

ภาคผนวก



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก ก

- แสดงดัชนีความสอดคล้อง ค่า IOC รายข้อของแบบทดสอบ
- แบบประเมินความสอดคล้องของแบบวิเคราะห์ลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
- แบบสัมภาษณ์นักเรียนศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
- ค่าความยาก (P) และ ค่าอำนาจจำแนก (D) ของข้อสอบแบบอัตนัย
- การหาความเชื่อมั่นโดยวิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค

ตารางภาคผนวกที่ 1 แสดงค่าดัชนีความสอดคล้อง หรือค่า IOC (Index of item objective congruence) รายข้อของแบบทดสอบ

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ				ค่าความสอดคล้อง (IOC)	แปลความหมาย
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3	$\sum R$		
1	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
2	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
3	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
4	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
5	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
6	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
7	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
8	0	1	1	2	0.67	สอดคล้อง
9	1	1	1	3	1	สอดคล้อง
10	1	1	1	3	1	สอดคล้อง

ตารางภาคผนวกที่ 2 ค่าความยาก (P) ค่าอำนาจจำแนก (D) และค่าความเชื่อมั่น (α) ของ
ข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ คัดเลือกมา 5 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	ค่าอำนาจ จำแนก(D)	การแปลความหมาย		สรุป	
			ค่า P	ค่า D		
1	0.60	0.79	ใช้ได้	ใช้ได้	ใช้ได้	เลือกเป็นข้อ 1
2	0.56	0.87	ใช้ได้	ใช้ได้	ใช้ได้	เลือกเป็นข้อ 2
3	0.42	0.67	ใช้ได้	ใช้ได้	ใช้ได้	เลือกเป็นข้อ 3
4	0.62	0.40	ใช้ได้	ใช้ได้	ใช้ได้	
5	0.41	0.40	ใช้ได้	ใช้ได้	ใช้ได้	
6	0.55	0.50	ใช้ได้	ใช้ได้	ใช้ได้	
7	0.43	0.33	ใช้ได้	ใช้ได้	ใช้ได้	เลือกเป็นข้อ 4
8	0.62	0.40	ใช้ได้	ใช้ได้	ใช้ได้	
9	0.41	0.40	ใช้ได้	ใช้ได้	ใช้ได้	เลือกเป็นข้อ 5
10	0.54	0.62	ใช้ได้	ใช้ได้	ใช้ได้	
ค่าความเชื่อมั่น (α) = 0.725						

$$p = \frac{S_H + S_L - (2NX_{\min})}{2N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	p	แทน	ดัชนีความยาก
	S_H	แทน	ผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง
	S_L	แทน	ผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุดในข้อนั้น
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น

$$D = \frac{S_H - S_L}{N(X_{\max} - X_{\min})}$$

เมื่อ	D	แทน	อำนาจจำแนกของข้อสอบ
	S_H	แทน	ผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง
	S_L	แทน	ผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ
	X_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุดในข้อนั้น
	X_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น
	N	แทน	จำนวนนักเรียนในกลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางภาคผนวกที่ 3 แสดงการหาความเชื่อมั่น โดยวิธีสัมประสิทธิ์แอลฟาของกรอนบาก

คนที่	ข้อที่	1	2	3	4	5	x	x^2
1		5	4	7	5	7	28	784
2		5	4	8	2	7	26	676
3		5	4	5	3	4	21	441
4		5	3	4	3	0	15	225
5		5	2	5	0	0	12	144
6		5	2	5	0	0	12	144
7		5	3	3	3	2	16	256
8		5	2	2	3	1	13	169
9		5	3	3	2	1	14	196
10		5	4	3	3	0	15	225
11		5	4	3	3	0	15	225
12		5	3	2	2	0	12	144
13		4	2	3	3	0	12	144
14		4	2	2	2	2	12	144
15		4	3	3	3	0	13	169
16		4	3	2	3	2	14	196
17		5	3	3	2	2	15	225
18		4	3	2	3	3	15	225
19		4	4	2	2	3	15	225
20		5	4	2	3	4	18	324
21		5	4	6	2	5	22	484
22		4	3	7	2	6	22	484
23		4	2	6	2	5	19	361
24		5	2	5	2	4	18	324
25		4	3	3	3	3	16	256
26		4	4	2	3	4	17	289
27		4	3	2	3	5	17	289
28		4	3	2	3	3	15	225
29		4	2	3	3	3	15	225
30		4	2	3	2	2	13	169
$\sum x_i$		136	90	161	78	78	487	8531
S_i^2		0.25	0.70	4.80	0.50	3.01	9.26	

วิธีหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค

$$\begin{aligned}\alpha &= \left[\frac{k}{k-1} \right] \left[1 - \frac{\sum s_i^2}{s_t^2} \right] \\ &= \left[\frac{5}{4} \right] \left[1 - \frac{9.26}{21.56} \right] \\ &= 0.725\end{aligned}$$

- เมื่อ α แทน เป็นสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นของแบบทดสอบ
 k แทน เป็นจำนวนข้อสอบ
 S_i^2 แทน เป็นความแปรปรวนของคะแนนข้อที่ i
 S_t^2 แทน เป็นความแปรปรวนของคะแนนรวม t

สรุป จะเห็นได้ว่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบวัดความเข้าใจ เรื่อง ลิขิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ฉบับนี้ เท่ากับ 0.725 แปลความหมาย ได้ว่า แบบทดสอบฉบับนี้มี ความเชื่อมั่นระดับสูง

ภาคผนวก ข

- แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
- เกณฑ์การให้คะแนนของแบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
- แบบสัมภาษณ์



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
คำชี้แจง

1. แบบทดสอบวัดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบอัตนัย จำนวน 5 ข้อ
รวม 30 คะแนน ใช้เวลาทำแบบทดสอบ 1.30 ชั่วโมง
2. ก่อนทำแบบทดสอบให้นักเรียนเขียน ชื่อ-สกุล เลขที่ ชั้นเรียนและห้องเรียนให้
ชัดเจนลงในข้อสอบ
3. ให้นักเรียนทำข้อสอบให้ครบทุกข้อ และส่งแบบทดสอบฉบับนี้คืนกรรมการคุม
สอบด้วย
4. ในการทำแบบทดสอบ ให้นักเรียนทำลงในแบบทดสอบ



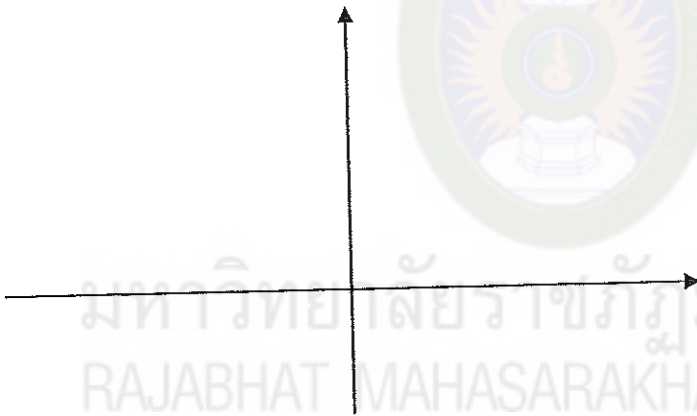
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ข้อที่ 1 กำหนด $f(x) = x^2 - x + 4$ จงหา $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

และเขียนกราฟ (แสดงวิธีทำ 5 คะแนน)

x	f(x)
1.0	
1.5	
1.8	
1.9	
1.95	
1.99	
1.995	
1.999	

x	f(x)
3.0	
2.5	
2.2	
2.1	
2.05	
2.01	
2.005	
2.001	



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

.....

.....

.....

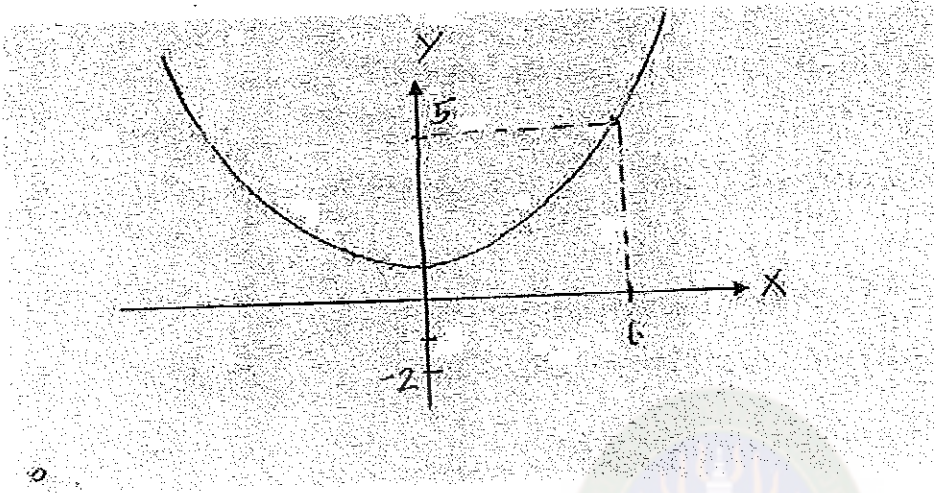
.....

.....

.....

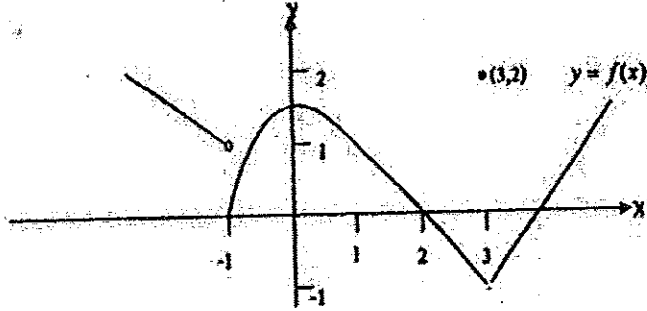
ข้อที่ 2 กำหนดให้ $f(x) = \frac{(x+2)^2}{16} + 1$ จงหา $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$

โดยการพิจารณาจากกราฟ (แสดงวิธีทำ 4 คะแนน)



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ข้อ 3. กำหนดให้กราฟ $y = f(x)$ เป็นดังนี้ (เต็มเฉพาะคำตอบ 9 คะแนน)



จงหาค่าของ

- | | |
|--|--|
| 3.1) $f(-1)$ = | 3.2) $f(3)$ = |
| 3.3) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ = | 3.4) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ = |
| 3.5) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ = | 3.6) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ = |
| 3.7) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ = | 3.8) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ = |

3.9) ฟังก์ชันที่กำหนดให้ไม่ต่อเนื่องที่จุดใดบ้างเพราะเหตุใด

.....

3.10) ฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อเนื่องบนช่วงต่อไปนี้หรือไม่เพราะเหตุใด

- 1.) $[-1, 2]$ ตอบ.....เพราะ.....
- 2.) $[-1, 3]$ ตอบ.....เพราะ.....

ข้อ 4. กำหนด $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}-2}$; $x \neq 1$ จงพิจารณาว่าฟังก์ชันนี้ต่อเนื่องที่ $x = 1$ หรือไม่

$$\frac{x}{x+1} ; x = 1 \quad (\text{แสดงวิธีทำ 5 คะแนน})$$

ข้อ 5. กำหนดให้ $f(x) = x^2 + 4$; $x \leq -1$
 $x + a$; $-1 < x < 3$
 $3x + b$; $x \geq 3$

ถ้า f เป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องบนช่วง $[-1, 3]$ จงหาค่าของ $a + b$ (แสดงวิธีทำ 7 คะแนน)

ข้อสอบอัตนัย เกณฑ์การให้คะแนน คะแนนเต็ม (30 คะแนน)

มีเกณฑ์พิจารณา ดังนี้

ข้อ	เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน (5 คะแนนเต็ม)
1	แสดงวิธีหาคำตอบ	
	1. กำหนด x ให้ หาค่าฟังก์ชัน $f(x)$ ลงในตาราง	1 คะแนน
	2. นำค่าฟังก์ชัน $x, f(x)$ ที่หาค่าได้มาเขียนกราฟ	1 คะแนน
	3. หา $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ได้	1 คะแนน
	4. หา $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ ได้	1 คะแนน
	5. หา $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ได้	1 คะแนน

ข้อ	เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน (4 คะแนนเต็ม)
2	แสดงวิธีหาคำตอบ	
	1. หาค่า $f(x)$ จากกราฟได้	1 คะแนน
	2. หา $\lim_{x \rightarrow 6^+} f(x)$ ได้	1 คะแนน
	3. หา $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x)$ ได้	1 คะแนน
	4. หา $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$ ได้	1 คะแนน

ข้อ	เกณฑ์การให้คะแนน	
คะแนน (9 คะแนนเต็ม)		
3	แสดงวิธีหาคำตอบ	
	1. หาค่า $f(-1)$	$\frac{1}{2}$ คะแนน
	2. หาค่า $f(3)$	$\frac{1}{2}$ คะแนน
	3. หาค่า $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ ได้	$\frac{1}{2}$ คะแนน
	4. หา $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ได้	$\frac{1}{2}$ คะแนน
	5. หา $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ได้	1 คะแนน
	6. หา $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ ได้	1 คะแนน
	7. หา $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ ได้	1 คะแนน
	8. หา $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ได้	1 คะแนน
	9. ฟังก์ชันที่กำหนดให้ไม่ต่อเนื่องที่จุดใด	1 คะแนน
	10. หาฟังก์ชันบนช่วงที่กำหนดให้	2 คะแนน

ข้อ	เกณฑ์การให้คะแนน	
คะแนน (5 คะแนนเต็ม)		
4	แสดงวิธีหาคำตอบ	
	1. แสดงสัญลักษณ์ของ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ได้	1 คะแนน
	2. หาค่า $f(1)$ ได้	1 คะแนน
	3. หา $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ได้	1 คะแนน
	4. สรุปฟังก์ชันความต่อเนื่องที่ $x=1$ ได้	2 คะแนน

ข้อ	เกณฑ์การให้คะแนน
คะแนน (7 คะแนนเต็ม)	
5	แสดงวิธีหาคำตอบ
1. หา $f(-1)$	ได้ 1 คะแนน
2. หา $f(3)$	ได้ 1 คะแนน
3. หา $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$	ได้ 1 คะแนน
4. หา $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$	ได้ 1 คะแนน
5. หาค่า a	ได้ 1 คะแนน
6. หาค่า b	ได้ 1 คะแนน
7. หาค่า $a + b$	ได้ 1 คะแนน



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบสัมภาษณ์นักเรียนศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ตามกรอบทฤษฎี Action-Process-Structure

ชื่อผู้ให้สัมภาษณ์..... ชั้น ม...../.....
เวลาเริ่มสัมภาษณ์.....วันสัมภาษณ์.....
การดำเนินการสัมภาษณ์

1. เริ่มสนทนา

1.1 แจ้งวัตถุประสงค์ในการสัมภาษณ์

1.2 ขออนุญาตฉบับที่ทำการสัมภาษณ์

2. สัมภาษณ์

2.1 นักเรียนคิดอย่างไรจึงได้คำตอบ

2.2 มีวิธีการหาคำตอบอย่างไร

2.2 มีวิธีคิดหาคำตอบแบบอื่นอีกหรือไม่



ภาคผนวก ค
แบบประเมินความสอดคล้อง



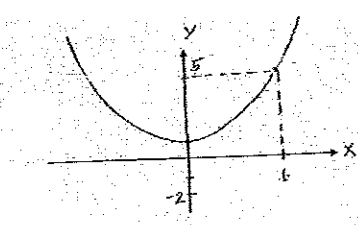
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบประเมินความสอดคล้องของแบบวิเคราะห์ลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

คำชี้แจง โปรดพิจารณาข้อสอบแต่ละข้อต่อไปนี้ว่าตรงตามจุดประสงค์หรือไม่โดยใช้
เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องคะแนน การพิจารณาตามความเห็นของท่าน

- ก. ✓ ในช่อง +1 เมื่อแน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตามจุดประสงค์
ก. ✓ ในช่อง 0 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบนั้นวัดตามจุดประสงค์
ก. ✓ ในช่อง -1 เมื่อไม่แน่ใจว่าข้อสอบไม่สอดคล้องตามจุดประสงค์

ตาราง 4 แบบประเมินความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ กลุ่มสาระ
การเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ผลการเรียนรู้ที่ คาดหวัง	ข้อสอบ	ผลการประเมิน			ข้อเสนอแนะ
		+1	0	-1	
1. หาลิมิตของ ฟังก์ชันของฟังก์ชัน ที่กำหนดได้	ข้อ 1. จงหาค่าของ $f(x) = x^2 - x + 4$ เมื่อ x เข้าใกล้ 2 โดยการสร้างตาราง เขียนกราฟและแก้สมการ				
	ข้อ 2. กำหนดให้ $f(x) = \frac{(x+2)^2}{16} + 1$ จงหา $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$ โดยการพิจารณาจาก กราฟ 				

ผลการเรียนรู้ที่ คาดหวัง	ข้อสอบ	ผลการประเมิน			ข้อเสนอแนะ
		+1	0	-1	
2. บอกได้ว่าฟังก์ชัน ที่กำหนดให้เป็น ฟังก์ชันต่อเนื่อง หรือไม่	<p>ข้อ 3. กำหนดให้กราฟ $y = f(x)$ เป็นดังนี้</p> <p>จงหาค่าของ</p> <p>3.1) $f(-1)$ =</p> <p>3.2) $f(3)$ =</p> <p>3.3) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ =</p> <p>3.4) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ =</p> <p>3.5) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ =</p> <p>3.6) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ =</p> <p>3.7) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ =</p> <p>3.8) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ =</p> <p>3.9 ฟังก์ชันที่กำหนดให้ไม่ต่อเนื่องที่จุดใดบ้าง เพราะเหตุใด.....</p> <p>3.10 ฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อเนื่องบนช่วงต่อไปนี้ หรือไม่เพราะเหตุใด</p> <p>1) $[-1, 2]$ ตอบ.....เพราะ.....</p> <p>2) $[-1, 3]$ ตอบ.....เพราะ.....</p>				

ผลการเรียนรู้ที่ คาดหวัง	ข้อสอบ	ผลการประเมิน			ข้อเสนอแนะ
		+1	0	-1	
	<p>ข้อ 4. กำหนดให้กราฟ $y = f(x)$ เป็นดังนี้</p> <p>จงหาค่าของ</p> <p>4.1) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \dots\dots\dots$</p> <p>4.2) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \dots\dots\dots$</p> <p>4.3) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \dots\dots\dots$</p> <p>4.4) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \dots\dots\dots$</p> <p>4.5) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \dots\dots\dots$</p> <p>4.6) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \dots\dots\dots$</p> <p>4.7) $f(-1) = \dots\dots\dots$</p> <p>4.8) $f(2) = \dots\dots\dots$</p> <p>4.9 ฟังก์ชันที่กำหนดให้ไม่ต่อเนื่องที่จุดใดบ้างเพราะเหตุใด</p> <p>4.10 ฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อเนื่องบนช่วงต่อไปนี้หรือไม่ เพราะเหตุใด 1) $[-5, 2]$ ตอบ.....เพราะ..... 2) $[0, 3]$ ตอบ.....เพราะ.....</p>				
	<p>ข้อ 5. ถ้าการเคลื่อนที่ของกระสุนปืนที่ยิงออกไป เป็นไปตามฟังก์ชันสมการการเคลื่อนที่</p> $s(t) = \frac{t^2 - 4}{t - 2}$ <p>เมื่อเวลาผ่านไป</p> <p>วินาที กระสุนปืนเคลื่อนได้ s เมตร นางสาวจิราภรณ์ เกิดข้อสงสัยว่าเมื่อเวลาผ่านไปใกล้ 2 นาที วัตถุจะเคลื่อนที่ได้ระยะทางประมาณเท่าใด</p>				

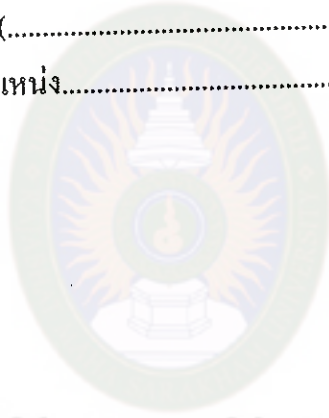
ผลการเรียนรู้ที่ คาดหวัง	ข้อสอบ	ผลการประเมิน			ข้อเสนอแนะ
		+1	0	-1	
	<p>ข้อ 6. ถ้าการเคลื่อนที่ของกระสุนปืนที่ยิงออกไปเป็นไปตามฟังก์ชันสมการการเคลื่อนที่</p> $s(t) = \frac{t^2 - 9}{t - 3}$ <p>เมื่อเวลาผ่านไป t วินาที กระสุนปืนเคลื่อนได้ s เมตร นางสาวจิราภรณ์ เกิดข้อสงสัยว่าเมื่อเวลาผ่านไปใกล้ 3 นาที วัตถุจะเคลื่อนที่ได้ระยะทางประมาณเท่าใด</p>				
	<p>ข้อ 7. กำหนด $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}-2}$; $x \neq 1$ $\frac{x}{x+1}$; $x = 1$</p> <p>จงพิจารณาว่าฟังก์ชันนี้ต่อเนื่องที่ $x = 1$ หรือไม่</p>				
	<p>ข้อ 8. กำหนด $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3}$; $x \neq 3$ $x + 2$; $x = 3$</p> <p>จงพิจารณาว่าฟังก์ชันนี้ต่อเนื่องที่ $x = 3$ หรือไม่</p>				
	<p>ข้อ 9. กำหนดให้</p> $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & ; x \leq -1 \\ x + a & ; -1 < x < 3 \\ 3x + b & ; x \geq 3 \end{cases}$ <p>ถ้า f เป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องบนช่วง $[-1, 3]$ จงหาค่าของ $a + b$</p>				

ผลการเรียนรู้ที่ คาดหวัง	ข้อสอบ	ผลการประเมิน			ข้อเสนอแนะ
		+1	0	-1	
	ข้อ 10. กำหนดให้ $f(x) = 1 - b; x = -3$ $\frac{x+1}{2}; -3 < x < 0$ $3a + 1; x = 0$ ถ้า f เป็น ฟังก์ชันที่ต่อเนื่องบนช่วง $[-3, 0]$ จงหา ค่าของ $a + b$				

(ลงชื่อ).....ผู้ประเมิน

(.....)

ตำแหน่ง.....



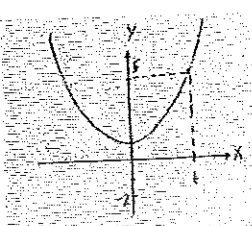
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

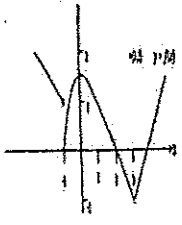
ภาคผนวก ง

- แสดงรายละเอียดพฤติกรรมที่แสดงความเข้าใจระดับการจัดกระทำ
(Action Conceptual understanding) ความเข้าใจระดับกระบวนการ
(Process Conceptual understanding) และความเข้าใจในระดับโครงสร้าง
(Structural Conceptual understanding) ในการทำข้อสอบ
เรื่อง ลิ้มิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ตารางภาคผนวกที่ 5 แสดงรายละเอียดพฤติกรรมที่แสดงความเข้าใจระดับการจัดกระทำ (Action Conceptual understanding) ความเข้าใจระดับกระบวนการ (Process Conceptual understanding) และความเข้าใจในระดับโครงสร้าง (Structural Conceptual understanding) ในการทำข้อสอบเรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	ข้อสอบ	กรอบทฤษฎี Action-Process-Structure	การแสดงพฤติกรรม การเรียนรู้ของผู้เรียน
1. หาลิมิตของ ฟังก์ชันของ ฟังก์ชันที่กำหนดได้	ข้อ 1. จงหาค่าของ $f(x) = x^2 - x + 4$ เมื่อ x เข้าใกล้ 2 โดยการสร้างตาราง เขียนกราฟและแก้สมการ	Action Conceptual understanding ความเข้าใจที่เกิดจากการที่ ผู้เรียนใช้ความรู้เดิมมาสร้าง ความหมายต่อสิ่งเร้าภายนอก ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำมีความสามารถในการ ปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนดคิดคำนวณอย่างเป็นลำดับขั้นตอน	จำแนกและเข้าใจ สัญลักษณ์ของฟังก์ชัน ในการแทนค่าของฟังก์ชัน โดยการเขียนตาราง เขียนกราฟ และแก้สมการ
		Process Conceptual understanding เมื่อนักเรียนสามารถพัฒนา ความเข้าใจจากการจัดกระทำ หรือการคิดคำนวณหลายๆครั้ง จนกระทั่งนักเรียนสามารถที่จะ ใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้อง มาสร้าง ความหมายจัดกระทำ อย่างเป็นลำดับขั้นตอน การจัดกระทำระหว่างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ระดับ กระบวนการตั้งแต่ 2 กระบวนการขึ้นไป	สามารถเข้าใจบทนิยาม ลิมิตของฟังก์ชัน หาค่าลิมิตของฟังก์ชัน หาค่าลิมิต ด้านซ้าย หาค่าลิมิต ด้านขวาของฟังก์ชัน สามารถแก้สมการ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ได้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	ข้อสอบ	กรอบทฤษฎี Action-Process-Structure	การแสดงพฤติกรรม การเรียนรู้ของผู้เรียน
1. หาลิมิตของฟังก์ชันของฟังก์ชันที่กำหนดได้	ข้อ 2 กำหนดให้ $f(x) = \frac{(x+2)^2}{16} + 1$ จงหา $\lim_{x \rightarrow 6} f(x)$ โดย การพิจารณาจากกราฟ 	Action Conceptual understanding ความเข้าใจที่เกิดจากการที่ผู้เรียนใช้ความรู้เดิมมาสร้างความหมายต่อสิ่งเร้าภายนอก ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำมีความสามารถในการปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนดคิดคำนวณอย่างเป็นลำดับขั้นตอน	ดูกราฟแล้วหาค่าของฟังก์ชัน $f(x)$
		Process Conceptual understanding เมื่อนักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจจากการจัดกระทำหรือการคิดคำนวณหลายๆครั้งจนกระทั่งนักเรียนสามารถที่จะใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างความหมายจัดกระทำอย่างเป็นลำดับขั้นตอน การจัดกระทำระหว่างความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ระดับกระบวนการตั้งแต่ 2 กระบวนการขึ้นไป	หาค่าลิมิตของฟังก์ชัน หาค่าลิมิตด้านซ้ายและหาค่าลิมิตด้านขวาของฟังก์ชันได้


ผลการเรียนรู้ที่ คาดหวัง	ข้อสอบ	กรอบทฤษฎี Action- Process-Structure	การแสดงผลกิจกรรม การเรียนรู้ของผู้เรียน
2. บอกได้ว่า ฟังก์ชันที่ กำหนดให้เป็น ฟังก์ชัน ต่อเนื่องหรือไม่	<p>ข้อ 3. กำหนดให้กราฟ $y = f(x)$ เป็นดังนี้</p>  <p>จงหาค่าของ</p> <p>3.1) $f(-1) = \dots\dots\dots$</p> <p>3.2) $f(3) = \dots\dots\dots$</p> <p>3.3) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \dots\dots\dots$</p> <p>3.4) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \dots\dots\dots$</p> <p>3.5) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \dots\dots\dots$</p> <p>3.6) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \dots\dots\dots$</p> <p>3.7) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \dots\dots\dots$</p> <p>3.8) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \dots\dots\dots$</p> <p>3.9 ฟังก์ชันที่กำหนดให้ไม่ ต่อเนื่องที่จุดใดบ้างเพราะเหตุใด</p> <p>3.10 ฟังก์ชันที่กำหนดให้ ต่อเนื่องบนช่วงต่อไปนี้หรือไม่ เพราะเหตุใด</p> <p>1) $[-1, 2]$ ตอบเพราะ.....</p> <p>2) $[-1, 3]$ ตอบ..... เพราะ.....</p>	<p>Action Conceptual understanding</p> <p>ความเข้าใจที่เกิดจากการที่ ผู้เรียนใช้ความรู้เดิมมาสร้าง ความหมายต่อสิ่งเร้าภายนอก ความเข้าใจในระดับการจัด กระทำมีความสามารถในการ ปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนด คิดคำนวณอย่างเป็นลำดับ ขั้นตอน</p> <p>Process Conceptual understanding</p> <p>เมื่อนักเรียนสามารถพัฒนา ความเข้าใจจากการจัดกระทำ หรือการคิดคำนวณหลายๆ ครั้ง จนกระทั่งนักเรียน สามารถที่จะใช้ความรู้ความ เข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้าง ความหมายจัดกระทำอย่าง เป็นลำดับขั้นตอน การจัด กระทำระหว่างความคิดรวบ ยอดทางคณิตศาสตร์ระดับ กระบวนการตั้งแต่ 2 กระบวนการขึ้นไป</p>	<p>ดูกราฟแล้วหาค่าของ ฟังก์ชัน $f(x)$ โดยการเขียนตาราง เขียน กราฟ และแก้สมการ</p> <p>หาค่าลิมิตของฟังก์ชัน หา ค่าลิมิตด้านซ้ายและหาค่า ลิมิตด้านขวาของฟังก์ชัน</p>

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	ข้อสอบ	กรอบทฤษฎี Action-Process-Structure	การแสดงพฤติกรรม การเรียนรู้ของผู้เรียน
		Structural conceptual understanding ความเข้าใจในระดับโครงสร้างเป็นความเข้าใจที่เกิดจากการที่ความเข้าใจในระดับกระบวนการหลายๆกระบวนการที่เกี่ยวข้องกันถูกนำมาเชื่อมโยงอย่างเหมาะสมเพื่อเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างทางปัญญา	หาค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ซึ่งนิยามบนช่วงเปิด (a, b) และ $c \in (a, b)$ จะกล่าวได้ว่า $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = c$ ก็ต่อเมื่อ 1. $f(c)$ หาค่าได้ 2. $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ หาค่าได้ และ 3. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$
2. บอกได้ว่า ฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็น ฟังก์ชันต่อเนื่องหรือไม่	ข้อ 4. กำหนด $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}-2}$; $x \neq 1$; $\frac{x}{x+1}$; $x = 1$ จงพิจารณาว่าฟังก์ชันนี้ต่อเนื่องที่ $x = 1$ หรือไม่	Action Conceptual understanding ความเข้าใจที่เกิดจากการที่ผู้เรียนใช้ความรู้เดิมมาสร้าง ความหมายต่อสิ่งเร้าภายนอก ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำมีความสามารถในการปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนดคิดคำนวณอย่างเป็นลำดับขั้นตอน	หาค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ซึ่งนิยามบนช่วงเปิด (a, b) และ $c \in (a, b)$ จะกล่าวได้ว่า $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = c$ ก็ต่อเมื่อ 1. $f(c)$ หาค่าได้ 2. $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ หาค่าได้ และ 3. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$
		Process Conceptual understanding เมื่อนักเรียนสามารถพัฒนาความเข้าใจจากการจัดกระทำหรือการคิดคำนวณหลายๆครั้ง จนกระทั่งนักเรียนสามารถที่จะใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้าง ความหมายจัดกระทำ	

ผลการเรียนรู้ที่ คาดหวัง	ข้อสอบ	กรอบทฤษฎี Action- Process-Structure	การแสดงพฤติกรรม การเรียนรู้ของผู้เรียน
		<p>อย่างเป็นลำดับขั้นตอน การ จัดกระทำระหว่างความคิด รวบยอดทางคณิตศาสตร์ ระดับกระบวนการตั้งแต่ 2 กระบวนการขึ้นไป</p>	
		<p>Structural conceptual understanding ความเข้าใจ ในระดับโครงสร้างเป็นความ เข้าใจที่เกิดจากการที่ความ เข้าใจในระดับกระบวนการ หลายๆกระบวนการที่ เกี่ยวข้องกันถูกนำมา เชื่อมโยงอย่างเหมาะสมเพื่อ เป็นส่วนหนึ่งของ โครงสร้าง ทางปัญญา</p>	

ผลการเรียนรู้ที่ คาดหวัง	ข้อสอบ	กรอบทฤษฎี Action- Process-Structure	การแสดงพฤติกรรม การเรียนรู้ของผู้เรียน
2. บอกได้ว่า ฟังก์ชันที่ กำหนดให้เป็น ฟังก์ชัน ต่อเนื่องหรือไม่	ข้อ 5. กำหนดให้ $f(x) = x^2 + 4 ; x \leq -1$ $x + a ; -1 < x < 3$ $3x + b ; x \geq 3$ ถ้า f เป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่อง บนช่วง $[-1, 3]$ จงหาค่าของ $a + b$	Action Conceptual understanding ความเข้าใจที่เกิดจากการที่ ผู้เรียนใช้ความรู้เดิมมาสร้าง ความหมายต่อสิ่งเร้าภายนอก ความเข้าใจในระดับการจัด กระทำมีความสามารถในการ ปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนด คิดคำนวณอย่างเป็นลำดับ ขั้นตอน	หาค่าของฟังก์ชัน $f(x)$ ซึ่ง นิยามบนช่วงเปิด (a, b) และ $c \in (a, b)$ จะกล่าวว่า $f(x)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = c$ ก็ต่อเมื่อ 1. $f(c)$ หาค่าได้ 2. $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ หาค่าได้ และ 3. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$
		Process Conceptual understanding เมื่อนักเรียนสามารถพัฒนา ความเข้าใจจากการจัดกระทำ หรือการคิดคำนวณหลายๆ ครั้ง จนกระทั่งนักเรียน สามารถใช้ความรู้ความ เข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้าง ความหมายจัดกระทำ อย่างเป็นลำดับขั้นตอน การ จัดกระทำระหว่างความคิด รวบยอดทางคณิตศาสตร์ ระดับกระบวนการตั้งแต่ 2 กระบวนการขึ้นไป	

ผลการเรียนรู้ที่ คาดหวัง	ข้อสอบ	กรอบทฤษฎี Action- Process-Structure	การแสดงพฤติกรรม การเรียนรู้ของผู้เรียน
		Structural conceptual understanding ความเข้าใจ ในระดับโครงสร้างเป็นความ เข้าใจที่เกิดจากการที่ความ เข้าใจในระดับกระบวนการ หลายๆกระบวนการที่ เกี่ยวข้องกันถูกนำมา เชื่อมโยงอย่างเหมาะสมเพื่อ เป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้าง ทางปัญญา	



ภาคผนวก จ
แผนการจัดการเรียนรู้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 5

รหัสวิชา ค 40205 ชื่อวิชา คณิตศาสตร์ เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สอนครั้งที่ 5

ชื่อหน่วย แคลคูลัสเบื้องต้น

ชื่อเรื่อง LIMIT ของฟังก์ชัน เวลา 2 ชม. สัปดาห์ที่ 1

1. เป้าหมายการเรียนรู้

1.1 ผลการเรียนรู้

หา LIMIT ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

หา LIMIT ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ได้

2. สาระสำคัญ

2.1 สาระการเรียนรู้

LIMIT ของฟังก์ชัน

2.2 ทักษะ / กระบวนการ

- 1) ทักษะการทำงานกลุ่ม
- 2) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 3) ทักษะการแก้ปัญหา

2.3 ทักษะการคิด

- 1) ทักษะการคิดแปลความ
- 2) ทักษะการคิดวิเคราะห์
- 3) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

3. ร่องรอยการเรียนรู้

3.1 ผลงาน / ชิ้นงาน

- 1) ผลงานจากการทำกิจกรรมที่ 2.1 ก และ 2.1 ข
- 2) ผลงานจากการทำกิจกรรมกลุ่ม

3.2 กระบวนการขั้นตอนการปฏิบัติงาน

- 1) จัดกลุ่ม กลุ่มละ 5-6 คน
- 2) เลือกหัวหน้ากลุ่ม
- 3) หัวหน้ากลุ่มแบ่งงาน
- 4) ร่วมกันทำกิจกรรมที่กำหนด
- 5) นำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน



6) ครูมอบหมายให้ทำกิจกรรมที่ 2.1 ก และ 2.1 ข

3.3 พฤติกรรมตามคุณลักษณะพึงประสงค์

- 1) นักเรียนให้ความร่วมมือในการทำงานกลุ่ม
- 2) นักเรียนมีความละเอียดรอบคอบและรับผิดชอบในการทำงาน

3.4 ความรู้ความเข้าใจ

นักเรียนรู้วิธีหาลิมิตของฟังก์ชัน

4. แนวทางการวัดผลและประเมินผล

เกณฑ์ขั้นต่ำ

- 1) ได้ระดับ “พอใช้” ขึ้นไป
- 2) ได้ระดับ “ดี” ขึ้นไป
- 3) ทำได้ถูกต้อง 80% ขึ้นไป

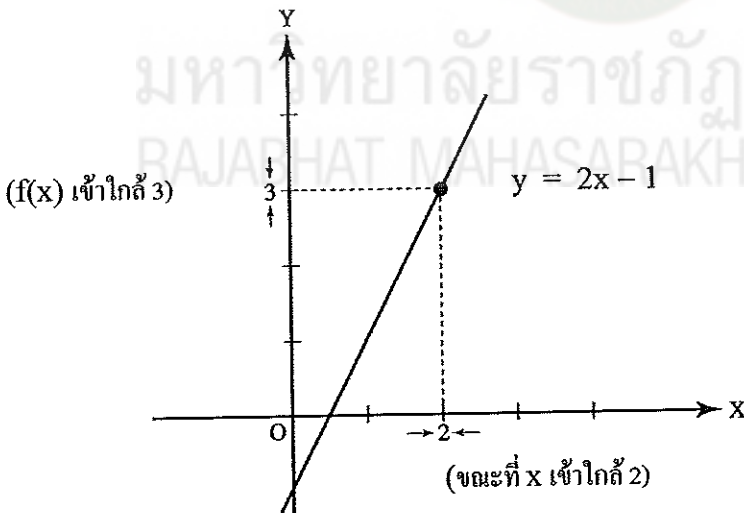
การสรุปผลการประเมิน

ต้องผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำทั้ง 3 รายการ

5. กิจกรรมการเรียนรู้เพื่อการเรียนรู้

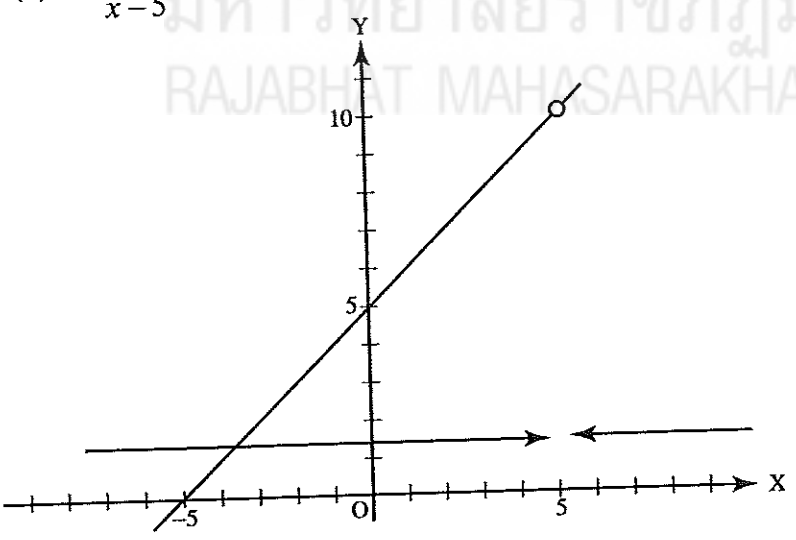
5.1 ขั้นนำ

ครูกำหนดฟังก์ชัน $f(x) = 2x - 1$ ให้นักเรียนเขียนกราฟจะได้ดังรูป



จากกราฟของฟังก์ชัน ให้นักเรียนสังเกตว่า ขณะที่ x เข้าใกล้ 2 (นั่นคือ เมื่อ $x < 2$ และเมื่อ $x > 2$) ค่าของ $f(x)$ จะเข้าใกล้ 3 กล่าวได้ว่า ลิมิตของฟังก์ชัน $f(x) = 2x - 1$ เมื่อ x เข้าใกล้ 2 มีค่าเท่ากับ 3

5.2 ขั้นสอน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	ฝึกการคิดแบบ
<p>1. จากขั้นนำ ครูสรุปเป็นกรณีทั่วไปดังนี้</p> <p>สำหรับฟังก์ชัน f ใดๆ ที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L เมื่อ x เข้าใกล้ a เรียก L ว่า ลิมิตของ f ที่ a เขียนแทนด้วย $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ ถ้าไม่มีจำนวนจริง L ซึ่ง $f(x)$ เข้าใกล้ L เมื่อ x เข้าใกล้ a แล้ว</p> <p>f ไม่มีลิมิตที่ a จะเขียนว่า $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ หาค่าไม่ได้</p> <p>2. การหา $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ เป็นการพิจารณาค่าของ $f(x)$ ว่าเข้าใกล้จำนวนจริงใดขณะที่ x เข้าใกล้ a หมายถึงพิจารณากรณีที่ $x < a$ และ $x > a$ ครูกล่าวย้ำว่าเราจะไม่พิจารณาค่าของ $f(x)$ ที่ $x = a$ ดังนั้น ฟังก์ชัน f อาจจะนิยามหรือไม่นิยามที่ $x = a$ ก็ได้ แต่ฟังก์ชัน f จะต้องนิยามที่แต่ละจุดที่ใกล้ a พิจารณาฟังก์ชัน $f(x) = \frac{x^2 - 25}{x - 5}$ โดเมนของฟังก์ชันคือ $\mathbb{R} - \{5\}$ กล่าวคือ $f(5)$ จะหาค่าไม่ได้ แต่เมื่อพิจารณาค่า $f(x)$ คือ x เข้าสู่ 5 ไม่ว่าจะทางด้านซ้ายหรือด้านขวา $f(x)$ จะมีค่าเข้าใกล้ 10 แสดงว่า $f(x)$ นี้มีลิมิต แต่จะหาค่า $f(5)$ ไม่ได้</p> $f(x) = \frac{x^2 - 25}{x - 5}$ 	<p>ฝึกการคิดแบบ</p> <p>ทักษะการคิด</p> <p>แปลความ</p> <p>ทักษะการคิด</p> <p>วิเคราะห์</p>

กิจกรรมการเรียนการสอน

ฝึกการคิดแบบ

3. ครูอธิบายว่า เมื่อ x เข้าใกล้จำนวนจริง a ใดๆ ให้พิจารณา 2 ทิศทาง คือ

1) x เข้าใกล้ a โดยที่ $x < a$ เรียกว่า x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย เขียนแทนด้วย

$$\text{สัญลักษณ์ } x \rightarrow a^-$$

2) x เข้าใกล้ a โดยที่ $x > a$ เรียกว่า x เข้าใกล้ a ทางด้านขวา เขียนแทนด้วย

$$\text{สัญลักษณ์ } x \rightarrow a^+$$

สำหรับฟังก์ชัน f ใดๆ ที่มีโดเมนและเรนจ์เป็นสับเซตของเซตของจำนวนจริง

(1) ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L_1 เมื่อ x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย ($x < a$)

เรียก L_1 ว่า ลิมิตซ้ายของ $f(x)$ เขียนแทนด้วย $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$

(2) ถ้าค่าของ $f(x)$ เข้าใกล้จำนวนจริง L_2 เมื่อ x เข้าใกล้ a ทางด้านขวา ($x > a$)

เรียก L_2 ว่า ลิมิตขวาของ $f(x)$ เขียนแทนด้วย $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$

ถ้า $L_1 = L_2 = L$ จะได้ว่า ฟังก์ชัน f มีลิมิตเท่ากับ L เมื่อ x เข้าใกล้ a เขียนแทน

$$\text{ด้วย } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

ถ้า $L_1 \neq L_2$ จะได้ว่า ฟังก์ชัน f ไม่มีลิมิต เมื่อ x เข้าใกล้ a นั่นคือ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

หาค่าไม่ได้

4. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 ในหนังสือเรียน โดยให้
ข้อสังเกตว่า

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \text{ กับ } \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \text{ ไม่จำเป็นต้องเท่ากัน}$$

ครูกล่าวกับนักเรียนว่า ถ้า $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ จะกล่าวว่า f เป็น
ฟังก์ชันที่ไม่มี ลิมิตที่ a

5. ครูยกตัวอย่างต่อไปนี้เพิ่มเติมจากในหนังสือเรียน

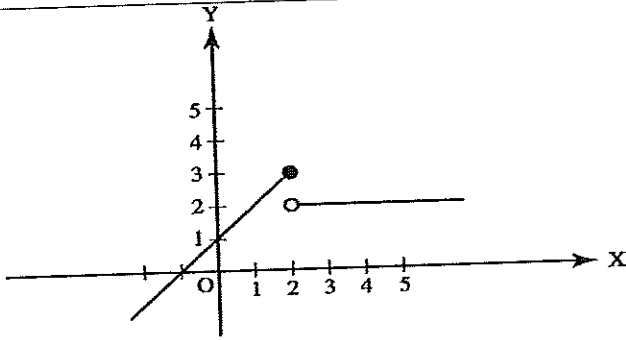
$$1) \text{ จงหาค่าของ } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \text{ เมื่อ } f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 2 \\ 2, & x > 2 \end{cases}$$

วิธีทำ เขียนกราฟของฟังก์ชันได้ดังนี้

ทักษะการคิด
วิเคราะห์และ
ทักษะการคิด
ประยุกต์ใช้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ฝึกการคิดแบบ



จากกราฟ

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2$$

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ ดังนั้น $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ หาค่าไม่ได้

2) กำหนดให้ $f(x) = 3x + 2$ เมื่อ $x \geq 3$ จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$

วิธีทำ จาก $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{เมื่อ } x < 3 \\ 3x + 2 & \text{เมื่อ } x \geq 3 \end{cases}$

เมื่อ $x \geq 3$ จะได้ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 3(3) + 2 = 11$

เมื่อ $x < 3$ จะได้ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 3^2 + 1 = 10$

เนื่องจาก $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$

ดังนั้น $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ หาค่าไม่ได้

3) กำหนดให้ $f(x) = \frac{|x|}{x}$ จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

วิธีทำ จาก $f(x) = \frac{|x|}{x}$

จะได้ $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x} & \text{เมื่อ } x > 0 \\ -\frac{x}{x} & \text{เมื่อ } x < 0 \end{cases}$

หรือ $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{เมื่อ } x < 0 \\ 1 & \text{เมื่อ } x > 0 \end{cases}$

ทักษะการคิด
วิเคราะห์และ
ทักษะการคิด
ประยุกต์ใช้

กิจกรรมการเรียนการสอน	ฝึกรากิคิดแบบ
<p>ดังนั้น $\lim f(x) = 1$</p> <p>และ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1$</p> <p>เนื่องจาก $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$</p> <p>ดังนั้น $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ หาค่าไม่ได้</p>	
<p>6. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมที่ 2.1 ก ภายในเวลาที่กำหนด แล้วร่วมกันเฉลยคำตอบ</p> <p>7. ครูแนะนำว่าการหาค่าลิมิตของฟังก์ชันโดยการเขียนกราฟของฟังก์ชัน บางครั้งอาจไม่สะดวก เราสามารถใช้ทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิตช่วยในการหาค่าของฟังก์ชันได้ตามทฤษฎีบทที่ 1, 2 และ 3 ในหนังสือเรียน 8. ครูให้ข้อสังเกตจากทฤษฎีบท 2 ว่า การหาลิมิตของฟังก์ชันพหุนาม เมื่อ x เข้าใกล้ a สามารถหาลิมิตได้โดยแทนค่า x ในฟังก์ชันพหุนามด้วย a โดยใช้ตัวอย่างต่อไปนี้ประกอบการอธิบาย</p>	
<p>1) จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow 0} (4x^2 + 5x - 3)$</p> <p>วิธีทำ $\lim_{x \rightarrow 0} (4x^2 + 5x - 3) = \lim_{x \rightarrow 0} 4x^2 + \lim_{x \rightarrow 0} 5x - \lim_{x \rightarrow 0} 3$</p> $= 4 \lim_{x \rightarrow 0} x^2 + 5 \lim_{x \rightarrow 0} x - 3$ $= 4(0)^2 + 5(0) - 3$ $= -3$	<p>ทักษะการคิดวิเคราะห์และทักษะการคิดประยุกต์ใช้</p>
<p>2) จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow -1} (x+3)(x^2+4)$</p> <p>วิธีทำ $\lim_{x \rightarrow -1} (x+3)(x^2+4) = \lim_{x \rightarrow -1} (x+3) \cdot \lim_{x \rightarrow -1} (x^2+4)$</p> $= (-1+3) \cdot ((-1)^2+4)$ $= (2)(5)$ $= 10$	
<p>9. ครูอธิบายการหาลิมิตของฟังก์ชันในกรณีที่ต้องการหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ แต่ค่าของ $f(a)$ หาค่าไม่ได้ เช่น $f(a)$ อยู่ในรูป $\frac{0}{0}$, $0 \cdot \infty$, $\frac{\infty}{\infty}$ เราอาจใช้การเปลี่ยนรูปของฟังก์ชัน เช่น การแยกตัวประกอบเพื่อกำจัดตัวส่วนที่เป็นศูนย์ การคูณและหารด้วยค่าสังยุค (conjugate)</p>	

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ฝึกการคิดแบบ

ครูใช้ตัวอย่างต่อไปนี้ประกอบการอธิบายข้างต้น

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-1}{x-1}$$

วิธีทำ จาก $f(x) = \frac{x^4-1}{x-1}$ จะได้ $f(1) = \frac{0}{0}$

แยกตัวประกอบเพื่อกำจัดตัวส่วนที่เป็นศูนย์ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{จาก } \frac{x^4-1}{x-1} &= \frac{(x^2-1)(x^2+1)}{x-1} \\ &= \frac{(x-1)(x+1)(x^2+1)}{x-1} \\ z &= (x+1)(x^2+1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-1}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} (x+1)(x^2+1) \\ &= (1+1)(1^2+1) \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}-2}$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}-2} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+3}-2} \cdot \frac{\sqrt{x^2+3}+2}{\sqrt{x^2+3}+2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)}{(x^2+3)-4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)}{x^2-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)}{(x-1)(x+1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+3}+2}{x+1} \\ &= \frac{\sqrt{1^2+3}+2}{1+1} \\ &= \frac{4}{2} = 2 \end{aligned}$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ฝึกการคิดแบบ

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x-1}$$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x+3}}{x-1} \cdot \frac{2 + \sqrt{x+3}}{2 + \sqrt{x+3}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4 - (x+3)}{(x-1)(2 + \sqrt{x+3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{(x-1)(2 + \sqrt{x+3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{-(1-x)(2 + \sqrt{x+3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-1}{2 + \sqrt{x+3}} \\ &= \frac{-1}{4} \end{aligned}$$

10. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างที่ 1 ถึงตัวอย่างที่ 5 ในหนังสือเรียนหัวข้อทฤษฎีบทเกี่ยวกับลิมิต
11. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มทำกิจกรรมที่ 2.1 ข กลุ่มละ 3 ข้อ โดยวิธีจับฉลาก เมื่อทุกกลุ่มทำเสร็จแล้วนำคำตอบมาอภิปรายร่วมกัน

5.3 ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนทบทวนลิมิตของฟังก์ชันในประเด็นต่อไปนี้

1) การหา $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

x เข้าใกล้ a โดยที่ $x < a$ เรียกว่า x เข้าใกล้ a ทางด้านซ้าย เขียนแทนด้วย $x \rightarrow a^-$

x เข้าใกล้ a โดยที่ $x > a$ เรียกว่า x เข้าใกล้ a ทางด้านขวา เขียนแทนด้วย $x \rightarrow a^+$

2) $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ กับ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ ไม่จำเป็นต้องเท่ากัน

ถ้า $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ จะกล่าวว่า f เป็นฟังก์ชันที่ไม่มีลิมิตที่ a

3) ทบทวนทฤษฎีบทที่เกี่ยวกับลิมิต

6. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

6.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนเสริมคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.6 ภาคเรียนที่ 2

- หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
(สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

6.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องสมุดโรงเรียน
- 2) ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

7. กิจกรรมเสนอแนะ

8. บันทึกหลังการสอน (บันทึกเฉพาะประเด็นที่มีข้อมูลสารสนเทศชัดเจน)

ประเด็นการบันทึก	จุดเด่น	จุดที่ควรปรับปรุง
1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้		
2. การใช้สื่อการเรียนรู้		
3. การประเมินผลการเรียนรู้		
4. การบรรลุผลการเรียนรู้ของนักเรียน		
บันทึกเพิ่มเติม		
.....		
.....		
.....		

ลงชื่อ.....ผู้สอน

บันทึกความเห็นของผู้ตรวจสอบแผนการจัดการเรียนรู้

ลงชื่อ.....

ตำแหน่ง.....



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 6

รหัสวิชา ค 40205 ชื่อวิชา คณิตศาสตร์ เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 สอนครั้งที่ 6

ชื่อหน่วย แคลคูลัสเบื้องต้น

ชื่อเรื่อง ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน เวลา 2 ชม. สัปดาห์ที่ 3

1. เป้าหมายการเรียนรู้

1.1 ผลการเรียนรู้

บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องหรือไม่

1.2 จุดประสงค์การเรียนรู้

บอกได้ว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องหรือไม่

2. สารสำคัญ

2.1 สารการเรียนรู้

ความต่อเนื่องของฟังก์ชัน

2.2 ทักษะ / กระบวนการ

- 1) ทักษะการทำงานกลุ่ม
- 2) ทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์
- 3) ทักษะการแก้ปัญหา

2.3 ทักษะการคิด

- 1) ทักษะการคิดแปลความ
- 2) ทักษะการคิดวิเคราะห์
- 3) ทักษะการคิดประยุกต์ใช้

3. ร่องรอยการเรียนรู้

3.1 ผลงาน / ชิ้นงาน

- 1) ผลงานจากการทำกิจกรรมที่ 2.2
- 2) ผลงานจากการทำกิจกรรมกลุ่ม

3.2 กระบวนการขั้นตอนการปฏิบัติงาน

- 1) จัดกลุ่ม กลุ่มละ 5-6 คน
- 2) เลือกหัวหน้ากลุ่ม
- 3) หัวหน้ากลุ่มแบ่งงาน
- 4) ร่วมกันทำกิจกรรมที่กำหนด
- 5) นำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน



6) ครูมอบหมายให้ทำกิจกรรมที่ 2.2

3.3 พฤติกรรมตามคุณลักษณะฟังก์ชันประสงค์

- 1) นักเรียนให้ความร่วมมือในการทำงานกลุ่ม
- 2) นักเรียนมีความละเอียดรอบคอบและรับผิดชอบในการทำงาน

3.4 ความรู้ความเข้าใจ

นักเรียนรู้วิธีตรวจสอบว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องหรือไม่

4. แนวทางการวัดผลและประเมินผล

เกณฑ์ขั้นต่ำ

- 1) ได้ระดับ “พอใช้” ขึ้นไป
- 2) ได้ระดับ “ดี” ขึ้นไป
- 3) ทำได้ถูกต้อง 80% ขึ้นไป

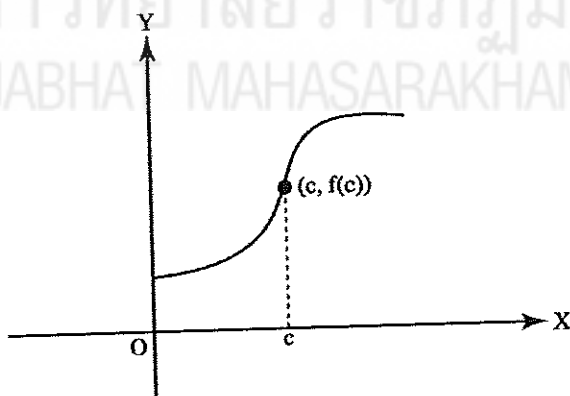
การสรุปผลการประเมิน

ต้องผ่านเกณฑ์ขั้นต่ำทั้ง 3 รายการ

5. กิจกรรมการเรียนรู้การสอนเพื่อการเรียนรู้

5.1 ขั้นนำ

ครูอธิบายว่าฟังก์ชัน f จะเรียกว่ามีความต่อเนื่องที่ $x = c$ ก็ต่อเมื่อจุด $(c, f(c))$ เชื่อมเส้นกราฟของ f ซึ่งอยู่ทางซ้ายของจุด $(c, f(c))$ และอยู่ทางขวาของจุด $(c, f(c))$ ให้ต่อเป็นเส้นเดียวกัน ดังรูป



จากกราฟให้นักเรียนสังเกตว่า ถ้าฟังก์ชัน f ต่อเนื่องที่ $x = c$ แล้วกราฟของฟังก์ชันไม่ขาดตอนที่ $x = c$ ครูสรุปเป็นบทนิยาม ดังนี้

บทนิยาม ให้ f เป็นฟังก์ชันซึ่งนิยามบนช่วงเปิด (a, b) และ $c \in (a, b)$

ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = c$ ก็ต่อเมื่อ

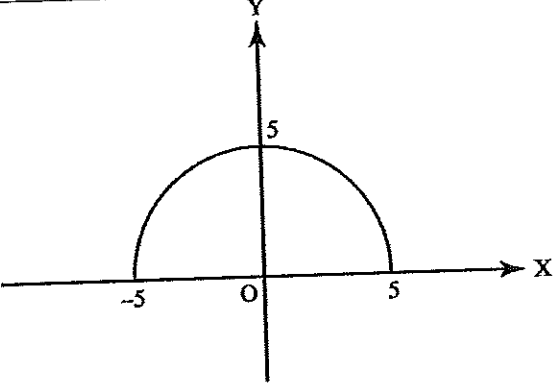
1. $f(c)$ หาค่าได้
 2. $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ หาค่าได้
 และ 3. $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$

5.2 ชั้นสอน

กิจกรรมการเรียนการสอน	ฝึกการคิดแบบ
1. จากบทนิยามความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ครูย้ำกับนักเรียนว่า ถ้าฟังก์ชัน f ขาดสมบัติข้อใดข้อหนึ่งแล้ว ฟังก์ชัน f ไม่เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = c$ และถ้าฟังก์ชัน f มีความต่อเนื่องที่จุด $x = c$ กราฟของฟังก์ชัน f ที่ผ่านจุด $(c, f(c))$ จะเป็นเส้นที่ลากติดต่อกันไม่ขาดตอนที่จุดนี้ 2. ครูให้นักเรียนศึกษาวิธีการตรวจสอบความต่อเนื่องของฟังก์ชันจากตัวอย่างที่ 1 และตัวอย่างที่ 2 ในหนังสือเรียน	ทักษะการคิด แปลความ
3. ครูยกตัวอย่างโจทย์ต่อไปนี้เพิ่มเติมจากในหนังสือเรียน 1) จงพิจารณาว่า $f(x) = \frac{x^3-1}{x-1}$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 1$ หรือไม่ วิธีทำ จาก $f(x) = \frac{x^3-1}{x-1}$ เนื่องจาก $f(1)$ หาค่าไม่ได้ \therefore ฟังก์ชัน f ไม่ต่อเนื่องที่ $x = 1$ 2) กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1}, & x \neq 1 \\ 2, & x = 1 \end{cases}$ จงพิจารณาว่า ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = 1$ หรือไม่ วิธีทำ จาก $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1}, & x \neq 1 \\ 2, & x = 1 \end{cases}$	ทักษะการคิด วิเคราะห์ทักษะ การคิด ประยุกต์ใช้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	ฝึกการคิดแบบ
<p>จะได้ $f(1) = 2$</p> $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{1x - 1}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} (x+1)$ $= 2$ <p>จะเห็นว่า $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$</p> <p>$\therefore$ ฟังก์ชัน f ต่อเนื่องที่ $x = 1$</p> <p>3) จงพิจารณาว่า ฟังก์ชัน $f(x) = \frac{ x+2 }{x+2}$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = -2$ หรือไม่</p> <p>วิธีทำ จาก $f(x) = \frac{ x+2 }{x+2}$</p> $\text{จะได้ } f(x) = \begin{cases} 1, & x+2 > 0 \\ -1, & x+2 < 0 \end{cases}$ $\text{หรือ } f(x) = \begin{cases} 1, & x > -2 \\ -1, & x < -2 \end{cases}$ <p>เนื่องจาก $f(-2)$ หาค่าไม่ได้</p> <p>\therefore ฟังก์ชัน f ไม่ต่อเนื่องที่ $x = -2$</p> <p>จากตัวอย่างที่กล่าวมา ครูให้แนวคิดในการตรวจสอบว่าฟังก์ชันที่กำหนดให้ต่อเนื่องที่จุดที่กำหนดให้หรือไม่ เช่น ฟังก์ชัน $f(x)$ ต่อเนื่องที่จุด $x = c$ หรือไม่ ควรพิจารณาค่าของฟังก์ชัน ณ จุดที่กำหนดให้ก่อนคือพิจารณาค่า $f(c)$ ก่อน เนื่องจากค่าที่หาได้ง่ายที่สุด ถ้า $f(c)$ หาค่าไม่ได้ ก็เป็นเหตุผลที่เพียงพอที่จะสรุปว่า ฟังก์ชันนั้นไม่ต่อเนื่องที่จุด $x = c$</p> <p>4. ครูอธิบายหลักการพิจารณาความต่อเนื่องของฟังก์ชันบนช่วงต่อไปนี้</p> <p>ฟังก์ชัน f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง</p> <ol style="list-style-type: none"> (a, b) ก็ต่อเมื่อ f ต่อเนื่องที่ทุกๆ จุดในช่วง (a, b) 	<p>ทักษะการคิด แปลความ</p> <p>ทักษะการคิด วิเคราะห์ ทักษะการคิด ประยุกต์ใช้</p>

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน	ฝึกการคิดแบบ
<p>2. $[a, b]$ ก็ต่อเมื่อ { 1) f ต่อเนื่องทุกๆจุดใน (a,b) และ 2) $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ และ $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$</p> <p>3. (a, b) ก็ต่อเมื่อ { 1) f ต่อเนื่องทุกๆจุดใน (a,b) และ 2) $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$</p> <p>4. $[a, b)$ ก็ต่อเมื่อ { 1) f ต่อเนื่องทุกๆจุดใน (a,b) และ 2) $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$</p> <p>5. ครูให้นักเรียนศึกษาตัวอย่างในหนังสือเรียน และยกตัวอย่างต่อไปนี้เพิ่มเติม</p> <p>ตัวอย่าง กำหนด $f(x) = \sqrt{25-x^2}$ จงพิจารณาว่าฟังก์ชัน f ต่อเนื่องบนช่วง $[-5, 5]$ หรือไม่</p> <p>วิธีทำ จาก $f(x) = \sqrt{25-x^2}$</p> <p>ให้ $a \in (-5, 5)$</p> $f(a) = \sqrt{25-a^2} \text{ ซึ่งหาค่าได้}$ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \sqrt{25-x^2} = \sqrt{25-a^2}$ <p>เพราะฉะนั้น $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$</p> <p>จะได้ว่า f ต่อเนื่องที่ $x = a$ แต่ $a \in (-5, 5)$</p> <p>ดังนั้น f ต่อเนื่องบนช่วง $(-5, 5)$</p> <p>เนื่องจาก $f(-5) = 0$ และ $f(5) = 0$</p> $\lim_{x \rightarrow -5^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -5^+} \sqrt{25-x^2} = 0 = f(-5)$ $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^-} \sqrt{25-x^2} = 0 = f(5)$ <p>ดังนั้น f ต่อเนื่องบนช่วง $[-5, 5]$ ดังรูป</p>	<p>ทักษะการคิด แปลความ</p> <p>ทักษะการคิด วิเคราะห์ ทักษะการคิด ประยุกต์ใช้</p>

กิจกรรมการเรียนการสอน	ฝึกการคิดแบบ
<div style="text-align: center;">  </div> <p data-bbox="53 763 948 891">6. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มช่วยกันทำกิจกรรมที่ 2.2 ในเวลาเรียน เมื่อทุกกลุ่มทำเสร็จแล้วครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ</p>	

5.3 ขั้นสรุป

ครูและนักเรียนร่วมกันทบทวนวิธีการตรวจสอบความต่อเนื่องของฟังก์ชัน ณ จุดที่

กำหนดให้ และความต่อเนื่องบนช่วง

6. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

6.1 สื่อการเรียนรู้

- หนังสือเรียนเสริมคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.6 ภาคเรียนที่ 2
- หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้เพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โดยสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) กระทรวงศึกษาธิการ

6.2 แหล่งการเรียนรู้

- 1) ห้องสมุดโรงเรียน
- 2) ห้องสมุดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

7. กิจกรรมเสนอแนะ

7.1 กิจกรรมส่งเสริมการคิดเชิงวิเคราะห์

ขั้นรวบรวมข้อมูล

ให้นักเรียนไปค้นหาโจทย์การตรวจสอบความต่อเนื่องของฟังก์ชันชนิดต่างๆ เช่น ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันลอการิทึม คนละ 1 ตัวอย่าง พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

ขั้นวิเคราะห์

ให้นักเรียนใช้หลักการตรวจสอบความต่อเนื่องของฟังก์ชันตามที่ได้เรียนมา

ขั้นสรุป

ให้นักเรียนเขียนโจทย์และแสดงวิธีทำ จัดทำเป็นรายงานส่งครู

ขั้นประยุกต์ใช้

ครูเลือกโจทย์ที่น่าสนใจนำมาอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

ตัวอย่างโจทย์

กำหนด $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x, & 0 < x < 1 \\ \ln x, & 1 < x < 2 \end{cases}$
ฟังก์ชัน f ต่อเนื่องที่ $x = 1$ หรือไม่

วิธีทำ จาก $f(x) = \begin{cases} \sin \pi x, & 0 < x < 1 \\ \ln x, & 1 < x < 2 \end{cases}$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \sin \pi x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \ln x = 0$$

$$\text{ดังนั้น } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$$

แต่ $f(1)$ หาค่าไม่ได้

$\therefore f(x)$ ไม่ต่อเนื่องที่ $x = 1$

7.2 กิจกรรมบูรณาการ

8. บันทึกหลังการสอน (บันทึกเฉพาะประเด็นที่มีข้อมูลสารสนเทศชัดเจน)

ประเด็นการบันทึก	จุดเด่น	จุดที่ควรปรับปรุง
1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้		
2. การใช้สื่อการเรียนรู้		
3. การประเมินผลการเรียนรู้		
4. การบรรลุผลการเรียนรู้ของนักเรียน		
บันทึกเพิ่มเติม		

ลงชื่อ.....ผู้สอน

บันทึกความเห็นของผู้ตรวจสอบแผนการจัดการเรียนรู้

.....
.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

ตำแหน่ง.....

ภาคผนวก ฉ
หนังสือขอความอนุเคราะห์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๑/ ๐๔๖๗



รับที่.....
วันที่.....
บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๕๐๐๑

๒ มีนาคม ๒๕๕๕

เรื่อง ขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าทดลองใช้เครื่องมือและเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนนาถนุประชาสรรค์

ด้วยนางมลวิพรรณ พวงจำปี รหัสประจำตัว ๕๔๘๒๑๑๖๐๑๐๘ นักศึกษาปริญญาโท สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาค้นคว้าความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖ ตามกรอบทฤษฎี Action – Process – structure"

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าทดลองใช้เครื่องมือและเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัยกับกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖/๒ เพื่อนำข้อมูลไปทำการวิจัยให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อ โปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอสงวนไว้เป็นเอกสารของโรงเรียน
ผู้วิจัย (ผู้วิจัย) วิชาคณิตศาสตร์
โรงเรียน.....

ขอแสดงความนับถือ

บริหารโรงเรียน

นางสาว.....

ผู้อำนวยการโรงเรียน

.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไพรวรรณ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

..... พวงจำปี

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๑/ ๐๔๖๘



วันที่ ๑๑/๓/๕๕
วันที่ ๒๑/๓/๕๕
บัณฑิตวิทยาลัย ๑๑/๓/๕๕
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๕๔๐๐๑

๒ มีนาคม ๒๕๕๕

เรื่อง ขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าเก็บรวบรวมข้อมูลแบบสอบถามการวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนนาถูนประชาสรรค์

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ๕๔๘๒๑๐๑๖๐๑๐๘ นักศึกษาปริญญาโท สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ลิขิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖ ตามกรอบทฤษฎี Action – Process – structure"

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าเก็บรวบรวมข้อมูลแบบสอบถามการวิจัยกับกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖/๑ เพื่อนำข้อมูลไปทำการวิจัยให้บรรลุวัตถุประสงค์ต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี
ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

นายคุณากร โรงเรียนนาถูนประชาสรรค์

เพื่อโปรดทราบ

เพื่อโปรดพิจารณา

โปรดพิจารณา
๑/๓/๕๕

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไพรวรรณ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๑/ว ๐๔๖๖



บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๕๔๐๐๑

๒ มีนาคม ๒๕๕๕

เรื่อง เชิญเป็นผู้ใช้วิชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน ดร.หล้า ภวภูตานนท์

ด้วยนางมลิวรรณ หวงจำปี รหัสประจำตัว ๕๕๘๒๑๑๖๐๑๐๘ นักศึกษาปริญญาโท สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง- ลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖ ตามกรอบทฤษฎี Action - Process - structure" เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย ตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสมด้านเนื้อหา ภาษา สถิติ การวัดและประเมินผล ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้

จึงเรียนมาเพื่อ โปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณ
มา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไพรวรรณ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย



ที่ ศธ ๐๕๔๐.๐๑/๗๐๔๖๖

บัณฑิตวิทยาลัย
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๑

๒ มีนาคม ๒๕๕๕

เรื่อง เชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน คร.มนตรี ทองมูล

คํวนางนลัรวรณ หวงจําปี่ รหัสประจำตัว ๕๕๘๒๑๐๑๖๐๑๐๘ นักศึกษาปริญญาโท สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา รูปแบบการศึกษานอกเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์เรื่อง "การศึกษาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ถิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๖ ตามกรอบทฤษฎี Action – Process – structure" เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย ตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสมด้านเนื้อหา ภาษา ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้

จึงเรียนมาเพื่อ โปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ คร.เกรียงศักดิ์ ไพรวรรณ)

คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม โทร. ๓๐๐
 ที่ บว. ๐๓๕๘/๒๕๕๕ วันที่ ๒ มีนาคม ๒๕๕๕
 เรื่อง เชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ไพศาล เอกะกุล

ด้วยนางมลิวรรณ พวงจำปี รหัสประจำตัว ๕๕๘๒๑๐๑๖๐๑๐๘ นักศึกษาปริญญาโท สาขาจิต
 ศาสตร์ศึกษา รูปแบบการเรียนการสอนอเนกเวลาราชการ ศูนย์มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังทำวิทยานิพนธ์
 เรื่อง “การศึกษาค้นคว้าเชิงจิตวิทยา เรื่อง มิตรและความต่อเนื่องของฟังก์ชันของนักเรียนชั้น
 มัธยมศึกษาปีที่ ๖ ตามกรอบทฤษฎี Action – Process – structure” เพื่อให้การวิจัยดำเนินไปด้วยความ
 เรียบร้อย บรรลุตามวัตถุประสงค์

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบ
 เครื่องมือการวิจัย ตรวจสอบความถูกต้อง เหมาะสมด้านกรวัดและประเมินผล ดังเอกสารที่แนบมาพร้อมนี้

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความร่วมมือจากท่านด้วยดี ขอขอบคุณ
 มา ณ โอกาสนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
 RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกรียงศักดิ์ ไทรวรรณ)
 คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย