลาด เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยได้ดังนี้ ข้อ 8 มี
จำนวน 12 คน ข้อ 6 และข้อ 9 มีจำนวน 8 คน ข้อ 5 มีจำนวน 6 คน และข้อ 7 มี 5 คน

จำนวนนักเรียนที่ไม่ทำแบบทดสอบ เรียงลำดับจากมากไปหาน้อยได้ดังนี้
ข้อ 10 มีจำนวน 11 คน ข้อ 9 มีจำนวน 7 คน ข้อ 8 และข้อ 9 มีจำนวน 3 คน

จำนวนนักเรียนที่ทำแบบทดสอบถูกเรียงลำดับจากมากไปหาน้อยได้ดังนี้ ข้อ 5
มีจำนวน 74 คน ข้อ 1 และข้อ 6 มีจำนวน 72 คน ข้อ 2 มีจำนวน 69 คน ข้อ 3 มีจำนวน 64 คน
ข้อ 7 มีจำนวน 62 คน ข้อ 8 มีจำนวน 56 คน ข้อ 4 มีจำนวน 55 คน ข้อ 9 มีจำนวน 54 คน ข้อ
10 มีจำนวน 48 คน

2. นำมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากข้อมูลในตารางที่ 9 มาหาแบบรูป หาสาเหตุ
การเกิด และ แนวทางแก้ไข สรุปได้ดังนี้

2.1 ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบ ข้อ 10 มีจำนวนนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่เกิด
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จำนวน 21 คน สรุปได้ 1 แบบรูปดังนี้

การวิเคราะห์แบบรูป

10. ชายสองคนขี่จักรยานออกจากบ้านของตนเอง ซึ่งอยู่ห่างกัน 56 กิโลเมตร ในเวลาเดียวกัน ถ้าคนหนึ่งขี่ได้เร็วเป็น $\frac{2}{3}$ เท่าของอีกคนหนึ่ง จงหาอัตราเร็วของการขี่จักรยานของคนทั้งสอง ถ้าเขามาพบกันในเวลา 2 ชั่วโมง 35 นาที

จุดที่ | ระยะทางใน | x | อีกคนขี่ได้เร็วเป็น $\frac{2}{3}$ เท่าอีกคนหนึ่งเป็น $x + \frac{2}{3}$

คนที่	อัตราเร็ว	เวลา	ระยะทาง
คนที่ 1	x	$2 \frac{35}{60} = \frac{91}{12}$	$x \left(\frac{91}{12}\right)$
คนที่ 2	$x + \frac{2}{3}$	$\frac{91}{12}$	$(x + \frac{2}{3}) \left(\frac{91}{12}\right)$

สมการ: $3(62x) + 2(91) = 56 \times 96$
 $186x + 62 = 2016$
 $186x = 2016 - 62$
 $186x = 1954$
 $x = \frac{1954}{186} = 10.51$

ดังนั้น คนแรกขี่ได้เร็ว 10.51 km/h
 คนที่ 2 ขี่ได้เร็ว $10.51 + 0.67 = 11.18$ km/h

อีกวิธี: $3x \left(\frac{62}{12}\right) + 3x \left(\frac{91}{18}\right) = 56 \times 96$

แผนภาพที่ 1 พบว่า นักเรียนแปลความโจทย์ปัญหาเป็นสมการผิด ดังนั้น แบบรูป
 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบทดสอบข้อที่ 10 คือ การตีความด้านภาษา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์ นักเรียนทั้ง 21 คน ที่ทำ
 แบบทดสอบข้อที่ 10 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างผลการสัมภาษณ์

- ผู้วิจัย : โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง
- นักเรียน : ชายสองคนขี่จักรยานออกจากบ้านของตนเอง ซึ่งอยู่ห่างกัน 56 กิโลเมตรในเวลาเดียวกัน ถ้าคนหนึ่งขี่ได้เร็วเป็น $\frac{2}{3}$ เท่าของอีกคนหนึ่ง
- ผู้วิจัย : โจทย์ต้องการให้หาอะไร
- นักเรียน : อัตราเร็วของการขี่จักรยานของคนทั้งสอง ถ้าเขามาพบกันในเวลา 2 ชั่วโมง 35 นาที
- ผู้วิจัย : ก่อนที่นักเรียนจะหาคำตอบ นักเรียนจะต้องหาอะไรก่อน
- นักเรียน : เขียนสมการก่อนค่ะ
- ผู้วิจัย : ทำไมถึงเขียนสมการแบบนี้ เพราะอะไร
- นักเรียน : หนูให้คนแรกก็คือ x หนูคิดว่าคนที่สองน่าจะมากกว่าคนแรก จึงให้ $x + \frac{2}{3}$ ค่ะ
- ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่าทำถูกไหม

นักเรียน : คิดว่าหนูน่าจะทำได้ค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนยังไม่เข้าใจ โจทย์ จึงไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง จึงตอบตามความคิดและความเข้าใจของตนเอง

ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบของนักเรียน สามารถสรุปสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ดังนี้

1. ขาดการตีความและการทำความเข้าใจ โจทย์ที่กำหนดให้
2. ขาดทักษะการอ่าน และวิเคราะห์ โจทย์

แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบรูป : การตีความคำในภาษา เป็นดังนี้

1. ฝึกกระบวนการแก้ปัญหา โดยใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา ขั้นทำความเข้าใจ โจทย์ โดยเน้นให้นักเรียนอ่าน โจทย์ให้เข้าใจก่อนว่า โจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ และ โจทย์ถามหาอะไร

2. หลังจากที่นักเรียนเข้าใจ โจทย์ที่กำหนดให้ จากนั้นฝึกทักษะการอ่านและการวิเคราะห์ โจทย์ ควรใช้กลวิธีและเทคนิคการสอนในการแก้โจทย์ปัญหาที่หลากหลาย เช่น การวาดภาพ สร้างตาราง เป็นต้น เพื่อให้ นักเรียนมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลใน โจทย์ แล้วจึงเชื่อมโยงสิ่งที่แสดงไปสู่การใช้ตัวแปร เขียนสมการได้และทำให้นักเรียนหาคำตอบของ โจทย์ ปัญหาได้ถูกต้อง โดยการสร้างแบบฝึกทักษะที่นอกเหนือจากหนังสือเรียนเพื่อเสริมสร้างความสามารถและพัฒนาการคิดของผู้เรียนในวงกว้าง

สรุปผลจากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบของนักเรียนทั้ง 21 คน พบว่า นักเรียนยังขาดความเข้าใจ โจทย์ ขาดทักษะการอ่าน และวิเคราะห์ โจทย์ จึงทำให้ตีความ โจทย์ ปัญหาผิดนำไปสู่การเขียนสมการที่ไม่ถูกต้อง ดังนั้นแบบรูป มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การตีความคำในภาษา

2.2 ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบ ข้อ 4 มีจำนวนนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจำนวน 18 คน สรุปได้ 1 แบบรูปดังนี้

วิเคราะห์แบบรูป

$$4. \quad 0.2(x-1) + 20(7x+2) - 7 = x - 16x$$

$$\begin{aligned} 10\left(\frac{1}{10}\right)(x-1) + 10(7x+2) - 7 &= x - 16x \\ 10x - 1 + 70x + 20 - 7 &= -15x \\ 14x + 12 &= -15x \\ 14x + 15x &= -12 \\ 29x &= -12 \\ x &= \frac{-12}{29} \end{aligned}$$

แผนภาพที่ 2 พบว่า ในบรรทัดที่ 1 นักเรียนนำ 10 มาคูณแค่ 2 ส่วน 10 ไม่คูณให้ครบทุกพจน์ และไม่คูณทั้ง 2 ข้างของสมการ ซึ่งผิดหลักการแก้ สมการ ดังนั้นแบบรูปของ มโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนจากแบบทดสอบข้อที่ 4 คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์ นักเรียนทั้ง 18 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 4 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างผลการสัมภาษณ์

- ผู้วิจัย : นักเรียนเข้าใจเลขทศนิยม 0.2 ว่าอย่างไร ลองอธิบายให้ครูฟังซิ
 นักเรียน : เป็นทศนิยม 1 ตำแหน่ง อยู่ในหลักสิบ เขียนในรูปเศษส่วนคือ $\frac{2}{10}$
 ผู้วิจัย : ดีมากค่ะ ทีนี้ ครูอยากทราบว่า เพราะอะไรถึงนำ 10 คูณแค่ $\frac{2}{10}$
 นักเรียน : หนูต้องการให้ 10 ที่เป็นตัวส่วนหายไปค่ะ
 ผู้วิจัย : ทำไมไม่ถึงคูณแค่พจน์เดียวหละ ต้องคูณทุกพจน์และต้องคูณทั้งสองข้าง หรือเปล่า

นักเรียน : เจียบไม่ตอบ

ผู้วิจัย : คิดว่าทำถูกไหม

นักเรียน : มั่นใจค่ะ คิดว่าทำถูก

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจหลักการแก้สมการ สรุปตามความเข้าใจของตนเอง จึงนำไปสู่การแก้สมการและการหาคำตอบที่ไม่ถูกต้อง

ศึกษาสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและการทำแบบทดสอบ เป็นดังนี้

1. ไม่เข้าใจหลักการแก้สมการ จึงใช้วิธีการผิด ๆ ในการแสดงวิธีทำ
2. ขาดการฝึกฝนในการทำแบบฝึกหัด
3. ขาดทักษะในการคิดคำนวณ

แนวทางแก้ไข

แนวทางแก้ไขปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน : การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติ

1. ทบทวนหลักการแก้สมการและขั้นตอนการแก้สมการที่ถูกต้อง
2. ฝึกทบทวนบทเรียนและทำแบบฝึกหัดบ่อยๆหรือแบบฝึกทักษะที่ครู

กำหนดให้

3. ฝึกทักษะการคิดคำนวณอย่างสม่ำเสมอ

สรุปผลจากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบของนักเรียนทั้ง 18 คน พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจหลักการแก้สมการ ขาดการฝึกฝนทักษะการคิดคำนวณ จึงทำให้วิธีการผิด ๆ ในการแสดงวิธีทำและนำไปสู่คำตอบที่ไม่ถูกต้อง ดังนั้นแบบรูปมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติ

2.3 ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบ ข้อ 9 มีจำนวนนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจำนวน 15 คน สรุปได้ 1 แบบรูป ดังนี้

วิเคราะห์แบบรูป

9. เหล้าชนิดหนึ่งมีแอลกอฮอล์ 21% ผสมกับเหล้าที่มีแอลกอฮอล์ 15% ต้องการให้ได้เหล้าที่มีแอลกอฮอล์ 18% จำนวน 60 ขวด จะต้องใช้เหล้าที่มีแอลกอฮอล์ 21% กี่ขวด

ให้เหล้าชนิด ๑ (60-x)

$\frac{21}{100}x + \frac{15}{100}(60-x) = \frac{18}{100}(60)$

$21x + 15x = 1080$

$27x = 1080$

$x = \frac{1080}{27}$

$x = 40$

ดังนั้นต้องใช้เหล้าที่มีแอลกอฮอล์ ๒๑% จำนวน 40 ขวด

แผนภาพที่ 3 พบว่า นักเรียนแปลความโจทย์ปัญหาเป็นสมการผิด ดังนั้น แบบรูปมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบทดสอบข้อที่ 9 คือ การตีความด้านภาษา

หลังจากการตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 15 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 9 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างผลการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนคิดว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้

นักเรียน : เหล้ามีแอลกอฮอล์ 21 % และ 15 % ค่ะ

ผู้วิจัย : แล้วโจทย์ต้องการอะไร

นักเรียน : จะให้เหล้าที่มีแอลกอฮอล์ 21 % กี่ขวด

ผู้วิจัย : หนูพิจารณาโจทย์แล้ว ที่นี้ หนูลองดูสิว่าเขียนสมการถูกไหม

นักเรียน : ไม่แน่ใจค่ะครู แต่หนูคิดว่าน่าจะถูกต้อง

ผู้วิจัย : หนูลองอธิบายสิ ว่าสมการที่หนูเขียนหะ หนูคิดอย่างไร

นักเรียน : เพราะว่า... โจทย์กำหนดเหล้ามาให้ หนูจึงให้เหล้าเป็น x

ผู้วิจัย : อธิบายต่อ..

นักเรียน : โจทย์ให้เหล้าชนิดหนึ่งมีแอลกอฮอล์ 21 % ผสมกับเหล้าที่มีแอลกอฮอล์ 15 % จากนั้นหนูจึงนำ x คูณ 21 % และ x คูณ 15 % แล้วนำมาบวกกัน แล้วเท่ากับ 18 % คูณ 60 ค่ะ

ผู้วิจัย : คิดว่าเขียนสมการถูกไหม

นักเรียน : ...คิดว่าถูกต้อง...

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนยังไม่เข้าใจโจทย์ที่กำหนดให้ จึงไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง จึงตอบตามความเข้าใจของตนเองและนำไปสู่การเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบที่ผิด

สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบของนักเรียนสามารถสรุปสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ดังนี้

1. ขาดการทำความเข้าใจโจทย์
2. ขาดทักษะการอ่านคิดวิเคราะห์

แนวทางแก้ไข

แนวทางแก้ไขปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน : การตีความด้านภาษา

1. ฝึกกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา โดยใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยาขึ้นทำความเข้าใจ โจทย์ โดยเน้นให้นักเรียนอ่าน โจทย์ให้เข้าใจก่อนว่า โจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้ และ โจทย์ถามหาอะไร

2. ฝึกทักษะการอ่านเพื่อให้นักเรียนคุ้นเคยกับคำต่างๆ และ ความหมายของ คำทุกคำในโจทย์ปัญหา เปิดโอกาสให้นักเรียนอ่านโจทย์หลายๆครั้งและวิเคราะห์โจทย์ปัญหา ทั้งหมดว่ามีกี่ตอน ตอนใดเป็นตอนที่โจทย์กำหนด ตอนไหนเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาทั้งหมดมีความเกี่ยวข้องกัน เชื่อมโยง หรือสัมพันธ์กัน อย่างไร จะต้องแปลความ ตีความ เพื่อหาคำตอบของ ปัญหาได้ด้วยวิธีใด ซึ่งครูผู้สอนต้องฝึก ให้นักเรียนคิดได้ด้วยตนเอง

สรุปผลจากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบของนักเรียนพบว่า นักเรียนทั้ง 15 คนไม่เข้าใจโจทย์ที่กำหนดให้ จึงไม่สามารถเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ ถูกต้อง จึงนำไปสู่การแก้สมการที่ผิดๆ ดังนั้น แบบรูปมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การตีความ คำภาษา

2.4 ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบ ข้อ 7 มีจำนวนนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจำนวน 13 คน สรุปได้ 1 แบบรูปดังนี้

วิเคราะห์แบบรูป

7. เลข 3 จำนวนรวมกันเป็น 58 จำนวนที่สองมากกว่าสองเท่าของจำนวนแรก อยู่ 5 จำนวนที่ สามน้อยกว่าสามเท่าของจำนวนแรกอยู่ 1 จงหาเลขทั้งสามจำนวน

$\begin{aligned} x+y+z &= 58 & \text{--- ①} \\ y &= x+5 & \text{--- ②} \\ z &= 3x+1 & \text{--- ③} \end{aligned}$ <p>หรือ ② แทน ③ ในสมการ ①</p> $\begin{aligned} \text{ดังนั้น } x + (x+5) + (3x+1) &= 58 \\ x + x + 5 + 3x + 1 &= 58 \\ 5x + 6 &= 58 \\ 5x &= 58 - 6 \end{aligned}$	$\begin{aligned} 5x &= 52 \\ x &= \frac{52}{5} \end{aligned}$ $y = \frac{52}{5} + 5 = \frac{52+25}{5} = \frac{77}{5}$ $z = 3\left(\frac{52}{5}\right) + 1 = \frac{156}{5} + 1 = \frac{156+5}{5} = \frac{161}{5}$
--	--

แผนภาพที่ 4 พบว่า นักเรียนแปลความประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง จึงทำให้รูปแบบของสมการผิดไป ดังนั้น แบบรูปของการการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจาก แบบทดสอบข้อที่ 7 คือ การตีความคำภาษา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 13 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 7 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง

นักเรียน : เลขสามจำนวนครับผม

ผู้วิจัย : คื้มาก ที่นี้อธิบายสี่เลขสามจำนวนที่ว่ามีอะไรบ้าง

นักเรียน : จำนวนสามจำนวนรวมกันเป็น 58 ผมเขียนสมการได้ $x + y + z = 58$

จำนวนที่สองมากกว่าสองเท่าของจำนวนแรก อยู่ 5 ผมเขียนสมการ
ได้ $y = x + 5$

จำนวนที่สามน้อยกว่าสามเท่าของจำนวนแรกอยู่ 1 ผมเขียนสมการ
ได้ $z = 3x + 1$ ครับ

ผู้วิจัย : คิดว่าสมการที่เขียนถูกไหม

นักเรียน : นักเรียนดูโจทย์... แน่แน่นอนครับ...

ผู้วิจัย : ทำไมถึงมั่นใจทละว่าสมการทั้ง 3 สมการถูก

นักเรียน : เพราะผมคิดว่าเลข 3 จำนวนที่โจทย์ให้มาต้องเป็นบวกเท่านั้น เพราะ
คำตอบที่ได้เป็นบวก และผมก็มั่นใจว่าคำตอบที่ได้ถูกครับ..

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจโจทย์ ไม่สามารถวิเคราะห์โจทย์ได้ ว่า
โจทย์ให้อะไรมา จึงสรุปตามความเข้าใจของตนเอง นำไปสู่การเขียนสมการที่ไม่ถูกต้องและหา
คำตอบที่ผิด

สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบของนักเรียนสามารถสรุปสาเหตุของการเกิด
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้ดังนี้

1. ขาดทักษะการอ่านแปลความและการวิเคราะห์โจทย์
2. ขาดทักษะการแก้สมการ

แนวทางแก้ไข

แนวทางแก้ไขปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน: การตีความด้านภาษา

1. ใช้ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาของ โพลยาขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจโจทย์พร้อม
สร้างแบบฝึกทักษะ โดยเน้นการตีความและวิเคราะห์โจทย์ รวมทั้งให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัด
บ่อยๆ

2. สร้างแบบฝึกทักษะการแก้สมการและการแก้โจทย์ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียน
ฝึกทำแบบฝึกหัดบ่อยๆ

สรุปผลจากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบของนักเรียนทั้ง 13 คน ที่ทำ
แบบทดสอบผิด พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจเรื่องการแก้สมการในส่วนของโจทย์ปัญหา จึงแปล

ความประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง จึงทำให้รูปแบบของสมการผิดไป
ดังนั้น แบบรูปมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การตีความด้านภาษา

2.5 ผลการวิเคราะห์จากแบบทดสอบข้อ 3 มีจำนวนนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่เกิด
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจำนวน 11 คน สรุปได้ 1 แบบรูปดังนี้

วิเคราะห์แบบรูป

$$\begin{array}{l}
 \text{3. } y - 2(y - (3y + 4)) = y - (3 + y) + 6 \\
 y - 2y + 6y - 8 = y - 3 + y + 6 \\
 7y - 2y - 8 = 2y + 3 \\
 5y - 8 = 2y + 3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 5y - 2y = 3 + 8 \\
 3y = 11 \\
 y = \frac{11}{3} \quad \#
 \end{array}$$

แผนภาพที่ 5 พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจหลักการคูณกรณีที่ใช้สมบัติการแจกแจง จึงทำ
ให้ผลลัพธ์ที่ได้ไม่ถูกต้อง ดังนั้น แบบรูปของการการเกิดมโนทัศน์ที่
คลาดเคลื่อนจากแบบทดสอบข้อที่ 3 คือ แบบรูป การบิดเบือนทฤษฎีบท
กฎ นิยาม และสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบ แล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 11 คน ที่ทำ
แบบทดสอบข้อ 3 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างผลการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : จากโจทย์ข้อ 3 อธิบายสิว่า บรรทัดที่ 1 และ 2 ทำอย่างไรวงเล็บจึง
หายไป

นักเรียน : ค่ะ บรรทัดแรกหนูนำ (-) คูณ $(3y + 4)$ จะได้ $-3y + 4$ ค่ะ
ส่วนบรรทัดที่สอง (-2) คูณ $\{y - 3y + 4\}$ จะได้ $-2y - 6y + 8$

ผู้วิจัย : เราคิดว่าเครื่องหมายจำเป็นต้องเปลี่ยนไหมอย่างเช่น จาก (+) เป็น (-)
หรือ จาก (-) เป็น (+)

นักเรียน : ไม่นะ ก็คูณเข้าไปเลยไม่จำเป็นต้องเปลี่ยนเครื่องหมายค่ะ

ผู้วิจัย : หนูคิดว่าทำถูกไหมลูก

นักเรียน : ค่ะ หนูคิดว่าหนูทำถูกค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจสมบัติการแจกแจง รวมทั้งการคูณ
จำนวนเต็ม จึงทำให้นักเรียนแสดงการหาคำตอบตามความเข้าใจและประสบการณ์ตนเอง

สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบของนักเรียนสามารถสรุปสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้ดังนี้

1. นักเรียนไม่เข้าใจหลักการคูณและไม่เข้าใจสมบัติการแจกแจง
2. นักเรียนขาดการฝึกทักษะและการคำนวณ

แนวทางแก้ไข

แนวทางแก้ไขปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน: การบิดเบือนทฤษฎี บท กฎ นิยาม และสมบัติ

1. สอนซ่อมเสริมโดยทบทวนการใช้สมบัติการแจกแจงและสมบัติการคูณจำนวนเต็มที่ถูกต้อง

2. ควรฝึกทักษะโดยให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดบ่อยๆ หรือจัดกิจกรรม อาทิ เกมส์ เพื่อเพิ่มความสนใจและสร้างแรงจูงใจในการเรียน

สรุปผลจากการสัมภาษณ์นักเรียนและตรวจแบบทดสอบทั้ง 11 คน ที่ทำแบบทดสอบผิด พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจสมบัติการคูณจำนวนเต็มและสมบัติการแจกแจง จึงทำให้นักเรียนสรุปตามความเข้าใจของตนเอง ดังนั้น แบบรูปมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การบิดเบือนทฤษฎี บท กฎ นิยาม และสมบัติ

2.6 ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบข้อ 2 มีจำนวนนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจำนวน 11 คน สรุปได้ 1 แบบรูปดังนี้

วิเคราะห์แบบรูป

$$\begin{aligned}
 2. \quad & 3(4x-1) - (3x+2) = 4(x+2) - 11 \\
 & 3(4x-1) - (3x+2) = 4(x+2) - 11 \\
 & 12x - 3 - 3x + 2 = 4x + 8 - 11 \\
 & 9x - 1 = 4x - 3 \\
 & 9x - 4x = -3 + 1 \\
 & 5x = -2 \\
 & x = -\frac{2}{5}
 \end{aligned}$$

แผนภาพที่ 6 พบว่า นักเรียนเข้าใจสมบัติการแจกแจงผิด จึงทำให้ขั้นตอนการแก้สมการคลาดเคลื่อนและนำไปสู่การหาผลลัพธ์ที่ไม่ถูกต้อง ดังนั้นแบบ

รูปของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบข้อ 2 คือ แบบ
รูป การบิดเบือนทฤษฎี บท กฎ นิยาม และสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 11 คน ที่ทำ
แบบทดสอบข้อ 2 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนดูบรรทัดที่ 2 นะ ทำไม $-(3x + 2)$ จึงเป็น $-3x + 2$

นักเรียน : หนูนำ 1 คูณเข้าค่ะ

ผู้วิจัย : แล้วทำไมต้องนำ 1 มาคูณ

นักเรียน : เพราะหน้าวงเล็บเป็นเครื่องหมาย (-) ค่ะ ถ้านำ 1 มาคูณเข้าวงเล็บก็จะ
หายไปค่ะ จึงได้ $-3x + 2$ ค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจการคูณโดยใช้สมบัติการแจกแจงจึงทำให้
นักเรียนเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบตามความเข้าใจของตนเอง

สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบของนักเรียนสามารถสรุปสาเหตุของการเกิด
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้ดังนี้

1. ไม่เข้าใจการคูณจำนวนเต็มและสมบัติการแจกแจง
2. ขาดการฝึกทักษะและการคำนวณ

แนวทางแก้ไข

แนวทางแก้ไขปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน: การบิดเบือนทฤษฎี บท กฎ

นิยาม และสมบัติ

1. ทบทวนหลักการคูณจำนวนเต็มและสมบัติการแจกแจง โดยยกตัวอย่างที่

หลากหลายและให้แตกต่างจากหนังสือเรียน

2. นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดและคำนวณบ่อยๆจนเกิดข้อสรุปเป็นความคิดรวบยอด
ด้วยตนเอง

สรุปจากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบนักเรียนทั้ง 11 คน ที่ทำแบบทดสอบ
ผิด พบว่า นักเรียนเข้าใจการคูณจำนวนเต็มและสมบัติการแจกแจงผิด จึงนำไปสู่การหาคำตอบ
ที่ผิดๆ ดังนั้นแบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ การบิดเบือนทฤษฎี บท กฎ นิยาม และ
สมบัติ

2.7 ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบข้อ 8 มีจำนวนนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่เกิดมโน
ทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจำนวน 9 คน สรุปได้ 1 แบบรูปดังนี้

วิเคราะห์แบบรูป

8. ปัจจุบันบิดามีอายุมากกว่าบุตร 33 ปี เมื่อ 8 ปีที่แล้วอายุของบิดาเป็น 12 เท่าของอายุบุตร อีก 2 ปีข้างหน้า บิดาจะมีอายุเป็นเท่าใด

ชื่อ	บิดา	บุตร (ปี)	อายุ (ปี)
ปัจจุบัน		$x+33$	x
8 ปีที่แล้ว		x	$x-8$

สมมติว่า

$$\frac{x+33-8}{x-8} = \frac{12}{1} \quad \checkmark$$

$$\frac{x+25}{x-8} = 12 \quad \checkmark$$

$$x+25 = 12(x-8) \quad \checkmark$$

$$x+25 = 12x - 96 \quad \checkmark$$

$$x - 12x = -96 - 25 \quad \checkmark$$

$$-11x = -121 \quad \checkmark$$

$$x = \frac{-121}{-11} = 11 \quad \checkmark$$

ชื่อปัจจุบันบิดามีอายุ $-11+33=22$ ✓

แผนภาพที่ 7 พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจหลักการหารจำนวนเต็มจึงทำให้หาคำตอบไม่ถูกต้อง ดังนั้นแบบรูปของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบข้อ 8 คือ แบบรูป การบิดเบือนทฤษฎี บท กฎ นิยามและสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 9 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อ 8 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : ทำไมจึงได้ x เป็น -11 ไหนลองอธิบายให้ครูฟังหน่อยสิ

นักเรียน : -11 คูณอยู่กับ x ผมย้ายข้างมาหาร -121 ครับ

ผู้วิจัย : แสดงว่าเรานำจำนวนเต็มลบหารจำนวนเต็มลบแล้วได้ลบหรือ

นักเรียน : ครับ..

ผู้วิจัย : ทำไมคิดแบบนั้นล่ะ

นักเรียน : เพราะบวกหารบวกได้บวก ลบหารลบได้ลบครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจหลักการหารจำนวนเต็ม จึงนำไปสู่การหา

คำตอบที่ไม่ถูกต้อง

สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบของนักเรียนสามารถสรุปสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้ดังนี้

1. ไม่เข้าใจหลักการหารจำนวนเต็ม
2. ขาดการทบทวนบทเรียนและฝึกหัด

แนวทางแก้ไข

แนวทางแก้ไขปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน : แบบรูป การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ นิยาม และสมบัติ เป็นดังนี้

1. สอนซ่อมเสริมโดยทบทวนหลักการหารจำนวนเต็มที่ถูกต้อง
2. ฝึกทำแบบฝึกหัดทบทวนบทเรียนหลังจากที่เรียนเนื้อหาในชั่วโมงนั้นจบ โดยทำการบ้าน หรือสร้างแบบฝึกทักษะ โดยที่เนื้อหาให้แตกต่างจากในตำราเรียน

สรุป จากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบของนักเรียนทั้ง 9 คน พบว่า นักเรียนเข้าใจหลักการตีความด้านภาษาสามารถเขียนสมการได้ แต่ไม่เข้าใจหลักการหารจำนวนเต็ม จึงหาคำตอบของแบบรูปนี้ไม่ได้ ดังนั้นแบบรูปของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากแบบทดสอบข้อ 8 คือ แบบรูป การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ นิยาม และสมบัติ

2.8 ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบข้อ 1 มีจำนวนนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจำนวน 8 คน สรุปได้ 1 แบบรูปดังนี้

วิเคราะห์แบบรูป

$$1. \frac{2 + 5(4x - 7)}{3} = 9$$

$$\frac{2 + 20x - 35}{3} = 9$$

$$20x - 37 = 9 \times 3$$

$$20x - 37 = 27$$

$$20x = 27 + 37$$

$$20x = 64$$

$$x = \frac{64}{20}$$

$$\therefore x = 6 \frac{11}{20}$$

แผนภาพที่ 8 พบว่า ในบรรทัดแรกนักเรียนนำ 2 มาลบ 35 ผลลัพธ์ที่ได้คือ -37 ซึ่งจะเห็นได้ว่านักเรียนไม่เข้าใจหลักการบวกและลบจำนวนเต็ม จึงทำให้คำตอบที่ได้ผิด ดังนั้นแบบรูปของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากแบบทดสอบข้อ 1 คือ แบบรูปการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ นิยามและสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 8 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อ 1 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : คูบรรัตแรกนะ

นักเรียน : ครับครู

ผู้วิจัย : ครูอยากรู้ว่าทำไมเรานำ 2 มาลบ 35 แล้วจึงได้ -37 ละ

นักเรียน : เพราะค่าสัมบูรณ์ของ -35 คือ 35 ครับ ผมจึงนำ 2 มาบวกกับ -35 จึงได้ -37 ครับ

ผู้วิจัย : ลองทบทวนคู่อีกทีนะค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนเข้าใจสมบัติของค่าสัมบูรณ์ แต่ไม่เข้าใจหลักการบวกและลบจำนวนเต็ม จึงทำให้ไม่สามารถหาคำตอบของแบบรูปชุดนี้ได้

สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

จากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบของนักเรียนสามารถสรุปสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้ดังนี้

1. ไม่เข้าใจหลักการบวกและลบจำนวนเต็ม
2. ขาดการฝึกทักษะและทบทวนบทเรียน

แนวทางแก้ไข

แนวทางแก้ไขปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน : แบบรูป การบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ นิยาม และสมบัติ เป็นดังนี้

1. จัดสอนซ่อมเสริม ทบทวนเนื้อหาการบวกและการลบจำนวนเต็ม
2. สร้างแบบฝึกทักษะ เพื่อสร้างความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียนให้มากขึ้นและให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะบ่อยๆ

สรุป จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ตามแบบรูป : การบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยามและสมบัติ ดังนี้ นักเรียนไม่เข้าใจในหลักการบวกและลบจำนวนเต็ม จึงนำไปสู่การหาคำตอบที่ไม่ถูกต้อง

จากการวิเคราะห์แบบทดสอบ และผลการสัมภาษณ์ ในข้อที่นักเรียนเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จำนวน 8 ข้อ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 สรุปได้ว่า แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมี 2 แบบรูป คือ ด้านการตีความด้านภาษา และด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยามและสมบัติ

3. นำข้อผิดพลาดจากข้อมูลในตารางที่ 9 มาหาแบบรูป หาสาเหตุการเกิด และ แนวทางแก้ไข สรุปได้ดังนี้

3.1 ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบข้อ 8 มีจำนวนนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่เกิดข้อผิดพลาดจำนวน 12 คน สรุปได้ 1 แบบรูป ดังนี้

วิเคราะห์แบบรูป

8. ปัจจุบันมีลาที่มีอายุมากกว่าบุตร 33 ปี เมื่อ 8 ปีที่แล้วอายุของบิดาเป็น 12 เท่าของอายุบุตร อีก 2 ปีข้างหน้า บิดาจะมีอายุเป็นเท่าใด

ในมีลาคนแรกมีอายุ x ปี .. มีลาคน $x+33$ ปี

เมื่อ 8 ปีที่แล้ว มีลาคน $x-8$ มีลาคน $x+33-8 = x+25$

∴ $x+25 = 12(x-8)$

$x+25 = 12x-96$

$-25+96 = 12x-x$

$71 = 11x$

$x = \frac{71}{11} = 6.4 \approx 6$ ปี

มีลาคนแรกมีอายุ 6 ปี

มีลาคน $6+33 = 39$ ปี

∴ 39 ปี จำนวนมีลาคน $39+2 = 41$ ปี

แผน ภาพที่ 9 พบว่า นักเรียนเขียนสมการถูก แต่ขาดความระมัดระวังในขั้นตอนการแก้สมการ จึงทำให้คำตอบที่ได้ผิด ดังนั้นแบบรูปของการเกิดข้อผิดพลาดจากแบบทดสอบ ข้อ 8 คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้วทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 12 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อ 8 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : จากโจทย์...สมการที่ได้ของข้อนี้คืออะไร

นักเรียน : เอ็กซ์(x)บวกสี่สิบห้าเท่ากับสิบสองคูณวงเล็บเปิดเอ็กซ์(x)ลบแปดวงเล็บปิด

ผู้วิจัย : แล้วทำไมบรรทัดที่ 3 หนูจึงเขียน เอ็กซ์ลบสี่สิบห้าเท่ากับสิบสองคูณเอ็กซ์(x)ลบเก้าสิบหก

นักเรียน : นักเรียนเขียน... ครูคะหนูลืมคะ มันต้องเป็นบวกคะ ผิดหมดเลย

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนรีบจนเกินไป จนทำให้ขาดความระมัดระวัง และขาดความรอบคอบ ไม่ไตร่ตรองและตรวจสอบ

สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

จากการสัมภาษณ์นักเรียนและตรวจแบบทดสอบ สามารถสรุปสาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด ได้ดังนี้คือ

1. ขาดความระมัดระวัง และเร่งรีบจนเกินไป
2. ขาดความรอบคอบในการตรวจสอบ

แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดแบบรูป : ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำเป็นดังนี้

1. ควรฝึกและเน้นให้นักเรียนมีการทบทวนบทเรียนสม่ำเสมอ ควรมีสมาธิ และไม่ควรเร่งรีบจนเกินไป
2. ฝึกให้นักเรียนตระหนักเห็นความสำคัญของการตรวจสอบ และไต่ตรองแต่ละขั้นตอนของการแสดงวิธีหาคำตอบก่อนส่งงานทุกครั้ง

สรุปจากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบของนักเรียนทั้ง 12 คน พบว่านักเรียนขาดความระมัดระวังและขาดความรอบคอบ เร่งรีบจนเกินไป จึงไม่ไต่ตรองและตรวจสอบก่อนส่ง ดังนั้น แบบรูปของการเกิดข้อผิดพลาด คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

3.2 ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบข้อ 9 มีจำนวนนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่เกิดข้อผิดพลาดจำนวน 8 คน สรุปได้ 1 แบบรูปดังนี้

วิเคราะห์แบบรูป

9. เหล้าชนิดหนึ่งมีแอลกอฮอล์ 21% ผสมกับเหล้าที่มีแอลกอฮอล์ 15% ต้องการให้ได้เหล้าที่มีแอลกอฮอล์ 18% จำนวน 60 ขวด จะต้องใช้เหล้าที่มีแอลกอฮอล์ 21% กี่ขวด

วิธีแก้สมการ $\frac{21}{100}x + \frac{15}{100}(60-x) = \frac{18}{100}(60)$ / $21x + 900 - 15x = 1080$

วิธี 100 คูณทั้ง 2 ข้าง

จะได้ $21x + 900 - 15x = 1080$

$6x = 1080 - 900 = 180$

$6x = 180$ / $x = \frac{180}{6} = 30$

ดังนั้น ต้องใช้เหล้าที่มีแอลกอฮอล์ 21% จำนวน 30 ขวด

แผนภาพที่ 10 พบว่า นักเรียนขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณจึงทำให้เลขผิด ดังนั้น แบบรูปการเกิดข้อผิดพลาดในการทำแบบทดสอบข้อ 9 คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 8 คน
 ที่ทำแบบทดสอบข้อ 9 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : หนูบรรทัดที่สาม นะคะ

นักเรียน : ค่ะครู..

ผู้วิจัย : หนึ่งพันแปดสิบลบเก้าร้อยหนูได้คำตอบเท่าไร

นักเรียน : นักเรียนนั่งคิดสักครู่แล้วตอบว่า “ 180 ” ค่ะ

ผู้วิจัย : แล้วทำไมหนูถึงตอบหนึ่งร้อยแปดหะคะ

นักเรียน : นักเรียนนั่ง... “หนูทำผิดเองค่ะครู”..

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนขาดทักษะการคำนวณ ขาดความระมัดระวัง และ
 การตรวจสอบ จึงทำให้เกิดข้อผิดพลาดในการทำข้อสอบ และนำไปสู่การหาคำตอบที่ไม่
 ถูกต้อง

สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

จากการสัมภาษณ์นักเรียนและตรวจแบบทดสอบของนักเรียนทั้ง 8 คน สามารถสรุป
 สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด ได้คือ

1. ขาดความระมัดระวังและไม่ความรอบคอบในการทำงาน
2. เร่งรีบ จึงทำให้ลบเลขผิด

แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดแบบรูป : ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ
 เป็นดังนี้

1. ให้นักเรียนตระหนักและมองเห็นความสำคัญในการคิดคำนวณ ฝึกความ
 รอบคอบ การทบทวนและตรวจสอบขั้นตอนในการหาคำตอบก่อนส่งทุกครั้ง
2. ฝึกให้นักเรียนมีสมาธิ จดจ่อและตั้งใจในการทำงาน และมีการทบทวน
 บทเรียนและฝึกทักษะการคิดคำนวณบ่อยๆ

สรุปจากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบนักเรียนทั้ง 8 คน พบว่า นักเรียนขาด
 ความตระหนักในการตรวจสอบ และขาดความรอบคอบในการทำงาน ดังนั้น แบบรูปของการ
 เกิดข้อผิดพลาด คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

3.3 ผลการวิเคราะห์แบบทดสอบ ข้อ 6 มีจำนวนนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่เกิด
 ข้อผิดพลาดจำนวน 8 คน สรุปได้ 1 แบบรูป ดังนี้

วิเคราะห์แบบรูป

6. จำนวนที่สามจำนวนเรียงติดกัน ซึ่งรวมกันได้ 87 จงหาผลบวกของจำนวนที่มากที่สุดกับจำนวนที่น้อยที่สุด

ให้จำนวนแรกคือ $x+1$, จำนวนที่ 2 คือ $x+2$, จำนวนที่ 3 คือ $x+3$

จะได้ $(x+1) + (x+2) + (x+3) = 87$

$$3x + 6 = 87$$

$$3x = 87 - 6$$

$$3x = 81$$

$$x = \frac{81}{3}$$

$$x = 27$$

ตอบ = ดังนั้นเลขที่สามจำนวนน้อยที่สุดคือ 27

แผนภาพที่ 11 พบว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการหาคำตอบ ว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการหาคืออะไรจึงทำให้ตอบผิด ดังนั้น แบบรูปการเกิดข้อผิดพลาดในการทำแบบทดสอบข้อ 6 คือ ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 8 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อ 6 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

- ผู้วิจัย : จากโจทย์ นักเรียนตอบครูลึว่า โจทย์ต้องการทราบอะไร ?
- นักเรียน : ผลบวกของจำนวนที่มากที่สุดกับจำนวนที่น้อยที่สุดคะ
- ผู้วิจัย : แล้วหนูได้หาคำตอบที่โจทย์ต้องการหาไหม
- นักเรียน : ... ไม่ค่ะคุณครูหนูหาค่า $x = -32$ เท่านั้นแล้วหนูก็ตอบเลยคะ
- ผู้วิจัย : หนูตอบถูกไหมคะ
- นักเรียน : ไม่ถูกค่ะครู
- ผู้วิจัย : ที่หลังก่อนจะส่งต้องหทบทวนและตรวจสอบให้แน่ใจก่อนนะว่าเราตอบถูกหรือยัง

นักเรียน : ค่ะ เป็นเพราะหนูเองคะ หนูรีบมากจนเกินไปเลยทำให้สะเพร่าจากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนขาดความรอบคอบในการทำแบบทดสอบและขาดการตรวจสอบจึงทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง

สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

จากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบของนักเรียนทั้ง 8 คน สามารถสรุปสาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด ได้ดังนี้

1. ขาดความรอบคอบในการตรวจสอบ
2. ขาดความระมัดระวัง

แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดแบบรูป : ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา เป็นดังนี้

1. ฝึกให้นักเรียนมีความรอบคอบและเห็นความสำคัญในการตรวจสอบก่อนจะส่ง พร้อมทั้งตระหนักถึงขั้นตอนและกระบวนการในการหาคำตอบ
2. ฝึกให้นักเรียนมีสมาธิจดจ่อกับการทำงาน ฝึกให้มีความระมัดระวัง และมีการทบทวนบทเรียนและฝึกทักษะการคิดคำนวณบ่อยๆ

สรุปจากการสัมภาษณ์นักเรียนและตรวจแบบทดสอบทั้ง 8 คน ที่ทำแบบทดสอบผิดพลาด พบว่านักเรียนขาดความระมัดระวังในการตรวจสอบ และขาดความรอบคอบในการทำแบบทดสอบ ดังนั้น แบบรูปของการเกิดข้อผิดพลาด คือ ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

3.4 ผลการวิเคราะห์จากข้อ 5 มีจำนวนนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่เกิดข้อผิดพลาดจำนวน 6 คน สรุปได้ 1 แบบรูป

วิเคราะห์แบบรูป

$$5. \frac{3x-1}{4} + \frac{7x+6}{12} = \frac{5x-3}{3}$$

$$\frac{12(3x-1)}{12} + \frac{12(7x+6)}{12} = \frac{12(5x-3)}{3}$$

$$3(3x-1) + (7x+6) = 4(5x-3)$$

$$9x-3 + 7x+6 = 20x-12$$

$$16x+3 = 20x-12$$

$$\boxed{3-12} = \boxed{20x+16x}$$

$$-9 = 36x$$

$$x = -\frac{9}{36}$$

$$x = -\frac{1}{4}$$

แผนภาพที่ 12 พบว่า นักเรียนขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณจึงทำให้ลบเลขผิดพลาด ดังนั้น แบบรูปการเกิดข้อผิดพลาดในการทำแบบทดสอบ ข้อ 5 คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 6 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อ 5 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : จากบรรทัดที่ 4 นะ สิบหกเอ็กซ์บวกสามเท่ากับยี่สิบเอ็กซ์ลบสิบสอง
หนูลองแก้สมการต่อให้ครูดูสิ

นักเรียน : ค่ะ จากสิบหกเอ็กซ์บวกสาม $(16x + 3)$ เท่ากับยี่สิบเอ็กซ์ลบสิบสอง
 $(20x - 12)$ หนูนำตัวเลขไว้ฝั่งตัวเลขตัวแปรไว้ฝั่งตัวแปรค่ะ
จากลบสิบสอง (-12) ย้ายไปก็จะเป็นบวกสิบสอง $(+12)$ และจากสิบ
หกเอ็กซ์ $(16x)$ ย้ายไปก็จะเป็นลบสิบหกเอ็กซ์ $(-16x)$
ดังนั้นจะได้ $3 + 12 = 20x - 16x$ ค่ะ ครู

ผู้วิจัย : ที่นี้หนูดูที่ทำแบบทดสอบส่งครูนะ..

นักเรียน : ครูค่ะ หนูลืมไปว่าเวลาย้ายข้างเครื่องหมายต้องเปลี่ยนค่ะ ก็
หนูรีบส่งด้วยนี่ค่ะ แสดงว่าข้อนี้หนูก็หาค่า x ผิดสิคะครู

ผู้วิจัย : ที่หลังอย่าลืมอีกหละ..

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ จึงทำให้
สะเพร่า บวก ลบ ผิดและไม่ตรวจสอบคำตอบที่ได้

สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

จากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบของนักเรียนทั้ง 6 คน สามารถสรุปสาเหตุ
ของการเกิดข้อผิดพลาด ได้ดังนี้คือ

1. ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ
2. ขาดความรอบคอบในการทำแบบทดสอบ
3. เร่งรีบ ขาดสมาธิในการทำงาน

แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดแบบรูป : ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ
เป็นดังนี้

1. ฝึกฝนให้นักเรียนตระหนักเห็นความสำคัญในการตรวจคำตอบ ถ้าดับ
ขั้นตอนการแสดงวิธีทำ หลังจากตอบคำถามในข้อนั้น ๆ เสร็จสิ้น
2. ฝึกความรอบคอบในการทำแบบฝึกทักษะหรือทบทวนเนื้อหาบ่อย ๆ เป็น
ประจำ นักเรียนจะได้มีความชำนาญและจำได้

3. ในการจัดการเรียนการสอนทุกครั้งควรฝึกให้เด็กมีสมาธิในการเรียน จดจ่อ และตั้งใจรับฟังสิ่งที่ครูสอน

สรุปจากการสัมภาษณ์นักเรียนและตรวจแบบทดสอบทั้ง 6 คน พบว่า นักเรียนเขียนขั้นตอนการหาคำตอบผิด ขาดความรอบคอบ และทำงานรีบเร่งจนขาดความระมัดระวังและไม่ตระหนักถึงความสำคัญในการตรวจคำตอบ

3.5 ผลการวิเคราะห์จากข้อ 7 มีจำนวนนักเรียนกลุ่มเป้าหมายที่เกิดข้อผิดพลาดจำนวน 5 คน สรุปได้ 1 แบบรูป

วิเคราะห์แบบรูป

7. เลข 3 จำนวนรวมกันเป็น 58 จำนวนที่สองมากกว่าสองเท่าของจำนวนแรกอยู่ 5 จำนวนที่สามน้อยกว่าสามเท่าของจำนวนแรกอยู่ 1 จงหาเลขทั้งสามจำนวน

เลขจำนวนที่ 1 เป็น x	เลขจำนวนที่ 1 เป็น x
เลขจำนวนที่ 2 เป็น $2x + 5$	เลขจำนวนที่ 1 เป็น 9 ✓
เลขจำนวนที่ 3 เป็น $3x - 1$	เลขจำนวนที่ 1 เป็น 9
สมการ $x + (2x + 5) + (3x - 1) = 58$	$2(9) + 5 = 23$ ✓
$x + 2x + 5 + 3x - 1 = 58$	เลขจำนวนที่ 3 เป็น 27
$6x + 4 = 58 - 4$	$3(9) - 1 = 27$ ✓
$6x = 54$	
$x = \frac{54}{6}$	
$\therefore x = 9$	ตอบ เลขสามจำนวนคือ $9, 23, 27$ ✓

แผนภาพที่ 13 พบว่า นักเรียนสามารถวิเคราะห์โจทย์ เขียนสมการและแสดงขั้นตอนการแก้สมการได้ถูก ยกเว้นบรรทัดสุดท้ายคำตอบที่ได้จึงผิด ดังนั้นแบบรูปของข้อผิดพลาดในการทำแบบทดสอบข้อ 7 คือ ขาดการตรวจสอบระหว่างการแก้ปัญหา

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 5 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อ 7 ผิด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

- ผู้วิจัย : โจทย์ข้อนี้ต้องการทราบอะไร
- นักเรียน : ต้องการหาเลขสามจำนวนค่ะ
- ผู้วิจัย : แล้วเลข 3 จำนวนที่หนูหาได้มีอะไรบ้าง
- นักเรียน : 9, 23 และ 27 ค่ะ
- ผู้วิจัย : หาได้อย่างไรอธิบายให้ครูฟังหน่อยสิ

นักเรียน : จากโจทย์ สมการที่ได้คือ $x + (2x + 5) + (3x - 1) = 58$ หนูแก้สมการได้ $x = 9$ แล้วให้ค่า x เป็นจำนวนจำนวนแรก จากนั้นให้นำค่า x ที่ได้ไปแทนค่าค่ะ

ผู้วิจัย : อธิบายต่อ..สิ

นักเรียน : หาจำนวนที่สองโดยนำค่า $x = 9$ ที่ได้ไปแทนค่าใน $2x + 5$ ค่ะ จะได้ $2(9)$ เท่ากับ 18 จากนั้นบวก 5 จะได้ 23 ค่ะ

ผู้วิจัย : ..อืม ..

นักเรียน : จำนวนที่สาม แทนค่า x ที่ได้ใน $3x - 1$ จะได้ $3(9)$ เท่ากับ 27 จากนั้น นำ 27 ลบออกด้วย 1 จะได้ 26 ค่ะ

ผู้วิจัย : แล้วจำนวนที่สามหนูตอบอะไร ตอนส่งครูจำได้ไหม ?

นักเรียน : น่าจะ 26 นะคะครู

ผู้วิจัย : ...หียบแบบทดสอบของนักเรียนให้นักเรียนดู...

นักเรียน : ...หนูตอบ 27 ค่ะครู หนูลืมไปลบ 1 อีกอย่างเวลาใกล้จะหมดหนูก็เลยรีบส่งค่ะ..

จากการสัมภาษณ์ พบว่านักเรียนรีบเร่งจนขาดความระมัดระวัง มีความสะเพร่าในการเขียนคำตอบ (ทั้งๆที่ทำถูกแต่เขียนคำตอบผิด) ขาดความรอบคอบและไม่ตรวจสอบคำตอบ

สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

จากการสัมภาษณ์และตรวจแบบทดสอบของนักเรียนทั้ง 5 คน สามารถสรุปสาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด ได้ดังนี้คือ

1. ขาดการตรวจสอบในการเขียนคำตอบ และสะเพร่า (ทั้งๆที่ทำถูกแต่เขียนคำตอบผิด)
2. ขาดความระมัดระวังและไม่มีความรอบคอบ

แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาด แบบรูป : การตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา เป็นดังนี้

1. ฝึกให้นักเรียนเห็นความสำคัญในการตรวจสอบก่อนจะส่ง พร้อมทั้งตระหนักถึงขั้นตอนและกระบวนการในการหาคำตอบ

2. ในการจัดการเรียนการสอนทุกครั้งควรให้เด็กมีสมาธิในการเรียน จดจ่อ และตั้งใจในการรับฟังครูสอน ฝึกการทำงานให้เป็นระบบ มีระเบียบวินัย รอบคอบ และมีความเชื่อมั่นในตนเอง

สรุปจากการสัมภาษณ์นักเรียนและตรวจแบบทดสอบทั้ง 5 คน พบว่า นักเรียนขาดความรอบคอบ เร่งรีบในการทำแบบทดสอบไม่ตระหนักถึงความสำคัญในการตรวจคำตอบ

จากการวิเคราะห์แบบทดสอบ จำนวน 10 ข้อ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า แบบรูปของข้อผิดพลาด มี 2 แบบรูป คือ ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ และ ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

สรุป ผลการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จากการวิเคราะห์แบบทดสอบและการสัมภาษณ์ จำนวน 10 ข้อ สรุปผลได้ดังนี้

1. แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมี 2 แบบรูป คือ การตีความด้านภาษาและการบิดเบือนทฤษฎีบท ทฎ สูตร บทนิยามและสมบัติ ส่วนแบบรูปของข้อผิดพลาดมี 2 แบบรูป คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ และการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

2. สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ขาดทักษะด้านการแปลความจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ขาดทักษะกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา เข้าใจผิดเกี่ยวกับหลักการและขั้นตอนในการแก้สมการ ส่วนสาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด คือ ขาดความรอบคอบ ขาดการไตร่ตรอง และขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

3. แนวทางการแก้ไขการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กระบวนการแก้ปัญหาของโพลยาขั้นที่ 1 คือ การทำความเข้าใจ โจทย์ และจัดสอนซ่อมเสริมเพื่อกระตุ้นผู้เรียนให้เกิดการเรียนรู้ตลอดเวลา และมีการเสริมแรง เช่น การให้รางวัล ชมเชย การให้คะแนน แนวทางการแก้ไขการเกิดข้อผิดพลาด คือ ฝึกความรอบคอบ การไตร่ตรอง การตรวจสอบ และฝึกทักษะการคิดคำนวณ และสร้างความตระหนักเพื่อให้นักเรียนเห็นประโยชน์และความสำคัญในเนื้อหาที่เรียน