

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การศึกษาข้อมูลพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาอุบลราชธานี เขต 2 ผู้วิจัยได้ศึกษาด้านคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางสำหรับการดำเนินการวิจัย โดยแยกตามหัวข้อ ดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
2. เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
 - 2.1 ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย
 - 2.2 ระบบจำนวนเต็ม
 - 2.3 เลขยกกำลัง
3. แนวคิดเกี่ยวกับ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.2 ประเภทของ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
 - 3.3 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา
 - 3.4 กระบวนการแก้ปัญหา
4. แนวคิดเกี่ยวกับข้อมูลพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์
 - 4.1 ความหมายของข้อมูลพร่องทางการเรียน
 - 4.2 ลักษณะของข้อมูลพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์
5. แนวคิดเกี่ยวกับแบบทดสอบวินิจฉัย
 - 5.1 ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย
 - 5.2 ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย
 - 5.3 เทคนิคและการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย
 - 5.4 การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบอิงเกณฑ์
 - 5.5 คะแนนจุดตัด

6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

6.1 งานวิจัยในประเทศไทย

6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

**หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์**

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มี
ความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบเป็นระเบียบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์
ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วน รอบคอบ ทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ
แก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวัน ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยัง
เป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์ซึ่งมี
ประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่าง
มีความสุข จึงกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551 ก
: 3-8)

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ก 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวน และการ
ใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ก 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวน และ
ความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และสามารถ
ใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ก 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ก 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้
สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ก 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและภาคคะแนนฯ
ของสิ่งที่ต้องการวัด

มาตรฐาน ก 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ก 3.1 อธินາຍและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึกภาพ (Visualization) ให้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (Spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (Geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมาย และนำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็น ในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็น ช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดสร้างสรรค์

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 เรื่อง ตัวหารร่วมนามาและตัวคูณร่วมน้อย ระบบจำนวนเต็มและเลขยกกำลัง ที่ผู้วิจัยนำมาเป็นปัญหาที่สำคัญมากในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งอยู่ในสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ กำหนดให้คุณภาพผู้เรียนและตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้ แกนกลาง รายละเอียด ดังนี้ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551 ก : 5-20)

1. คุณภาพผู้เรียน

1.1 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณท่าในการคำนวณและการแก้ปัญหาและนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

1.2 ใช้วิธีการหลักหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผล ประกอบการตัดสินใจและสรุปผล ได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยง กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง

สาระที่ 1 จำนวนและการคำนวณ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลักหลาຍของการแสดงจำนวนและ การใช้จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง สาระที่ 1 จำนวนและการคำนวณการซึ้น มัชยมศึกษาปีที่ 1 รายละเอียดดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง สาระที่ 1 จำนวนและการคำนวณ

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
ม.1	1. บวก ลบ คูณ หารจำนวนเต็ม และนำไปใช้ แก้ปัญหา translate หน้ากึ่งความสมเหตุสมผลของ คำตอบ ชนิดผลที่เกิดขึ้นจากการบวก การลบ การคูณ การหาร และบอกความสัมพันธ์ของ การบวกกับการลบ การคูณกับการหารของ จำนวนเต็ม	- การบวก การลบ การคูณและการหาร จำนวนเต็ม - โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนเต็ม

ขั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
	2. บวก ลบ คูณ หารเศษส่วนและทศนิยม และนำไปใช้แก้ปัญหา ตระหนักรถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการบวก การลบ การคูณ การหารและบอกความสัมพันธ์ของการบวกกับการลบ การคูณกับการหารของเศษส่วนและทศนิยม	- การบวก การลบ การคูณและการหารเศษส่วนและทศนิยม - โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเศษส่วนและทศนิยม
	3. อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการยกกำลังของจำนวนเต็ม เศษส่วนและทศนิยม	- เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม
	4. คูณและหารเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกันและเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม	- การคูณและการหารเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกันและเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม
	5. นำความรู้และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนเต็มไปใช้ในการแก้ปัญหา	- ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนนับ และการนำไปใช้ - การนำความรู้และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนเต็มไปใช้

จากหลักสูตรแกนกลางที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยนำสาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ ขั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง มาเป็นปัญหาที่สำคัญมากในการศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ สาระจำนวนและการดำเนินการ ขั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1. ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย

กระทรวงศึกษาธิการ (2551x : 1-11) ได้กล่าวถึง ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย ไว้ดังนี้

1.1 ตัวหารร่วมมาก (Greatest common divisor)

จำนวนนับที่หารจำนวนนับสองจำนวนใด ๆ ลงตัว จะเรียกจำนวนนับนั้น นั่นว่าตัวประกอบร่วมของจำนวนนับทั้งสองนั้น

ตัวประกอบร่วม ที่มีค่ามากที่สุดของจำนวนนับสองจำนวนใด ๆ เรียกว่า ตัวหารร่วมมาก หรือ ห.ร.ม. ของจำนวนนับทั้งสองนั้น การหาตัวหารร่วมมากของจำนวนนับ หรือเปลี่ยนย่อ ๆ ว่า ห.ร.ม. ของจำนวนนับสามารถแสดงการหาได้โดยวิธีต่าง ๆ ดังนี้

1.1.1 โดยการพิจารณาตัวประกอบ

1.1.2 โดยการแยกตัวประกอบ

1.1.3 โดยการตั้งหาร

1.2 ตัวคูณร่วมน้อย (Least common multiple)

จำนวนนับที่น้อยที่สุด ที่มีจำนวนนับสองจำนวนใด ๆ เป็นตัวประกอบ จะเรียกจำนวนนับนี้ว่า ตัวคูณร่วมน้อย หรือ ค.ร.น. ของจำนวนนับทั้งสองจำนวนนั้น การหาตัวคูณร่วมน้อยของจำนวนนับ หรือเปลี่ยนย่อ ๆ ว่า ค.ร.น. ของจำนวนนับสามารถแสดงการหาได้โดยวิธีต่าง ๆ ดังนี้

1.2.1 โดยการพิจารณาพหุคูณ

1.2.2 โดยการแยกตัวประกอบ

1.2.3 โดยการตั้งหาร

จากเนื้อหา เรื่อง ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย ทำให้สามารถสรุปข้อบ่งบอกของเนื้อหา เพื่อนำไปเป็นกรอบการสร้างข้อสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย จะต้องมีเนื้อหาที่สำคัญ คือ ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อยและการนำไปใช้

2. ระบบจำนวนเต็ม

2.1 ระบบจำนวนจริง กระทรวงศึกษาธิการ (2551x : 23-55) ได้กำหนด ระบบจำนวนเต็ม ไว้ดังนี้

จำนวนเต็ม ประกอบด้วย จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และศูนย์

การเปรียบเทียบจำนวนเต็ม การเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนที่ไม่เท่ากัน เพื่อคุ้ว่าจำนวนใดน้อยกว่าหรือจำนวนใดมากกว่า แสดงให้ด้วยเส้นจำนวน โดยจำนวนเต็มที่อยู่ทางขวาจะมากกว่าจำนวนเต็มที่อยู่ทางซ้ายเสมอ

2.1.1 การบวกจำนวนเต็ม มีหลักเกณฑ์การบวกจำนวนเต็มมีดังนี้

1) การบวกจำนวนเต็มบวกคู่ จำนวนเต็มบวก ให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวก

2) การบวกจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบให้นำค่าสัมบูรณ์มา加กัน
แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบ

3) การบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์ไม่เท่ากัน ให้นำค่าสัมบูรณ์ที่มากกว่าลบด้วยค่าสัมบูรณ์ที่น้อยกว่า แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวก หรือจำนวนเต็มลบ ตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

4) การบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ ที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากันผลบวกเท่ากับ 0

2.1.2 การลบจำนวนเต็ม ในการลบจำนวนเต็มนี้อาศัยการบวกตามข้อตกลง
ดังนี้

$$\text{ตัวตั้ง} - \text{ตัวลบ} = \text{ตัวตั้ง} + \text{จำนวนตรงข้ามของตัวลบ}$$

นั่นคือ เมื่อ a และ b แทนจำนวนเต็มใด ๆ

$$a - b = a + \text{จำนวนตรงข้ามของ } b$$

$$\text{หรือ } a - b = a + (-b)$$

2.1.3 การคูณจำนวนเต็ม หลักเกณฑ์การคูณจำนวนเต็ม มีดังนี้

1) การคูณจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวก จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

2) การคูณจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มลบ จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

3) การคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวก จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบที่ มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

4) การคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวกที่ มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

2.1.4 การหารจำนวนเต็ม การหารจำนวนเต็มด้วยจำนวนเต็มที่เป็นการหารลงตัว อาศัยการคูณตามข้อตกลง ดังนี้

$\text{ตัวหาร} \times \text{ผลหาร} = \text{ตัวตั้ง}$ หลักเกณฑ์การหารจำนวนเต็ม ให้นำค่าสัมบูรณ์ของตัวตั้งและค่าสัมบูรณ์ของตัวหารมาหารกัน แล้วพิจารณา ดังนี้

1) ถ้าทั้งตัวตั้งและตัวหารเป็นจำนวนเต็มบวกทั้งคู่ หรือจำนวนเต็มลบทั้งคู่ จะได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวก

2) ถ้าทั้งตัวตั้งหรือตัวหารตัวใดตัวหนึ่งเป็นจำนวนเต็มลบ โดยที่อีกตัวหนึ่งเป็นจำนวนเต็มบวก จะได้ผลตอบเป็นจำนวนเต็มลบ

2.2 สมบัติของจำนวนเต็ม

2.2.1 สมบัติการ слับที่

1) สมบัติการ слับที่สำหรับการบวก

ถ้า a และ b แทนจำนวนเต็มใด ๆ แล้ว $a + b = b + a$

2) สมบัติการ слับที่สำหรับการคูณ

ถ้า a และ b แทนจำนวนเต็มใด ๆ แล้ว $a \times b = b \times a$

2.2.2 สมบัติการเปลี่ยนหมุน

1) สมบัติการเปลี่ยนหมุนสำหรับการบวก

ถ้า a, b และ c แทนจำนวนเต็มใด ๆ แล้ว $(a + b) + c = a + (b + c)$

2) สมบัติการเปลี่ยนหมุนสำหรับการคูณ

ถ้า a, b และ c แทนจำนวนเต็มใด ๆ แล้ว $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

2.2.3 สมบัติการแจกแจง

ถ้า a, b และ c แทนจำนวนเต็มใด ๆ แล้ว

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

$$\text{และ } (b + c) \times a = (b \times a) + (c \times a)$$

2.3 สมบัติของหนึ่งและศูนย์

2.3.1 สมบัติของหนึ่ง

1) การคูณจำนวนใด ๆ ด้วยหนึ่ง หรือหนึ่งคูณด้วยจำนวนใด ๆ จะได้ผลคูณเท่ากับจำนวนนั้น

2) การหารจำนวนใด ๆ ด้วยหนึ่งจะได้ผลหารเท่ากับจำนวนนั้น

2.3.2 สมบัติของศูนย์

1) การบวกจำนวนใด ๆ ด้วยศูนย์หรือการบวกศูนย์ด้วยจำนวนใด ๆ จะได้ผลบวกเท่ากับจำนวนนั้น

2) การคูณจำนวนใด ๆ ด้วยศูนย์หรือการคูณศูนย์ด้วยจำนวนใด ๆ จะได้ผลคูณเท่ากับศูนย์

3) การหารศูนย์ด้วยจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ จะได้ผลหารเท่ากับศูนย์

จากเนื้อหา เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ทำให้สามารถสรุปข้อบทของเนื้อหาเพื่อนำไปเป็นกรอบการสร้างข้อสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม จะต้องมีเนื้อหาที่สำคัญคือ การบวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็ม และสมบัติของจำนวนเต็ม

3. เลขยกกำลัง

กระทรวงศึกษาธิการ (2551: 65-95) ได้ก่อตัวถึง เลขยกกำลัง ไว้ดังนี้

3.1 ความหมายของเลขยกกำลัง

ถ้า a แทนจำนวนใด ๆ และ n แทนจำนวนเต็มบวก “ a ยกกำลัง n ” เทียนแทนด้วย a^n มีความหมาย ดังนี้

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$$

เรียก a^n ว่า เลขยกกำลัง ที่มี a เป็นฐาน และ n เป็นเลขชี้กำลัง

3.2 การดำเนินการของเลขยกกำลัง

3.2.1 การคูณเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ m และ n แทนจำนวนเต็มบวก

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

3.2.2 การหารเลขยกกำลังเมื่อเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก

1) เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ m, n แทนจำนวนเต็มบวก และ

และ $m > n$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

2) เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ m, n แทนจำนวนเต็มบวก และ

$m = n$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

บทนิยาม เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์

$$a^0 = 1$$

3) เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ m, n แทนจำนวนเต็มบวกและ $m < n$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

บทนิยาม เมื่อ a แทนจำนวนใด ๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ และ n แทนจำนวนเต็มบวก

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

3.3 การนำไปใช้

การเขียนจำนวนที่มีค่ามาก ๆ ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนมาก ๆ ซึ่งเขียนอยู่ในรูปการคูณของเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นศูน แต่เลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มนี่รูปทั่วไปเป็น

$$A \times 10^n \text{ เมื่อ } 1 \leq A < 10 \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนเต็ม}$$

การเขียนจำนวนที่มีค่าน้อย ๆ ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ การใช้สัญลักษณ์แทนจำนวนน้อย ๆ ซึ่งเขียนอยู่ในรูปการคูณของเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นศูน และเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มนี่รูปทั่วไปเป็น

$$A \times 10^{-n} \text{ เมื่อ } 1 \leq A < 10 \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนเต็ม}$$

จากเนื้อหา เรื่อง เลขยกกำลัง ทำให้สามารถสรุปของเขตของเนื้อหาเพื่อนำไปเป็นกรอบการสร้างข้อสอบวินิจฉัยการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เลขยกกำลัง จะต้องมีเนื้อหาที่สำคัญ คือ การคำนวณการของเลขยกกำลังและการนำไปใช้

แนวคิดเกี่ยวกับโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

1. ความหมายของโจทย์ปัญหา

ยุพิน พิพิชกุล (2537 : 66) ได้ให้ความหมายของปัญหาร่วม ปัญหาเป็นสภาพเชิงแต่ละบุคคลหรือกลุ่ม ได้กระทำการอย่างหนึ่งซึ่งไม่มีวิธีการง่าย ๆ ที่จะนำมากำหนดวิธีการแก้ปัญหานั้น

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร (2541 : 2) ได้ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า

1. เป็นสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณ หรือ จำนวนหรือคำอธิบายให้เหตุผล
2. เป็นสถานการณ์ที่ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยมาก่อน ไม่สามารถหาคำตอบได้ ในทันที ทันใด ต้องใช้ทักษะความรู้และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงจะหาคำตอบได้

นพพร แหนมแสง (2546 : 96) กล่าวว่า โจทย์ปัญหานิหนังสือเรียนส่วนใหญ่แท้จริงแล้วนักเรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหาเพียงเล็กน้อย เพราะไม่มีอุปสรรคกีดกัน ถ้านักเรียนสามารถขาดจากลูทธ์หรือวิธีการที่จะประยุกต์สถานการณ์นั้นย่องไม่ใช้ปัญหา แต่เป็นเพียงแบบฝึกหัดครอต และมิลเลอร์ (Kroll and Miller. 1993 : 59) กล่าวว่า ว่าปัญหานิวชาคณิตศาสตร์มีความลึกซึ้งมากกว่างานที่ทำอยู่เป็นประจำที่เกี่ยวกับปัญหารื่องราว (Story problem) ที่เน้นข้อกันอยู่ในหลักสูตรของโรงเรียน และปัญหานี้รื่องจำเพาะเฉพาะของแต่ละบุคคลที่จะต้องแข็งแกร่งกับอุปสรรคในการตอบคำตามนั้น ๆ กล่าวคือ ผู้แก้ปัญหาถึงจุดที่ไม่ทราบว่าจะทำอย่างไรต่อไป

จากความหมายที่กล่าวมาสรุปได้ว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง โจทย์ที่เป็นภาษาที่เกี่ยวข้องกับปริมาณและต้องการคำตอบ ซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวนหรือตัวเลข บุคคลผู้แก้ปัญหาและเวลาเป็นปัจจัยสำคัญที่จะทำให้เกิดปัญหา

2. ประเภทของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ศูนย์พัฒนาหลักสูตร (2541 : 2) จำแนกปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ลักษณะ คือ

2.1 ปัญหาปกติ (Routine problem) เป็นปัญหาที่พบในหนังสือเรียนและหนังสือทั่ว ๆ ไป ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยในโครงสร้างและวิธีแก้ปัญหา

2.2 ปัญหานี้ปกติ (Nonroutine problem) เป็นปัญหาที่เน้นกระบวนการคิดและปริศนาต่าง ๆ ผู้แก้ปัญหาต้องประมวลความรู้ความสามารถหลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

กรมวิชาการ (2544ก : 26 - 30) ได้แบ่งปัญหาออกเป็นประเภทใหญ่ ๆ 2 ประเภท คือ

ประเภทที่ 1 ปัญหาที่พับเห็นทั่วไปหรือโจทย์ปัญหา (Routine or word problem solving) เป็นปัญหาที่พับเห็นโดยทั่วไปหรือปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย เป็นปัญหาที่โครงสร้างไม่ชัดช้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้างลักษณะของปัญหาและวิธีแก้ปัญหา

ประเภทที่ 2 ปัญหาที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อน (Non - routine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาจะต้องประมวลความรู้ความคิดรวบยอดและหลักการต่าง ๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ

2.1 ปัญหาระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้กระบวนการ คิดอย่างมีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา ดังนั้นนักเรียนต้องเข้าใจโจทย์วางแผนแก้ปัญหาและคำนินการแก้ปัญหาตลอดจนคิดหาวิธีการต่าง ๆ เพื่อที่จะได้ยุทธวิธีในการคิดที่หลากหลาย

2.2 ปัญหาในรูปปริศนา (Puzzle problem) เป็นปัญหาที่ท้าทาย และให้ความสนุกสนาน

จากการจำแนกประเภทของโจทย์ปัญหาที่กล่าวมา พอสรุปได้ว่า การจำแนกโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำแนกเป็นปัญหาปกติไม่ซับซ้อนพนเห็นได้ทั่วไป และปัญหาไม่ปกติ ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ทักษะ ความรู้ความสามารถหลากหลายอย่างมาใช้ในการแก้ปัญหา ในการวิจัยครั้งนี้ ได้ศึกษาข้อมูลพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ สาระที่ 1 จำนวนและการคำนินการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อมูลพร่องการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้โจทย์ปัญหาทั่วไปหรือปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้างลักษณะของปัญหาและวิธีแก้ปัญหา

3. ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

กรมวิชาการ (2544ก : 49-52) กล่าวว่า การฝึกทักษะเพื่อสร้างความชำนาญในการคิดแก้ปัญหามีความสำคัญ ต้องอาศัยการฝึกฝนให้เกิดทักษะ ครูมีหน้าที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสใช้กระบวนการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาที่พร้อมจะเดือกดอกมาใช้ได้ในทันทีขณะที่เผชิญปัญหา ยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหามีหลากหลาย ดังนี้

3.1 การจำลองสถานการณ์หรือการลองใช้รูปแบบการแก้ปัญหา การแก้ปัญหานางอย่างหนานักเรียนอาจเลือกใช้วิธีการสร้างสถานการณ์ จำลองตามเรื่องราวของปัญหาหรือโจทย์ปัญหา ซึ่งจะช่วยให้เห็นรูปแบบของการแก้ปัญหาอย่างคร่าว ๆ และจะช่วยให้เข้าใจสถานการณ์ของปัญหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

3.2 การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบในหลาย ๆ สถานการณ์เราสามารถใช้แผนภาพหรือภาพแทนการใช้รูปจำลองได้ ขณะที่ผู้แก้ปัญหากำลังวางแผนภาพนั้น เขายังจะสังเกตเห็นตัวแปรใหม่ ๆ เกี่ยวกับโจทย์ปัญหา ซึ่งเขาไม่ได้คำนึงถึงมาก่อนในตอนแรก

3.3 การเคาะและตรวจสอบคำตอบ บางครั้งใช้วิธีเคาะแล้วจึงตรวจสอบคำตอบในการแก้ปัญหา ซึ่งเปรียบได้กับการลองผิดลองถูก แต่ต้องเป็นการเคาะโดยใช้ความรู้พื้นฐานเดิมมาใช้ประกอบในการตัดสินใจ

3.4 การแยกแยะกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด การจดรายการสิ่งที่ได้ลองคิดไว้แล้วอาจทำ รายการตัวเลขไว้เพื่อช่วยจัดลำดับความคิด แล้วทำเครื่องหมายไว้ว่า ตัวเลขใดๆ ใดบ้าง แก้ปัญหานี้ไม่ได้ จะได้ไม่ต้องมาทำซ้ำอีก

3.5 การจัดทำตารางหรือแผนภูมิ อาจใช้วิธีแก้ปัญหานี้เกี่ยวกับพื้นที่และเส้นรอบรูป โดยเขียนข้อมูลแยกเป็นคอลัมน์

3.6 การเขียนสมการหรือประยุกต์สัญลักษณ์ ในขณะที่แก้โจทย์ปัญหาอาจเขียนประยุกต์สัญลักษณ์หรือแก้ประยุกต์สัญลักษณ์ในลักษณะต่างๆ บางครั้นอาจแก้โจทย์ปัญหาในหัวข้อ การเคาะและตรวจสอบคำตอบ โดยเขียนในรูปแบบสมการ

3.7 การค้นหารูปแบบ ในการค้นหารูปแบบต้องจัดข้อมูลเป็นลำดับหรือตาราง

3.8 การนำไปสัมพันธ์กับปัญหาที่คล้ายกัน การรู้จักวิธีการแก้ค้นหารูปแบบ และคิดว่า “เคยแก้โจทย์ปัญหาในลักษณะนี้มาก่อนแล้ว” การที่สามารถหาจุดที่เหมือนกันของ การแก้โจทย์ปัญหาที่ต่างกันได้ จะทำให้ Harvey ที่เหมาะสมสำหรับการแก้โจทย์ปัญหานี้เป็นเรื่องง่าย

3.9 การมองปัญหาข้อนอกลับหรือการคิดถอยหลัง บางครั้งการคิดถอยหลังจะช่วยแก้ปัญหาโจทย์ได้ ถ้าสับสนด้านหนึ่งจากที่วางแผนไว้เดิม จะช่วยให้แก้โจทย์ปัญหาได้ง่ายขึ้น

3.10 การใช้เหตุผล คณแต่ละวัยมีวิธีการคิดของตนไปคนละแบบ แต่ต้องเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม

นพพร แภymang (2546 : 98) กล่าวว่า ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา หมายถึง การวางแผนอย่างระมัดระวังในการทำงาน หรือศึกษาของวางแผนการทำงานสถานการณ์ต่างๆ ที่อาจต้องใช้ความมุ่งมั่นในการทำงาน เนื่องจากยังมองไม่เห็นแนวทางหรือวิธีการที่เด่นชัดที่จะไปสู่เป้าหมายที่กำหนดไว้ หรือแนวทางที่เด่นชัดที่จะไปสู่คำตอบ

สรุปได้ว่า ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา หมายถึง การวางแผนอย่างระมัดระวังในการทำงาน ซึ่งต้องอาศัยการฝึกฝนเพื่อสร้างความชำนาญในการคิดแก้ปัญหา ปัญหาเดียวกันแต่ผู้แก้ปัญหาต่างคนกัน อาจเลือกใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาต่างกัน

4. กระบวนการในการแก้ปัญหา

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2533 : 129) กล่าวว่า ทักษะการแก้โจทย์ปัญหา เป็นความสามารถของนักเรียนในการใช้ทักษะการอ่าน ทักษะการแปลความหมายโจทย์ และทักษะการตรวจสอบผลลัพธ์ หากความสัมพันธ์ของจำนวนที่กำหนดให้กับสถานการณ์ เพื่อหาผลลัพธ์ หรือคำตอบของโจทย์ได้อย่างถูกต้อง

กรมวิชาการ (2536 : 13-30) ได้เสนอแนะขั้นตอนลำดับขั้นการแก้ปัญหาของโพลยา (Polya) สำหรับใช้ในการแก้ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา

1.1 อ่านหรือพิจารณาปัญหาและเล่ารายละเอียดทั้งหมดตามความเข้าใจของตนเอง การให้นักเรียนฟังหรืออ่านโจทย์ปัญหานั้น นักเรียนแต่ละคนอาจมีความเข้าใจในโจทย์ดังกล่าวแตกต่างกันไป การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา ต่าง ๆ ควรให้นักเรียนเล่าตามความเข้าใจ โดยใช้สำนวนภาษาของตนเองแนะนำนักเรียนคนอื่น ๆ ที่ร่วมแสดงความคิดเห็น เรื่องราวที่เล่ามานั้นถูกต้องหรือไม่ย่างไรหรือมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมอะไรบ้าง

1.2 พิจารณาลักษณะของคำตอบ นักเรียนมีการพิจารณาลักษณะของคำตอบ หรือสิ่งที่ยังไม่รู้ว่าจะมีลักษณะอย่างไร เช่น คำตอบอาจได้จะได้จากการวัดต่าง ๆ การคำนวณจากรูปทรงเรขาคณิต หรือคำตอบอาจเป็นตัวเลขหรือข้อความ และถ้าคำตอบเป็นตัวเลขก็ให้คาดคะเนขนาดของคำตอบด้วยว่า จะมีขนาดใด จะใช้น่วยอะไร การพิจารณาลักษณะของคำตอบจะช่วยให้เข้าใจแนวทางการแก้ปัญหาได้มากยิ่งขึ้น

1.3 หาข้อมูลที่เกี่ยวข้อง ข้อมูลที่เกี่ยวข้องที่มีอยู่แล้วในปัญหารือโจทย์ปัญหา เรียกว่า “สิ่งที่ทราบแล้ว” หรือ “สิ่งที่โจทย์บอก” ข้อมูลเหล่านี้มีประโยชน์ต่อการหาคำตอบอย่างไร ข้อมูลใดจำเป็น ข้อมูลใดไม่จำเป็น นิข้อมูลจะไร้ประโยชน์ที่มีความจำเป็นต่อการแก้ปัญหา หรือการหาคำตอบแต่โจทย์ไม่ได้กำหนดมาให้ ซึ่งจะต้องพิจารณาต่อไปว่าจะหาข้อมูลที่โจทย์ยังไม่ได้กำหนดมาอีกนั้นได้อย่างไร ข้อมูลที่ทราบนั้นมีความเกี่ยวข้องกับข้อมูลที่ยังไม่ทราบอย่างไร

ขั้นที่ 2 การวางแผนแก้ปัญหา บางครั้นอาจใช้วิธีการลองผิดลองถูก ซึ่งทำให้เสียเวลาและโอกาสที่จะประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหาที่มีน้อย ในทางกลับกันคนที่เรียนรู้อยุทธวิธีต่าง ๆ อย่างหลาภากลัมมีโอกาสแก้ปัญหาได้ดีกว่า การเลือกใช้ยุทธวิธีในนั้นขึ้นอยู่

กับลักษณะของปัญหาและบุคคลผู้แก้ปัญหาเป็นสำคัญ ในปัญหานางอย่างอาจใช้ยุทธวิธีอย่างใดอย่างหนึ่งหรือหลายอย่างตามความเหมาะสม

ขั้นที่ 3 ปฏิบัติตามแผน เมื่อได้ลองวางแผนแล้วขั้นนี้ก็เพียงแต่ลงมือทำตามแผน เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอนของปัญหา ด้วยการรู้จักเลือกวิธีการคิดคำนวณ สมบัติ กฎ หรือสูตรที่เหมาะสมมาใช้

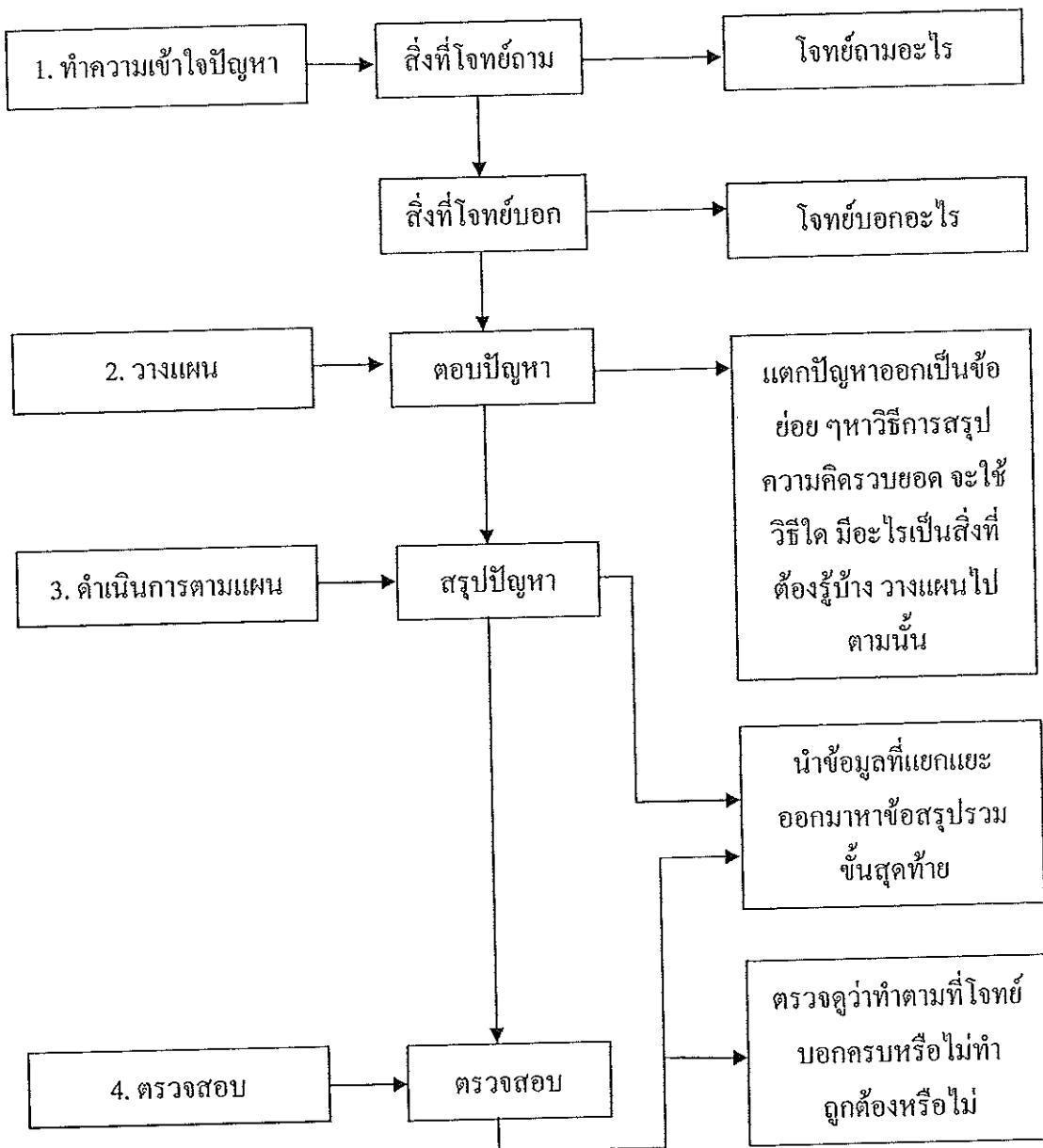
ขั้นที่ 4 การมองย้อนหลัง การแก้โจทย์ปัญหาจะสมบูรณ์ได้ถ้าดำเนินการตามขั้นตอนการมองย้อนหลังหรือบททวนให้เสร็จสิ้นก่อน ซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

4.1 พิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอนในขั้นตอนที่ 1 เมื่อเริ่มเห็นโจทย์ปัญหา เริ่มคิดว่าคำตอนน่าจะเป็นอะไรซึ่งจะคุ้มเหตุสมผล ถ้าคำตอนเป็นตัวเลขควรจะเป็นตัวเลขประเภทใดและมีขนาดสักเท่าใด

4.2 ตรวจสอบคำตอนจากโจทย์ปัญหาในตอนที่เกี่ยวกับเรื่องการตรวจสอบคำตอนนั้น ถ้านักเรียนได้ผลลัพธ์ไม่ถูกต้องซึ่งการคำนวณอาจเกิดจากการคำนวณผิดซึ่งมักเกิดจากความสะเพร่ำมากกว่าการคิด庇พลาด

4.3 พิจารณาว่ามีวิธีการอื่นอีกหรือไม่ในตอนที่เกี่ยวกับการสร้างตารางหรือแผนภูมิ จะพบว่า โจทย์บางข้ออาจหาคำตอนได้มากกว่า 1 คำตอน

ยุพิน พิพิธกุล (2537 : 72) ได้เสนอแผนผังแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาของโพลยาไว้ดังแผนภูมิที่ 2



แผนภูมิที่ 2 ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา

สรุปได้ว่า กระบวนการในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ต้องทำเป็นขั้นตอน ได้แก่ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผนที่วางแผนไว้ และขั้นตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้

แนวคิดเกี่ยวกับข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์

1. ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียน

พร้อมพระณ อุดมสิน (2538 : 11) กล่าวถึงความสำคัญของการศึกษาข้อนกพร่องทางการเรียนว่า ครูผู้สอนสามารถสอนซ่อมเสริมได้ถูกต้องว่า ต้องแก้ไขจุดอ่อนของผู้เรียน ตรงไหนและจะช่วยให้ผู้เรียนไม่สะสมลิ่งที่ไม่รู้มากขึ้นจนไม่สามารถเรียนต่อไปได้ รวมทั้งเป็นเครื่องเตือนให้ผู้สอนกลับมาดูกระบวนการเรียนการสอนว่ามีจุดบกพร่องประการใด

พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2542 (2546 : 601) ได้ให้ความหมายของคำว่าบกพร่องไว้ว่า ไม่ครบถ้วน แท่ที่ความมี ควรเป็น

สรุปได้ว่า ความหมายของข้อบกพร่องทางการเรียน หมายถึง ข้อผิดพลาดที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคที่เป็นส่วนทำให้การเรียนไม่ประสบผลสำเร็จ ตามจุดประสงค์การเรียน ที่ตั้งไว้ ครูผู้สอนต้องรู้จุดบกพร่องของนักเรียน เพื่อจะได้สอนซ่อมเสริมและแก้ไขได้ตรงจุด การวิจัยครั้งนี้ได้ศึกษาความบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์

2. ลักษณะของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์

2.1 ลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ของโนว์โซวิท-ฮาดาร์, ชาสาฟ สาาย และอินบาร์

โนว์โซวิท – ฮาดาร์, ชาสาฟ สาาย และอินบาร์ (Movshovitz – Hadar, Zaslavsky and Inbar. 1987 : 3-14) ได้ทำการวิเคราะห์รูปแบบของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ ในโรงเรียนระดับมัธยมศึกษา โดย วิเคราะห์ข้อบกพร่องของนักเรียนในวิชาพื้นฐาน และจัดกลุ่มของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ไว้ 6 ด้าน คือ

2.1.1 การใช้ข้อมูลผิด (Misused data) คือ ข้อบกพร่องจากการที่นักเรียนนำข้อมูลที่โจทย์ให้มามาใช้ผิด ซึ่งการนำข้อมูลมาใช้ผิดนี้อาจจะอยู่ในตอนเริ่มต้นหรือภายหลังจากที่ได้นำข้อมูลมาแก้ปัญหาแล้ว ลักษณะที่เป็นองค์ประกอบที่สำคัญในการใช้ข้อมูลผิดคือ นักเรียนไม่ได้ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ แต่ใช้ข้อมูลอื่นแทน ทำผิดคำสั่ง ลอกโจทย์ผิด

2.1.2 ข้อผิดพลาดในการตีความ (Misinterpreted language) ตีความจากประโยคภาษาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง ไม่เข้าใจในความหมายของสัญลักษณ์ที่เขียน

2.1.3 การอ้างอิงวิธีการหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ (Logically invalid inference)

2.1.4 บิดเบือนทฤษฎี กฏ สูตร และนิยาม (Distorted theorem of definition)

2.1.5 บกพร่องในการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified solution)

2.1.6 บกพร่องในการใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ (Technical error)

2.2 ความคลาดเคลื่อนและเทคนิคการสอนเพื่อแก้ไขความคลาดเคลื่อน

การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนและเทคนิค การสอน เพื่อการแก้ไขความคลาดเคลื่อนนั้น แล้วสรุปลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียน ในการหาสาเหตุที่ผิดและแบ่งระดับความผิดพลาดที่นักเรียนบกพร่อง 9 ด้าน คือ (Casay. 1988 : 92)

2.2.1 รูปแบบคำตาม

2.2.2 การอ่านคำตาม

2.2.3 ความเข้าใจในคำตาม

2.2.4 กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้

2.2.5 ทักษะการเลือกใช้ความรู้

2.2.6 ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้

2.2.7 การเสนอคำตอบ

2.2.8 ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้เนื่องจากการขาดความระมัดระวัง

2.2.9 ความผิดพลาดซึ่งควรจะทราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

สรุปได้ว่า ลักษณะของข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์นักเรียนจะบกพร่องในการศึกษา บกพร่องในการใช้สมบัติ กฏ สูตรและนิยาม บกพร่องในการคิดคำนวณ และบกพร่องในการตรวจสอบการแก้ปัญหา

แนวคิดเกี่ยวกับแบบทดสอบวินิจฉัย

1. ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัย

แบบทดสอบวินิจฉัย เป็นเครื่องมือที่ใช้ตรวจค้นข้อบกพร่องทางการเรียนของนักเรียน ได้ละเอียดและมีประสิทธิภาพ จึงนับว่าเป็นแบบทดสอบที่ให้ประโยชน์สูงในด้านการศึกษา ได้มีผู้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

สิงห์ (Singha, 1974 : 201-202) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ว่า เป็น แบบทดสอบที่มีจุดมุ่งหมายเพื่อใช้ค้นหาจุดบกพร่องของนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยมุ่งที่ จะทำการสอนซ้อมเสริม (Remidual) และให้การแนะแนว ซึ่งแบบทดสอบประเภทนี้จะต้องสุ่มน เนื้อหาให้ละเอียดมาก เพื่อจะได้ชี้ให้เห็นถึงจุดอ่อนของนักเรียนในแต่ละส่วนย่อของแบบทดสอบ และแบบทดสอบประเภทนี้ ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา มีความจำเป็นมากกว่าแบบทดสอบชนิดอื่น ๆ

บุญชุม ศรีสะอาด (2544 : 35) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่ สร้างขึ้น เพื่อให้เห็นถึงจุดบกพร่องที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรค (Difficulty) ใน การเรียนเรื่อง หนึ่ง ๆ ของนักเรียนแต่ละคนเพื่อที่จะหาทางแก้ไขได้ตรงจุดยิ่งขึ้น อันจะทำให้สามารถช่วยเหลือ นักเรียนที่มีปัญหาและอุปสรรคในการเรียน บรรลุจุดประสงค์ในการเรียนหรือเกิดการเรียนรู้ได้ เหมือนคนอื่น ๆ

จากความหมายของแบบทดสอบวินิจฉัยที่กล่าวมา สรุปได้ว่า แบบทดสอบวินิจฉัย เป็น เครื่องมือที่ใช้ในการค้นหาข้อบกพร่องในการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคลว่า มีสาเหตุมา จากอะไร บกพร่องในจุดใด ผลการวินิจฉัยนำมาเพื่อแก้ไขและส่งเสริมการเรียนของนักเรียน และ ปรับปรุงการสอนของครูให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงสร้างแบบทดสอบ วินิจฉัย เพื่อศึกษาความบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ปีที่ 1

2. ลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย

แบบทดสอบวินิจฉัย เป็นเครื่องมือที่สร้างขึ้นเพื่อใช้ในการค้นหาจุดอ่อนหรือ ข้อบกพร่อง ในการเรียนเรื่อง ใดเรื่องหนึ่งของนักเรียน และสามารถชี้ให้ครูเห็นถึงข้อบกพร่อง หรือสาเหตุของความบกพร่อง ในการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคล ได้ ดังนั้น แบบทดสอบ วินิจฉัยจึงมีลักษณะเฉพาะที่แตกต่างจากแบบทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทั่วๆ ไป ซึ่ง นักการศึกษาได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

2.1 ลักษณะของแบบทดสอบของบลูม

บลูม (Bloom, 1971 : 91-92) ได้กล่าวถึงแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

2.1.1 เป็นแบบทดสอบเพื่อหาจุดที่บกพร่องของนักเรียน ที่เกี่ยวกับทักษะ พื้นฐาน ใช้หาระดับของการเรียนรู้เพื่อคัดแยกเด็ก เพื่อปรับปรุงวิธีสอนและเพื่อหาว่า นักเรียนคนใดต้องสอนซ้ำ

2.1.2 ใช้ทดสอบระหว่างการเรียนการสอน เมื่อนักเรียนได้รับวิธีฝึกจากวิธี สอนแบบปกติพอสมควรแล้ว

2.1.3 ประเมินได้ทั้งพฤติกรรมด้านความรู้ความคิด ด้านความรู้สึกและการ

ปฏิบัติ

2.1.4 การประเมินผลของคะแนนการสอบอาจใช้ได้ทั้งแบบอิงกลุ่มและอิง

เกณฑ์

2.1.5 มีจำนวนมากข้อ

2.1.6 วิธีรายงานคะแนนผลการสอน ทำได้โดยการเขียนเส้นภาพ (Profile) ของแต่ละคนในแต่ละทักษะข้อ

2.1.7 มีทั้งแบบทดสอบเพื่อการวินิจฉัยมาตรฐานและแบบทดสอบที่ครุ

สร้างเอง

2.2 ลักษณะของแบบทดสอบของ ดวงเดือน อ่อนน่วม

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2533 : 54-55) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัย

ไว้ดังนี้

2.2.1 วัดได้ทั้งแบบอิงเกณฑ์ (Criterion - referenced) และแบบอิงกลุ่ม

(Norm -referenced)

2.2.2 จุดประสงค์ของแบบทดสอบจำกัดเฉพาะจุดประสงค์ ที่มีประโยชน์ต่อการ

วินิจฉัยเท่านั้น

2.2.3 ขอบเขตของเนื้อหา มี 2 ลักษณะ คือ แบบทดสอบวินิจฉัยที่มีระดับชั้น

เป็นหลัก เช่น แบบสอบวินิจฉัยเรื่องการบวกสำหรับชั้นประถมศึกษานะปีที่ 3 และแบบทดสอบวินิจฉัยที่ขึ้นเนื้อหาเป็นหลัก เช่น แบบสอบวินิจฉัยทักษะการคิดคำนวณเบื้องต้นเกี่ยวกับการบวก

2.2.4 เป็นแบบทดสอบที่ไม่จำกัดเวลาหรือที่เรียกว่า Power Test ยกเว้นในกรณีที่จุดประสงค์ชัดเจนว่า เป็นแบบทดสอบที่เน้นความรวดเร็วในการคิด (Speed Test) จึง

จะกำหนดเวลาได้

2.2.5 เนื้อหาของแบบทดสอบครอบคลุมทุกแง่ทุกมุมของคณิตศาสตร์ เช่น ทักษะการคิดคำนวณ ความหมาย กระบวนการคิดคำนวณ การคิดในใจ

2.2.6 ไม่ควรวัดเฉพาะการรู้ระดับนามธรรม แต่ควรวัดความรู้ทั้ง 3 ระดับ คือ ระดับรูปธรรม กึ่งรูปธรรม และนานธรรม หรืออาจวัดการรู้ถึง 4 ระดับ คือ รูปธรรม กึ่งรูปธรรม กึ่งนานธรรม และนานธรรม

2.2.7 เน้นการให้คะแนนเป็นส่วนๆ (Part score) และการให้คะแนนของข้อสอบในแต่ละส่วน ไม่เน้นคะแนนรวม

2.2.8 ข้อสอบได้มาจาก การวัดพฤติกรรมการเรียนรู้อย่างละเอียด และ การศึกษาดิจิทัลที่เด็กมักทำผิด

2.2.9 ข้อสอบควรจะง่ายเพื่อให้สามารถจำแนกระหว่างเด็กที่มีปัญหาได้ ข้อสอบแต่ละข้อความมีค่าความยากตั้งแต่ .65 ขึ้นไป และความมีมากข้อ 2.2.10 เกณฑ์แสดงการรอบรู้ในเรื่องใดเรื่องหนึ่งนิยมใช้เกณฑ์อ่อนตัว 2 ใน 3 (67%) หรือ 3 ใน 4 (75%) เพื่อแสดงว่าเด็กมีความรอบรู้ในเรื่องนั้นจริง มิใช่ทำพิเศษเฉพาะความ เลินเล่อ

2.3 ลักษณะของแบบทดสอบของ พร้อมบรรณ อุดมสิน

พร้อมบรรณ อุดมสิน (2533 : 66) ได้กล่าวถึงลักษณะของแบบทดสอบ วินิจฉัยไว้ดังนี้

2.3.1 แบบทดสอบวินิจฉัยการเรียน เป็นแบบทดสอบที่ใช้สำหรับค้นหา ข้อมูลพ้องและสาเหตุของข้อมูลพ้องทางการเรียนเป็นเรื่อง ๆ ไป

2.3.2 เมื่อหาที่ต้องการวัด ต้องออกให้สอดคล้องกับบุคคลุ่มน้ำที่สำคัญที่ กำหนดไว้ในหลักสูตร

2.3.3 แบบทดสอบวินิจฉัยการเรียนมีจำนวนมากข้อ ใช้วัดทักษะย่อย ๆ ซึ่งจะ สามารถแบ่งได้เป็นแบบทดสอบฉบับย่อย ๆ หลายฉบับและแยกทดสอบในทักษะเฉพาะที่ แตกต่างกัน

2.3.4 ข้อสอบแต่ละข้อต้องตอบสนองสภาพการณ์ที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริง โดยสามารถแสดงให้เห็นกระบวนการคิดของผู้เรียนอย่างเพียงพอ ที่จะค้นหาข้อมูลพ้องทางการเรียนและวิเคราะห์สาเหตุได้

2.3.5 ข้อสอบจะต้องค่อนข้างง่าย โดยผ่านการวิเคราะห์เมื่อหาอย่าง ละเอียดตามระดับขั้นของบุคคลประسังค์การเรียนรู้

2.3.6 เป็นข้อสอบที่อาจจะไม่ต้องกำหนดเวลาให้ทำ และไม่จำเป็นต้องสร้าง เกณฑ์ปกติ แต่ต้องกำหนดเกณฑ์ขั้นต่ำ (Criteria) ที่เหมาะสม เพื่อจะได้นำคะแนนจากการสอบ มาเปรียบเทียบกับเกณฑ์ขั้นต่ำและตัดสินได้ว่านักเรียนคนใดมีข้อมูลพ้องค้านใด

2.3.7 ผู้วิเคราะห์คำตอบของนักเรียนเป็นรายข้อหรือกลุ่มข้อสอบในแต่ละ ทักษะย่อย

2.4 ลักษณะของแบบทดสอบของ บุญชุม ศรีสะอาด

บุญชุม ศรีสะอาด (2535 : 9) กล่าวถึงลักษณะทั่วไปของแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

2.4.1 จะมุ่งวัดเป็นเรื่อง ๆ ไป หรือค้าน ๆ ไป ถ้าต้องอาศัยลักษณะบ่อยๆ หลายทักษะ ก็อาจแบ่งเป็นแบบทดสอบย่อย (Subtests) วัดตามทักษะย่อย ๆ นั้น

2.4.2 มีคะแนนแต่ละค้านแต่ละตอน เพราะมุ่งค้นหาจุดบกพร่องในแต่ละค้าน ดังนั้น คะแนนรวมของห้องหรือคะแนนรวมของแต่ละคนจะไม่เป็นประ โยชน์นัก

2.4.3 มีข้อสอบหลาย ๆ ข้อวัดมโนภาพหรือทักษะเดียวกัน ซึ่งจะทำให้เพิ่มโอกาส การทำผิดพลาดมากขึ้น อันจะช่วยให้สามารถจำแนกนักเรียนที่มีความบกพร่องในการเรียนเรื่องนั้น ๆ ได้อย่างเพียงพอ

2.4.4 นักเป็นแบบไม่เร่งรัดเวลาในการทำ (Power test) โดยเริ่มจากข้อที่ง่าย ๆ แล้ว ค่อยเพิ่มความยากขึ้น และส่วนรวมแล้วมีแนวโน้มค่อนข้างง่ายกว่าแบบทดสอบที่มุ่งสำรวจ (Survey test)

2.4.5 การสร้างแบบทดสอบชนิดนี้ จะสร้างจากการฐานการวิเคราะห์ทักษะเฉพาะที่ส่งผลให้เรียนได้สำเร็จ และจากการศึกษาข้อผิดพลาดหรือความบกพร่องที่มักเกิดขึ้นกับนักเรียน

2.4.6 ความเป็นมาตรฐานของแบบทดสอบวินิจฉัยจะอยู่ในรูปที่ว่า เครื่องมือที่ใช้ดำเนินการทดสอบภายใต้สภาพเดียวกัน และการให้คะแนนมีความเป็นปนัย

จากลักษณะของแบบทดสอบวินิจฉัยที่กล่าวมาแล้ว สามารถสรุปลักษณะของแบบทดสอบ วินิจฉัยได้ว่า แบบทดสอบวินิจฉัยเป็นแบบทดสอบที่มุ่งค้นหาจุดบกพร่องของนักเรียน มีข้อสอบจำนวนมากข้อ เป็นข้อสอบที่ค่อนข้างง่าย ใช้ทดสอบระหว่างการเรียนการสอน เมื่อนักเรียนได้รับการฝึกจากวิธีสอนแบบปกติพอสมควรแล้ว การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยเพื่อศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 1 ฉบับ จำนวน 40 ข้อ

3. เทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

แบบทดสอบวินิจฉัย มีจุดมุ่งหมายในการวัด และมีลักษณะเฉพาะที่แตกต่างจากแบบทดสอบทั่ว ๆ ไป ดังนั้นการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย จึงมีความแตกต่างจากแบบทดสอบอื่น ๆ นักการศึกษาหลายท่าน ได้กล่าวถึงแนวทางในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

3.1 เทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยของลินด์คิวสต์

ลินด์คิวสต์ (Lindquist, 1966 : 37-38) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยไว้ดังนี้

3.1.1 แบบสอบวินิจฉัยต้องสัมพันธ์กับหลักสูตรและมีความชัดเจนใน

มาตรฐานที่ต้องการทดสอบ

3.1.2 คำตามในแบบสอบต้องให้สามารถวัดได้ตรงตามมาตรฐานที่ต้องการ

ทดสอบ

3.1.3 ทำการวิเคราะห์ข้อสอบอย่างละเอียด โดยอาศัยการทดลองและอุปกรณ์ หรือ ความไม่เข้าใจในการเรียนเป็นหลัก

3.1.4 แบบสอบต้องสามารถวัดพฤติกรรมทางสมองของนักเรียนได้อย่าง เพียงพอและต้องใช้ค้นหาจุดบกพร่องทางการเรียนได้

3.1.5 แบบสอบต้องเสนอแนะจุดบกพร่อง ในแต่ละองค์ประกอบทางการเรียนที่ทำการวัดได้อย่างถูกต้อง

3.1.6 แบบสอบต้องครอบคลุมกฎหมายที่ทางการเรียนรู้อย่างทั่วถึง

3.1.7 แบบสอบต้องสามารถทดสอบความบกพร่องทางการเรียนที่ผ่านมาได้ และสามารถสืบหาความบกพร่องนั้นจากเนื้อหาแต่ละตอนที่ทำการสอนได้

3.1.8 ความก้าวหน้าของเด็กแต่ละคน จะแสดงให้ทราบได้จากคำตอบที่แบบสอบทำการวัด

3.2 เทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยของ บุญชุม ศรีสะอาด

บุญชุม ศรีสะอาด (2541 : 29) กล่าวว่า แบบทดสอบวินิจฉัยสร้างจากรากฐาน ของการ วิเคราะห์ทักษะเฉพาะที่จะส่งผลให้เรียนได้สำเร็จ อาจดำเนินการสร้างแบบทดสอบ วินิจฉัยตามขั้นตอนต่อไปนี้

3.2.1 กำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างแบบทดสอบ

3.2.2 ศึกษาทฤษฎี วิธีการและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบทดสอบ

วินิจฉัย และวิธีการเขียนข้อสอบ

3.2.3 วิเคราะห์เนื้อหา จุดมุ่งหมายของหลักสูตร จุดประสงค์เชิงพุทธิกรรม

3.2.4 กำหนดจุดประสงค์ประกอบหรือทักษะย่อย ทดสอบกับทักษะย่อย

เพื่อวินิจฉัย

3.2.5 ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเหมาะสมในการดำเนินรายละเอียดตาม

ขั้นตอนที่ 4

3.2.6 เผยบันทึกข้อความแบบสำรวจเป็นแบบเต็มคำ

3.2.7 นำแบบทดสอบเพื่อสำรวจไปทดสอบเพื่อหาข้อบกพร่องหรือตัวหลวง

3.2.8 สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่อง โดยใช้ผลจากขั้นตอนที่ 7

คัดเลือก ปรับปรุงข้อสอบและสร้างตัวหลวงจากคำตอบที่ผิด

3.2.9 ให้ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเที่ยงตรงตามเนื้อหาและกำหนดคุณตัด

3.2.10 ทดสอบครั้งที่ 1

3.2.11 วิเคราะห์ความยาก จำนวนจำแนกและปรับปรุงข้อสอบ

3.2.12 ทดสอบครั้งที่ 2

3.2.13 วิเคราะห์หาคุณภาพรายข้อและทั้งฉบับของแบบทดสอบ

3.2.14 จัดทำคู่มือการใช้แบบทดสอบและจัดพิมพ์แบบทดสอบเป็นรูปเล่ม

3.3 สรุปเทคนิคการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย

จากวิธีการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น ผู้วิจัยนำมาสรุป

ขั้นตอนในการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์

ได้ ดังนี้

3.3.1 กำหนดคุณคุณลักษณะในการสร้างแบบทดสอบ

3.3.2 ศึกษาทฤษฎี งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง หลักสูตร คู่มือครูและหนังสือ

แบบเรียน

3.3.3 วิเคราะห์เนื้อหาและคุณประสิทธิ์การเรียนรู้ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

3.3.4 สร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจ

3.3.5 ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบเพื่อสำรวจ

3.3.6 นำแบบทดสอบเพื่อสำรวจไปทำการทดสอบหาข้อบกพร่องหรือหา

ตัวหลวง

3.3.7 สร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องการแก้โจทย์ปัญหาวิชา

คณิตศาสตร์ โดยปรับปรุงจากแบบทดสอบเพื่อสำรวจ

3.3.8 ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่อง

3.3.9 ทดสอบครั้งที่ 1

3.3.10 วิเคราะห์ข้อสอบหาค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และปรับปรุง

แบบทดสอบ

3.3.11 ทดสอบครั้งที่ 2

3.3.12 วิเคราะห์หาค่าความยาก อำนาจจำแนก ค่าความเชื่อมั่นของ

แบบทดสอบ

3.3.13 หาจำนวนและร้อยละของข้อบกพร่องของนักเรียนในการแก้โจทย์

ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์

3.3.14 หาจำนวนและร้อยละของนักเรียนที่มีข้อบกพร่องและไม่มีข้อบกพร่อง ในการแก้โจทย์ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์

4. การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบอิงเกณฑ์

แบบทดสอบวินิจฉัยที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เป็นแบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ ผู้วิจัยขอ
เสนอการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบวินิจฉัย ตามแนวแบบทดสอบอิงเกณฑ์ ดังนี้

4.1 ความเที่ยงตรงของแบบทดสอบ

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543 : 246) ให้ความหมายความเที่ยงตรง
(Validity) ว่า เป็นคุณภาพของแบบทดสอบ ที่หมายถึง แบบทดสอบที่สามารถวัดได้ตรงตาม
ลักษณะหรือจุดประสงค์ที่ต้องการจะวัด จำแนก ได้เป็นความเที่ยงตรงตามเนื้อหา ความเที่ยงตรง
ตามเกณฑ์สัมพันธ์ และความเที่ยงตรงตาม โครงสร้าง

สุรవาท ทองนุ (2550 : 105-106) กล่าวไว้ว่า วิธีหาค่าความตรงของ
แบบทดสอบอิงเกณฑ์นิยมใช้ 2 วิธี คือ ความตรงเชิงเนื้อหา และความตรงตาม โครงสร้าง

ไพศาล วรค่า (2552 : 254-266) ได้ให้ความหมายของความเที่ยงตรงไว้ว่า
คือ ความถูกต้องแม่นยำของเครื่องมือในการวัดสิ่งที่ต้องการจะวัด หรือความสอดคล้อง
เหมาะสมของผลการวัดกับเนื้อเรื่อง หรือเกณฑ์ หรือทฤษฎีเกี่ยวกับลักษณะที่มุ่งวัด

4.1.1 ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา (Content validity)

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543 : 246-249) ได้ให้ความหมายของ
ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา ของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ว่า คือเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตามเนื้อหาที่
ต้องการจะวัด และการพิจารณาความเที่ยงตรงชนิดนี้จะใช้การวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล (Rational
analysis) ผู้เชี่ยวชาญทางสาขาวิชาจะต้องพิจารณาว่า ข้อสอบของแบบทดสอบที่สร้างขึ้นนั้นวัด
ได้ตรงตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมหรือไม่ จากนั้นนำค่าการ

พิจารณาหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Consistency : IOC) โดยใช้สูตรของโรวินลลี และแฮมเบิลตัน (Rowinelli and Hambleton) ผู้วิจัยได้หาค่าความเที่ยงตรงตามเนื้อหาของแบบทดสอบตามวิธีนี้ และคัดเลือกข้อสอบที่มีความเที่ยงตรง .60 ขึ้นไป มีสูตรดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } IOC &= \frac{\sum R}{N} \\ \sum R &= \text{แทน ผลรวมของการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ} \\ N &= \text{แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ} \end{aligned}$$

4.1.2 ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-Related Validity)

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543 : 246-251) กล่าวว่า ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ หมายถึง คุณภาพของเครื่องมือที่อาจการวัดของแบบทดสอบไป หากความสัมพันธ์กับเกณฑ์ที่ต้องการ

ไฟศาล วรคำ (2552 : 258) กล่าวว่า ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ เป็นความสอดคล้องสัมพันธ์กัน ระหว่างคะแนนจากเครื่องมือวัดที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นกับเกณฑ์ภายนอก (Criterion) ที่สามารถใช้วัดคุณลักษณะที่ต้องการนั้นได้

4.1.3 ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง (Construct validity)

ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543 : 259) กล่าวว่า ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง หมายถึง คุณภาพของเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตรงตามลักษณะหรือตามทฤษฎี ต่าง ๆ ของโครงสร้างนั้น หรือวัดได้ครอบคลุมตามลักษณะของโครงสร้างของแบบทดสอบ มาตรฐาน

สุรัวท ทองนุ (2550 : 106) กล่าวว่า ในการทำความตรงตามโครงสร้างมีหลายวิธี แต่ที่นิยมใช้คือ วิธีของแครเวอร์ (Carver Method) โดยยึดแนวความคิดที่ว่า ผู้ที่เรียนแล้ว น่าจะสอบผ่าน ผู้ที่ยังไม่ได้เรียนน่าจะสอบไม่ผ่าน

ไฟศาล วรคำ (2552 : 258) กล่าวว่า ความเที่ยงตรงตามโครงสร้าง หมายถึง ความสามารถของเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตรงตามขอบเขต หรือครอบคลุมคุณลักษณะอย่าง ๆ ของสิ่งที่ต้องการวัดที่ระบุไว้ในทฤษฎีเกี่ยวกับคุณลักษณะนั้น ๆ

4.2 ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบ

ในการหาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้แนวคิด และข้อเสนอแนะถึงค่าความยากง่ายของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ไว้ดังนี้

ส่วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543 : 196) กล่าวว่า ข้อสอบอิงเกณฑ์จะพิจารณาค่าความยากง่ายของข้อสอบ แตกต่างจากแบบอิงกู้นุ่ม โดยข้อสอบอิงเกณฑ์ในแต่ละข้อ จะต้องมีค่าความยากน้อยกว่า .40 ก่อนที่นักเรียนจะได้รับการสอน และเมื่อนักเรียน ได้รับการสอนแล้ว ข้อสอบแต่ละข้อจะต้องมีค่าความยากมากกว่า .75 ทั้งนี้ เป็นเพราะการวิเคราะห์ข้อสอบแบบอิงเกณฑ์ไม่ได้นับที่จะนำค่าความยากง่ายเพื่อมาเลือกข้อสอบ แต่เน้นที่คุณภาพในการสอนของครู กล่าวคือ ถ้าครูยังไม่ได้สอนเนื้อหานั้น ข้อสอบควรจะยาก คือมีค่าความยากต่ำกว่า .40 แต่ถ้าครูทำการสอนแล้ว และครูสอนคืนนักเรียนควรจะเรียนรู้ในเนื้อหานั้นและควรจะทำข้อสอบนั้นได้ซึ่งข้อสอบควรร่าย คือ มีค่าความยากง่ายมากกว่า .75

บุญชุม ศรีสะอาด (2545 : 90) กล่าวว่า ค่าความยากง่ายของข้อสอบอิงเกณฑ์ เป็นค่าแสดงถึงร้อยละ หรือสัดส่วนของผู้ที่ตอบข้อสอบนั้นถูก หรือที่เลือกคำตอบนั้นเพื่อตรวจสอบความสามารถของผู้เรียน

สมนึก ภัทพิษณี (2546 : 195-213) ได้เสนอแนวคิดว่า ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ หมายถึง อัตราส่วนหรือร้อยละของจำนวนคนตอบถูกกับจำนวนคนทั้งหมด โดยกล่าวว่า ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ เป็นข้อสอบที่ต้องเน้นความสามารถในการวัดตามจุดประสงค์นั้นอย่างแท้จริง เมื่อจะเป็นข้อสอบที่ง่ายหรือยากก็ไม่ถือว่าเป็นข้อสอบ ที่ไม่คิด ค่าความยากจึงไม่ได้นำมาใช้ถึงคุณภาพและไม่ได้นำมาเป็นเกณฑ์สำคัญในการคัดข้อสอบสิ่งที่สำคัญ คือ ค่าอำนาจจำแนก การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยหาค่าความยากง่ายของแบบทดสอบ โดยใช้สูตรการหาค่าความยากของแบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ สูตรที่ใช้ในการหาค่าความยากของแบบทดสอบมีดังนี้

$$p = \frac{R}{N}$$

เมื่อ p แทน ระดับความยาก

R แทน จำนวนผู้ตอบถูกทั้งหมด

N แทน จำนวนผู้เข้าสอบทั้งหมด

จากแนวคิดของนักการศึกษาหลายท่าน จะเห็นว่า ค่าความยากง่ายของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ ถูกกำหนดขึ้นจากจุดประสงค์การเรียนรู้ การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้กำหนดจุดประสงค์ การเรียนรู้ โดยวิเคราะห์จากเนื้อหาและตัวชี้วัด สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

4.3 ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบ

สุรవาท ทองบุ (2550 : 102-104) ได้กล่าวไว้ว่า การวิเคราะห์ข้อสอบเป็นรายข้อแบบอิงเกณฑ์ จะมุ่งเน้นการหาค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบเพียงอย่างเดียว เนื่องจากเป็นข้อสอบที่ต้องเน้นความสามารถในการวัดตามจุดประสงค์นั้นอย่างแท้จริง จึงไม่จำเป็นต้องพิจารณาค่าความยาก เพราะแม้จะเป็นข้อที่ง่ายหรือยากก็ไม่ถือว่าเป็นข้อสอบที่ไม่ดี ซึ่งมีผลลัพธ์วิธี และได้กล่าวถึง 2 วิธี คือ การหาค่าอำนาจจำแนกจากผลการสอบสองครั้ง (ก่อนสอนและหลังสอน) และจากผลการสอบครั้งเดียว (หลังสอน) แต่ละวิธีมีรายละเอียด ดังนี้

วิธีที่ 1 การหาค่าอำนาจจำแนกจากผลการสอบสองครั้ง (ก่อนสอนและหลังสอน) เป็นวิธีหากำเนิดจากผลการสอบที่เสนอโดย คริสปิน และเฟลเดชัน (Kryspin and Feldhuson) เรียกค่าอำนาจจำแนกดังกล่าวว่า ดัชนี อส (S-Index หรือ Sensitivity Index) โดยใช้สูตร ดังนี้

$$S = \frac{R_{\text{pos}} - R_{\text{pre}}}{N}$$

เมื่อ	S	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ
	R_{pos}	แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกหลังสอน
	R_{pre}	แทน	จำนวนคนตอบถูกก่อนสอน
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าสอบทั้งหมด

วิธีที่ 2 การหาค่าอำนาจจำแนก จากผลการสอบครั้งเดียว (หลังสอน) เป็นวิธีหากำเนิดจากผลการสอบที่เสนอโดยเบรนแนน (Brennan) ค่าอำนาจจำแนกที่หาโดยวิธีนี้เรียกว่า ดัชนีบี (B - Index หรือ Brennan Index) ผู้วิจัยหากำเนิดจากแบบทดสอบจากผลการสอบครั้งเดียว (หลังสอน) โดยใช้สูตรตามวิธีนี้ มีสูตรดังนี้

$$B = \frac{U}{N_1} - \frac{L}{N_2}$$

เมื่อ	B	แทน	ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ
-------	---	-----	------------------------

- N₁ แทน จำนวนคนรอบรู้ (หรือสอนผ่านเกณฑ์)
 N₂ แทน จำนวนคนไม่รอบรู้ (หรือสอนไม่ผ่านเกณฑ์)
 P แทน จำนวนรอบรู้ (หรือสอนผ่านเกณฑ์) ตอบถูก
 L แทน จำนวนคนไม่รอบรู้ (หรือสอนไม่ผ่านเกณฑ์) ตอบถูก

4.4 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ

ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ เป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการสร้างแบบทดสอบ เพราะว่าค่าความเชื่อมั่นเป็นดัชนีที่บ่งชี้ว่า แบบทดสอบนี้มีคุณภาพหรือไม่ ซึ่งได้มีนักการศึกษาได้เสนอแนวคิดเกี่ยวกับค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ ไว้ดังนี้

4.4.1 ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์มีหลายแนวคิด จำแนกเป็น 2 แนวคิด คือ (สมนึก ภัทพิษณี. 2546 : 226-231)

1) ความเชื่อมั่นที่เป็นการตรวจหาความสอดคล้องในการจำแนกผู้รอบรู้ และผู้ไม่รอบรู้ กลุ่มนี้มีความเชื่อว่า แบบทดสอบที่มีความเชื่อมั่นจะสามารถจำแนกผู้สอน ว่าใครเป็นผู้รอบรู้ (สอนผ่าน) ใครเป็นผู้ไม่รอบรู้ (สอนไม่ผ่าน) ได้อย่างคงเดิม ซึ่งวิธีการพิจารณา ความสอดคล้องในการจำแนกผู้รอบรู้กับผู้ไม่รอบรู้ทำได้ 2 วิธี คือ โดยใช้แบบทดสอบคู่ขนาน 2 ฉบับ ทดสอบกับนักเรียนกลุ่มเดียว และ โดยใช้แบบทดสอบฉบับเดิม สอบเข้ากับนักเรียนกลุ่มเดียวกัน 2 วิธีนี้ มีวิธีคำนวณ ดังนี้

1.1) วิธีของคาร์เวอร์ (Carver Method) วิธีนี้เป็นการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์โดยนำแบบทดสอบคู่ขนาน 2 ฉบับซึ่งวัดในจุดประสงค์เดียวกันทดสอบกับนักเรียนกลุ่มเดียว สูตรคำนวณค่าความเชื่อมั่นเป็น ดังนี้

$$\Gamma_{CC} = \frac{a+c}{N}$$

- เมื่อ Γ_{CC} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบคู่ขนานสองฉบับ
 a แทน จำนวนคนที่สอนผ่านทั้งสองฉบับ
 c แทน จำนวนคนที่สอนไม่ผ่านทั้งสองฉบับ
 N แทน จำนวนคนสอบทั้งหมด

หมายเหตุ จากสูตรของคาร์เวอร์นี้ สามารถนำไปใช้กับกรณีที่ใช้แบบทดสอบฉบับเดียว ทดสอบเข้ากับนักเรียนกลุ่มเดียว

1.2) วิธีของแฮมเบิลตันและโนวิก (Hambleton and Novick Method) วิธีนี้เป็นการหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ โดยนำแบบทดสอบคู่ขนาน 2 ฉบับ ทดสอบกับนักเรียนกลุ่มเดียวกันใช้แบบทดสอบฉบับเดียวกัน ทดสอบซ้ำกับนักเรียนกลุ่มเดิม ก็ได้ผลการและวิธีการคำนวณจะคล้ายกับวิธีของคาร์เวอร์ แตกต่างกันเฉพาะการใช้สัญลักษณ์เพื่อแทนค่าในสูตร ดังนี้ อาจใช้วิธีใดวิธีหนึ่งก็ได้ สูตรในการคำนวณ ดังนี้

$$P_0 = P_{11} + P_{22}$$

เมื่อ P_0 แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
 P_{11} แทน อัตราส่วนของผู้รอบรู้ที่สอบผ่านทั้ง 2 ครั้ง หรือ 2 ฉบับ
 P_{22} แทน อัตราส่วนของผู้ไม่รอบรู้ที่สอบไม่ผ่านทั้ง 2 ครั้ง หรือ 2 ฉบับ

1.3) วิธีของสวามินาธาน แฮมเบิลตันและอลจินา (Swaminathan, Hambleton and Algina Method) วิธีนี้เป็นการหาค่าความเชื่อมั่นโดยใช้ขั้นยามของความเชื่อมั่น ในรูปเดียวกันกับวิธีของคาร์เวอร์ และแฮมเบิลตันและโนวิก แต่จะละเอียดกว่า 2 วิธีแรก เพราะทำการหักความสอดคล้องที่เกิดขึ้น โดยบังเอิญซึ่งอาจจะปนอยู่กับความสอดคล้องจริง อันเป็นเหตุให้ค่าความเชื่อมั่นที่คำนวณได้สูงกว่าที่เป็นจริง วิธีนี้อาจนำแบบทดสอบฉบับเดียวกัน ทดสอบซ้ำกับกลุ่มเดิม หรืออาจนำแบบทดสอบอิงเกณฑ์คู่ขนาน 2 ฉบับ ไปทดสอบกับกลุ่มเดียวกันก็ได้ สูตรคำนวณค่าความเชื่อมั่น ดังนี้

$$K = \frac{P_0 - P_e}{1 - P_e}$$

เมื่อ K แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์
 P_0 แทน อัตราส่วนของความสอดคล้องในการจำแนกว่าเป็นผู้รอบรู้
 และผู้ไม่รอบรู้
 P_e แทน อัตราส่วนความสอดคล้องที่คาดหวังไว้

2) ความเชื่อมั่นชนิดที่เป็นการตรวจหาความสอดคล้องของคะแนนแต่ละคน ที่แปรปรวนจากคะแนนชุดตัด โดยใช้แบบทดสอบ 1 ฉบับ ทดสอบกับนักเรียน 1 กลุ่ม ครั้งเดียว ซึ่งมีวิธีคำนวณหลายวิธี คือ

2.1) วิธีของลิวิงสตัน (Livingston Method) วิธีนี้นำแบบทดสอบอิงเกณฑ์หนึ่งฉบับ ไปทดสอบกับนักเรียนครั้งเดียวมีสูตร ดังนี้

$$r_{cc} = \frac{r_{tt}s^2 + (\bar{x}-c)^2}{s^2 + (\bar{x}-c)^2}$$

เมื่อ	r_{cc} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์
	r_{tt} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบซึ่งคำนวณโดยวิธี KR-20 หรือ KR-21
	c แทน คะแนนเกณฑ์หรือคะแนนมาตรฐานตัด
	\bar{x} แทน คะแนนเฉลี่ยของคะแนนสอบ
	s^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนสอบ

2.2) วิธีของโลเวท (Lovett Method) วิธีนี้ นำแบบทดสอบอิงเกณฑ์ ฉบับเดียว ไปทดสอบกับนักเรียนกลุ่มเดียวกันซ้ำๆ สามารถนำผลมาวิเคราะห์หาความเชื่อมั่นได้จากสูตร ดังนี้

$$r_{cc} = 1 - \frac{k \sum x_i - \sum x_i^2}{(k-1) \sum (x_i - c)^2}$$

เมื่อ	r_{cc} แทน ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบอิงเกณฑ์
	k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบทั้งฉบับ
	x_i แทน คะแนนสอบของนักเรียนแต่ละคน
	c แทน คะแนนมาตรฐานตัด

ในระหว่างสองวิธีตามแนวคิดนี้ จะเห็นว่าวิธีของลิวิงสตัน (Livingston Method) ยังคงอาศัยค่าความเชื่อมั่นของสูตรของ กูเดอร์-ริชาร์ดสัน (Kuder-Richardson) ซึ่งถือว่า เป็นการคำนวณค่าความเชื่อมั่นตามแนวอิงกลุ่ม แต่ถ้าใช้วิธีของโลเวท จะพิจารณาเฉพาะค่าความแปรปรวนของคะแนนแต่ละคนจากคะแนนมาตรฐานตัดเท่านั้น

4.4.2 ปัจจัยที่มีผลต่อความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ มีดังนี้

- 1) ความขาวของแบบทดสอบ แบบทดสอบที่มีจำนวนข้อสอบมากและมีผู้วัดเนื้อหาเดียวกัน จะมีค่าความเชื่อมั่นสูงกว่าแบบทดสอบที่มีจำนวนข้อน้อย เนื่องจากสามารถวัดได้ครอบคลุมมากกว่า หรือกล่าวได้ว่าแบบทดสอบนั้นมีความเที่ยงตรงนั่นเอง ดังนั้น ความเที่ยงตรงของแบบทดสอบจึงส่งผลต่อความเชื่อมั่นของแบบทดสอบด้วย

- 2) การกระจายของคะแนน แบบทดสอบที่คะแนนมีการกระจายมากแสดงว่าผู้เรียนมีความสามารถแตกต่างกันมาก ความเชื่อมั่นจะสูงกว่าแบบทดสอบที่มีการกระจายน้อย
- 3) ความยากของข้อสอบ หากข้อสอบยากหรือง่ายเกินไป มีผลต่อการกระจายของคะแนน คือ คะแนนมีการกระจายน้อยจะส่งผลให้ความเชื่อมั่นต่ำ
- 4) ความเป็นเอกพันธ์ของข้อสอบ แบบทดสอบฉบับใดที่ประกอบด้วยข้อสอบที่มาจากเนื้อหาที่มีความเป็นเอกพันธ์กัน หรือข้อสอบที่มีความสัมพันธ์ระหว่างกันสูงแบบทดสอบฉบับนั้นจะมีความเชื่อมั่นสูงด้วย
- 5) ความเป็นปัจنب คือ ผู้สอบอ่านคำชี้แจงเข้าใจดีจนถึงวิธีการตอบ อ่านข้อสอบเข้าใจตรงกันหรือตรงตามจุดประสงค์ของการถาม และเมื่อตรวจข้อสอบเมื่อได้และครอเป็นคนตรวจก็ตาม คะแนนต้องคงที่ หรือเท่ากันความเป็นปัจنبเป็นลักษณะที่ดีของแบบทดสอบ ซึ่งส่งผลต่อความเชื่อมั่นของแบบทดสอบด้วย

6) อิทธิพลจากการเดาคำตอบของผู้สอบ ทำให้คะแนนที่ได้จากการวัดต่างไปจากความสามารถที่แท้จริง จึงเกิดความคลาดเคลื่อนในการวัด ซึ่งมีผลต่อความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบทำให้มีความเชื่อมั่นต่ำ

สุรవاث ทองนู (2550 : 110 -111) ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบตามแนวอิงเกณฑ์มีหลายแนวคิดแต่จะจำแนกเป็น 2 วิธี คือ วิธีที่หนึ่ง โดยใช้แบบทดสอบคู่ขนาน 2 ฉบับทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียว และวิธีที่สอง โดยใช้แบบทดสอบฉบับเดิมสอบซ้ำกับกลุ่มตัวอย่าง กลุ่มเดียว

จากการศึกษาข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะของนักการศึกษา ที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นว่า การหาคุณภาพของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ มีวิธีการหาได้หลายวิธี ซึ่งในการสร้างแบบทดสอบนิยมในแนวอิงเกณฑ์ครั้งนี้ ผู้วิจัยหาค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ โดยใช้วิธีของลิวิงสตัน

5. คะแนนจุดตัด

5.1 ลักษณะคะแนนจุดตัด

คะแนนจุดตัด (Cut-off score) เป็นคะแนนที่ใช้สำหรับเป็นเกณฑ์ในการนำผลการสอบของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ ไปเปรียบเทียบว่านักเรียนมีคะแนนสูงหรือต่ำกว่าคะแนนจุดตัด ถ้าคะแนนผลการสอบสูงกว่าคะแนนจุดตัด แสดงว่า นักเรียนมีความรอบรู้ (Master) สมควรที่จะผ่านไปเรียนจุดประสงค์การเรียนใหม่ต่อไป แต่ถ้าคะแนนผลการสอบต่ำกว่าคะแนน

จุดตัด ก็แสดงว่านักเรียนไม่รับรู้ (Nonmaster) จะต้องกลับมาเรียนซ้อมเสริมในจุดมุ่งหมายในการเรียนนั้นอีก ดังนั้น คะแนนจุดตัดจะเป็นจุดที่กำหนดความสามารถขั้นต่ำ (Minimal Competence) ของความต้องการในการเรียนรู้ (Minimum Requirement) บางครั้งเรียกว่า การกำหนดมาตรฐาน (Standard Setting) ในการกำหนดคะแนนจุดตัดของแบบทดสอบในแต่ละครั้งนั้น จะทำให้เกิดการตัดสินผู้สอบออกเป็น 4 ลักษณะ ดังนี้ (ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ.
2543 : 266-267)

ผลการสอบ

	รับรู้	ไม่รับรู้
รับรู้	การตัดสินที่ถูกต้อง	ความคลาดเคลื่อน แบบไม่ยอมรับ
ไม่รับรู้	ความคลาดเคลื่อน แบบยอมรับ	การตัดสินที่ถูกต้อง

แผนภูมิที่ 3 การหาคะแนนจุดตัด

จากแผนภูมิที่ 3 ลักษณะการกำหนดจุดตัดมี 4 ลักษณะ ดังนี้

5.1.1 ลักษณะที่เกิดจากผลการทำแบบทดสอบอิงเกณฑ์ แล้วตัดสินว่า นักเรียนสอบไม่ผ่านทั้ง ๆ ที่ตามสภาพจริงแล้วเป็นผู้มีความรู้ จึงเกิดความคลาดเคลื่อนขึ้น เรียกว่า ความคลาดเคลื่อนแบบไม่ยอมรับ (Error of rejection) หรือความผิดพลาดแบบลบ (False negative) คือ เป็นผู้ไม่รับรู้แบบไม่จริง

5.1.2 ลักษณะที่เกิดจากผลการทำแบบทดสอบอิงเกณฑ์แล้วตัดสินว่า นักเรียนสอบผ่านเกณฑ์ ทั้ง ๆ ที่ตามสภาพจริงแล้วผู้ไม่มีความรู้ จึงเกิดความคลาดเคลื่อนขึ้น เรียกว่า ความคลาดเคลื่อนแบบยอมรับ (Error of acceptance) หรือความผิดพลาดแบบบวก (False positive) คือ เป็นผู้รับรู้แบบไม่จริง

5.1.3 ลักษณะที่เกิดจากผลการทำแบบทดสอบอิงเกณฑ์แล้วตัดสินว่า นักเรียนสอบผ่านเกณฑ์ และสถานภาพจริงเป็นผู้มีความรู้ แสดงว่า การตัดสินผลการสอบครั้งนี้ถูกต้อง (Correct decision) ไม่มีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้น

5.1.4 ลักษณะที่เกิดจากผลการทำแบบทดสอบอิงเกณฑ์แล้วตัดสินว่า นักเรียนสอบไม่ผ่านเกณฑ์ และสถานภาพจริงเป็นผู้ที่ไม่มีความรู้ แสดงว่าการตัดสินผลการสอบครั้งนี้ถูกต้อง (Correct decision) ไม่มีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้น

จากลักษณะ 4 ประการ ดังกล่าวข้างต้น การตัดสินผลการสอบของแบบทดสอบ อิงเกณฑ์ หลังจากกำหนดคะแนนจุดตัดแล้ว ต้องการการตัดสินที่ถูกต้องก็คือ แบบที่ 3 กับแบบที่ 4 ส่วนแบบที่ 1 และแบบที่ 2 นั้น ไม่ต้องการให้เกิดหรือเกิดน้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ ดังนั้น ใน การกำหนดคะแนนจุดตัดที่เหมาะสม คือ จุดที่ทำให้ผลการตัดสินแบบที่ 1 กับแบบที่ 2 (ความ พิเศษลดลงกับความพิเศษแบบบวก) มีค่าเฉลี่ยที่สุดหรือมีค่าเป็นศูนย์

5.2 การกำหนดคะแนนจุดตัด

การทดสอบแบบอิงเกณฑ์ เป็นการตรวจสอบความสามารถของผู้เรียนผู้เรียน ว่า ผ่านเกณฑ์ที่กำหนดหรือไม่ ผู้เรียนที่มีผลการทดสอบผ่านเกณฑ์จัดเป็นผู้รอบรู้ ส่วนผู้ที่ไม่ ผ่านเกณฑ์ ถือเป็นผู้ไม่รอบรู้ในเรื่องที่เรียน การกำหนดเพื่อตัดสินว่า ผู้เรียนเป็นผู้รอบรู้หรือไม่ นั้น จึงเป็นสิ่งสำคัญมากในการทดสอบอิงเกณฑ์ วิธีการกำหนดคะแนนจุดตัดมีหลายวิธีสรุปได้ ดังนี้ (ด้าน สายยศ และอังคณา สายยศ. 2543 : 268-295)

5.2.1 การกำหนดคะแนนจุดตัดโดยวิธีตัดสินใจ (Judgmental Methods) วิธีนี้ เป็นการกำหนดคะแนนจุดตัดโดยให้ผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้พิจารณาตัดสินจากเนื้อหาและข้อสอบแต่ละข้อแล้วคำนวณหาค่าคะแนนจุดตัด สรุปได้ ดังนี้

1) การกำหนดคะแนนจุดตัดจากการสอบของคนอื่นเป็นเกณฑ์ อาศัย หลักการกำหนดคะแนนจุดตัดที่สอดคล้องกับจำนวนපอร์เซ็นต์ของผู้สอบผ่านเกณฑ์ ซึ่งระบุไว้ล่วงหน้า โดยผู้เชี่ยวชาญเนื้อหาวิชาพิจารณาแบบทดสอบ แล้วระบุจำนวนผู้สอบผ่านว่า ควรเป็นเท่าไรก่อน แล้วจึงหาคะแนนที่สอดคล้องกับປอร์เซ็นต์นั้น

2) การกำหนดคะแนนจุดตัดโดยนับลดจาก 100% เป็นการกำหนดเกณฑ์ หรือระดับมาตรฐานของจุดประสงค์การเรียนรู้ คือ ค่าเกณฑ์ที่ต้องกำหนดตามความสำคัญ ของ จุดประสงค์ คือ ถ้าจุดประสงค์ใดมีความสำคัญมาก ค่าเกณฑ์ที่ต้องการเป็น 100% ถ้าจุดประสงค์ใด มีความสำคัญน้อยลงมา ค่าเกณฑ์ที่ต้องการก็จะลดลงมาจาก 100%

3) การกำหนดคะแนนจุดตัดจากเนื้อหาสาระของข้อสอบ การกำหนด จุดตัดด้วยวิธีนี้ อาศัยระดับความยากของเนื้อหาข้อสอบ เพื่อที่จะหาว่า จำนวนข้อสอบที่น้อยที่สุด ที่ผู้สอบจำเป็นต้องตอบถูก เพื่อแสดงความรอบรู้เป็นเท่าไร

4) การกำหนดคะแนนจุดตัดจากสมรรถภาพขั้นต่ำ เป็นวิธีที่ได้คะแนนจุดตัดมาจากให้ผู้เรียนเขียนเนื้อหาวิชาศึกษาข้อสอบ แล้วระบุว่าบุณฑ์นักเรียนที่มีสมรรถภาพขั้นต่ำต้องมีคะแนนสอบผ่านเท่ากับเท่าไร

5.2.2 การกำหนดคะแนนจุดตัดโดยพิจารณาจากการทดลองสอบ โดยนำไปทดลองสอบกับนักเรียน แล้วพิจารณาคัดเลือกจุดตัดที่เหมาะสม ซึ่งส่วนใหญ่จะใช้หลักการทางสถิติเป็นเครื่องมือในการตัดสินใจว่า คะแนนจุดตัดที่กำหนดนั้นมีความสัมพันธ์สอดคล้องกับเกณฑ์ภายนอกที่กำหนดขึ้นมาหรือไม่ มีรายวิชซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

1) การกำหนดคะแนนจุดตัดโดยใช้เทคนิควิจัยเชิงปฏิบัติการเป็นการทดสอบจุดตัดจากการทดลอง โดยอาศัยโถึงการแยกแข่งทางคณิตศาสตร์หรือกราฟช่วยในการตัดสินความสัมพันธ์ของคะแนนจุดตัด จากแบบทดสอบกับเกณฑ์ภายนอกที่กำหนดขึ้น

2) การกำหนดคะแนนจุดตัดจากการทดลองและการตรวจสอบ การกำหนดจุดตัดวิธีนี้คำนึงถึงทฤษฎีการทดสอบที่ว่า คะแนนสอบย่อมมีความคลาดเคลื่อนอยู่ด้วย การกำหนดคะแนนจุดตัด ซึ่งพิจารณาบนเขตความคลาดเคลื่อน ประกอบด้วย ต้องปรับคะแนนโดยการกำจัดความคลาดเคลื่อนออกไป ซึ่งอาจเกิดจากการเดาตอบ การสุ่มข้อสอบ

3) การกำหนดคะแนนจุดตัดโดยการปรับตามคะแนนเกณฑ์อื่น การกำหนดจุดตัดวิธีนี้ จะอาศัยเกณฑ์อื่นเป็นเกณฑ์ภายนอก แบบทดสอบเป็นตัวเทียบเกณฑ์ภายนอก ต้องประจักษ์ชัด และเป็นที่ยอมรับทั่วไปที่จะชี้บกความรอบรู้หรือความสำเร็จ เช่น ได้ใบขับขี่ รถยนต์ เป็นเกณฑ์ที่จะชี้บกกว่ามีความสามารถในการขับขี่รถยนต์ การห้ามคะแนนจุดตัดจะพิจารณาจากคะแนนจุดตัดที่สามารถแบ่งคนได้ สอดคล้องกับเกณฑ์ภายนอกโดยการปรับคะแนนจุดตัดที่ละคะแนน จนกว่าจะได้ผลสอดคล้องกับเกณฑ์ภายนอกมากที่สุด

สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกวิธีการกำหนดคะแนนจุดตัดจากเนื้อหาสาระของข้อสอบ ซึ่งอาศัยระดับความยากของเนื้อหาข้อสอบ เพื่อที่จะหาว่าจำนวนข้อสอบที่น้อยที่สุดที่ผู้สอนจำเป็นต้องตอบถูก

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยในประเทศไทย

เมตตา นาเวียง (2544 : 60-61) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมบัติของจำนวนนับ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่อง ในแต่ละลักษณะต่อความต้องการเรียนที่บ่งบอกพร่อง แยกเป็นลักษณะข้อบกพร่องย่อยได้ 12 ลักษณะเรียงลำดับลักษณะ ข้อบกพร่องย่อย 3 ลำดับ จากมากไปหาน้อย ดังนี้ นักเรียนทำไม่ครบขั้นตอนหรือลำดับขั้นตอน คิดเปลี่ยนประเด็นภาษาเป็นประเด็นคณิตศาสตร์ไม่ได้ และบอกกฎ สูตร หรือนิยามของจำนวนนับไม่ได้ และเมื่อรวมลักษณะข้อบกพร่องย่อยเป็นลักษณะข้อบกพร่องใหญ่ได้ 4 ลักษณะ เรียงลำดับความถี่ที่พบต่อจำนวนความถี่ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากมากไปน้อย คือ การตรวจสอบการแก้ปัญหา ร้อยละ 56.00 การใช้กฎ สูตร และนิยาม ร้อยละ 36.89 การศึกษาความหมาย ร้อยละ 29.00 และลำดับสุดท้าย คือ การคิดคำนวณ ร้อยละ 23.00

นพวรรณ ทับทอง (2548 : 84-85) ได้ศึกษาการพัฒนาแบบทดสอบวินิจฉัย ข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึง 3 ผลการ วิจัยพบว่า

1. ผลการตรวจสอบความตรงตามเนื้อหา ของแบบทดสอบวินิจฉัย ข้อบกพร่อง ทางการเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น สามารถวัดได้ตรงตามจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ สร้างขึ้นเป็น โจทย์ ที่เหมาะสมกับการใช้สอนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึง 3 และสามารถศึกษาข้อบกพร่องในด้านต่าง ๆ ที่เป็นข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ได้ครบถ้วนซึ่ง

2. การวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างผลการวินิจฉัย ที่ได้จากแบบสอบถาม วินิจฉัย ข้อบกพร่องทางการเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ผลการวินิจฉัยของครูผู้สอน วิชา คณิตศาสตร์และผลการสัมภาษณ์นักเรียน พบว่า ผลการวิเคราะห์ข้อบกพร่องจากทั้งสามวิธี มีความสอดคล้องกันร้อยละ 83 ของจำนวนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

3. คุณภาพในด้านความเที่ยงแบบทดสอบสอดคล้องภายใต้ของแบบสอน เมื่อใช้วัดในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีค่าเป็น 0.93 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีค่าเป็น 0.92 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีค่าเป็น 0.89 รวมทั้งสามระดับชั้น มีค่าเป็น 0.92

4. คุณภาพรายข้อของแบบสอบถามวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียน เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากการวิเคราะห์ค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนกรายข้อ พบว่า ค่าความยาก ตั้งแต่ 0.41-0.96 และค่าอำนาจจำแนกรายข้อ ตั้งแต่ 0.09-0.63 ซึ่งนิ่มค่าไม่เป็นลบ

กาญจนा สายวิเศษ และคณะ (2549 : 58) ได้ศึกษาข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตามตัวแบบการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนมัธยมศึกษา สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษานครรัมย์ เขต 2 โดยจำแนกข้อบกพร่องเป็น 4 ขั้นตอน คือ การทำความเข้าใจโจทย์ การวางแผนแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และการตรวจสอบคำตอบ ผลการวิจัย พบว่า

1. นักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีข้อบกพร่องการดำเนินการแก้ปัญหามากที่สุด รองลงมา คือ การตรวจสอบคำตอบ การวางแผนแก้ปัญหา การทำความเข้าใจโจทย์ ตามลำดับ สำหรับนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลางและต่ำ มีข้อบกพร่องการดำเนินการแก้ปัญหามากที่สุด รองลงมา คือ การตรวจสอบคำตอบ การวางแผนการแก้ปัญหา และการทำความเข้าใจโจทย์ ตามลำดับ

2. นักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตามตัวแบบการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05

3. นักเรียนที่มีระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง ปานกลางและต่ำมีข้อบกพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตามตัวแบบการแก้โจทย์ปัญหาของโพลยา แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สารนี้ สุรรักษ์ดีสัย (2549 : 56-68) ได้ศึกษาการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยในการเรียนคณิตศาสตร์ สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย จำนวน 3 ฉบับ แบบทดสอบนี้มีลักษณะเป็นแบบทดสอบแบบเลือกตอบ มี 4 ตัวเลือก ฉบับที่ 1 สมบัติของจำนวนนับ ฉบับที่ 2 ระบบจำนวนเต็ม และฉบับที่ 3 เลขยกกำลัง ใน การสร้างแบบทดสอบ ผู้วิจัยได้สร้างแบบทดสอบและได้ตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบที่สร้างขึ้นทั้งคุณภาพรายข้อ โดยการวิเคราะห์ค่าความยากและอำนาจจำแนก และคุณภาพทั้งฉบับด้านความตรงและความเที่ยง ในด้านความตรง สร้างตารางวิเคราะห์ที่เนื้อหาสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สาระที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 และรายการพฤติกรรมความบกพร่อง และได้รับการตรวจสอบความตรงตามเนื้อหาจากการตรวจสอบโดยผู้เชี่ยวชาญ ส่วนความเที่ยง ตรวจสอบ โดยวิธีความสอดคล้องภายใน ผลการวิจัย พบว่า

1. แบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ทั้งสามฉบับ ที่สร้างขึ้นแต่ละฉบับมีความตรงตามเนื้อหา
 2. ฉบับที่ 1 เรื่อง สมบัติของจำนวนนับ มีข้อสอบจำนวน 12 ข้อ มีความยาก ระหว่าง .67 -.78 มีค่าอำนาจจำแนก .40 -.71 และค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยง .83
 3. ฉบับที่ 2 เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม มีข้อสอบจำนวน 72 ข้อ มีความยาก ระหว่าง .67 -.86 มีค่าอำนาจจำแนก .28 -.77 และค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยง .98
 4. ฉบับที่ 3 เรื่อง เดเบย์กำลัง มีข้อสอบจำนวน 15 ข้อ มีความยากระหว่าง .66 -.75 มีค่าอำนาจจำแนก .44 -.70 และค่าสัมประสิทธิ์ความเที่ยง .77
- จตุพร แสนเมืองชิน (2551 : 130 - 131) ได้ศึกษาการสร้างแบบทดสอบ วินิจฉัยวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ สำหรับนักเรียนชั้นชั้นที่ 3 ในจังหวัด มหาสารคาม ผลการวิจัยพบว่า
1. ค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบเพื่อสำรวจ มีค่าเฉลี่ยตั้งแต่ .80 ถึง 1.00 นั่นคือ ข้อสอบที่สร้างขึ้นวัดได้ตรงและครอบคลุมตัวชี้วัดของเนื้อหาในหลักสูตร ได้จริง
 2. ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวินิจฉัย หาก การทดสอบ ครั้งที่ 1 ค่าความยากอยู่ระหว่าง .12 ถึง .88 ค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง .01 ถึง .72 การทดสอบครั้งที่ 2 ค่าความยากอยู่ระหว่าง .03 ถึง .55 ค่าอำนาจจำแนก อยู่ระหว่าง .03 ถึง .93
 3. ค่าสถิติพื้นฐานของแบบทดสอบทั้ง 4 ฉบับ มีคะแนนเฉลี่ย 12.38, 11.16, 11.03 และ 5.87 ตามลำดับ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน 3.59, 3.16, 3.86 และ 2.06 ตามลำดับ
 4. ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้ง 4 ฉบับ มีค่าความเชื่อมั่น .719, .748, .876 และ .728 ตามลำดับ
 5. จุดบกพร่องของนักเรียนในการเรียน เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ จุดที่ นักเรียน บกพร่องมากที่สุด คือ การคิดคำนวณที่เกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ
 6. ผลการเปรียบเทียบข้อมูลบกพร่องของผู้เรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ระหว่างนักเรียนหญิงกับนักเรียนชายไม่แตกต่างกัน
 7. ผลการเปรียบเทียบข้อมูลบกพร่องของผู้เรียนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ ระหว่าง โรงเรียนสังกัดการศึกษาขั้นพื้นฐาน (ขยายโอกาส) กับ โรงเรียนสังกัดการศึกษาขั้นพื้นฐาน แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ญาณจักรา สุดแท้ (2551 : 98-99) ได้ศึกษาการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในจังหวัดขอนแก่น แบบทดสอบที่สร้างขึ้นมี 4 ฉบับ ซึ่งได้สร้างมาจากแบบทดสอบเพื่อสำรวจแบบเติมคำและแสดงวิธีทำที่สอดคล้องกับจุดประสงค์ การเรียนรู้และนำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นไปทดสอบ 3 ครั้ง ผลการวิจัยพบว่า

1. แบบทดสอบทั้ง 4 ฉบับ มีค่าความยาก .23 - .72, .34 - .70, .38- .74 และ .43 - .73 ค่าอำนาจจำแนกเป็น .41 - .79, .35 - .79, .35 - .65 และ .38 - .68 และค่าความเชื่อมั่นคำนวณโดยวิธีของลิวิงสตันมีค่าเป็น .74, .77, .85 และ .90 ตามลำดับ

2. ค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวินิจฉัยทั้งสี่ฉบับ ได้รับการพิจารณาตัดสินจากผู้เชี่ยวชาญทางด้านเนื้อหาและนักวัดผลการศึกษา พบว่า ระหว่างเนื้อหา กับจุดประสงค์ใช้พฤติกรรมนิริยา ความสอดคล้องกัน และข้อสอบแต่ละข้อสามารถวัดได้ตรงตามจุดประสงค์ใช้พฤติกรรมจริง

3. จุดบกพร่องของนักเรียน ในเรื่อง ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ คือนักเรียนประกอบรูปเรขาคณิต 3 มิติ จากภาพ 2 มิติ ที่กำหนดให้ผิด เพราะนักเรียนมองความสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติในลักษณะต่าง ๆ ไม่เป็น

วิชาฯ ชั้non ข้า (2551 : 101-104) ได้ศึกษาการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย จุดบกพร่องในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนและการดำเนินการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า

1. แบบทดสอบวินิจฉัยที่สร้างขึ้น สามารถถือจุดบกพร่องของนักเรียนได้

2. การทดสอบเพื่อตรวจสอบคุณภาพรายข้อ ของแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 3 ฉบับ พบว่า ฉบับที่ 1 วัดทักษะการคิดคำนวณ จำนวน 30 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.24-0.79 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.18 - 0.74 ฉบับที่ 2 วัดทักษะการให้เหตุผล จำนวน 10 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.22 - 0.61 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.11 - 0.47 และฉบับที่ 3 วัดทักษะการแก้ปัญหา จำนวน 16 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.24 - 0.55 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.11 - 0.47

3. การทดสอบเพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบทั้ง 3 ฉบับ

3.1 ค่าสถิติพื้นฐานของแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 3 ฉบับ พบว่า แบบทดสอบวินิจฉัยวัดทักษะการคิดคำนวณ วัดทักษะการให้เหตุผล และทักษะการแก้ปัญหา มีคะแนนเฉลี่ย 17.15, 4.45 และ 7.58 ตามลำดับ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนน 6.56, 2.35 และ 3.27 ตามลำดับ และค่าสัมประสิทธิ์การกระจายของแบบทดสอบมีค่า 38.29, 52.92 และ

43.15 ตามลำดับ แสดงว่าแบบทดสอบบันทึก 1 วัดทักษะการคิดคำนวณ มีการกระจายน้อยที่สุด ส่วนแบบทดสอบ ฉบับที่ 2 วัดทักษะการให้เหตุผล มีการกระจายมากที่สุด

3.2 ค่าความยากและค่าอำนาจจำแนก ผลการวิเคราะห์ พบว่า ข้อสอบทุกข้อในแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 3 ฉบับ มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนก ตามเกณฑ์ที่กำหนด คือ ฉบับที่ 1 วัดทักษะการคิดคำนวณ จำนวน 30 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.39 - 0.80 มีค่าอำนาจจำแนก ตั้งแต่ 0.21- 0.52 ฉบับที่ 2 วัดทักษะการให้เหตุผล จำนวน 10 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.31- 0.67 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.26 - 0.56 ฉบับที่ 3 วัดทักษะการแก้ปัญหา จำนวน 16 ข้อ มีค่าความยากตั้งแต่ 0.32 - 0.64 มีค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 - 0.53

3.3 คะแนนมาตรฐานของแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 3 ฉบับ ซึ่งหาโดยใช้วิธีของเกลส์ต์ มีคะแนนมาตรฐานตัดเท่ากับ 15, 4 และ 7 จากข้อสอบจำนวน 30, 10 และ 16 ข้อ ตามลำดับ

3.4 ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวินิจฉัยทั้ง 3 ฉบับ มีค่า 0.8711, 0.6269 และ 0.6767 ตามลำดับ ค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดของแบบทดสอบทั้ง 3 ฉบับ มีค่า $\pm 2.3564, \pm 1.4373$ และ ± 1.8610 ตามลำดับ ค่าความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา โดยมีค่าความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับตัวบ่งชี้ทักษะความสามารถของนักเรียน เท่ากับ 1.00

4. การวิเคราะห์จุดบกพร่องที่นักเรียนเลือกตอบผิด ในการทดสอบวินิจฉัยทั้ง 3 ฉบับ พบว่า นักเรียนมีจุดบกพร่อง ดังนี้

4.1 แบบทดสอบฉบับที่ 1 วัดทักษะการคิดคำนวณ นักเรียนมีจุดบกพร่อง คือแปลความหมายไม่ได้ แปลค่าผิด แปลนิยามผิด คำนวณผิด และคำนวณหาคำตอบไม่ได้

4.2 แบบทดสอบฉบับที่ 2 วัดทักษะการให้เหตุผล นักเรียนมีจุดบกพร่อง คือคำนวณหาคำตอบจากความสัมพันธ์ของสัญลักษณ์ไม่ได้ สรุปความคิดเกี่ยวกับคุณสมบัติของการสลับที่ไม่ได้ คิดคำนวณหาคำตอบไม่ได้ สรุปความคิดเกี่ยวกับเอกลักษณ์การคูณไม่ได้ และ สรุปความคิดเกี่ยวกับคุณสมบัติการสลับที่การคูณไม่ได้ แปลนิยามการหารากที่สอง ที่เป็นบวก ผิด แปลความหมายของค่าสัมบูรณ์ไม่ได้ นำคุณสมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม การแยกแขง การสลับที่ การเปลี่ยนกลุ่ม และคุณสมบัติที่เกี่ยวกับจำนวนเต็ม ไปใช้ไม่ถูกต้อง

4.3 แบบทดสอบฉบับที่ 3 วัดทักษะการแก้ปัญหา นักเรียนมีจุดบกพร่อง คือ แปลความหมายผิด คำนวณหาคำตอบไม่ได้ เรียงลำดับขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาผิด บอกรวมสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ได้ และคำนวณหาคำตอบไม่ได้

สูรพรณ วีระสอน (2551 : 107) ได้ศึกษาการสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง อสมการ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษากรุงเทพมหานคร เขต 1 โดยสร้างแบบทดสอบวินิจฉัย 4 ฉบับ ผลการวิจัยพบว่า

1. ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก ค่าความเชื่อมั่น และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัดของแบบทดสอบวินิจฉัยทั้งสี่ฉบับ ดังนี้

1.1 ฉบับที่ 1 แบบทดสอบเรื่องทบทวนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ข้อสอบ จำนวน 15 ข้อ ค่าความยาก .30-.91 ค่าอำนาจจำแนก .30-.76 ค่าความเชื่อมั่น 0.95 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด 1.38

1.2 ฉบับที่ 2 แบบทดสอบวินิจฉัย เรื่อง อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ข้อสอบ จำนวน 22 ข้อ ค่าความยาก .51-.84 ค่าอำนาจจำแนก .34-.75 ค่าความเชื่อมั่น 0.88 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด 1.35

1.3 ฉบับที่ 3 แบบทดสอบวินิจฉัย เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ข้อสอบ จำนวน 8 ข้อ ค่าความยาก .57-.76 ค่าอำนาจจำแนก .04-.75 ค่าความเชื่อมั่น 0.85 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด 1.36

1.4 ฉบับที่ 4 แบบทดสอบวินิจฉัย เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ข้อสอบ จำนวน 15 ข้อ ค่าความยาก .42-.86 ค่าอำนาจจำแนก .23-.65 ค่าความเชื่อมั่น 0.81 และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานในการวัด 1.28

2. ค่าความเที่ยงตรงของแบบทดสอบวินิจฉัยทั้งสี่ฉบับ พบว่า ระหว่างเนื้อหา กับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมมีความสอดคล้องกัน และข้อสอบแต่ละข้อสามารถวัดได้ตรงกับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมจริง

3. วิเคราะห์จุดบกพร่องที่นักเรียนตอบผิดในแบบทดสอบวินิจฉัยทั้งสี่ฉบับ ผลปรากฏว่า แบบทดสอบแต่ละฉบับนักเรียนมีจุดบกพร่อง ดังนี้

3.1 แบบทดสอบฉบับที่ 1 ทบทวนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนมีจุดบกพร่องด้าน ไม่เข้าใจนิยามของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หากต้องของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไม่เป็น ไม่เข้าใจความหมายของการเท่ากันในประโยคภาษา แยกไม่ได้ว่าประโยค สัญลักษณ์ใดเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ไม่เข้าใจความหมายของการเท่ากันในประโยคภาษา ไม่เข้าใจความหมายของการบวกในประโยคภาษา ไม่เข้าใจความหมายของการลบในประโยคภาษา ไม่เข้าใจความหมายของการคูณในประโยคภาษา ไม่เข้าใจความหมายของการหารในประโยคภาษา ไม่สามารถใช้สัญลักษณ์แทนข้อความได้

3.2 แบบทดสอบบันทึก 2 ประเมินการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนมีจุดบกพร่อง ด้านไม่เข้าใจนิยามของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หากต้องของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ไม่เป็น แยกไม่ถูกว่าประโยชน์สัญลักษณ์ใดเป็นอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ไม่เข้าใจความหมายของการไม่เท่ากันในประโยชน์ภาษา ไม่สามารถใช้สัญลักษณ์แทนข้อความได้

3.3 แบบทดสอบบันทึก 3 การแก้ อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนมีจุดบกพร่องด้านไม่เข้าใจนิยามของอสมการที่สมมูลกัน หากต้องของอสมการที่สมมูลกันไม่ได้เขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไม่ได้ ไม่เข้าใจประโยชน์ภาษา เขียนแสดงกราฟได้ไม่ถูกต้อง ระบุตำแหน่งของคำตอบในรูปกราฟแสดงคำตอบไม่ได้ ใช้คุณสมบัติการไม่เท่ากันของการบวกผิด ใช้สมบัติของการ ไม่เท่ากันของการตัดออกสำหรับการบวกผิด (การลบ) ใช้สมบัติของการไม่เท่ากันของการคูณผิด ใช้สมบัติของการไม่เท่ากันตัดออกสำหรับการคูณผิด (การหาร) บวกลบ คูณ หาร จำนวนจริงผิด ไม่เปลี่ยนเครื่องหมายเมื่อนำจำนวนเต็มลบมาคูณเข้า เปลี่ยนหรือคัดแปลงรูปของอสมการผิด

3.4 แบบทดสอบบันทึก 4 โจทย์เกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนมีจุดบกพร่องด้านกำหนดความสัมพันธ์ของอสมการผิด ไม่เข้าใจความหมายของการไม่เท่ากัน ในประโยชน์ภาษา ไม่เข้าใจความหมายของการบวกในประโยชน์ภาษา ไม่เข้าใจความหมายของการลบในประโยชน์ภาษา ไม่เข้าใจความหมายของการคูณในประโยชน์ภาษา ไม่เข้าใจความหมายของการหารในประโยชน์ภาษา ตัวแปรที่กำหนดและอสมการที่สร้างไม่สัมพันธ์กัน แปลความในการตอบผิดจากที่โจทย์ถาม แสดงวิธีการแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวผิด

สมใจ ภูครองทุ่ง (2553 : 75) ได้ศึกษาการวินิจฉัยข้อบกพร่องทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ จากแบบฝึกหัด เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนยางตลาดวิทยาการ จังหวัดกาฬสินธุ์ โดยใช้แบบฝึกหัดที่ครุภู่สอนสร้างขึ้นมาวินิจฉัยผลการวิจัยพบว่า

1. ด้านการตีความจากโจทย์ ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 1.30 นักเรียนมีข้อบกพร่องในส่วนการนำข้อมูลมาใช้ผิด และข้อบกพร่องของนักเรียนที่ไม่พนในด้านนี้ คือ แปลความหมายจากประโยชน์ภาษาเป็นประโยชน์สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง

2. ด้านการใช้สมบัติ กฎ สูตร นิยามและทฤษฎีบท ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 48.51 นักเรียนมีข้อบกพร่องในส่วนจำทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติผิด มากที่สุด รองลงมา คือ ขาดทักษะในการเดือกดทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติที่เหมาะสมมาใช้ ประยุกต์ใช้ข้อมูล

กับทฤษฎีบท สูตร กฏ นิยามและสมบัติไม่ถูกต้องและขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท สูตร กฏ นิยามและสมบัติ ตามลำดับ

3. ด้านการคิดคำนวณ ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 47.13 นักเรียนมีข้อบกพร่องในส่วนขาดทักษะการคิดคำนวณเบื้องต้นมากที่สุด รองลงมา คือ ขาดความรู้พื้นฐานที่จะต้องใช้ในการเรียนเนื้อหาหนึ่ง ๆ ไม่เพียงพอ การสรุปผลไม่ถูกต้องหรือไม่ครบถ้วนกรณี ทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคำนวณ ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณและไม่มีเทคนิควิธีลัด ตามลำดับ

4. ด้านอื่น ๆ ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 3.06 นักเรียนมีข้อบกพร่องที่พบนอกเหนือจากที่กำหนด และข้อบกพร่องของนักเรียนที่ไม่พบในด้านนี้ คือ การไม่ทำแบบฝึกหัด

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาข้อบกพร่องในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยสร้างแบบทดสอบวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียน พบร่วม แบบทดสอบที่สร้างขึ้นมีคุณประสัฐ เพื่อใช้กันハウจุดบกพร่องและสาเหตุในการเรียนของนักเรียนเป็นรายบุคคล เพื่อเป็นข้อมูลในการ จัดสอนช่องเสริมและในการปรับปรุงด้านการเรียนการสอนในชั้นเรียนได้ตรงจุด แบบทดสอบที่สร้างขึ้นมีลักษณะเป็นแบบปรนัย และแบบข้อ답 ในการสร้างแบบทดสอบที่เป็นแบบปรนัยเลือกตอบ จะสร้างความจุดประสงค์การเรียนรู้เชิงพฤติกรรม ผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของเนื้อหา เรื่องนี้ ตัวกลางที่ใช้เป็นตัวเลือก ได้มาจากกระบวนการรวมข้อผิดพลาดจากการตอบแบบทดสอบเพื่อสำรวจความบกพร่อง โดยแบบทดสอบเพื่อสำรวจความบกพร่องของนักเรียนเป็นแบบทดสอบ ชนิดเดิมคำและแสดงวิธีทำสั้น ๆ จึงทำให้ทราบสาเหตุของความบกพร่องในการตอบคำตอบนั้น การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบที่สร้างขึ้น มีการตรวจสอบคุณภาพในด้านความตรง ตามเนื้อหาซึ่งตรวจสอบ โดยผู้เชี่ยวชาญ ตรวจสอบคุณภาพรายข้อโดยการหาความยากและอำนาจจำแนก และตรวจสอบคุณภาพทั้งฉบับโดยการหาความเสื่อมนั้น ข้อบกพร่องของนักเรียน คือ การตีความหมาย การใช้กฎ สูตรและนิยาม การคิดคำนวณ การตรวจสอบการแก้ปัญหา การนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาใช้ในการหาคำตอบโดยผิดพลาด การนำข้อมูลที่โจทย์ไม่ได้กำหนดหรือข้อมูลที่โจทย์ไม่ได้อ้างอิงถึงมาใช้ ละเลยการนำข้อมูลที่จำเป็นมาใช้แก้ปัญหา

2. งานวิจัยต่างประเทศ

ในฟอง และ โฮลตัน (Knifong and Holtan. 1980 : 202-210) ได้ศึกษาในคราฟ์ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับการเรียนของนักเรียนจาก โจทย์คำาน ของนักเรียนเกรด 6 ในโรงเรียนประถมศึกษา แควชุมชนที่มีเด็กอเมริกันหลายเชื้อชาติอาชัยอยู่ 3 ห้องเรียน จำนวน 35 คน โดยใช้แบบทดสอบส่วนกลาง จำนวน 30 ข้อ และคิดเป็นผลลัพธ์โดยนำจำนวน โจทย์คูณกับจำนวน

นักเรียน เท่ากับ 1,050 พบร่วม เป็นการแก้โจทย์ปัญหาผิด จำนวน 470 คิดเป็นร้อยละ 45 มีความผิดพลาดจากการใช้เครื่องหมายวงเล็บ ร้อยละ 3 และจากการคำนวณ ร้อยละ 52 จำแนกความผิดพลาดจากการคำนวณตื้น เศษส่วนและจำนวนคละ ส่วนความผิดพลาดค้านอื่น ๆ จำแนกเป็นความผิดพลาดจากการหาค่าเฉลี่ยและพื้นที่ร้อยละ 5 การใส่เครื่องหมายผิด ร้อยละ 6 ไม่กำหนดโจทย์แต่แก้ปัญหาไปในแนวทางอื่น ร้อยละ 12 ไม่พยายามแก้ปัญหาเลย ร้อยละ 18 และไม่สามารถกำหนดทิศทางความผิดพลาดได้ ร้อยละ 6

ชาญ และแอง (Chai and Ang. 1987 : 189-198) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การศึกษาข้อบกพร่องทางการเรียน วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในสิงคโปร์ เรื่อง พีชคณิต และสมการ กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา จำนวน 100 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็นแบบสอบถามวินิจฉัยข้อบกพร่องรูปแบบของเซลเซียส (Celsius) ซึ่งสร้างโดยปรับปรุงจากแบบสอบถามโครงการในประเทศไทยอังกฤษ ซึ่งมีชื่อว่า โนทศน์ของวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษา (CSMS) และโครงการที่มีชื่อว่า กลวิธีและความผิดพลาดของวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย (SEMS) และการทดสอบนักเรียน โดยการสัมภาษณ์ นำผลการสอบถามทั้งสองอย่างของนักเรียนแต่ละคนมาพิจารณาหาจุดบกพร่องในวิธีการ 6 อย่าง คือการประเมินตัวอักษร ตัวอักษรที่ไม่มีประโยชน์ ตัวอักษรที่ใช้แทนสิ่งของตัวอักษร ที่ไม่ทราบความหมาย ตัวอักษรที่ใช้แทนตัวเลขและตัวแปร ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนที่ใช้วิธีของเขาน่องถี่มเหลวถ้าพบปัญหาที่ยาก และพบว่า ข้อบกพร่องที่เกิดกับนักเรียนส่วนใหญ่ เนื่องมาจากการตีความหมายที่ผิดจากการอ่านโจทย์ และการใช้เครื่องหมายวงเล็บ

โมว์ไซวิท – ยาดาเร, ชาสลาฟสกาย และอินบาร์ (Movshovitz – Hadar, Zaslavsky and Inbar. 1987 : 3-14) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การวิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา กลุ่มตัวอย่าง เป็นนักเรียนเกรด 11 จำนวน 110 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ ลักษณะข้อบกพร่องจำนวน 6 ค้าน และแบบสอบถามคณิตศาสตร์แบบอัดแน่น ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่องตามลักษณะข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อยในค้านต่าง ๆ ดังต่อไปนี้ คือ การบิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตรและนิยาม การใช้เทคนิคในการทำผิด การใช้ข้อมูลผิด ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา การอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์ และไม่มีการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

แบรน โอด และคอลล์ (Blando and other. 1987 : 301-308) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การวิเคราะห์และหารูปแบบความคลาดเคลื่อนทางเลขคณิต กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 39 คน ของโรงเรียนขนาดกลางในรัฐชานฟ์รานซิสโก ประเทศสหรัฐอเมริกา ได้สรุป ข้อผิดพลาดทางการเรียนเลขคณิตไว้ 4 ด้าน คือ 1) ความผิดพลาดในการมีลำดับความสำคัญมากกว่าหรือการทำผิดลำดับขั้น เช่น บวกก่อนคูณ บวกก่อนหาร ลบก่อนหาร ละเลยความสำคัญของวงเล็บ 2) ความผิดพลาดในการทำผิดความหมาย เช่น หารแทนการบวก คูณแทนการหาร 3) ความผิดพลาดอื่น ๆ เช่น การปฏิเสธที่จะแก้ปัญหา และ 4) ความผิดพลาดที่ไม่มีรูปแบบที่แน่นอน เนื่องจากขาดความระมัดระวังในการคำนวณ เช่น ขาดความระมัดระวังในการบวก เป็นต้น

- จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับลักษณะข้อบกพร่องทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ต่างประเทศ จำนวน 4 เรื่อง สามารถสรุปเป็นข้อบกพร่อง ได้เป็น 5 ลักษณะ คือ
1. ข้อบกพร่องหรือข้อผิดพลาดที่เกิดจากนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาใช้ในการหาคำตอบผิดพลาด การนำข้อมูลที่โจทย์ไม่ได้กำหนดหรือข้อมูลที่โจทย์ไม่ได้อ้างอิงถึงมาใช้ ละเลยการนำข้อมูลที่จำเป็นมาใช้แก้ปัญหา
 2. ข้อบกพร่องทางภาษาที่เกิดจากการตีความจากประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง การไม่เข้าใจในความหมายของสัญลักษณ์ที่นำมาใช้ ตีความหมายโจทย์ผิด
 3. ข้อบกพร่องอันเกิดจากการบิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตรและประยุกต์ ใช้ทฤษฎีผิดจากเงื่อนไข ใช้กฎไม่ถูกต้อง จำสูตรผิด การนำบทนิยาม กฎ สูตร มาใช้ผิดเงื่อนไข
 4. ข้อบกพร่องที่เกิดจากการคิดคำนวณ
 5. ข้อบกพร่องอื่น ๆ