

## บทที่ 1

### บทนำ

#### ภูมิหลัง

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ว่าด้วยเหตุผล กระบวนการคิด และการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาที่ช่วยเสริมสร้างให้นักเรียนเป็นคนมีเหตุผล มีการคิดอย่างมีวิจารณญาณและเป็นระบบตลอดจนมีทักษะการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างถูกต้อง สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจและแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ซึ่งเป็นประโยชน์ในชีวิตประจำวัน ยิ่งกว่านั้นคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือสำคัญในการศึกษาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ตลอดจนศาสตร์อื่นๆ ทำให้มีการพัฒนาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีอย่างมากในทุกวันนี้ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2550 : 1)

เป้าหมายหลักของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน ผู้จัดนับไปที่การจัดการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจเนื้อหาคณิตศาสตร์ไปพร้อมๆ กับการพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดและมองเห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างคณิตศาสตร์กับสิ่งที่อยู่ในธรรมชาติ ทำให้การเรียนการสอนเป็นไปอย่างมีความหมายและสามารถนำสิ่งที่เรียนไปใช้ให้เกิดประโยชน์ในชีวิตจริงได้ ศูลด้า ลอยฟ้า (2546 : 1) ได้กล่าวถึง จุดมุ่งหมายของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ว่าเพื่อมุ่งพัฒนาความรู้ความเข้าใจของนักเรียน โดยเน้นความเข้าใจเชิงสัมพันธ์ (Relational Understanding) เป็นการพัฒนาความเข้าใจอย่างมีความหมายการอธิบาย เหตุผลประกอบในแต่ละมนโนทัศน์และรวมวิธีการคิดคำนวณ (Institutional Understanding) รวมทั้ง สามารถซื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างกรรมวิธีการคิดคำนวณและโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ สมาคมครุคณิตศาสตร์แห่งสหรัฐอเมริกา (2002 : 1) ได้กล่าวว่า เพื่อให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้และสามารถที่จะสร้างความเข้าใจ ให้ควรที่จะส่งเสริมให้นักเรียน ได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง (Constructivist) ซึ่งผู้สอนจะไม่บอกหรือแนะนำทางวิธีการแก้โจทย์ปัญหาให้กับเด็กๆ เลย ยกเว้น ครูจะตั้งโจทย์ขึ้นมาและขักชวนหรือกระตุนให้เด็กๆ ได้คิดค้นประดิษฐ์วิธีทำขึ้นมาเอง และเมื่อเด็กๆ ได้คำตอบมาเรียบร้อยแล้ว ผู้สอนก็จะไม่เฉลยในทันทีที่ถูกหรือผิด แต่จะขักชวนนักเรียนทั้งหมดให้ร่วมแสดงความคิดเห็นแลกเปลี่ยนเรียนรู้ร่วมกัน ซึ่งวิธีการสอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียน ได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง ทำให้นักเรียนรับรู้ว่าเข้าสามารถคิดและหาคำตอบได้จากตัวเขาเอง นอกจากนี้ ยังเป็นการสร้างนิสัยที่ดีในการแลกเปลี่ยนและรับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น พร้อมทั้ง ได้กระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้

ความคิด ไตร่ตรองหาข้อสรุปหรือคำตอบที่ดีที่สุด วิธีการสอนนี้เป็นวิธีการสอนที่แตกต่างกันอย่างสิ้นเชิงกับวิธีการสอนในสมัยก่อนที่ผู้สอนจะเป็นคนเดียวที่รู้คำตอบเสมอ

การเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ (Understanding) นั้นเป็นแนวคิดที่ยอมรับกันอย่างกว้างขวางในวงการคณิตศาสตร์ศึกษา จะเห็นว่างานวิจัยหลายๆ งานและเครื่องมือสื่อการเรียนรู้ที่ใช้ในการศึกษาคณิตศาสตร์มีเป้าหมายหลักส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ หากกระบวนการข้อเท็จจริง หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของเครื่องข่ายทางสังคมปัญญา ระดับความเข้าใจสามารถวัดได้โดยการพิจารณาจำนวนของการพิจารณาเชื่อมโยงและความแกร่งของการเชื่อมโยง ซึ่งสอดคล้องกับ ไฮเบิร์ต และคาเพนแทร์ (Hiebert & Carpenter. 1992 : 1) ได้กล่าวไว้ว่า การเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ (Understanding) เป็นแนวคิดที่ยอมรับกันอย่างกว้างขวางในวงการคณิตศาสตร์ศึกษา จะเห็นว่างานวิจัยหลายงานและเครื่องมือสื่อการเรียนรู้ที่ใช้ในการศึกษาคณิตศาสตร์มีเป้าหมายหลักส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ หากกระบวนการข้อเท็จจริง หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นส่วนหนึ่งของเครื่องข่ายทางสังคมปัญญา จะเห็นว่าการที่ผู้เรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แสดงว่าผู้เรียนมีการเชื่อมโยงองค์ความรู้ที่หลากหลายภายในโครงสร้างทางปัญญาของผู้เรียนนั้นเองเช่น ชาญฉรงค์ เอื้องราช (2552 : 1) ได้นำเสนอกรอบทฤษฎี Action-Process-Structure (APS) เพื่อใช้ยินยอมร่วมกันของโครงสร้างทางปัญญาที่จำเป็นต่อการสร้างความรู้ความเข้าใจใน โนมติทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมถึงแนวทางในการสร้างโครงสร้างทางปัญญานั้นด้วยกรอบทฤษฎี Action-Process-Structure (APS) ได้จำแนกระดับความเข้าใจเป็น 3 ระดับ คือ ระดับความเข้าใจในการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) หมายถึง ความเข้าใจที่เกิดจากการที่ผู้เรียนใช้ความรู้เดิมมาสร้างความหมายต่อสิ่งเร้าภายนอก ระดับความเข้าใจในกระบวนการ (Process conceptual understanding) หมายถึง เมื่อนักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจจากการจัดกระทำหรือการคิดคำนวณหลายๆ ครั้ง จนกระทั่งนักเรียนสามารถที่จะใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างความหมายสิ่งที่ได้จากการวัด การคิดคำนวณ หรือการจัดกระทำอย่างเป็นลำดับขั้นตอนในรูปของนิพจน์ทางคณิตศาสตร์ ระดับความเข้าใจในโครงสร้าง (Structural conceptual understanding) หมายถึง ความเข้าใจในระดับโครงสร้างเป็นความเข้าใจที่เกิดจากการที่ความเข้าใจในระดับกระบวนการหลายๆ กระบวนการที่เกี่ยวข้องกันถูกนำมาเชื่อมโยงอย่างเหมาะสม เพื่อใช้ในการสร้างความเข้าใจ สรุปได้ว่า ภายใต้กรอบทฤษฎี Action-Process-Structure ได้ให้ความหมายของโครงสร้างทางปัญญาว่าเป็นกลุ่มของกระบวนการ วัตถุ และโครงสร้างทางปัญญา ที่ถูกเชื่อมโยงด้วยวิธีการต่างๆ ที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

แอนโทนี (Anthony. 1996 : 1) กล่าวว่า ครูจะต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยการเปลี่ยนสิ่งแวดล้อมของห้องเรียนจากครูมีความสำคัญในการเรียนการสอน มาเป็นผู้เรียนเป็นสำคัญ โดยที่ครูจะต้องเปลี่ยนบทบาทและวัฒนธรรมการทำงานจากการเป็นผู้สอนผู้ชี้นำและเป็น

ผู้ถ่ายทอดมาเป็นผู้ให้คำแนะนำ ผู้อำนวยความสะดวก ให้ความช่วยเหลือ ช่วยส่งเสริมสนับสนุน ผู้เรียนในการแสวงหาความรู้โดยการเสนอแนะวิธีการและยุทธศาสตร์การเรียนรู้ เพื่อให้ผู้เรียนลงมือ เรียนรู้และก้าวพ้นความรู้จากสื่อและแหล่งการเรียนรู้ต่างๆเพื่อนำไปสร้างองค์ความรู้ (Knowledge construction) ด้วยตัวของนักเรียนเอง นักเรียนสร้างความเข้าใจ ดังนั้นนักเรียนจะต้องเป็นผู้ที่มี ความกระตือรือร้น (Active learning) และเป็นผู้ที่กำหนดแนวทางการเรียนรู้ด้วยตนเอง (Self directed learning) รีบกษาทฤษฎีการเรียนรู้ในลักษณะนี้ว่าทฤษฎีสร้างสรรค์ความรู้ (Constructivism) ซึ่ง สอดคล้องกับแนวคิดของ ก็อดเซอร์ฟิล (Glaserfeld. 1995 : 1) ที่ว่าผู้เรียนสร้างความรู้โดย กระบวนการคิดของตนเอง ผู้สอนไม่สามารถปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาของผู้เรียนได้ แต่ สามารถช่วยให้ผู้เรียนปรับเปลี่ยนโครงสร้างทางปัญญาของตนเองได้ โดยการจัดสภาพการณ์ให้ ผู้เรียนเกิดความขัดแย้งทางปัญญา ซึ่งเป็นสภาวะที่ประสบการณ์ใหม่ไม่สอดคล้องกับประสบการณ์เดิม ผู้เรียนต้องพยายามปรับข้อมูลใหม่กับประสบการณ์ที่มีอยู่เดิมแล้วสร้างเป็นความรู้ใหม่เป็นผล ให้โครงสร้างทางปัญญาเกิดการปรับเปลี่ยนโครงสร้างใหม่

ผลการสอน O-Net ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนนาคูนประชาธิรักษ์ มีค่าเฉลี่ยของโรงเรียน เท่ากับ 10.03 ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของประเทศ เท่ากับ 28.56 โดยเฉพาะเรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ซึ่งเป็นเนื้อหา ที่ความยุ่งยากในการทำความเข้าใจ (สำนักทดสอบ มาตรฐานทางการศึกษา. 2553 : 45) และจากประสบการณ์สอนของผู้วิจัย พบว่า นักเรียนซึ่งไม่ เข้าใจ เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน และยังขาดการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆให้สอดคล้องกับ สถานการณ์ในโจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม ซึ่งสิ่งนี้จะเป็นพื้นฐานที่สำคัญต่อการเรียน แคดกราฟิก ดังนั้นนักเรียนจะต้องเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์หรือความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องนี้ย่างแท้จริง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของวชิราภรณ์ ปราษิธรรัม (2549 : 80-81) การศึกษา ความเข้าใจเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้เครื่องคิด เลขกราฟิก ผลการวิจัยพบว่า ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนมีความเข้าใจในระดับ การกระทำ (Action) และระดับกระบวนการ (Process) เกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสอง มีกรณีที่นักเรียน สามารถเชื่อมโยงความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process) และสมบัติที่เกี่ยวข้องในการแก้ สถานการณ์ปัญหา แต่ไม่สามารถแก้สถานการณ์ปัญหาได้สำเร็จ ซึ่งแสดงให้เห็นว่า แม้ว่านักเรียน จะมีการเชื่อมโยงความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process) ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหา แต่ การเชื่อมโยงนั้น ไม่เหมาะสม ซึ่งเป็นสาเหตุให้นักเรียนไม่สามารถแก้สถานการณ์ปัญหาได้

จากเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาความเข้าใจเกี่ยวกับ เรื่อง ลิมิตและ ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน โดยอาศัยแนวคิดเกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบทฤษฎี Action-Process-Structure (APS) เพื่อใช้อธิบายถึง โครงสร้างทางปัญญาที่จำเป็นต่อกระบวนการ การ สร้างความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนนาคูนประชาธิรักษ์

## วัตถุประสงค์การวิจัย

เพื่อศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบทฤษฎี Action-Process-Structure (APS) เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

## ขอบเขตการวิจัย

### กลุ่มเป้าหมาย

กลุ่มเป้าหมายที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6/1 โรงเรียนนาดูนประชาสรพ. ที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554 จำนวน 45 คน โดยการทดสอบด้วยแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ แล้วเลือกรสึกษา จำนวน 6 คน โดยการเดือด จำนวน 3 คน จากอยละ 25 ของนักเรียนที่มีคะแนนกลุ่มสูง และจำนวน 3 คน จาก ร้อยละ 25 ของนักเรียนที่มีคะแนนกลุ่มต่ำ เพื่อสัมภาษณ์เชิงลึก

### ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรที่ศึกษา ได้แก่ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ตามกรอบทฤษฎี Action-Process-Structure (APS)

### เนื้อหา

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน หลักสูตร สถานศึกษา พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนนาดูนประชาสรพ.

### ระยะเวลาในการวิจัย

การวิจัยในครั้งนี้ดำเนินการ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2554

### นิยามศัพท์เฉพาะ

- ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การเข้าใจความรู้ที่หลากหลายภายในโครงสร้างทางปัญญาเกี่ยวกับลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนนาดูนประชาสรพ. ซึ่งจำแนกระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่ประยุกต์ใช้กรอบทฤษฎี

Action-Process-Structure (APS) ซึ่งจัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์แบ่งออกเป็น 3 ระดับ คือ 1) ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ 2) ความเข้าใจระดับกระบวนการ 3) ความเข้าใจระดับโครงสร้าง

ระดับที่ 1 คือ ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) หมายถึง ความเข้าใจที่เกิดจากการที่ผู้เรียนใช้ความรู้เดิมมาสร้างความหมายต่อสิ่งเรียนจากนอกได้ จากการสังเกตนักเรียนมีความเข้าใจจำกัดในระดับการจัดกระทำมีความสามารถในการปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนดหรือขั้นตอนการคิดคำนวณที่กำหนดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนที่ต่อเนื่องกันขั้นตอน ในแต่ละขั้นตอนจะถูกกระทำให้สำเร็จก่อนที่จะทำในขั้นตอนต่อไป

ระดับที่ 2 คือ ความเข้าใจระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding) หมายถึง เมื่อนักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจจากการจัดกระทำหรือการคิดคำนวณหลายครั้ง จนกระทั่ง นักเรียนสามารถที่จะใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างความหมายสิ่งที่ได้จากการวัด การคิดคำนวณ หรือการจัดกระทำอย่างเป็นลำดับขั้นตอนในรูปของโน้ตพัฟ โดยไม่จำเป็นต้องจัดกระทำ หรือการคิดคำนวณที่เป็นลำดับขั้นตอน การจัดกระทำระหว่างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ ระดับกระบวนการตั้งแต่ 2 กระบวนการขึ้นไป

ระดับที่ 3 คือ ความเข้าใจระดับโครงสร้าง (Structural conceptual understanding) หมายถึง ความเข้าใจในระดับโครงสร้างเป็นความเข้าใจที่เกิดจากการที่ความเข้าใจในระดับกระบวนการ หลายๆกระบวนการที่เกี่ยวข้องกันถูกนำมาเชื่อมโยงอย่างเหมาะสมเพื่อใช้ในการสร้างความเข้าใจ ในระดับกระบวนการใหม่หรือความเข้าใจในระดับกระบวนการจำทำให้เกิดโครงสร้างทางปัญญา (Schema) ขึ้น อาจกล่าวได้ว่าความเข้าใจในระดับนี้เป็นการเอาความเข้าใจในระดับกระบวนการ หลายๆกระบวนการที่เกี่ยวข้องกันมาเชื่อมโยงอย่างเหมาะสมเพื่อเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างทางปัญญา

2. แบบทดสอบวัดความเข้าใจ หมายถึง เครื่องมือวัดพฤติกรรมด้านความเข้าใจ เรื่อง ลิมิต และความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนนาคูนประชาสรรพ์ เป็นชื่อสอบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ ตรวจโดยใช้ Scoring Rubric ตามกรอบทฤษฎี Action-Process-Structure (APS)

## ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ผลการวิจัยจะเป็นข้อมูลสำคัญในการวัดระดับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตามกรอบทฤษฎี Action-Process- Structure (APS) เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ตลอดจนพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ให้สูงขึ้น



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY