สำนักวิทยบริการฯ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

วิทยานิพนธ์ งานวิจัย

การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์

นางสาวปิยะธิดา แสนเสาร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สำนักวิทยบริการฯ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
เลขทะเบียน 266264
เลขทะเบียน ว.
เลขเรียกหนังสือ 510 ป361ก 2565

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
ปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
พ.ศ. 2565

สงวนลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

ใบอนุมัติวิทยานิพนธ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของ นางสาวปิยะธิดา แสนเสาร์ แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

ประธานกรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ)

กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มะลิวัลย์ ภัทรชาลีกุล)

กรรมการ
(อาจารย์ ดร.นวพล นนทภา)

กรรมการ
(อาจารย์ ดร.รามนรี นนทภา)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

มหาวิทยาลัยอนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)
คณบดีคณะครุศาสตร์

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ)
คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่ 22 เดือน ส.ค. ปี 2565

ใบอนุมัติวิทยานิพนธ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบได้พิจารณาวิทยานิพนธ์ของ นางสาวปิยะธิดา แสนเสาร์ แล้ว เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

_____ ประธานกรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ)

_____ กรรมการ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มะลิวัลย์ ภัทรชาลีกุล)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

_____ กรรมการ

(อาจารย์ ดร.นวพล นนทภา)

_____ กรรมการ

(อาจารย์ ดร.รามนรี นนทภา)

มหาวิทยาลัยอนุมัติให้รับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต ของมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

_____ (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ กนกวรรณ ศรีวาปี) คณบดีคณะครุศาสตร์

_____ (ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ) คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

วันที่.....เดือน.....ปี.....

ชื่อเรื่อง : การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์
ผู้วิจัย : นางสาวปิยะธิดา แสนเสาร์
ปริญญา : ครุศาสตรมหาบัณฑิต (คณิตศาสตรศึกษา)
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อาจารย์ที่ปรึกษา : ดร.รามนรี นนทภา
ปีที่สำเร็จการศึกษา : 2565

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ (1) ศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ (2) ศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ กลุ่มตัวอย่างในการวิจัย ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 40 คน ซึ่งได้มาจากการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์และแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ การวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis) การวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Description Analysis)

ผลการวิจัย พบว่า (1) ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับเก่ง คิดเป็นร้อยละ 25 ($\overline{X}$ =32.10, $S.D.$ =3.42) พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 2.5 ($\overline{X}$ =32, $S.D.$ =0) และด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 2.50 ($\overline{X}$ =38, $S.D.$ =0) และความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 40 ($\overline{X}$ =20.69, $S.D.$ =4.06) ระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 35 ($\overline{X}$ =10.57, $S.D.$ =1.84) และพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ของระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 10 ($\overline{X}$ =21.75, $S.D.$ =2.38) และระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 17.50 ($\overline{X}$ =10.86, $S.D.$ =1.81) ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 17.50 ($\overline{X}$ =21.43, $S.D.$ =3.29) และระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 15 ($\overline{X}$ =11.17, $S.D.$ =1.34) ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 7.5 ($\overline{X}$ =21.33, $S.D.$ =2.62) ระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 12.5 ($\overline{X}$ =11, $S.D.$ =0.89) และด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้องระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 5 ($\overline{X}$ =25, $S.D.$ =1) และระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 10 ($\overline{X}$ =12, $S.D.$ =1.22) (2) แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับอ่อนไปปานกลาง และระดับปานกลาง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ไปเก่ง สำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ระดับอ่อนไปปานกลาง ครูควรสร้างแรงจูงใจนักเรียนให้มีความกระตือรือร้น สนใจเรียน และยกตัวอย่างขั้นตอนวิธีการพิสูจน์อย่างละเอียด จะทำให้นักเรียนมีความคุ้นชินในวิธีของการพิสูจน์ ระดับปานกลางไปเก่ง ครูควรจัดการเรียนการสอนที่หลากหลาย และให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ การอภิปราย แสดงวิธีการคิดได้ด้วยตนเอง ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ระดับอ่อนไปปานกลาง ครูควรเริ่มจากทบทวนสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม โดยจัดกิจกรรมที่เหมาะสมให้กับนักเรียน เช่น กิจกรรมกลุม แทนการท่องจำสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม ระดับปานกลางไปเก่ง ครูควรแนะนำวิธีการทำความเข้าใจเกี่ยวกับการพิสูจน์ และหลักการในการแสดงวิธีการพิสูจน์ รวมถึงรูปแบบการคิดที่บ่งบอกถึงการพิสูจน์มีลำดับขั้นตอนวิธีทำ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ ระดับอ่อนไปปานกลาง ครูควรสอนพื้นฐานให้กับนักเรียน โดยฝึกทำโจทย์ที่เกี่ยวกับการพิสูจน์แทนการแสดงวิธีทำที่ใช้ตัวเลขในการหาคำตอบ และเมื่อนักเรียนเริ่มเข้าใจแล้ว ครูให้นักเรียนฝึกทำโจทย์การพิสูจน์ที่ง่ายไม่ซับซ้อน ระดับปานกลางไปเก่ง ครูควรมีโจทย์การพิสูจน์ที่หลากหลาย ฝึกให้นักเรียนได้พิสูจน์จากง่ายไปยาก สามารถพบได้บ่อยในเนื้อหา และพัฒนาจากการใช้สัญลักษณ์ตัวเลขให้นักเรียนใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม มาช่วยในการพิสูจน์ และด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ระดับอ่อนไปปานกลาง ครูควรให้นักเรียนอธิบายเหตุผลในการพิสูจน์ แสดงความคิดเห็นของตนเองกับครู และเพื่อนร่วมชั้น ระดับปานกลางไปเก่ง ครูควรให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ และการสอนเนื้อหาที่ซับซ้อน ครูควรอธิบายขั้นตอนวิธีการของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบทุกครั้ง เพื่อให้นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงเป็นลำดับขั้นตอนอย่างละเอียด

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

คำสำคัญ: ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์, แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

_____อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

Title : A Study of Mathematical Proof Ability for Mathayomsuksa 4 Students of Kalasin Pittayasan School.

Author : Miss Piyatida Saensao

Degree : Master of Education (Mathematics Education)
Rajabhat Maha Sarakham University.

Advisors : Dr.Ramnaree Nontapa

Year : 2022

ABSTRACT

The purposes of this research were (1) study mathematical proof ability in Mathayomsuksa 4 students of Kalasin Pittayasan School. (2) Study mathematical proof ability developing approaches in Mathayomsuksa 4 Students of Kalasin Pittayasan School. The samples were Mathayomsuksa 4 Students of 40 people, acquired by Cluster Random Sampling. The research instrument was mathematical proof ability test and a semi-structured interview. The statistics used in the data analysis were percentage, mean, standard deviation. And analyze the data using task analysis, content analysis and descriptive analysis.

The results of the research were as follows; (1) Mathayomsuksa 4 students have mathematical proof at high ability was 25% ($\overline{X}$ =32.10, $S.D.$ =3.42). Discrepant behavior of students with mathematical proofs on using the wrong principles was 2.50% ($\overline{X}$ =32, $S.D.$ =0) and inaccurate reasons for proof was 2.50% ($\overline{X}$ =38, $S.D.$ =0). Medium and low mathematical proof ability was 40% ($\overline{X}$ =20.69, $S.D.$ =4.06) and 35% ($\overline{X}$ =10.57, $S.D.$ =1.84). Discrepant behavior of students with mathematical proofs lack of basic knowledge proof was 10% ($\overline{X}$ =21.75, $S.D.$ =2.38) and 17.5% ($\overline{X}$ =10.86, $S.D.$ =1.81) and using the wrong principle of doing it was 17.50% ($\overline{X}$ =21.43, $S.D.$ =3.29) and 15% ($\overline{X}$ =11.17, $S.D.$ =1.34), use symbols for proving was 7.50% ($\overline{X}$ =21.33, $S.D.$ =2.62) and 12.5% ($\overline{X}$ =11, $S.D.$ =0.89) and inaccurate reasons for proof was 5% ($\overline{X}$ =25, $S.D.$ =1) and 10% ($\overline{X}$ =12, $S.D.$ =1.22). (2) The developing approaches for mathematical proof abilities of students from low to medium and medium to high for discrepancies behavior. The lacking of basic knowledge; for the students from low to medium

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

abilities, the teachers should motivate students to be active, interested in learning and should give examples for the steps of detail proving approaches. And for the students from medium to high abilities, the teachers should have various methods of teaching and the students should be allowed to participate in learning activities by discussing and expressing their own ideas. The using the wrong principle; for the students from low to medium abilities, the teachers should review properties, theorems, and definitions and should organize appropriate activities for students such as group activities or various media instead of memorizing only. And for the students from medium to high abilities, the teachers should guide students to understand the principles of proving and how to and should advice thinking patterns of proving approaches. The using symbols for proving; for the students from low to medium abilities, the teachers should teach the students the basics of proving by solving the problems about proving Instead of using numbers for the answers and should give more about the uncomplicated proof problems. And for the students from medium to high abilities, the teachers should give a variety of proving problems often found in the content in order to train students to prove problems from easy to difficult ones and should develop students from using symbols to using properties, theorems, and definitions. The inaccurate reasons for proof; for the students from low to medium abilities, the teachers should allow students to explain the reasons in proving and should allow the students to express the opinions to their teacher and their classmates. And for the students from medium to high abilities, the teachers should have the students practiced doing exercises regularly and in teaching complex content, teachers should explain every step of mathematical reasoning, so that students can link step-by-step in detail.

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Keywords: mathematical proof ability, mathematical proof ability developing approaches.

_____Major Advisor

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จสมบูรณ์ได้ด้วยความกรุณา และความช่วยเหลืออย่างสูงยิ่งจากบุคคลต่อไปนี้ ดร.รามนรี นนทภา ประธานกรรมการควบคุมวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ไพศาล วรคำ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มะลิวัลย์ ภัทรชาลีกุล ผู้ทรงคุณวุฒิการสอบวิทยานิพนธ์ และ ดร.นวพล นนทภา กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ให้คำแนะนำอันเป็นประโยชน์ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ จนสำเร็จลุล่วงไปด้วยดี ผู้วิจัยขอขอบพระคุณทุกท่านมา ณ โอกาสนี้

ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.บรรชา นันจรัส อาจารย์ ดร.วีรพงษ์ วงศ์พินิจ และอาจารย์ ดร.ณิฏฐะญาร์ บรรเทา ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย และผู้ทรงคุณวุฒิที่ให้เกียรติในการสัมภาษณ์ ดร.เทิดเกียรติ ขันธ์พิบูล ผู้อำนวยการโรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ และครูกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ที่ช่วยให้คำแนะนำ และอำนวยความสะดวกในการเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยขอขอบพระคุณทุกท่าน มา ณ โอกาสนี้

คุณค่าและประโยชน์ของการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นเครื่องบูชาพระคุณบิดามารดา ผู้มีพระคุณ ตลอดจนบูรพาจารย์ และผู้อุปการะทุกท่าน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

นางสาวปิยะธิดา แสนเสาร์

สารบัญ

หัวเรื่อง **หน้า**

บทคัดย่อ ..... ก
ABSTRACT ..... ค
กิตติกรรมประกาศ ..... จ
สารบัญ ..... ฉ
สารบัญตาราง .. .. ซ
สารบัญภาพ .... ญ
บทที่ 1 บทนำ 1
1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา 1
1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย 4
1.3 ขอบเขตการวิจัย 5
1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ 5
1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ 6
บทที่ 2 การทบทวนวรรณกรรม 7
2.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4..... 7
2.2 การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 18
2.3 แบบทดสอบ 22
2.4 แบบสัมภาษณ์ 28
2.5 การหาคุณภาพของเครื่องมือ 34
2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 40
2.7 กรอบแนวคิดการวิจัย 49
บทที่ 3 วิธีดำเนินการวิจัย 50
3.1 ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 50
3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 50
3.3 การสร้างเครื่องมือในการวิจัย 51
3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล 53
3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล 55

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ **หน้า**

3.6 สถิติที่ใช้ในการวิจัย 56
บทที่ 4 ผลการวิจัย 59
4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล 59
4.2 ลำดับขั้นในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล 59
4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล 59
บทที่ 5 สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ 89
5.1 สรุป 89
5.2 อภิปรายผล 90
5.3 ข้อเสนอแนะ 94
บรรณานุกรม 95
ภาคผนวก 102
ภาคผนวก ก เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 103
ภาคผนวก ข การหาคุณภาพเครื่องมือ 114
ภาคผนวก ค ความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 121
ภาคผนวก ง รายนามผู้เชี่ยวชาญ 126
ภาคผนวก จ หนังสือขอความอนุเคราะห์ 128
การเผยแพร่งานวิจัย 133
ประวัติผู้วิจัย 134

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สารบัญตาราง

ตารางที่ **หน้า**

3.1 จำนวนข้อสอบที่สร้างและใช้จริงของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 51
3.2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 54
3.3 นักเรียนที่มีคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง 54
4.1 ผลการศึกษาระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 60
4.2 ผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 61
4.3 ผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ 63
4.4 ผลการศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนในด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ 66
4.5 ผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง 67
4.6 ผลการศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนในด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง 70
4.7 ผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ 71
4.8 ผลการศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนในด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ 73
4.9 ผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง 74
4.10 ผลการศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนสำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง 77
4.11 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์สำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน 81
4.12 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์จากระดับอ่อนไปปานกลางและระดับปานกลางไปเก่ง 86
ข.1 ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างข้อคำถาม (IOC) ของแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างจากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน 118

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ **หน้า**

ข.2 ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างข้อคำถาม (IOC) ของแบบทดสอความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน 119
ข.3 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 120
ค.1 ลักษณะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน ของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 122
ค.2 ลักษณะการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนมากที่สุดของนักเรียน ของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 124

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สารบัญภาพ

ภาพที่ **หน้า**

2.1 กรอบแนวคิดการวิจัย 49

4.1 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ระดับอ่อน 64

4.2 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ระดับปานกลาง 65

4.3 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ระดับอ่อน 67

4.4 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ระดับปานกลาง 68

4.5 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ระดับเก่ง 69

4.6 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ ระดับอ่อน 72

4.7 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ ระดับปานกลาง 72

4.8 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ระดับอ่อน 75

4.9 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ระดับปานกลาง 76

4.10 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ระดับเก่ง 76

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม MAHASARAKHAM RAJABHAT UNIVERSITY

บทที่ 1
บทนำ

1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม มีโครงสร้างซึ่งประกอบด้วยคำนิยาม คำอนิยาม สัจพจน์ที่เป็นข้อตกลงเบื้องต้น จากนั้นจึงสร้างทฤษฎีต่าง ๆ ขึ้นโดยทฤษฎีจะต้องแสดงการพิสูจน์ก่อนเป็นที่เข้าใจกันโดยทั่วไปว่าเกี่ยวข้องกับการตรวจสอบของข้อความ โดยการประยุกต์ใช้กฎการอุปนัยหรือกฎการนิรนัย ข้อตกลง สัจพจน์ และข้อสรุปที่ได้มาตามลำดับ ซึ่งบทนิยามทางคณิตศาสตร์ทั่วไปให้ความหมายว่า การพิสูจน์เป็นการแสดงความจริงของข้อความทางคณิตศาสตร์หรือตรรกะบนพื้นฐานของสัจพจน์และทฤษฎีบทที่ได้มาจากสัจพจน์เหล่านั้น การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์มักถือว่าเป็นหัวใจสำคัญในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (American Heritage Dictionary, 2005, p. 78) ซึ่งนักคณิตศาสตร์ให้ความสนใจต่อการพิสูจน์มากกว่าคุณค่าของผลลัพธ์ และถือว่าการพิสูจน์เป็นสิ่งจำเป็นจะละเว้นไม่ได้ (Hersh, 1993, p. 392) การพิสูจน์จึงมักเป็นหัวใจหลักที่สำคัญของคณิตศาสตร์ ในการสร้างทฤษฎีบทและการพิสูจน์ทฤษฎีบท เป็นหน้าที่ของนักคณิตศาสตร์ (Markel, 1994, pp. 291-295) จุดมุ่งหมายที่สำคัญอย่างหนึ่งของนักคณิตศาสตร์ คือ การค้นพบความจริงทางคณิตศาสตร์ และการสื่อสารความจริงผ่านบทพิสูจน์ด้วยภาษาคณิตศาสตร์ เนื่องจากภาษาทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญ ส่วนการพิสูจน์คือ วิธีการสื่อสารความจริงให้ผู้ใช้ภาษาคณิตศาสตร์รับรู้ (Solow, 2002, p. 1) และกระทรวงศึกษาธิการตระหนักถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ จึงมีการจัดการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในทุกระดับตั้งแต่ระดับประถมศึกษาถึงระดับมัธยมศึกษา มีทั้งวิชาบังคับและวิชาเลือกแต่การที่จะช่วยให้นักเรียนบรรลุเป้าหมายตามจุดประสงค์การเรียนรู้นั้น โรงเรียนควรที่จะจัดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์ควบคู่ไปกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสขยายความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ นอกเหนือจากการเรียนในชั้นเรียน และปลูกฝังให้นักเรียนรู้จักคิดมีความรอบคอบ ระเบียบแบบแผน และรู้จักวิเคราะห์ปัญหา (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น. 31-32) คณิตศาสตร์เป็นวิชาเกี่ยวกับการคิด ใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์อย่างมีเหตุผลความคิดทั้งหลายนั้นเป็นจริง คณิตศาสตร์เป็นภาษา ซึ่งสามารถช่วยให้นักเรียนเกิดการกระทำในการคำนวณ การแก้ปัญหาการพิสูจน์ที่ซับซ้อน คณิตศาสตร์จึงรวมความรู้ที่มีเหตุผลและการเริ่มต้นจากธรรมชาติ การพิสูจน์เป็นกระบวนการในการให้เหตุผลที่สำคัญ เป็นอันหนึ่งของวิชาคณิตศาสตร์ที่พัฒนาข้อคาดคะเนในระบบคณิตศาสตร์เรื่องนั้น ๆ ว่าเป็นข้อความที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลจนยอมรับเป็นทฤษฎีบท เพื่อนำไปเป็นเหตุผลในการสรุปข้อความในเรื่องที่จะศึกษากว้างขวางยิ่งขึ้น และถ้าขาดความรู้ความเข้าใจในเรื่องการพิสูจน์

และมโนมติ เรื่องโครงสร้างของคณิตศาสตร์นั้น (ยุพิน พิพิธกุล, 2545, น. 1) การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระดับสูง นักเรียนจะต้องอ่านทำความเข้าใจ วิเคราะห์ แสดงความคิดเห็น และเขียนแสดงการพิสูจน์ได้ทั้งต้องเข้าใจและเห็นคุณค่าของการพิสูจน์ ถึงอย่างนั้นก็ยังคงมีนักเรียนเป็นจำนวนไม่น้อยที่มีปัญหาเกี่ยวกับการอ่าน และเขียนการพิสูจน์ หลายคนมีความคิดรวบยอดที่ผิดเกี่ยวกับการพิสูจน์ และเทคนิคการพิสูจน์ ซึ่งเป็นสิ่งขัดขวางความสามารถในการอ่าน-เขียนของนักเรียน (Saeed, 1997, pp. 4300-A) และมีงานวิจัยหลายที่เรื่องได้กล่าวถึงปัญหาการพิสูจน์ของนักเรียน เช่น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นชั้นที่เริ่มเรียนการพิสูจน์อย่างมีแบบแผนของครูคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนเรียนวิชานี้ไม่รู้เรื่อง เช่น พิสูจน์โดยใช้เหตุและผลไปคนละทาง การนำสิ่งที่จะต้องพิสูจน์มาเป็นข้ออ้าง แม้นักเรียนเก่งก็มีปัญหา เพราะนักเรียนไม่สามารถแยกแยะได้ว่าข้อใดเป็นสิ่งที่ยอมรับ โดยไม่ต้องมีการพิสูจน์ และข้อใดเป็นสิ่งที่ต้องการพิสูจน์เสียก่อน จึงจะนำไปใช้ในการอ้างอิงของพิสูจน์ได้ข้อความต่าง ๆ นอกจากนี้เมื่อปัญหาในเรื่องของการพิสูจน์ยังส่งผลต่อเจตคติของนักเรียนด้วย (พิชากร แปลงประสพโชค, 2518, น. 2-5)

การเรียนวิชาที่เป็นเรื่องการพิสูจน์ นักเรียนมักประสบปัญหาการอ่านและการเขียนพิสูจน์ ซึ่งสาเหตุที่ทำให้นักเรียนประสบปัญหาในการพิสูจน์ ดังนี้ นักเรียนไม่ทราบบทนิยาม และไม่สามารถเขียนบทนิยามได้ นักเรียนมีความรู้ความเข้าใจเชิงสหัชญาณ (Intuitive) ในมโนมติทางคณิตศาสตร์น้อย ภาพลักษณ์มโนทัศน์ (Concept Image) ของนักเรียนมีไม่เพียงพอในการเขียนพิสูจน์ นักเรียนไม่สามารถพิสูจน์หรือมีความตั้งใจในการคิดและใช้ตัวอย่างเพื่อช่วยในการพิสูจน์ นักเรียนไม่ทราบว่าใช้บทนิยามในการแสดงให้เห็นโครงสร้างของการพิสูจน์ได้อย่างไร นักเรียนไม่เข้าใจและไม่สามารถที่จะใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นในการพิสูจน์อย่างไร ซึ่งปัญหาดังกล่าวล้วนส่งผลต่อการเริ่มต้นการพิสูจน์ของนักเรียน นั่นคือ เป็นเรื่องธรรมดาที่นักเรียนมักจะประสบปัญหาในการเริ่มต้นของการพิสูจน์ จนกว่าจะได้พัฒนาและแก้ไขปัญหาที่กล่าวข้างต้น จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง พบว่า ปัญหาในการเรียนเรื่องการพิสูจน์มีความสำคัญอย่างยิ่ง เพราะจุดมุ่งหมายที่สำคัญของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ คือ การสอนให้นักเรียนรู้จักคิดมีเหตุผล อีกทั้งยังมีความสามารถในการพิสูจน์ ดังนั้นหากนักเรียนที่มีปัญหาในการเรียนการพิสูจน์ ย่อมส่งผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์และการพัฒนาตนเอง (Moore, 1990, pp. 137-144) ในส่วนพฤติกรรมของการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์มักเกิดจากนักเรียนได้รับประสบการณ์ที่มีการนำมาประมวลเป็นข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ หรือนักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดีจะเป็นผู้ที่มีความรู้ ความเข้าใจในเนื้อหาของคณิตศาสตร์อย่างถ่องแท้ สามารถอธิบายความรู้ได้อย่างชัดเจน ถูกต้อง และนำความรู้นั้นแก้ปัญหาในชีวิตจริงอย่างสมเหตุสมผล (Cockbum and Littier, 2010, pp. 3-6) ความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นจากการถ่ายโยงพฤติกรรมการเรียนทางด้านลบที่รู้จักกันดีในทางทฤษฎี การวิเคราะห์ความคลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่สำคัญในการศึกษากระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน เป็นพื้นฐานในการพัฒนาความรู้ด้านการดำเนินการและเงื่อนไขพื้นฐานในการปฏิบัติงานทางคณิตศาสตร์ ที่มีการเปลี่ยนแปลงทางด้านเนื้อหาหรือ

กระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งกระบวนการบางอย่างที่ต้องวิเคราะห์และทำการประมวลผลข้อมูลขึ้นใหม่ (Radat, 1979, pp. 63-72) ดังนั้น ผู้สอนมักจะต้องหาวิธีการที่จะทำให้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนต่าง ๆ ของนักเรียนลดน้อยลง ซึ่งจะเป็นการช่วยในการปรับปรุงของการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น ซึ่งการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน และเป็นอีกวิธีการหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น (อัมพร ม้าคนอง, 2551, น. 16) ลักษณะที่เฉพาะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นลักษณะความเข้าใจของนักเรียนแต่ละคน ที่เกิดจากความเข้าใจที่ไม่สมบูรณ์ ในการทำความเข้าใจในเนื้อหาที่คลุมเครือ การศึกษาลักษณะของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจะเป็นข้อมูลที่มีประโยชน์ในการตระหนักไม่ให้เกิดความคลาดเคลื่อนเหล่านั้น การศึกษาลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเป็นสิ่งสำคัญที่มักจะทำให้การพัฒนาการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น และทำให้เข้าใจความคิดของนักเรียนในการทำโจทย์แบบฝึกหัดและแบบทดสอบ ตลอดจนกระบวนการคิดแก้ปัญหาของนักเรียนยิ่งขึ้น ในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะต้องมีการแนะแนวทางการพัฒนาและช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาและสามารถอธิบายได้ เพราะสาเหตุใด นักเรียนไม่สามารถพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ (Lai Huat Ang and Masitah Shahrill, 2014, p. 6) การพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพ ครูจึงจำเป็นที่ต้องรู้ว่านักเรียนที่ตนกำลังสอนอยู่นั้น มีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในด้านใดและมีลักษณะอย่างไร ซึ่งแนวทางการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ครูควรวิเคราะห์มโนทัศน์ที่จะสอน ควรสอนมโนทัศน์ที่สัมพันธ์กัน ใช้ภาษาให้นักเรียนเข้าใจง่ายใช้วิธีการหลากหลายในการสอนมโนทัศน์ เพื่อป้องกันและหลีกเลี่ยงไม่ให้เกิดมโนทัศน์คลาดเคลื่อนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เกิดขึ้นตลอด จนเป็นการวางพื้นฐานทางด้านการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของผู้เรียนให้ดี และการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน (Analysis of Misconceptions) เป็นสิ่งสำคัญที่ทำให้การพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น และทำให้เข้าใจความคิดของนักเรียนในการทำแบบฝึกหัดและแบบทดสอบ ตลอดจนกระบวนการคิดของแก้ปัญหาของนักเรียนยิ่งขึ้น ข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ มีความหมายในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีการแนะแนวทางในการช่วยให้นักเรียนหลีกเลี่ยงปัญหาและสามารถอธิบายได้ว่าเพราะสาเหตุใดนักเรียนจึงไม่สามารถพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ นักวิจัยยืนยันเมื่อความคลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดของนักเรียนที่ได้แสดงออกมานั้น ทำให้เราทราบว่าการเรียนรู้ของนักเรียนกำลังจะเริ่มขึ้น (Drews, 2005, p. 19) การที่จะพัฒนาการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพนั้น ครูต้องรู้ว่านักเรียนที่ตนกำลังสอนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในจุดใด และในลักษณะใด เพราะสิ่งเหล่านี้จะเป็นข้อมูลในการวางแผนพัฒนาการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อป้องกันแก้ไข และหลีกเลี่ยงไม่ให้มโนทัศน์คลาดเคลื่อนเกิดขึ้น (Ashlock, 2010, pp. 311-314)

มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี
RAJABHAT THONBURI UNIVERSITY

จากผลการทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Educational Test) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา ปีการศึกษา 2562 และ 2563 ได้คะแนนเฉลี่ยของวิชาคณิตศาสตร์ร้อยละ 25.29 และ 25.77 ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยในระดับประเทศทุกปี และสาระการเรียนรู้ที่โรงเรียนควรเร่งพัฒนาเนื่องจาก คะแนนเฉลี่ยของระดับโรงเรียนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของระดับประเทศ คือ สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต และสาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน, 2564, น. 2) จากประสบการณ์ของผู้วิจัยในการสอนเนื้อหาในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และจากการสัมภาษณ์ของครูในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ พบว่า หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ระบบจำนวนจริง จากเนื้อหาหนึ่งในสาระจำนวนและพีชคณิต เป็นเรื่องที่นักเรียน มีปัญหามากที่สุด สังเกตได้จากการทำแบบฝึกหัด พบว่านักเรียนทำผิด และไม่สามารถหาคำตอบได้ และจากการสังเกตนักเรียนส่วนมากมีพฤติกรรมไม่สนใจการเรียน เนื่องจากมีทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ ถึงแม้นักเรียนจะสามารถแสดงการพิสูจน์ข้อความทางจำนวนและพีชคณิต นักเรียนไม่สามารถอธิบาย เหตุผลของการพิสูจน์ได้ ในการจัดการเรียนการสอน เรื่อง ระบบจำนวนจริง ที่ผ่านมายังไม่สามารถ สร้างพื้นฐานทางการคิดให้กับนักเรียนได้ ดังนั้นครูควรมีวิธีการพัฒนากระบวนการการเรียนรู้ที่สามารถ จัดรูปแบบตามเนื้อหาที่ควบคลุม และจุดประสงค์การเรียนรู้เหมาะสมกับนักเรียน จากปัญหาข้างต้น ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์และหาแนวทางการพัฒนา ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ เพื่อศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์ มาพิจารณา เพื่อหาทางแก้ไขและปรับปรุง และนำผลการวิเคราะห์ จากการสัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิ นำมาสังเคราะห์ เพื่อเป็นแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และจะช่วยให้นักเรียนประสบ ความสำเร็จในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น ๆ อีกทั้งยังเป็นประโยชน์ในการพัฒนาและส่งเสริม กระบวนการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพในด้านของการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

1.2 วัตถุประสงค์การวิจัย

1.2.1 เพื่อศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์

1.2.2 เพื่อศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏกาฬสินธุ์
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1.3 ขอบเขตการวิจัย

1.3.1 กลุ่มที่ศึกษา

กลุ่มที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/7 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 40 คน

1.3.2 ตัวแปรในการศึกษา

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

1.3.3 เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

1.3.4 ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ระยะเวลาในการดำเนินงานวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ ช่วงเวลาในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564

1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1.4.1 ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง วิธีแสดงหลักการทางคณิตศาสตร์ โดยใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามต่าง ๆ ในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยองค์ประกอบพื้นฐาน เป็นการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการ เพื่อทำให้เกิดข้อเท็จจริงหรือสถานการณ์ใหม่ในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนจริง

1.4.2 ความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ในพฤติกรรมของนักเรียนแต่ละบุคคลในการรับรู้ และความสามารถในการทำความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหา เรื่อง ระบบจำนวนจริง ที่ไม่สมบูรณ์ โดยจำแนกความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ด้าน ดังนี้

1.4.2.1 ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ หมายถึง ไม่สามารถที่จะนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาใช้ในการพิสูจน์ โดยกำหนดสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องขึ้นมาเอง เพื่อใช้ในการพิสูจน์ขึ้นมาเอง

1.4.2.2 ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง หมายถึง ไม่มีความเข้าใจของทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม ที่สัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์กำหนดให้อย่างแท้จริง

1.4.2.3 ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ หมายถึง การสื่อสารแสดงออกในรูปแบบของการนำตัวเลขมาแทนค่าในตัวแปรที่โจทย์การพิสูจน์กำหนดให้ เพื่อเป็นแนวคิดในการแสดงการพิสูจน์

1.4.2.4 ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง หมายถึง การอธิบายวิธีในขั้นตอนโดยใช้เหตุผลที่ไม่ถูกต้องหรือไม่สอดคล้องกับประเด็นที่กำลังโต้แย้ง เพื่อนำมาสนับสนุนความคิดของตนเอง

1.4.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดเห็นหรือข้อเสนอแนะจากผู้ทรงคุณวุฒิ ที่นำมาใช้เพื่อเป็นแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้นำไปปฏิบัติและนำไปพัฒนาตนเองเพื่อให้มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ที่สูงขึ้น

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

ผลการวิจัยครั้งนี้ เป็นข้อสนเทศในการช่วยให้ครูผู้สอนวิชาคณิตศาสตร์ และผู้เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ดังนี้

1.5.1 ผู้ที่สนใจศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สามารถจะพิจารณาลักษณะพฤติกรรมของนักเรียนที่มีความแตกต่างระหว่างบุคคลให้เหมาะสมกับนักเรียนยิ่งขึ้น

1.5.2 คุณครูได้รูปแบบจัดการเรียนการสอนและเตรียมเนื้อหาที่ควบคลุมให้เหมาะสมกับนักเรียนและมีวิธีการพัฒนากระบวนการการเรียนรู้ที่สามารถจัดรูปแบบตามเนื้อหาและจุดประสงค์การเรียนรู้ได้

1.5.3 ได้แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และสามารถนำข้อสนเทศเสนอเพื่อพัฒนานักเรียนในด้านการพิสูจน์ ให้มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

1.5.4 สามารถนำข้อสนเทศเสนอผู้บริหารโรงเรียนพิจารณาใช้ในการวางแผนพัฒนานักเรียนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ต่อไป

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บทที่ 2
การทบทวนวรรณกรรม

การวิจัยเรื่อง การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ผู้วิจัยได้ดำเนินการศึกษาเอกสาร และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ได้แก่ ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง มีรายละเอียดตามลำดับดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
3. แบบทดสอบ
4. แบบสัมภาษณ์
5. การหาคุณภาพของเครื่องมือ
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
7. กรอบแนวคิดการวิจัย

2.1 หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มี 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น โดยได้แยกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ออกจากสาระการเรียนรู้ ซึ่งทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ยังคงประกอบไปด้วย 5 ทักษะเดิม ได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อสาร และสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผลและการคิดสร้างสรรค์

2.1.1 เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคนไว้ 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น โดยมีสาระสำคัญ ดังนี้

จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วนร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนการใช้จำนวนในชีวิตจริง ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน

เซตตรรกศาสตร์ นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ กราฟ ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร และความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิต และสมบัติของรูปเรขาคณิต การนึกภาพทางเรขาคณิต แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิต ไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

สถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับการตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่าง ๆ และช่วยในการตัดสินใจ

2.1.2 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้

หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งได้กำหนดสาระและมาตรฐานการเรียนรู้พื้นฐานที่จำเป็นสำหรับนักเรียน ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการสมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูปความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับ และอนุกรม

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการและอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหา

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด และคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัดและนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้นความน่าจะเป็น และนำไปใช้

2.1.3 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ความเข้าใจไปประยุกต์ใช้ในการจัดการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา
RAJABHAT PHRANAKHONSRIAYUTTHAYA UNIVERSITY

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับนักเรียน ดังนี้

การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาคิดวิเคราะห์ วางแผน แก้ปัญหาและเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสมโดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผล พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถของการใช้รูปภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารสื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง

การเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

การให้เหตุผล เป็นความสามารถของการให้เหตุผล การรับฟัง และให้เหตุผลสนับสนุนหรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถของการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิมหรือสร้างแนวคิดใหม่เพื่อปรับปรุงพัฒนาองค์ความรู้

2.1.4 คุณลักษณะอันพึงประสงค์ในการเรียนคณิตศาสตร์

ในหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระ และมาตรฐานการเรียนรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง เพื่อที่จะให้นักเรียนมีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ในการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ดังนี้

2.1.4.1 ทำความเข้าใจหรือสร้างกรณีทั่วไปโดยใช้ความรู้ที่ได้จากการศึกษากรณีตัวอย่าง

2.1.4.2 มองเห็นว่าสามารถใช้คณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้

2.1.4.3 มีความมุมานะในการทำความเข้าใจปัญหาและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1.4.4 สร้างเหตุผลเพื่อสนับสนุนแนวคิดของตนเองหรือโต้แย้งแนวคิดของผู้อื่น

2.1.4.5 ค้นหาลักษณะที่เกิดขึ้นซ้ำ ๆ และประยุกต์ใช้ลักษณะดังกล่าวเพื่อทำความเข้าใจหรือแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

2.1.5 คุณภาพนักเรียน

นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เมื่อผ่านหลักสูตรจะมีคุณภาพ ดังนี้

2.1.5.1 มีความเข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเรื่องเซตและตรรกศาสตร์เบื้องต้นในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

2.1.5.2 เข้าใจและใช้หลักการนับเบื้องต้น การเรียงสับเปลี่ยน และการจัดหมู่ในการแก้ปัญหาและนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้

2.1.5.3 นำความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลัง ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม ไปใช้ในการแก้ปัญหารวมทั้งปัญหาเกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน

2.1.5.4 เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติวิเคราะห์ข้อมูล นำเสนอข้อมูล และแปลความหมายข้อมูลเพื่อประกอบการตัดสินใจ

2.1.6 เซตของจำนวนจริง

แนวคิดเกี่ยวกับจำนวนตั้งแต่มนุษย์รู้จักจำแนกความแตกต่างระหว่างคำต่าง ๆ รู้จักเปรียบเทียบโดยอาศัยการจับคู่แบบหนึ่งต่อหนึ่ง เพื่อจะบอกว่ามากกว่า หรือน้อยกว่า หรือเท่ากันเมื่อมีความเกี่ยวข้องกับจำนวนมากขึ้น ทำให้เกิดความจำเป็นในการจดบันทึก ซึ่งมนุษย์ได้ใช้สิ่งที่มีอยู่ในธรรมชาติในการบันทึก เช่น มีการบันทึกบนแผ่นหิน ถ้ำ หรือโคนต้นไม้ และได้มีการพัฒนาขึ้นเรื่อย ๆ จนกระทั่งได้มีการประดิษฐ์สัญลักษณ์ขึ้นใช้แทนจำนวน ซึ่งเรียกว่า ตัวเลข (number)

มนุษย์เริ่มใช้ตัวเลขในการบอกปริมาณของสิ่งของ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเรื่องของการนับจำนวน ที่ใช้ในการนับจำนวนแรก ได้แก่ 1 และการนับจำนวนต่อ ๆ ไปจะเพิ่มขึ้นทีละหนึ่งไปเรื่อย ๆ โดยไม่สิ้นสุด จะได้จำนวนเป็น 1, 2, 3, 4, ... ซึ่งเรียกจำนวนดังกล่าวว่า จำนวนนับ หรือจำนวนธรรมชาติ

1. เซต N ของจำนวนธรรมชาติ (Natural Number) ประกอบด้วยจำนวนที่ใช้นับหรือ $N=\{1, 2, 3, ...\}$

2. เซต Z ของจำนวนเต็ม (Integer) ประกอบด้วย จำนวนธรรมชาติ ศูนย์ และค่าลบของจำนวนธรรมชาติ หรือ $Z=\{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$

3. เซต Q ของจำนวนตรรกยะ (Rational Number) ประกอบด้วยจำนวนที่แทนด้วย $\frac{a}{b}$ เมื่อ $a,b\in Z$ และ $b\neq 0$ เช่น $\frac{2}{3}, -\frac{5}{8}$ เป็นต้น หรือกล่าวว่าจำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่แทนด้วยทศนิยมรู้จบหรือทศนิยมไม่รู้จบที่ซ้ำ

4. เซต Q' ของจำนวนอตรรกยะ (Inrational Number) ประกอบด้วย จำนวนที่แทนได้ด้วยทศนิยมไม่รู้จบที่ไม่ซ้ำ เช่น $\sqrt{3}, -\sqrt{7}, \frac{1+\sqrt{2}}{2}, \pi, e$ เป็นต้น จำนวนเหล่านี้จะเขียนในรูป $\frac{a}{b}$ ไม่ได้

5. เซต R ของจำนวนจริง (Real Number) ซึ่งประกอบด้วยจำนวนที่เป็นจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะทั้งหมด หรือจะกล่าวว่าจำนวนจริง คือ จำนวนที่สามารถแทนได้ด้วยทศนิยมไม่รู้จบ

2.1.7 คุณสมบัติเบื้องต้นของจำนวนจริง

สัจพจน์เบื้องต้นที่สำคัญระบบจำนวนจริงคือ สัจพจน์หรือกฎเกี่ยวกับการเท่ากันของจำนวนจริง การเท่ากัน $(=)$ เป็นความสัมพันธ์ใน R ที่สอดคล้องกับกฎต่อไปนี้

1. กฎการสะท้อนกลับ (Reflexive Law)

   $a=a$ สำหรับทุก ๆ $a\in R$

2. กฎการสมมาตร (Symmetric Law)

   ถ้า $a=b$ แล้ว $b=a$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3. กฎการถ่ายทอด (Transitive Law)

ถ้า $a=b$ และ $b=c$ แล้ว $a=c$

4. กฎการแทนที่

ถ้า $a=b$ แล้ว a อาจจะแทนที่ b และ b อาจจะแทนที่ a ได้ โดยไม่ทำให้ค่าความจริงของประพจน์เปลี่ยนไป

2.1.8 คุณสมบัติที่เกี่ยวกับการบวกในจำนวนจริง

การดำเนินการทวิภาค (Binary Operation) ในเซต R คือการกำหนดให้จำนวนจริง a และ b หรือคู่อันดับ (a,b) ให้สมนัยกับจำนวนจริง c อีกจำนวนหนึ่งและจำนวนเดียวเท่านั้น

การดำเนินการเบื้องต้นใน R ที่จะกล่าวถึง คือ การบวก $(+)$ และการคูณ $(\cdot)$ สำหรับการลบ $(-)$ และการหาร $(\div)$ นั้นจะกำหนดขึ้นได้โดยอาศัยการบวกและการคูณ

คุณสมบัติที่เกี่ยวกับการบวกใน R มีดังนี้

1. สมบัติการปิด (Closure Law)

ถ้า $a,b\in R$ แล้ว $a+b\in R$

2. สมบัติการสลับที่ (Commutative Law)

$a+b=b+a$

3. สมบัติการรวมกลุ่ม (Associative Law)

$(a+b)+c=a+(b+c)$

4. สมบัติตัวเอกลักษณ์ (Identity Law)

0 เป็นตัวเอกลักษณ์ของการบวกที่ทำให้ $a+0=0+a=a$ สำหรับทุก ๆ $a\in R$

5. สมบัติตัวผกผัน (Inverse Law)

$(-a)$ เป็นตัวผกผันของ a ที่ทำให้ $a+(-a)=(-a)+a=0$ สำหรับแต่ละ $a\in R$

คุณสมบัติที่เกี่ยวกับการคูณใน R มีดังนี้

6. สมบัติการปิด (Closure Law)

ถ้า $a,b\in R$ แล้ว $ab\in R$

7. สมบัติการสลับที่ (Commutative Law)

$ab=ba$

8. สมบัติการรวมกลุ่ม (Associative Law)

$(ab)c=a(bc)$

9. สมบัติตัวเอกลักษณ์ (Identity Law)

1 เป็นตัวเอกลักษณ์ของการคูณที่ทำให้ $a\cdot 1=1\cdot a=a$ สำหรับทุก ๆ $a\in R$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

10. สมบัติตัวผกผัน (Inverse Law)

a^{-1} เป็นตัวคูณผกผันของ a ที่ทำให้ $a\cdot\frac{1}{a}=\frac{1}{a}\cdot a=1$ สำหรับแต่ละ $a\in R$

11. สมบัติการกระจาย (Distributive Law)

$a(b+c)=ab+ac$

2.1.9 คุณสมบัติอื่น ๆ ของจำนวนจริง

ทฤษฎีบท 2.1 กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a+b=a+c$ แล้ว $b=c$
2. ถ้า $b+a=c+a$ แล้ว $b=c$

<u>พิสูจน์</u> 1. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ซึ่ง $a+b=a+c$

จะได้ $(-a)+(a+b)=(-a)+(a+c)$ (สมบัติการบวกด้วยจำนวนเดียวกัน)

$((-a)+a)+b=((-a)+a)+c$ (สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก)

$0+b=0+c$ (สมบัติการมีตัวผกผันของการบวก)

$b=c$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก)

ดังนั้น ถ้า $a+b=a+c$ แล้ว $b=c$

2. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ซึ่ง

$b+a=c+a$

จะได้ $(b+a)+(-a)=(c+a)+(-a)$ (สมบัติการบวกด้วยจำนวนเดียวกัน)

$b+(a+(-a))=c+(a+(-a))$ (สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก)

$b+0=c+0$ (สมบัติการมีตัวผกผันของการบวก)

$b=c$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก)

ดังนั้น ถ้า $b+a=c+a$ แล้ว $b=c$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ทฤษฎีบท 2.2 กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a+b=b$ แล้ว $a=0$
2. ถ้า $b+a=b$ แล้ว $a=0$

<u>พิสูจน์</u> 1. ให้ $a+b=b$

เนื่องจาก $b=0+b$ (สมบัติมีเอกลักษณ์สำหรับการบวก)

จะได้ $a+b=0+b$ (สมบัติการถ่ายทอด)

$a=0$ (ทฤษฎีบท 2.1)

ดังนั้น ถ้า $a+b=b$ แล้ว $a=0$

2. ให้ $b+a=b$

เนื่องจาก $b=0+b$ (สมบัติมีเอกลักษณ์สำหรับการบวก)

จะได้ $b+a=b+0$ (สมบัติการถ่ายทอด)

$a=0$ (ทฤษฎีบท 2.1)

ดังนั้น ถ้า $b+a=b$ แล้ว $a=0$

บทแทรก 2.1 สำหรับจำนวนจริง a ทุกตัว เอกลักษณ์สำหรับการบวกมีเพียงตัวเดียว

<u>พิสูจน์</u> ให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ มี a_1 และ a_2 เป็นเอกลักษณ์สำหรับการบวกของ a

จะได้ $a+a_1=a$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์สำหรับการบวก)

และ $a+a_2=a$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์สำหรับการบวก)

$a+a_1=a+a_2$ (สมบัติการถ่ายทอด)

นั่นคือ $a_1=a_2$ (ทฤษฎีบท 2.1)

ดังนั้น a มีเพียงเอกลักษณ์สำหรับการบวกเพียงตัวเดียว

ทฤษฎีบท 2.3 กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a+b=0$ แล้ว $a=-b$
2. ถ้า $b+a=0$ แล้ว $a=-b$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

<u>พิสูจน์</u> 1. ให้ $a+b=0$

เนื่องจาก $0=(-b)+b$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการบวก)

จะได้ $a+b=(-b)+b$ (สมบัติการถ่ายทอด)

$a=-b$ (ทฤษฎีบท 2.1)

ดังนั้น ถ้า $a+b=0$ แล้ว $a=-b$

2. ให้ $b+a=0$

เนื่องจาก $0=(-b)+b$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการบวก)

จะได้ $b+a=b+(-b)$ (สมบัติการถ่ายทอด)

$a=-b$ (ทฤษฎีบท 2.1)

ดังนั้น ถ้า $b+a=0$ แล้ว $a=-b$

บทแทรก 2.2 สำหรับจำนวนจริง a ทุกตัว มีตัวผกผันสำหรับการบวกมีเพียงตัวเดียว

<u>พิสูจน์</u> ให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ มี b_1 และ b_2 เป็นเอกลักษณ์สำหรับการบวกของ b

จะได้ $a+b_1=0$ และ $a+b_2=0$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์สำหรับการบวก)

$a+b_1=a+b_2$ (สมบัติการถ่ายทอด)

$b_1=b_2$ (ทฤษฎีบท 2.1)

ดังนั้น สำหรับจำนวนจริง a มีเพียงเอกลักษณ์สำหรับการบวกเพียงตัวเดียว

ทฤษฎีบท 2.4 สำหรับจำนวนจริง a ใด ๆ $-(-a)=a$

<u>พิสูจน์</u> เนื่องจาก $-(-a)$ เป็นตัวผกผันสำหรับการบวกของ $-a$

จะได้ $-(-a)+(-a)=0$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการบวก)

และเนื่องจาก $0=a+(-a)$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการบวก)

จะได้ $-(-a)+(-a)=a+(-a)$ (สมบัติการถ่ายทอด)

นั่นคือ $-(-a)=a$ (ทฤษฎีบท 2.1)

ดังนั้น สำหรับจำนวนจริง a ใด ๆ $-(-a)=a$

ทฤษฎีบท 2.5 กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ $(-a)+(-b)=-(a+b)$

<u>พิสูจน์</u> เนื่องจาก $-(a+b)+(a+b)=0$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการบวก)

$(-a)+(-b)+(a+b)=(-a)+(-b)+(b+a)$ (สมบัติการสลับที่สำหรับการบวก)

$=(-a)+[(-b)+b]+a$ (สมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการบวก)

$=(-a)+0+a$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการบวก)

$=(-a)+a$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์สำหรับการบวก)

$=0$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการบวก)

$(-a)+(-b)+(a+b)=-(a+b)+(a+b)$ (สมบัติการถ่ายทอด)

ดังนั้น $(-a)+(-b)=-(a+b)$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ทฤษฎีบท 2.6 กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะได้ $a\cdot 0=0$ และ $0\cdot a=0$

<u>พิสูจน์</u> ให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ

เนื่องจาก $0+0=0$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก)

$a(0+0)=a\cdot 0$ (สมบัติการคูณด้วยจำนวนเดียวกัน)

$a\cdot 0+a\cdot 0=a\cdot 0$ (สมบัติการกระจาย)

$a\cdot 0+a\cdot 0=0+a\cdot 0$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก)

จะได้ $a\cdot 0=0$ (ทฤษฎีบท 2.1)

และเนื่องจาก $a\cdot 0=0\cdot a$ (สมบัติการสลับที่สำหรับการบวก)

จะได้ $0\cdot a=0$ (สมบัติการถ่ายทอด)

ดังนั้น กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะได้ $a\cdot 0=0$ และ $0\cdot a=0$

ทฤษฎีบท 2.7 กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $ac=bc$ และ $c\neq 0$ แล้ว $a=b$
2. ถ้า $ab=ac$ และ $a\neq 0$ แล้ว $b=c$

<u>พิสูจน์</u> 1. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ $ac=bc$ และ $c\neq 0$

จะได้ $(ac)c^{-1}=(bc)c^{-1}$

$a(cc^{-1})=b(cc^{-1})$ (สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ)

$a\cdot 1=b\cdot 1$ (สมบัติการมีตัวผกผันของการคูณ)

$a=b$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ)

ดังนั้น ถ้า $ac=bc$ และ $c\neq 0$ แล้ว $a=b$

2. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ $ab=ac$ และ $a\neq 0$

จะได้ $(ab)a^{-1}=(ac)a^{-1}$

$a^{-1}(ab)=a^{-1}(ac)$ (สมบัติการสลับที่ของการคูณ)

$(a^{-1}a)b=(a^{-1}a)c$ (สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ)

$1\cdot b=1\cdot c$ (สมบัติการมีตัวผกผันของการคูณ)

$b=c$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ)

ดังนั้น ถ้า $ab=ac$ และ $a\neq 0$ แล้ว $b=c$

มหาวิทยาราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ทฤษฎีบท 2.8 กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ $b\neq 0$

1. ถ้า $ab=b$ แล้ว $a=1$
2. ถ้า $ba=b$ แล้ว $a=1$

<u>พิสูจน์</u> 1. ให้ $ab=b$

$ba=b$ (สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ)

$b^{-1}(ba)=b^{-1}\cdot b$ (สมบัติการคูณด้วยจำนวนเดียวกัน)

$(b^{-1}b)a=b^{-1}b$ (สมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการคูณ)

$1 \cdot a = 1$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการคูณ)

$a = 1$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์สำหรับการคูณ)

ดังนั้น ถ้า $ab = b$ แล้ว $a = 1$ โดยที่ $b \neq 0$

2. ให้ $ba = b$

$b^{-1}(ba) = b^{-1} \cdot b$ (สมบัติการคูณด้วยจำนวนเดียวกัน)

$(b^{-1}b)a = b^{-1} \cdot b$ (สมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการคูณ)

$1 \cdot a = 1$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการคูณ)

$a = 1$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์สำหรับการคูณ)

ดังนั้น ถ้า $ba = b$ แล้ว $a = 1$ โดยที่ $b \neq 0$

ทฤษฎีบท 2.9 กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ $b \neq 0$

1. ถ้า $ab = 1$ แล้ว $a = b^{-1}$
2. ถ้า $ba = 1$ แล้ว $a = b^{-1}$

<u>พิสูจน์</u> 1. ให้ $ab = 1$

$ba = 1$ (สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ)

$b^{-1}(ba) = b^{-1} \cdot 1$ (สมบัติการคูณด้วยจำนวนเดียวกัน)

$(b^{-1}b)a = b^{-1} \cdot 1$ (สมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการคูณ)

$1 \cdot a = b^{-1} \cdot 1$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการคูณ)

$a = b^{-1}$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์สำหรับการคูณ)

ดังนั้น ถ้า $ab = 1$ แล้ว $a = b^{-1}$ โดยที่ $b \neq 0$

2. ให้ $ba = 1$

$b^{-1}(ba) = b^{-1} \cdot 1$ (สมบัติการคูณด้วยจำนวนเดียวกัน)

$(b^{-1}b)a = b^{-1} \cdot 1$ (สมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการคูณ)

$1 \cdot a = b^{-1} \cdot 1$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการคูณ)

$a = b^{-1}$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์สำหรับการคูณ)

ดังนั้น ถ้า $ba = b$ แล้ว $a = 1$ โดยที่ $b \neq 0$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ทฤษฎีบท 2.10 กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a \neq 0$ แล้ว $\left(a^{-1}\right)^{-1} = a$

<u>พิสูจน์</u> เนื่องจาก $\left(a^{-1}\right)^{-1}$ (เป็นตัวผกผันสำหรับการคูณของ a^{-1})

จากได้ว่า $\left(a^{-1}\right)^{-1} a^{-1} = 1$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการคูณ)

และ $1 = aa^{-1}$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการคูณ)

จะได้ $\left(a^{-1}\right)^{-1} a^{-1} = aa^{-1}$ (สมบัติถ่ายทอด)

นั่นคือ $\left(a^{-1}\right)^{-1} = a$ (ทฤษฎีบท 2.7)

ดังนั้น $\left(a^{-1}\right)^{-1} = a$ (เมื่อ $a \neq 0$)

ทฤษฎีบท 2.11 กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ
ถ้า $ab = 0$ แล้ว $a = 0$ หรือ $b = 0$

<u>พิสูจน์</u> กรณีที่ 1 ถ้า $a = 0$ จะได้ว่า $a = 0$ หรือ $b = 0$ เป็นจริง

กรณีที่ 2 ถ้า $a \neq 0$ จะมี $a^{-1} \in R$

จาก $ab = 0$

จะได้ $a^{-1}(ab) = a^{-1} \cdot 0$ (สมบัติการคูณด้วยจำนวนเดียวกัน)

$(a^{-1}a)b = a^{-1} \cdot 0$ (สมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการบวก)

$(a^{-1}a)b = 0$ (ทฤษฎีบท 2.6)

$1 \cdot b = 0$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการบวก)

$b = 0$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์สำหรับการบวก)

จะได้ $a = 0$ หรือ $b = 0$ เป็นจริง

จากกรณีที่ 1 และกรณีที่ 2 จะได้ว่า ถ้า $ab = 0$ แล้ว $a = 0$ หรือ $b = 0$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ทฤษฎีบท 2.12 กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว $(b+c)a = ba + ca$

<u>พิสูจน์</u> เนื่องจาก $(b+c)a = a(b+c)$ (สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ)

$= ab + ac$ (สมบัติการกระจาย)

$= ba + ca$ (สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ)

นั่นคือ $(b+c)a = ba + ca$

ทฤษฎีบท 2.13 กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. $a(-b)=-(ab)$
2. $(-a)b=-(ab)$
3. $(-a)(-b)=ab$

<u>พิสูจน์</u> 1. เนื่องจาก $a(-b)+ab=a(-b+b)$ (สมบัติการกระจาย)

$=a\cdot 0$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการบวก)

$=0$ (ทฤษฎีบท 2.6)

ดังนั้น $a(-b)=-(ab)$

2. เนื่องจาก $(-a)b=b(-a)$ (สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ)

$=-(ba)$ (จากข้อ 1)

$=-(ab)$ (สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ)

ดังนั้น $(-a)b=-(ab)$

3. เนื่องจาก $(-a)(-b)=-\{(-a)b\}$ จากข้อ 1.

$=-\{-(ab)\}$ จากข้อ 2.

$=ab$ (ทฤษฎีบท 2.4)

ดังนั้น $(-a)(-b)=ab$

สรุปได้ว่า หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง 2560) กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เกี่ยวกับเนื้อหาเรื่อง ระบบจำนวนจริง ในการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้เพื่อหาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยเซตของจำนวนจริง คุณสมบัติเบื้องต้นของจำนวนจริง และคุณสมบัติอื่น ของจำนวนจริง ซึ่งเนื้อหาดังกล่าวเป็นเนื้อหาที่มีประโยชน์และมีความสำคัญทั้งในรายวิชาคณิตศาสตร์และวิชาอื่น ๆ

2.2 การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับสูงนั้น ต้องอ่านทำความเข้าใจ วิเคราะห์ แสดงความคิดเห็น และเขียนแสดงการพิสูจน์ได้ ทั้งต้องเข้าใจและเห็นคุณค่าของการพิสูจน์ถึงอย่างนั้นก็ตามยังคงมีนักเรียนเป็นจำนวนไม่น้อยที่มีปัญหาเกี่ยวกับในการอ่าน และเขียนการพิสูจน์หลาย ๆ คนมีความคิดรวบยอดที่ผิดเกี่ยวกับการพิสูจน์ และเทคนิคในการพิสูจน์ ซึ่งเป็นสิ่งขัดขวางความสามารถในการอ่านการเขียนการพิสูจน์ของนักเรียน Saeed (1997, pp. 4300-A)

2.2.1 ความหมายของการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายของการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Moore (1990, p. 51) ได้ให้ความหมายของการพิสูจน์ หมายถึง ลำดับทางตรรกศาสตร์ของประโยค โดยเริ่มต้นจากสมมติฐานไปจนถึงข้อสรุป ซึ่งมีลำดับขั้นตอนดังนี้

1. อาศัยสมมติฐานพื้นฐาน
2. อาศัยบทนิยามหรือสัจพจน์
3. อาศัยสิ่งที่พิสูจน์มาแล้ว
4. อาศัยกฎของการให้เหตุผล

Wilson (1993, p. 49) กล่าวว่า การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่ใช้บทนิยาม สัจพจน์ ข้อความที่เคยพิสูจน์ว่าเป็นจริงและการให้เหตุผลแบบนิรนัยที่แสดงว่าข้อความสมเหตุสมผล

Rodd (1998, p. 232) กล่าวว่า การพิสูจน์ คือ การอ้างเหตุผลที่ชัดเจนและแจ่มแจ้ง ซึ่งข้อมูลและกฎการอ้างเหตุผลทั้งหมดที่ถูกนำมาแสดงอย่างชัดเจนพร้อมที่จะเปิดให้มีการวิพากษ์วิจารณ์ได้

Solow (2002, p. 3) กล่าวว่า การพิสูจน์ คือ การแสดงความคิดออกมาเป็นคำพูดในภาษาทางคณิตศาสตร์โดยปราศจากข้อโต้แย้ง

Grenn and Litter (1997) กล่าวว่า การพิสูจน์ข้อความหรือทฤษฎีบท คือ ลำดับของประโยคที่อาศัยขั้นตอนทางตรรกศาสตร์เป็นลำดับ

Morash (1991, p. 143) กล่าวว่า การพิสูจน์ คือ ลำดับประโยคที่แต่ละประโยคสมเหตุสมผลโดยอาศัยสัจพจน์หรือทฤษฎีบทที่ได้พิสูจน์มาแล้วใช้เป็นข้ออ้าง

James (1976) กล่าวว่า เป็นการแสดงเหตุผลโดยอาศัยตรรกศาสตร์ที่จะแสดงให้เห็นค่าความจริงของข้อความ และกระบวนการของการแสดงข้อความที่ต้องการพิสูจน์โดยได้มาจากข้อความที่พิสูจน์มาแล้วหรือระบบสัจพจน์

สุเทพ ทองอยู่ (2529, น. 34) กล่าวว่า การพิสูจน์นั้น คือ การแสดงการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผล และยังเป็นกระบวนการให้เหตุผลที่มีความสำคัญในวิชาคณิตศาสตร์ ที่จะพัฒนาข้อคาดคะเนในระบบคณิตศาสตร์เรื่องนั้น ๆ ว่าเป็นข้อความที่เป็นจริง หรือสมเหตุสมผลจนยอมรับได้ว่าเป็นทฤษฎีเพื่อนำไปเป็นเหตุในการสรุปข้อความใหม่

ยุพิน พิพิธกุล (2554, น. 118) กล่าวว่า การพิสูจน์ คือ การแสดงการให้เหตุผลแบบนิรนัยที่สมเหตุสมผล โดยใช้ข้อเท็จจริงที่จะยอมรับแล้วและข้อมูลที่กำหนดเป็นข้ออ้าง แล้วใช้รูปแบบการให้เหตุผลนำไปสู่ผลที่ต้องการ

ราชบัณฑิตยสถาน (2556, น. 389) พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตสถาน พุทธศักราช 2554 ได้ให้ความหมายของ “การพิสูจน์” ว่า เป็นการชี้แจงให้รู้เหตุผล เช่น เอาพยานหลักฐานไปพิสูจน์ความจริง

สรุปได้ว่า การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงว่าข้อความทางคณิตศาสตร์ที่เป็นจริง โดยใช้สมบัติ บทนิยาม สัจพจน์ ทฤษฎีบท หรือข้อความที่กำหนดให้มาใช้ในการอ้างเหตุผลอย่างต่อเนื่อง เพื่อแสดงให้เห็นถึงลำดับของข้อความที่เป็นจริง โดยจะใช้ข้อเท็จจริงที่ยอมรับแล้วและข้อมูลที่กำหนดเป็นข้ออ้างแล้วใช้รูปแบบการให้เหตุผลนำไปสู่ผลที่ต้องการ

2.2.2 วิธีพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายวิธีพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

กรรณิกา กวักเพชูรย์ (2541, น. 51-77) ได้กล่าวถึงวิธีการพิสูจน์ข้อความในแบบต่าง ๆ ได้แก่ 1) การพิสูจน์ข้อความในแบบ $p \to q$ ซึ่งแบ่งออกเป็น 3 วิธี คือ โดยวิธีตรง โดยวิธีการแย้งสลับที่ และโดยวิธีขัดแย้ง 2) การพิสูจน์ข้อความในแบบ $p \leftrightarrow q$ 3) การพิสูจน์ข้อความที่มีผลสรุปในแบบ $p \vee q$ 4) การพิสูจน์แบบการแจกแจง 5) การพิสูจน์ข้อความในแบบ $p \to q \wedge r$ 6) การพิสูจน์โดยวิธีขัดแย้ง 7) การพิสูจน์ข้อความซึ่งเป็นไปได้อย่างเดียว และ 8) การพิสูจน์โดยหลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์

พัฒนี อุดมกะวานิช (2541, น. 41-61) ได้กล่าวถึงวิธีการพิสูจน์ ได้แก่ 1) การพิสูจน์ $p \to q$ ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 วิธี คือ การพิสูจน์โดยตรงและการพิสูจน์โดยอ้อม ได้แก่ การพิสูจน์โดยการแย้งสลับที่และสารพิสูจน์โดยความขัดแย้งกัน 2) การพิสูจน์ $p \leftrightarrow q$ 3) การพิสูจน์โดยการแบ่งกรณี 4) การพิสูจน์โดยความขัดแย้งกัน 5) การพิสูจน์ $p \vee q$ เป็นจริง 6) การพิสูจน์ $p \wedge q$ เป็นจริง 7) การพิสูจน์ $\exists x, P(x)$ เป็นจริง 8) การพิสูจน์ $\exists! x, P(x)$ เป็นจริง และ 9) การพิสูจน์โดยใช้หลักอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์

ขจรศรี วรรณสถิต (2544, น. 10-23) วิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์มักจะมีด้วยกันหลายวิธี การนำไปใช้ขึ้นอยู่กับลักษณะของโจทย์ปัญหานั้น ๆ วิธีที่เลือกใช้ต้องเป็นวิธีที่เหมาะสมได้ผลถูกต้อง ชัดเจนและรัดกุมที่สุด

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY

นฤเบศ ลาภยิ่งยง (2554, น. 65-92) ได้กล่าวถึงวิธีการพิสูจน์ว่า ได้แก่ 1) การพิสูจน์ที่ข้อความรูปประโยคแบบมีเงื่อนไข 2) การพิสูจน์ในรูปประโยคแบบเงื่อนไขมีสองทาง 3) การพิสูจน์โดยการแจงกรณี 4) การพิสูจน์ข้อความเลือก 5) การพิสูจน์โดยการแจงนับ 6) การพิสูจน์การมีอยู่และการพิสูจน์ความเป็นได้ 7) การพิสูจน์ว่าไม่มี 8) การพิสูจน์ว่าเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้าน และ 9) การพิสูจน์โดยวิธีอุปนัยเชิงคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์เป็นการฝึกทักษะกระบวนการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ โดยการนำกฎเกณฑ์เบื้องต้นในวิชาตรรกศาสตร์มาประยุกต์ใช้เพื่อเป็นรากฐานสำหรับแขนงวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูงต่อไป จุดมุ่งหมายโดยรวมของการพิสูจน์คือเป็นการยืนยันหรือทำให้แน่ใจว่าผลสรุปเป็นจริง โดยมีการกำหนดเงื่อนไขหรือสมมติฐานมาก่อนหน้า

2.2.3 เทคนิคการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายเทคนิคการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

Bitinger (1972, pp. 75-79) ได้เสนอเทคนิคที่ช่วยในการพิสูจน์ ได้แก่

1. การเปลี่ยนรูปข้อความที่จะพิสูจน์ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ (Translate to Logical Symbol) คือ การเปลี่ยนแปลงข้อความที่จะพิสูจน์ให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางตรรกศาสตร์แล้วเลือกวิธีการพิสูจน์ที่เหมาะสม เช่น การพิสูจน์ข้อความ " P เป็นเงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับ Q " แปลงให้อยู่ในรูปสัญลักษณ์ $P \to Q$ แล้วเลือกวิธีการพิสูจน์ข้อความ $P \to Q$ ซึ่งมี 3 วิธี คือ

1.1 RCP: การสมมติ P แล้วพิสูจน์ให้ได้ Q

1.2 Contra Positive: สมมติ $\sim Q$ แล้วพิสูจน์ $\sim P$

1.3 Contradiction: สมมติ $P \wedge \sim Q$ แล้วพิสูจน์เพื่อหาข้อขัดแย้งจากนั้นสรุปเมื่อเลือกวิธีการพิสูจน์แล้วก็ทำให้ทราบแนวทางการพิสูจน์ต่อไป

2. การอุปมา (Analogy) คือ การนำแนวคิดหรือวิธีการพิสูจน์จากทฤษฎีหรือข้อความที่ได้พิสูจน์มาแล้วเป็นแนวทางหรือตัวอย่างในการพิสูจน์ข้อความที่ต้องการ ซึ่งนักคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่กล่าวว่า การที่จะเป็นนักคณิตศาสตร์ที่ดีนั้น ต้องได้รับการฝึกปฏิบัติได้แก้ปัญหาและได้พิสูจน์ข้อความที่หลากหลาย

3. วิธีคิดแบบย้อนกลับ (Working backwards) คือ ใช้วิธีคิดย้อนกลับเพื่อหาแนวทางการพิสูจน์ เช่น ในการพิสูจน์ข้อความ $P \to Q$ ทำโดยเริ่มต้นที่ข้อความ Q แล้วคิดย้อนกลับหาข้อความ R ที่ $R \to Q$ ต่อไปคิดย้อนกลับหาข้อความ S ที่ $S \to R$ และดำเนินการเช่นนี้จนได้ข้อความ T

นั่นคือ $(R \to Q) \wedge (S \to R) \wedge (... \to S) \wedge (T \to ...) \wedge (P \to T)$

จะได้ $P \to T \to ... \to S \to R \to Q$

ดังนั้น สามารถทำการพิสูจน์ $P \to Q$ ได้โดยใช้วิธีคิดแบบย้อนกลับ

4. วิธีการลองผิดลองถูก (Do-something approach, Trial and error) การพิสูจน์ข้อความบางข้อความ เราไม่มีแบบแผนที่แน่นอนว่าจะดำเนินการพิสูจน์อย่างไร แต่เราสามารถหาวิธีพิสูจน์ด้วยวิธีการวิธีหนึ่ง คือ การลองผิดลองถูกจนได้ผลสรุปที่ต้องการ เช่น การพิสูจน์ข้อความ $P \to Q$ อาจเลือกวิธีการพิสูจน์โดยใช้กฎของเงื่อนไข เมื่อไม่ได้ผลสรุปตามที่ต้องการก็ลองเลือกวิธีการพิสูจน์ข้อความแย้งสลับที่หรือแบบอื่น ๆ ซึ่งอาจนำไปสู่ผลสรุปตามที่ต้องการได้

5. การใช้บทนิยามในการพิสูจน์ (Use of definition) บทนิยามจะช่วยให้เข้าใจมโนมติทางคณิตศาสตร์ และเห็นโครงสร้างในการพิสูจน์ทำให้ทราบว่าจะดำเนินการพิสูจน์ไปในแนวทางใดจึงสามารถเลือกวิธีการพิสูจน์ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

6. การใช้ทฤษฎีบทที่มีมาก่อนหน้าหรือที่พิสูจน์มาแล้ว (Use previously proved theorem) วิธีการนี้เป็นการใช้ทฤษฎีบทที่มีมาก่อนหรือพิสูจน์มาแล้วมาช่วยในการพิสูจน์ ซึ่งทฤษฎีบทที่นำมาใช้ในการพิสูจน์อาจมีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับสิ่งที่เราต้องการพิสูจน์

สุเทพ ทองอยู่ (2533, น. 11) กล่าวว่า เทคนิคพิสูจน์ที่ใช้ในการพิสูจน์ไว้ 2 ประการ คือ

1. การสังเคราะห์ เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่มักเริ่มจากข้อมูลที่กำหนด หรือสมมติฐาน ดำเนินการต่อไปเรื่อย ๆ จนถึงสิ่งที่ต้องการพิสูจน์หรือผลสรุป ดังนั้นผู้แก้ปัญหาต้องพยายามแยกย่อยสมมติฐานและพิจารณาว่าสมมติฐานแต่ละส่วนสามารถสรุปผลใดได้บ้าง จากนั้นใช้ความรู้ต่าง ๆ ที่เคยทราบมาก่อน รวมทั้งผลที่ได้จากสมมติฐานหาเหตุผลที่ชัดเจนเพื่อนำไปสู่ผลสรุป

2. การวิเคราะห์ เป็นกระบวนการแก้ปัญหาที่กลับกันกับการสังเคราะห์ โดยเริ่มจากสิ่งที่ต้องการพิสูจน์หรือผลสรุปย้อนหลังไปถึงข้อมูลที่สรุปหรือสมมติฐาน ผู้พิสูจน์จะต้องพิจารณาว่าข้อมูลใดนำไปสู่ข้อมูลที่จะนำไปสู่สิ่งที่ต้องการพิสูจน์ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะได้ข้อมูลซึ่งสามารถสรุปผลได้จากข้อมูลที่กำหนดให้หรือข้อมูลที่เคยเรียนรู้มาก่อน

สรุปได้ว่า การใช้ทฤษฎีบทที่มีมาก่อนหน้าหรือที่พิสูจน์มาแล้วมาช่วยในการพิสูจน์ ซึ่งทฤษฎีบทที่นำมาใช้ในการพิสูจน์อาจมีความเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับสิ่งที่เราต้องการพิสูจน์ และบทนิยามจะช่วยให้เข้าใจมโนมติทางคณิตศาสตร์ และเห็นโครงสร้างในการพิสูจน์ทำให้ทราบว่าจะดำเนินการพิสูจน์ไปในแนวทางใด จึงสามารถเลือกวิธีการพิสูจน์ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.3 แบบทดสอบ

แบบทดสอบเป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับวัดความรู้ทางด้านพุทธิพิสัย แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่วัดสมรรถนะด้านต่าง ๆ ที่นักเรียนได้รับ แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งได้ 2 ชนิด คือ แบบที่ครูสร้าง และแบบมาตรฐาน แบบทดสอบที่ดีต้องมีความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยุติธรรม ความลึก ของคำถาม ความยั่วยุ ความจำเพาะเจาะจง ความปรนัย มีประสิทธิภาพ มีอำนาจจำแนก มีความยาก (อรนุช ศรีสะอาด, 2551, น. 49)

2.3.1 ความหมายของแบบทดสอบ

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายของแบบทดสอบ ดังนี้

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์ (2542, น. 72) ให้ความหมายแบบทดสอบว่าเป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้ในการเปรียบเทียบพฤติกรรมของบุคคลตั้งแต่สองคนขึ้นไป ณ เวลาหนึ่งของบุคคลเดียวหรือหลายคนในเวลาต่างกัน

สมนึก ภัททิยธณี (2546, น. 72)ให้ความหมายของแบบทดสอบว่าเป็นเครื่องมือวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย และมีบทบาทสำคัญเพราะเป็นเครื่องมือที่มีลักษณะดีหลายประการ แต่ควรใช้คู่กับเครื่องมือชนิดอื่น ๆ อย่างหลากหลาย

ไพศาล วรคำ (2562, น. 233) ได้ให้ความหมายของแบบทดสอบว่าเป็นชุดของข้อคำถามที่ใช้วัดค่าของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง โดยมีคำตอบที่ถูกต้องแน่นอน และมีกฎเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนอย่างสมเหตุสมผลาลัยราชภัฏมหาสารคาม

Brown (1998, p. 90) ให้ความหมายแบบทดสอบเป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้สำหรับวัดตัวอย่างพฤติกรรมตามความหมายแบบทดสอบจะมีลักษณะที่สำคัญ 3 ประการ

1. แบบทดสอบเป็นวิธีเชิงระบบ (Systematic Procedure) หมายความว่าแบบทดสอบจะต้องมีกฎเกณฑ์แน่นอนเกี่ยวกับโครงการบริหารจัดการและให้คะแนน

2. แบบทดสอบเป็นการวัดพฤติกรรม (Behaviors) ซึ่งวัดเฉพาะพฤติกรรมที่วัดได้เท่านั้นโดยผู้ตอบสนองตอบต่อข้อคำถามที่กำหนดให้ มิใช่เป็นการวัดโดยตรง

3. แบบทดสอบเป็นเพียงส่วนหนึ่งของพฤติกรรรมที่ต้องการวัดทั้งหมด (Sample of All Possible Items) ตามความเป็นจริง ไม่มีแบบทดสอบชุดใดที่มีข้อคำถามวัดพฤติกรรมที่ต้องการได้ทั้งหมดฉะนั้นจึงต้องตกลงว่าข้อคำถามในแบบทดสอบเป็นตัวแทนของข้อคำถามทั้งหมดที่ใช้วัดพฤติกรรมนั้นและถ้าผู้ต้องตอบข้อคำถามใดคำถามหนึ่งถูกต้องให้คะแนนเท่ากัน แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประเภทที่สร้างมีหลายรูปแบบแต่นิยมใช้มี 6 แบบ คือ แบบกาถูกผิด แบบเติมคำ แบบตอบสั้น ๆ แบบจับคู่ แบบเลือกตอบ และแบบอัตนัย หรือความเสียง

สรุปได้ว่า แบบทดสอบ หมายถึง เครื่องมือที่จะใช้ในการวัดผลชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับวัดความรู้ด้านพุทธพิสัย เป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้สำหรับวัดตัวอย่างพฤติกรรม เปรียบเทียบพฤติกรรมของบุคคลตั้งแต่สองคนขึ้นไป ณ เวลาหนึ่ง หรือของบุคคลเดียว หรือหลายคนในเวลาต่างกัน

2.3.2 ประเภทของแบบทดสอบ

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายประเภทของแบบทดสอบ ดังนี้

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์ (2542, น. 33-34) แบบทดสอบมีการแบ่งออกเป็นหลายประเภทตามเกณฑ์หรือรูปแบบ หรือวัตถุประสงค์ในการใช้โดยสามารถแบ่งประเภทของแบบทดสอบได้ ดังนี้

1. แบ่งตามลักษณะทางจิตวิทยาที่ใช้วัด แบ่งเป็น 3 ประเภท ได้แก่

1.1 แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ (Achievement Test) เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้ความเข้าใจตามพุทธิพิสัย (Cognitive Domain) ซึ่งมักเกิดขึ้นจากการเรียนรู้ แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1.1.1 แบบทดสอบที่ครูสร้างเอง (Teacher-Made Test) เป็นแบบทดสอบที่สร้างกันเมื่อต้องการใช้ก็สร้างขึ้นใช้แล้วก็เลิกกัน ถ้านำไปใช้อีกก็ต้องดัดแปลง ปรับปรุงแก้ไข เพราะเป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นใช้เฉพาะครั้ง อาจยังไม่มีการวิเคราะห์คุณภาพ

1.1.2 แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardized Test) เป็นแบบทดสอบได้มีการพัฒนาด้วยการวิเคราะห์ทางสถิติมาแล้วหลายครั้งหลายหน จนมีคุณภาพสมบูรณ์ทั้งด้านความตรง ความเที่ยง ความยากง่าย อำนาจจำแนก ความเป็นปรนัย และมีเกณฑ์ปกติ (Norm) ไว้เปรียบเทียบด้วยรวมความจ้องมีมาตรฐานทั้งด้านการดำเนินการสอบ และแปลผลคะแนนที่ได้

1.2 แบบทดสอบความถนัด (Aptitude Test) เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัดสมรรถภาพทางสมองของคนว่า มีความรู้ ความสามารถมากน้อยเพียงใด และมีความสามารถทางด้านใดเป็นพิเศษ แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

1.2.1 แบบทดสอบทางการเรียน (Scholastic Aptitude Test) เป็นแบบทดสอบที่วัดความสามารถทางวิชาการมีความถนัดในวิชาอะไร ซึ่งจะแสดงถึงความสามารถในการเรียนต่อแขนงวิชานั้นและจะสามารถเรียนไปได้มากน้อยเพียงใด

1.2.2 แบบทดสอบความถนัดพิเศษ (Specific Aptitude Test) เป็นแบบทดสอบที่วัดความสามารถพิเศษของบุคคล เช่น ความถนัดทางดนตรี การแพทย์ ศิลปะ เป็นต้น ใช้สำหรับการแนะแนวการเลือกอาชีพ เช่น แบบทดสอบวัดความถนัดทางศิลป์

2. ถ้าแบ่งตามรูปแบบของการถามการตอบ แบ่งเป็น 2 ประเภท

2.1 แบบวัดความเรียง (Essay Test) กำหนดคำถามให้ผู้ตอบจะต้องเรียบเรียงคำตอบการวัดความรู้ด้วยคำถามแบบความเรียงหรือที่รู้จักว่าเป็นแบบอัตนัย รูปแบบจะมีเฉพาะตัวคำถามเท่านั้นส่วนคำตอบจะเว้นที่ว่างหรือกำหนดกระดาษคำตอบให้ไว้เป็นพิเศษ สำหรับให้ผู้ตอบเขียนคำตอบลงไปเองผู้ตอบมีอิสระในการตอบคำถาม จะมีปัญหาในการตรวจให้คะแนนทั้งความเป็นธรรมและความสะดวกรวดเร็ว ฉะนั้นจึงไม่นิยมไปใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล

2.2 แบบทดสอบสั้นและเลือกตอบ (Short Answer and Multiple Choice Test) หรือที่รู้จักกันทั่วไปคือ แบบปรนัย (Objective Test) แบบนี้จะกำหนดคำถามให้ และกำหนดให้ตอบสั้น ๆ หรือกำหนดคำตอบมาให้เลือกตอบตามนั้น

2.3 แบบเลือกตอบ (Multiple Choice Item) รูปแบบทั่วไปของแบบวัดชนิดเลือกตอบจะมีตัวคำถามซึ่งเป็นประโยคสมบูรณ์และมีตัวเลือกตอบ กำหนดไว้ให้เลือกตอบอาจจะมี 3 4 5 หรือ 6 ตัวเลือกในส่วนที่เป็นตัวเลือกตอบประกอบด้วยตัวถูก และตัวลวงคำถามแบบเลือกตอบมีหลายชนิด

2.4 แบบทดสอบอัตนัย คือ แบบทดสอบที่มีลักษณะ ผู้ตอบต้องเขียนบรรยายตอบผู้ตอบมีสิทธิที่จะเขียนตอบอย่างเสรี อาจจะมีที่คำตอบถูกหลาย ๆ ทางคำตอบของข้อสอบเดียวกันอาจจะมีความแตกต่างทั้งในด้านคุณภาพ และความถูกต้อง

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
BUDDHIST MAHACHULALONGKORNRAJAVIDYALAYA UNIVERSITY

สรุปได้ว่า ประเภทของแบบทดสอบมีการแบ่งออกเป็นหลายประเภท ตามเกณฑ์หรือรูปแบบหรือวัตถุประสงค์ในการใช้ โดยสามารถที่จะแบ่งประเภทของแบบทดสอบได้ดังนี้ แบ่งตามลักษณะทางจิตวิทยาที่ใช้วัด แบ่งเป็น 2 ประเภท ได้แก่ แบบทดสอบผลสัมฤทธิ์ และแบบทดสอบความถนัด แบ่งตามรูปแบบของการถามการตอบ จะแบ่งเป็น 4 ประเภท ได้แก่ แบบวัดความเรียง แบบทดสอบสั้น เลือกตอบ และแบบทดสอบอัตนัย

2.3.3 แบบทดสอบอัตนัย

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายของแบบทดสอบอัตนัย ดังนี้

ชาญชัย ยมดิษฐ์ (2548, น. 134-138) ได้กล่าวถึงความหมายของแบบทดสอบอัตนัย ไว้ว่า เป็นแบบทดสอบที่จะให้ผู้ตอบได้แสดงความคิดเห็น เหมาะสำหรับการวัดความรู้ขั้นสูงกว่าความจำและความเข้าใจ

Mehrens and Lehmann (1969, pp. 206-227) ได้กล่าวถึง ความหมายของแบบทดสอบอัตนัย ไว้ว่า เป็นลักษณะของคำถามที่แตกต่างจากคำถามชนิดอื่น ดังนี้

1. ไม่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียวที่สมบูรณ์และถูกต้อง
2. ผู้สอบได้ตอบอย่างอิสระ
3. คุณภาพของคำตอบมีระดับต่างกัน

Hopkins and Antes (1990, pp. 231-232) ได้กล่าวถึงความหมายของแบบทดสอบอัตนัย ไว้ว่า ข้อสอบที่เป็นสิ่งที่ต้องการคำตอบที่เป็นประโยคหลายประโยคต่อเนื่องกัน ซึ่งแสดงความสมเหตุสมผลถูกต้องและคุณภาพของข้อสอบแบบนี้ต้องเป็นผู้ที่มีความรู้ในวิชาที่สอบ

สรุปได้ว่า แบบทดสอบอัตนัย หมายถึง เป็นแบบทดสอบที่ให้ผู้ตอบได้แสดงความคิดเห็นต้องการคำตอบที่เป็นประโยคหลายประโยคต่อเนื่องกัน ไม่มีคำตอบเพียงคำตอบเดียวที่สมบูรณ์และถูกต้อง ตอบอย่างอิสระเหมาะสำหรับการวัดความรู้ขั้นสูง

2.3.4 ประเภทของแบบทดสอบอัตนัย

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายประเภทของแบบทดสอบอัตนัย ดังนี้

ชาญชัย ยมดิษฐ์ (2548, น. 134-138) ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบออกเป็น 2 แบบ คือ แบบไม่จำกัดคำตอบ (Extended Response) และแบบจำกัดคำตอบ (Restricted Response) และให้อิสระแก่นักเรียนในการตอบ จากการศึกษาพบว่า เด็กระดับประถมศึกษาเขียนตอบแบบกำหนดโครงสร้างได้ดี ส่วนนักเรียนในระดับสูงเขียนตอบแบบไม่กำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ดี

1. แบบไม่จำกัดคำตอบ (Extended Response) ข้อสอบแบบอัตนัยแบบไม่จำกัดคำตอบให้อิสรเสรีแก่นักเรียนอย่างเต็มที่ในการอภิปรายแสดงความคิดเห็น และรวบรวมข้อมูลเท็จจริงต่าง ๆ มาใช้ในการสอน โดยทั่วไปข้อสอบแบบนี้จะให้นักเรียนแสดงความสามารถ ซึ่งต้องอาศัยการสังเคราะห์และการประเมินผล ข้อสอบนี้มีคุณค่าอย่างยิ่งในการวัดกระบวนการทางสมองที่สูงขึ้นตามขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ระลึกถึงความรู้ที่เรียนไป เช่น จงอธิบายทฤษฎีกำเนิดชนชาติไทยมา 1 ทฤษฎี จงอธิบายเกี่ยวกับการสอนแบบบรรยากาศกับการสอนแบบสืบสวน โดยให้บอกหลักสำคัญที่ใช้ในการสอนแต่ละวิธี และข้อดี-ข้อเสีย ของการสอนทั้งสองแบบ

ขั้นที่ 2 ประเมินค่าความรู้ที่จำได้ เช่น จงเปรียบเทียบข้อดี-ข้อเสียของการประเมินผลแบบอิงเกณฑ์และแบบอิงกลุ่มมาอย่างละเอียด เพราะเหตุใดเอดิสันจึงได้รับการยกย่องเป็นอย่างมาก จากการทดลองเรื่องอากาศมีไอน้ำ

ขั้นที่ 3 รวบรวมความรู้และความคิดให้เป็นระบบ เช่น จงกล่าวถึงความคล้ายคลึงกันในการที่สหรัฐอเมริกาเข้าไปมีส่วนพัวพันกับความขัดแย้งในประเทศเกาหลีและเวียดนามมา 3 ประเภท

ขั้นที่ 4 แสดงความคิดเห็นมาอย่างมีเหตุผล เช่น จงเปรียบเทียบและการอธิบายเหตุผลการปกครองระบอบประชาธิปไตยของอังกฤษกับสหรัฐอเมริกา

2. แบบจำกัดตอบ (Restricted Response) ข้อสอบแบบนี้ซึ่งมักที่จะกำหนดขอบเขตแบบฟอร์มและเนื้อหาที่ให้นักเรียนไม่มีอิสระในการตอบนัก แบบทดสอบนี้ให้ตอบสั้นกว่าแบบแรก คำตอบอยู่ภายในขอบเขตที่กำหนดไว้จำกัด โดยทั่วไปแล้วจะกำหนดขอบข่าย และความยาวในการตอบ ตัวอย่าง เช่น ลักษณะภูมิอากาศ การปกครอง อาชีพของพลเมือง จงอธิบายสาเหตุการเกิดสงครามโลกครั้งที่ 2 มา 3 ประการ จงยกตัวอย่างการกระทำที่แสดงถึงความรักชาติมา 5 ข้อ

Mehrens and Lehmann (1969, pp. 206-277) ซึ่งแบ่งได้แบบทดสอบออกเป็น 2 ประเภท ตามลักษณะของความมีอิสระในการตอบ ดังนี้

1. แบบตอบขยาย (Extended Response) และไม่จำกัดคำตอบ (Unrestriced Response) ข้อสอบแบบนี้จะถามความรู้ความสามารถต่าง ๆ โดยให้อิสระในการตอบแก่นักเรียนหรือผู้สอบมาก เปิดโอกาสให้เขียนแสดงความคิดเห็น อธิบาย อภิปรายได้อย่างเต็มที่ทุกแง่ทุกมุมตามที่ต้องการไม่จำกัด ลักษณะของคำถามจึงกว้างขวางเหมาะกับการวัดความสามารถด้านความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ทัศนคติ และการประเมินค่า (Evaluation) เพราะข้อสอบแบบนี้ส่งเสริมให้นักเรียนรู้จักรวบรวมความคิดต่าง ๆ การประเมินคุณค่าของสิ่งเหล่านั้น และการใช้วิธีการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาด้วยเหตุผลนี้ ปริมาณคำตอบของข้อสอบแบบนี้จึงขึ้นอยู่กับคำถาม และความรู้ที่สั่งสมไว้ว่ามีมากน้อยเพียงใด ประกอบกับความสามารถในการจัดระบบการตอบ และความสามารถการใช้ภาษาของนักเรียนเป็นสำคัญ จุดอ่อนของการถามแบบนี้อยู่ที่การให้คะแนน เพราะยากจะหาเกณฑ์การให้คะแนนที่ถูกต้องเที่ยงตรงได้ คำถามที่ใช้มักจะเป็นคำถามประเภท “จงอภิปราย เปรียบเทียบ และแสดงความคิดเห็น” เป็นต้น

2. แบบทดสอบจำกัด (Restricted Response หรือ Short-essay Item) ข้อสอบนี้สามารถอุดจุดอ่อนของคำถามแรกได้ เนื่องจากข้อสอบแบบขยายคำตอบเป็นแบบทดสอบที่ให้อิสระในการตอบโดยไม่จำกัด ทำให้คำตอบแตกต่างกันมาก จึงมีปัญหาในการตรวจคะแนน โดยเฉพาะแง่ของการเปรียบเทียบถามแบบเจาะจงผู้เขียนกำหนดขอบเขต ลักษณะการตอบตลอดจนเนื้อหาทิศทางการตอบ และความยาว

ในการตอบไว้ด้วยคำตอบจึงสั้น และอยู่ภายใต้ขอบเขตที่กำหนดไว้ ผู้ตอบต้องจัดเรียบเรียงความคิดเห็นให้เป็นระเบียบแล้วตอบให้ตรงประเด็นของคำถามเพียงสั้น ๆ โดยไม่มีโอกาสอภิปรายแสดงความคิดเห็นนอกเหนือที่กำหนดไว้ให้ ข้อสอบแบบนี้จึงมีความสะดวกในการให้คะแนนมากกว่าแบบแรก เพราะมีเกณฑ์ที่จะตัดสินใจให้คะแนนมากขึ้น ผู้เขียนข้อสอบจึงจำเป็นต้องระมัดระวังในเรื่องคำสั่งโจทย์ ขอบเขต เนื้อหา และเวลาที่กำหนดให้นักเรียนตอบคำถามที่จะใช้มักอยู่ในรูป “จงนิยามตอบสั้น ๆ อธิบายสั้น ๆ” อย่างไรก็ดี ข้อสอบแบบนี้ให้นักเรียนน้อยในการแสดงความสามารถเกี่ยวกับการจัดการรวบรวม การแสดงความคิดเห็น และการจัดหาสิ่งต่าง ๆ จำเป็นเกี่ยวกับการตอบ จึงมีประโยชน์สำหรับการวัดผลการเรียนรู้ระดับความเข้าใจ การนำไปใช้และการวิเคราะห์ แต่มีคุณค่าน้อยมากถ้าจะนำไปใช้ในระดับการสังเคราะห์ และการประเมินค่า

Hopkins and Antes (1990, pp. 231-232) แบ่งประเภทของแบบทดสอบเป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบที่มีขอบเขตกว้างแต่ให้เวลาจำกัด (Extended-Response) ข้อสอบลักษณะนี้ที่จะทดสอบทักษะของผู้เขียนในการเลือกว่าเขียนอะไร และจะเขียนมากน้อยแค่ไหนในแต่ละส่วน รวมทั้งความสามารถการจัดระเบียบ และแสดงความคิดในเชิงตรรกะ ข้อสอบเขียนบรรยายแบบขยายความเป็นข้อสอบประเภทปลายเปิด (Open-Ended) และไม่ได้จำกัดความคิดเห็นของนักเรียน ข้อสอบแบบนี้มีประโยชน์ในการประเมินการเขียน โดยเฉพาะศิลปะเกี่ยวกับการใช้ภาษา

2. แบบจำกัดคำตอบ (Limited-Response) จะมีขอบเขตกว้างหรือแคบก็ได้ แต่นักเรียนควรรู้อย่างแน่ชัดว่าขีดจำกัดนั้นคืออะไรข้อสอบนี้จะให้ขีดจำกัดที่ระบุได้อย่างชัดเจน เพื่อสร้างขอบเขตในการตอบให้นักเรียน กล่าวคือนักเรียนต้องตอบในกรอบเนื้อหาที่จำกัด ข้อสอบแบบนี้มีประโยชน์ต่อครูที่ต้องการทดสอบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซึ่งต่างจาก แบบทดสอบอัตนัยแบบมีขอบเขตกว้างที่ต้องการวัดค้านทักษะการเขียนผู้ออกข้อสอบ ควรพิจารณาถึงจุดหมายในการวัดก่อนตัดสินใจเลือกว่าจะใช้รูปแบบใด

สรุปได้ว่า ประเภทของแบบทดสอบอัตนัย ได้แบ่งประเภทของแบบทดสอบ เป็น 2 ประเภท คือ แบบไม่จำกัดคำตอบ หมายถึง ถามความรู้ความสามารถต่าง ๆ โดยให้อิสระในการตอบแก่นักเรียนหรือผู้สอบมาก เปิดโอกาสให้เขียนแสดงความคิดเห็น อธิบาย และอภิปรายได้อย่างเต็มที่ทุกแง่ทุกมุมตามที่ต้องการไม่จำกัด และแบบจำกัดตอบ หมายถึง ขอบเขตกว้างหรือแคบก็ได้ แต่นักเรียนควรที่จะรู้อย่างแน่ชัดว่าขีดจำกัดคืออะไร ข้อสอบนี้จะให้ขีดจำกัดที่ระบุได้อย่างชัดเจน เพื่อสร้างขอบเขตการตอบ

2.3.5 หลักสำคัญในการสร้างข้อคำถามแบบอัตนัย

แบบทดสอบอัตนัยเป็นแบบทดสอบที่กำหนดปัญหาหรือเรื่องราวโดยให้ผู้ตอบอธิบายหรือบรรยายแสดงความคิดเห็น หรือวิพากษ์วิจารณ์อย่างอิสระในเวลาที่กำหนดในการสร้างข้อคำถามแบบอัตนัยต้องพิจารณาหลายสิ่งอย่างเพื่อตรงตามจุดประสงค์ เนื้อหา และการวัดประเมินผลให้สอดคล้องกันทั้งระบบ โดยมีหลักสำคัญในการสร้างข้อคำถาม ดังนี้

1. ต้องดูจุดประสงค์ของการสอบก่อนแล้วจึงเขียนข้อคำถาม เพื่อให้ตรงจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัด

2. ควรใช้คำถามที่มีความกระจ่างชัด ด้วยหลักการถามและหลักภาษา

3. คำถามหนึ่ง ๆ ควรเป็นเรื่องเดียว เพื่อให้ผู้ตอบตอบได้ตรงเป้าหมายที่ผู้ถามต้องการ

4. คำถามควรคำนึงถึงเวลาที่ให้ผู้ตอบทำการตอบ

5. คำถามทุกคำถามผู้สอบควรทำเฉลยไว้และวางแผนการให้คะแนน แต่ละส่วนว่าเป็นเท่าไร เพื่อเปรียบเทียบ นอกจากนั้นต้องพิจารณาคำตอบที่มีโอกาสเป็นไปได้ที่ไม่จำเป็น จะต้องตรงกับเฉลยทุกตัว แต่ก็จะถูกสามารถได้คะแนนได้ด้วยลักษณะของแบบทดสอบอัตนัย

สรุปได้ว่า หลักสำคัญในการสร้างข้อคำถามแบบอัตนัย มีหลักสำคัญในการสร้างข้อคำถาม ดังนี้ ดูจุดประสงค์ของการสอบก่อน แล้วจึงเขียนข้อคำถามเพื่อให้ตรงจุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัด ควรใช้คำถามที่มีความกระจ่างชัด คำถามหนึ่ง ๆ ควรเป็นเรื่องเดียว เพื่อให้ผู้ตอบ ตอบได้ตรงเป้าหมายที่ผู้ถามต้องการคำถามทุกคำถามผู้สอบควรทำเฉลยไว้และวางแผนการให้คะแนน แต่ละส่วนว่าเป็นเท่าไร

2.4 การสัมภาษณ์

การสัมภาษณ์ (Interview) เป็นอีกเครื่องมือหนึ่งที่ใช้ในในการวิจัยครั้งนี้เพื่อทำการศึกษาเชิงลึก การสัมภาษณ์เป็นการสนทนาหรือการคุยโต้ตอบกันอย่างมีจุดมุ่งหมายเพื่อค้นหาความรู้ความจริงตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ล่วงหน้า (ไพศาล วรคำ, 2562, น. 218)

2.4.1 ความหมายของการสัมภาษณ์

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายของการสัมภาษณ์ ดังนี้

นิภา เมธาวีชัย (2543, น. 32) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคลโดยการสนทนาซักถามโต้ตอบระหว่างบุคคลลักษณะตัวต่อตัว การสัมภาษณ์ดีกว่าการสังเกตเพราะผู้สัมภาษณ์สามารถใช้ตา หู และปาก ในขณะสัมภาษณ์ได้ ผู้สัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศเป็นกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์ โดยสร้างความเชื่อถือรักษาอารมณ์ให้มั่นคง แสดงความสนใจขณะสัมภาษณ์และบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา

วัฒนา พัชราวานิช (2540, น. 127-128) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นการค้นข้อเท็จจริง ทำให้ทราบความต้องการของเด็กเป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากขึ้น ทำให้ผู้มาขอรับคำปรึกษากล้าพูดและกล้าบอกความเป็นจริงโดยไม่มีการปิดบังอำพราง และยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจตนเองสามารถปรับตัวให้อยู่ในสภาพแวดล้อมได้

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช (2547, น. 127) กล่าวว่า การสัมภาษณ์วิธีการที่ครูถามนักเรียนได้ตอบเกี่ยวกับขั้นตอนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนทบทวนวิธีแก้ปัญหาขณะที่ครูฟัง ครูซักถามเพื่อค้นหาสิ่งที่นักเรียนเข้าใจผิด

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สรุปได้ว่า การสัมภาษณ์ หมายถึง เครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดของบุคคลโดยการสนทนาซักถาม โต้ตอบระหว่างบุคคลเพื่อค้นหาข้อเท็จจริง ซึ่งการสัมภาษณ์จะดีกว่าการสังเกตเพราะผู้สัมภาษณ์สามารถใช้ตา หู และปากขณะสัมภาษณ์ การสัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองกับผู้ถูกสัมภาษณ์ สร้างความน่าเชื่อถือ รักษาอารมณ์ให้มั่นคง แสดงความสนใจและบันทึกการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา ช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากขึ้น

2.4.2 เทคนิคการสัมภาษณ์

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายเทคนิคการสัมภาษณ์ ดังนี้

ไพศาล วรคำ (2560, น. 214) กล่าวว่า การสัมภาษณ์ที่ดีมักจะต้องมีการบันทึกการสัมภาษณ์ไว้ โดยวิธีการบันทึกการสัมภาษณ์มี 2 วิธี ดังนี้

1. การจดบันทึก วิธีนี้เป็นวิธีที่นิยมเป็นอย่างมาก เพราะเป็นวิธีการที่ประหยัด แต่ก็ยังมีข้อที่ถูกเถียงกันว่าควรจะมีการจดบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์หรือหลังสัมภาษณ์ แบบใดจะเหมาะสมที่สุด เพราะแต่ละแบบก็จะมีทั้งข้อดีและข้อเสียต่างกันไป ถ้าการสัมภาษณ์เพื่อหาข้อเท็จจริงที่มีรายละเอียดมาก ยากแก่การจำก็อาจจะจดบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์ แต่ถ้าเป็นเรื่องที่เป็นประเด็นใหญ่ๆ หรือเป็นเหตุการณ์ที่ไม่ต้องการรายละเอียดก็อาจจะจดบันทึกหลัง การสัมภาษณ์เสร็จสิ้นแล้วก็ได้

2. การบันทึกเทป โดยปกติแล้วจะจัดทำในห้องสัมภาษณ์ที่มีลักษณะพิเศษ และซ่อนเทปโดยไม่ให้ผู้ถูกสัมภาษณ์รู้ตัว แต่ถ้าใช้บันทึกเทปแบบธรรมดาก็ต้องขออนุญาต และชี้แจงเหตุผลก่อนหรือจุดมุ่งหมายในการบันทึกเทปการสัมภาษณ์ครั้งนั้นให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เข้าใจ และถ้าผู้ถูกสัมภาษณ์อนุญาตให้บันทึกเทปได้ ผู้สัมภาษณ์จึงจะทำการบันทึกได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Clements and Ellerton (1669, pp. 48-50) กล่าวว่า เทคนิคการสัมภาษณ์ของนิวแมนเป็นวิธีการของการวิเคราะห์ความผิดพลาด 5 ขั้นตอน ที่เกิดจากการตอบปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังจากที่นักเรียนทำแบบทดสอบเสร็จแล้วจะใช้การสัมภาษณ์ขั้นตอนการแก้ปัญหาทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนซึ่งเป็นวิธีที่ได้ผลดี และเป็นประโยชน์ต่อครูผู้สอน ในปี ค.ศ. 1997 นิวแมนได้ใช้เทคนิคการสัมภาษณ์ดังกล่าว และได้เผยแพร่ในวงการศึกษาของประเทศออสเตรเลียจนได้ผลดีและมีการวิจัยอย่างต่อเนื่อง โดยวิธีวิเคราะห์ความผิดพลาดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนิวแมนมีทั้งหมด 5 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นแรก คือ ความผิดพลาดจากการอ่าน (Reading errors) ความผิดพลาดขั้นนี้พิจารณาจากการที่นักเรียนไม่สามารถที่จะอ่านคำสำคัญ (Keyword) หรือสัญลักษณ์ที่มักอยู่ในข้อคำถาม และทำให้นักเรียนถูกจำกัดขอบเขตที่ดำเนินการแก้ปัญหาให้ครบสมบูรณ์ได้ ขั้นที่สอง คือ ความผิดพลาดจากการทำความเข้าใจ (Comprehensions errors) แม้ว่านักเรียนจะสามารถอ่านคำทุกคำอยู่ในคำถามได้ แต่นักเรียนอาจไม่เข้าใจความหมายของคำเหล่านั้นได้ทั้งหมด ทำให้นักเรียนก็ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาต่อไปได้ ขั้นที่สาม คือ ความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป (Transformation errors) ในขั้นนี้ถึงแม้ว่าที่นักเรียนจะเข้าใจโจทย์แต่นักเรียนไม่สามารถเลือกใช้การกระทำทางคณิตศาสตร์ (Operation)

เช่น การบวก การลบ การคูณ และการหาร หรือไม่สามารถบอกลำดับการกระทำที่จำเป็นในการแก้ปัญหา ขั้นที่สี่ คือความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ (Process Skill Errors) ในขั้นนี้ไม่สามารถนำการกระทำทางคณิตศาสตร์ ไปใช้อย่างถูกต้องแม่นยำได้ ซึ่งทำให้เกิดการคำนวณที่ผิดพลาดขึ้น และขั้นสุดท้าย คือ ความผิดพลาดจากการสรุปคำตอบ (Encoding Errors) ความผิดพลาดในขั้นนี้เกิดจากนักเรียนทำตามกระบวนการแก้ปัญหาอย่างถูกต้อง แต่ไม่สามารถแสดงคำตอบในรูปแบบที่โจทย์ต้องการ

Newman (1977, p. 18) กล่าวว่า เทคนิควิธีการสัมภาษณ์นักเรียน จะต้องทำการสัมภาษณ์หลังจากการทำแนบทดสอบเสร็จแล้วทันที โดยต้องแยกสัมภาษณ์ที่ละคนระหว่างการสัมภาษณ์นั้นควรมีการบันทึกไว้ด้วย ส่วนสิ่งแวดล้อมรอบข้างควรมีสภาพที่ไม่รบกวนผู้สัมภาษณ์ และนักเรียนมากนักถ้าสังเกตเห็นว่านักเรียนเกิดอาการเกร็งหรือไม่มีสมาธิที่จะให้สัมภาษณ์ต่อไปได้ก็ควรหยุดสัมภาษณ์ทันที และนอกจากนี้ผู้สัมภาษณ์ต้องระวังในเรื่องของการพูดด้วย เพราะอาจจะทำให้นักเรียนไขว้เขวหรือเปลี่ยนความคิด และที่สำคัญผู้สัมภาษณ์ไม่ควรบอกนักเรียนว่าโจทย์ที่นำมาสัมภาษณ์นั้นเป็นของนักเรียนที่เคยทำผิดมาแล้ว ส่วนวิธีการใช้คำถามในการสัมภาษณ์นั้นนิวแมน เสนอว่า คำถามดังต่อไปนี้จะเป็นแนวทางไปสู่การวิเคราะห์ความผิดพลาดของนักเรียนจากการเขียนตอบในแบบทดสอบคณิตศาสตร์

วิธีการบันทึกการสัมภาษณ์ลงในแบบบันทึกการสัมภาษณ์ของนิวแมนมีวิธีการบันทึก ดังนี้

1. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ขั้นการอ่าน (Reading Recognition) การสัมภาษณ์นักเรียนในขั้นนี้ ผู้ศึกษาจะให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาจากแบบทดสอบ ถ้านักเรียนอ่านได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมและล้อมรอบอักษร C (Correct) ในช่องของ Word แต่ถ้านักเรียนที่อ่านคำใดคำหนึ่งผิดหรืออ่านไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E (Errors) ในส่วนของ Word เช่นกัน พร้อมกับการบันทึกรายละเอียดของการอ่านผิดอย่างย่อ ๆ ในส่วนของการอ่านสัญลักษณ์ที่อยู่ในโจทย์ปัญหานั้น ถ้านักเรียนอ่านสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C ในส่วนของ Symbol แต่ถ้านักเรียนอ่านผิดหรืออ่านไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E ในส่วนของ Symbol เช่นกัน พร้อมทั้งบันทึกรายละเอียดของการอ่านสัญลักษณ์ที่ผิดอย่างย่อ ๆ

2. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ขั้นทำความเข้าใจคำศัพท์เฉพาะ (Comprehension (a)) เมื่อผู้ศึกษาให้นักเรียนบอกความหมายของคำสำคัญ (Key Words) หรือสัญลักษณ์ที่มีอยู่ในโจทย์ปัญหาของนักเรียน ผู้ศึกษาจะบันทึกผลในส่วนของ Terms ถ้านักเรียนสามารถบอกได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิด หรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อ ๆ

3. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการทำความเข้าใจโจทย์ (Comprehension (b)) เมื่อผู้ศึกษาให้นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์ปัญหาต้องการให้นักเรียนทำแล้ว ผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของ General โดยถ้านักเรียนบอกได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิดหรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อ ๆ

4. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ขั้นการเปลี่ยนรูป (Transformation) ในขั้นนี้ถ้านักเรียนสามารถบอกแนวคิด หรือวิธีที่ใช้หาคำตอบ ๆ ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะบันทึกผลโดยวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิดหรือบอกไม่ได้ ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบ อักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อ ๆ

5. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการใช้ทักษะกระบวนการ (Process skills) ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณหาคำตอบได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบ อักษร C แต่ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณผิด หรือแสดงวิธีคิดคำนวณไม่ได้ ผู้ศึกษาจะบันทึกสิ่งที่ผิดลงในส่วนต่าง ๆ ของขั้น Process

6. การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการสรุปคำตอบ (Encoding ability) ถ้านักเรียนสรุปคำตอบในรูปข้อความหรือภาษาได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาวงกลมล้อมรอบ C ในส่วนของ Words ถ้าสรุปผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในส่วนของ Words เช่นเดียวกัน ถ้านักเรียนสรุปคำตอบในรูปสัญลักษณ์ได้ถูกต้อง ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร C ในส่วนของ Symbols แต่ถ้าสรุปผิด ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E ในส่วนของ Symbols เช่นเดียวกัน

สรุปได้ว่า เทคนิคของการสัมภาษณ์นั้นผู้สัมภาษณ์จะต้องมีการวางแผนการสัมภาษณ์ก่อนการสัมภาษณ์ไม่ว่าจะในส่วนของคำถามเครื่องมือที่ใช้ในการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ต้องทำการสัมภาษณ์หลังจากการทำแนบทดสอบเสร็จแล้วทันที โดยต้องแยกให้สัมภาษณ์ทีละคน ระหว่างการสัมภาษณ์นั้นก็ควรมีการบันทึกไว้ด้วยเครื่องมือที่ใช้ในการบันทึก หรือแม้กระทั้งสิ่งที่จะต้องการจากการสัมภาษณ์ในแต่ละครั้ง

2.4.3 การสัมภาษณ์เชิงลึก

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายการสัมภาษณ์เชิงลึก ดังนี้

มานพ คณะโต (2550, น. 57-59) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เชิงลึก (In-depth interview) เป็นการสัมภาษณ์ที่ไม่มีการกำหนดกฎเกณฑ์เกี่ยวกับคำถามและลำดับขั้นตอนของการสัมภาษณ์ไว้ล่วงหน้า เป็นการพูดคุยสนทนาตามธรรมชาติ (Naturalistic Inquiry)

รวีวรรณ ชินตระกูล (2547, น. 117-119) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เชิงลึก (In-depth interview) เป็นวิธีที่การสัมภาษณ์ที่จะต้องการล้วงเอาความจริงใจจากผู้ถูกสัมภาษณ์ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ เป็นการซักถามเพื่อต้องการทราบถึงเหตุผลต่าง ๆ ที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริง ไม่ใช่เป็นการถามเกี่ยวกับคำถาม “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” แต่เป็นคำถามที่จะถามว่าเพราะเหตุใดหรือทำไม ฯลฯ การสัมภาษณ์แบบนี้ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำความคุ้นเคยและมีความมั่นใจ แล้วว่าบรรยากาศที่ทำให้การสัมภาษณ์เหมาะสม

สธญ ภู่คง (2545, น. 119-120) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เชิงลึกเป็นวิธีการของเก็บรวบรวมข้อมูลเชิงคุณภาพมีชื่อเรียกแตกต่างกัน เช่น การสัมภาษณ์เจาะลึก การสัมภาษณ์ลุ่มลึก และการสัมภาษณ์แนวลึก เป็นต้น ซึ่งเป็นวิธีการรวบรวมข้อมูลโดยไม่ใช้แบบสอบถาม จะมีแนวของคำถามผู้สัมภาษณ์เป็นผู้สอบถามผู้ให้สัมภาษณ์ในลักษณะการเจาะลึก และต้องอาศัยความสามารถพิเศษของผู้สัมภาษณ์ในการค้นหา

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
MAHASARAKHAM RAJABHAT UNIVERSITY

รายละเอียดในประเด็นที่ศึกษาอย่างลึกซึ้ง ซึ่งการสัมภาษณ์เชิงลึกมักจะศึกษาในประชากรกลุ่มเล็กๆ เช่น ผู้บริหาร นักการเมือง ผู้นำทางวิชาการ ผู้นำท้องถิ่น ปราชญ์ ชาวบ้าน เป็นต้น โดยการสัมภาษณ์เชิงลึกมิได้มุ่งหวังจะให้ถูกสัมภาษณ์เลือกคำตอบที่นักวิจัยคิดไว้ก่อน หรือสัมภาษณ์เพียงครั้งเดียวแต่ต้องการให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เลือกคำตอบที่นักวิจัยคิดไว้ก่อน หรือสัมภาษณ์เพียงครั้งเดียวแต่ต้องการให้ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงความคิดเห็น ให้คำอธิบายรายละเอียดเกี่ยวกับความสำคัญของเรื่องและสถานการณ์ ตลอดจนความเชื่อความหมายต่าง ๆ อย่างลึกซึ้งในแง่มุมต่าง ๆ

สรุปได้ว่า การสัมภาษณ์เชิงลึก (In-depth Interview) หมายถึง การสัมภาษณ์แบบเจาะลึกรายบุคคล (In-depth interview) เป็นการซักถามพูดคุยกันระหว่างผู้สัมภาษณ์ และผู้ที่ให้สัมภาษณ์อย่างละเอียด เป็นการสัมภาษณ์ให้ผู้สัมภาษณ์ได้อธิบายเหตุผลของตนเอง เพื่อให้ทราบถึงสาเหตุในสิ่งนั้น ๆ เป็นวิธีการของการเก็บรวบรวมข้อมูลเชิงคุณภาพที่มีชื่อเรียกที่แตกต่างกันออกไป เช่น การสัมภาษณ์เจาะลึก การสัมภาษณ์ลุ่มลึก และการสัมภาษณ์แนวลึก เป็นต้น ซึ่งเป็นวิธีการรวบรวมข้อมูลโดยไม่ใช้แบบสอบถาม จะมีแนวของข้อคำถามให้ผู้สัมภาษณ์เป็นผู้สอบถามผู้ให้สัมภาษณ์ในลักษณะการเจาะลึก และต้องอาศัยความสามารถพิเศษของผู้สัมภาษณ์ในการค้นหารายละเอียดในประเด็นที่ศึกษาอย่างลึกซึ้ง

2.4.4 ประเภทของแบบการสัมภาษณ์

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายประเภทของแบบสัมภาษณ์ ดังนี้

ไพศาล วรคำ (2562, น. 253-254) กล่าวว่า แบบสัมภาษณ์สามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง มีลักษณะคล้ายกับแบบสอบถาม คือ การเตรียมคำถามในแบบฟอร์ม ผลจากการสัมภาษณ์ขึ้นอยู่กับคำถามในแบบฟอร์มที่กำหนดเหมาะ สำหรับผู้สัมภาษณ์ที่ไม่ค่อยมีเวลาและยังไม่มีความชำนาญในการสัมภาษณ์

2. แบบสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง จะมีเฉพาะหัวข้อหรือแนวทางในการสัมภาษณ์เท่านั้น เป็นการถามแบบเจาะลึกเพื่อให้ได้ข้อมูลที่ละเอียดลึกซึ้ง เปิดโอกาสให้ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงความคิดเห็นได้อย่างเต็มที่

บุญชม ศรีสะอาด (2560, น. 78-80) กล่าวว่า แบบสัมภาษณ์สามารถแบ่งออกได้หลายแบบ จะกล่าวถึงประเภทของแบสัมภาษณ์ที่แบ่งตามเทคนิคการสัมภาษณ์ ซึ่งแบ่งได้ 2 ประเภท คือ

1. แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured Interview) การสัมภาษณ์ตามแบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง ผู้สัมภาษณ์จะทำการสัมภาษณ์ตามคำถามที่สร้างขึ้น และพิมพ์ไว้ในแบบสัมภาษณ์ ผู้ให้สัมภาษณ์ทุกคนตอบคำถามชุดเดียวกันอย่างเดียวกัน ผู้สัมภาษณ์จดบันทึกคำตอบของผู้ให้สัมภาษณ์ลงในแบบสัมภาษณ์นั้น ข้อดีของการสัมภาษณ์แบบนี้ คือ ผู้วิจัยสามารถจัดหมวดหมู่ สรุปได้ง่ายและลดเวลาในการสัมภาษณ์

2. แบบสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Interview) เป็นแบบสัมภาษณ์ที่ไม่มีคำถามกำหนดไว้แน่นอน และผู้ให้สัมภาษณ์ตอบได้โดยอิสระ ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการดัดแปลง

สถานการณ์ให้เหมาะสมตามวัตถุประสงค์การสัมภาษณ์แบบนี้ อาจมีแนวการสัมภาษณ์ (Interview Guide) ซึ่งจะมีหัวข้อของข้อมูลที่จะต้องการระบุไว้เพื่อให้ผู้สัมภาษณ์จะได้ตั้งคำถามในแต่ละหัวข้อเอง ผู้สัมภาษณ์จะต้องมีความชำนาญในการสัมภาษณ์

รวีวรรณ ชินตระกูล (2547, น. 119-120) กล่าวว่า แบบสัมภาษณ์ได้แบ่งเป็น 2 ประเภท ได้แก่

1. แบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured form) เป็นแบบสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดข้อความไว้อย่างแน่นอนว่าจะสัมภาษณ์อะไรบ้าง วิธีการสัมภาษณ์ตามแบบฟอร์มของคำถามที่กำหนดไว้ ผู้ถูกสัมภาษณ์ตอบคำถามเหมือนกันทุกข้อ คำถามที่สัมภาษณ์จะต้องสร้างและจัดเตรียมคำถามเป็นอย่างดีก่อนที่จะทำการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรทำความเข้าใจกับคำถามทุกข้อให้ตรงกัน เพื่อที่จะได้ข้อมูลที่มีความเชื่อถือได้ดียิ่งขึ้น

2. แบบสัมภาษณ์ไม่มีโครงสร้าง (Unstructured form) สามารถทำการสัมภาษณ์ได้ 3 รูปแบบ ดังนี้

2.1 การสัมภาษณ์แบบไม่จำกัดคำตอบ (Non-directive interview) เป็นการสัมภาษณ์ที่ไม่ต้องเตรียมคำถามเป็นการพูดคุยกันอย่างธรรมดา ไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนว่าจะเริ่มต้นสิ่งใดก่อน จนกระทั่งจะจบลงด้วยสิ่งใด ผู้สัมภาษณ์จะต้องตั้งคำถามตามสถานการณ์ระหว่างการสนทนา ผู้สัมภาษณ์จะต้องพยายามผู้ให้ข้อมูล (Informant) สามารถพรรณนาความรู้สึกนึกคิดของตนเองเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ ออกมาเอง ผู้สัมภาษณ์จะรับฟังและตอบโต้ด้วยความเข้าใจในความรู้สึกนึกคิดที่ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงออกมา ผู้ถูกสัมภาษณ์จะมีความรู้สึกว่ามีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องต่าง ๆ ในการสัมภาษณ์แบบนี้เป็นการสัมภาษณ์ที่ยืดหยุ่นมาก ผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการดัดแปลงแก้ไขให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ของการสัมภาษณ์ การที่จะได้ข้อมูลจริงนั้น ขึ้นอยู่กับผู้สัมภาษณ์โดยตรงจะต้องใช้เทคนิคในการสัมภาษณ์ โดยส่วนมากการสัมภาษณ์ประเภทนี้ มักจะเป็นการสัมภาษณ์ที่เกี่ยวกับสภาพทางอารมณ์ ค่านิยม ทางการดำเนินงาน การดำเนินชีวิตและอุดมการณ์ ดังนั้นการสัมภาษณ์แบบไม่จำกัดคำตอบจำเป็นและนิยมใช้กันมากในหมู่นักจิตวิทยา นักสังคมสงเคราะห์ และแพทย์ผู้สัมภาษณ์จำเป็นต้องสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองมากที่สุดเพื่อให้ผู้ตอบอยู่ในอารมณ์ที่สบายใจ

2.2 การสัมภาษณ์แบบจุดสนใจโดยเฉพาะ (Focuses interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีจุดมุ่งหมาย หรือมีความสนใจในบางเรื่องอยู่แล้วจึงพยายามตะล่อมให้ผู้ถูกสัมภาษณ์แสดงออกมาอย่างมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องนั้น ๆ

2.3 การสัมภาษณ์แบบหยั่งลึก (In-depth interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ต้องการล้วงเอาความจริงใจจากผู้ถูกสัมภาษณ์ให้มากที่สุด เป็นการซักถามเพื่อต้องการทราบถึงเหตุผลต่าง ๆ ที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริงไม่ใช่การถามเกี่ยวกับคำถาม “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” แต่เป็นคำถามที่ถามว่าเพราะเหตุใดหรือทำไม การสัมภาษณ์แบบนี้ผู้สัมภาษณ์ต้องทำความคุ้ยเคย และมีความมั่นใจว่าบรรยากาศที่จะทำให้การสัมภาษณ์เหมาะสม

มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี
RAJABHAT RAMPHAIPHANNEE UNIVERSITY

กิติพัฒน์ นนทปัทมะคุลย์ (2547, น. 123-129) กล่าวว่า แบบสัมภาษณ์ แบ่งได้ 3 ประเภท คือ

1. แบบสัมภาษณ์มีโครงสร้างหรือแบบมาตรฐาน (Structured or standardized interviews) เป็นแบบสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดคำถามเฉพาะเจาะจงและชัดเจน หลักการและเหตุผลของแบบสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง คือ การพยายามทำให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ ได้รับชุดคำถามชุดเดียวกัน เพื่อว่าจะสามารถเปรียบเทียบคำตอบของแต่ละคนได้สะดวกขึ้น

2. แบบสัมภาษณ์ไม่มีโครงสร้างหรือปลายเปิด (Unstructured or open ended interviews) เป็นวิธีการเก็บข้อมูลที่เหมาะสมที่สุดในการเก็บรวบรวมสาระด้านการรับรู้ และประสบการณ์ของผู้มีส่วนร่วมในการวิจัยแบบสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างดูยืดหยุ่น และลื่นไหลไปตามสถานการณ์เพราะแบบสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้างไม่ได้ใช้ข้อคำถามที่กำหนดไว้อย่างตายตัว แต่จะมีลักษณะรวบรวมชุดของคำถามที่สำคัญ ที่มีที่มาจากข้อสันนิษฐานอันหลากหลายกว่าการสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง

3. แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างหรือแนะนำ (Semi-structured or guided interviews) หรือเรียกอีกอย่างว่าแบบสัมภาษณ์แบบชี้นำ โดยปกติจะเป็นการสัมภาษณ์ที่นักวิจัยจะกำหนดคำถามที่พอจะตัดสินใจได้ว่าจะถามอะไรบ้าง หรือใช้คำสำคัญ (Keywords) เป็นเครื่องชี้นำการสัมภาษณ์ซึ่งเน้นการสัมภาษณ์เชิงลึก

สรุปได้ว่า แบบสัมภาษณ์ แบ่งออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่ แบบสัมภาษณ์ที่มีโครงสร้าง หมายถึง แบบสัมภาษณ์มีการกำหนดข้อความไว้อย่างแน่นอนว่าจะสัมภาษณ์อะไรบ้าง แบบสัมภาษณ์ที่ไม่มีโครงสร้าง หมายถึง แบบสัมภาษณ์ที่ไม่มีคำถามกำหนดไว้แน่นอน ผู้ให้สัมภาษณ์ตอบได้โดยอิสระ และผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการคัดแปลงสถานการณ์และคำถามให้เหมาะสม ตามวัตถุประสงค์ในขณะสัมภาษณ์ได้ และแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง หมายถึง แบบสัมภาษณ์ที่มีการกำหนดข้อคำถามและสามารถเพิ่มคำถามได้ในระหว่างการสัมภาษณ์ซึ่งเน้นการสัมภาษณ์เชิงลึก

2.5 การหาคุณภาพของเครื่องมือ

คุณภาพเครื่องมือเป็นสิ่งสำคัญ เมื่อสร้างแบบวัดจึงต้องตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบ เพื่อให้ทราบว่าแบบทดสอบนั้นมีคุณภาพเพียงใด เครื่องมือไม่มีคุณภาพการวัดนั้น ก็จะไม่น่าเชื่อถือ สิ่งที่มีความสำคัญของแบบทดสอบ คือ ค่าความยาก อำนาจจำแนก ความเที่ยงตรง และความเชื่อมั่น ซึ่งแบบทดสอบหรือเครื่องมือที่ดีมีคุณภาพจะต้องมีคุณสมบัติ (ไพศาล วรคำ, 2562, น. 265)

2.5.1 ความหมายของการหาคุณภาพเครื่องมือ

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายของการหาคุณภาพเครื่องมือ ดังนี้

บุญชม ศรีสะอาด (2560, น. 81) กล่าวว่า เครื่องมือรวบรวมข้อมูลมีคุณภาพ 2 ประการ ดังนี้

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1. คำถามทุกข้อจะต้องมีคุณภาพเข้าตามเกณฑ์ในด้านระดับความยาก อำนาจจำแนก ความเที่ยงตรงตามเนื้อหา

2. เมื่อนำทุกข้อที่มีคุณภาพตามข้อ 1 มารวมกันเป็นฉบับเครื่องมือทั้งฉบับนั้นจะต้องมีคุณภาพในด้านความเที่ยงตรงและความเชื่อมั่น

สมนึก ภัททิยธนี (2551, น. 193) กล่าวว่า การประเมินคุณภาพแบบทดสอบเป็นการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบที่สร้างขึ้นว่ามีคุณภาพดีเพียงใด ทั้งลักษณะเป็นรายข้อและทั้งฉบับ ถ้าข้อสอบข้อใดหรือฉบับใดมีคุณภาพดี ก็ควรนำไปใช้แต่ถ้าบกพร่องก็ควรปรับปรุงแก้ไข

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2551, น. 134) กล่าวว่า เครื่องมือวัดผลที่ดีจะต้องเป็นเครื่องมือที่มีคุณภาพด้วยจึงจะช่วยให้การวัดผลที่มีความถูกต้องเชื่อถือได้ และผลการประเมินที่ได้ย่อมมีความเชื่อถือได้ด้วย ดังนั้น ก่อนที่จะนำเครื่องมือไปใช้จริงจึงควรตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือก่อนทุกครั้งการตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือเป็นการตรวจสอบคุณสมบัติของเครื่องมือในเรื่องความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยาก อำนาจจำแนก และความเป็นปรนัย

ไพศาล วรคำ (2562, น. 265) กล่าวว่า คุณภาพเครื่องมือ หมายถึง คุณลักษณะที่บ่งบอกถึงความสามารถของเครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัย เช่น ความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยาก และอำนาจจำแนก เป็นต้น คุณสมบัติที่บ่งชี้ถึงคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยประกอบด้วย ความเที่ยงตรง และความเชื่อมั่นเป็นหลัก ส่วนอำนาจจำแนกนั้นจะใช้เฉพาะในกรณีของแบบทดสอบ แบบสอบถาม และความยากจะใช้ได้เฉพาะกรณีแบบทดสอบเท่านั้น

สรุปได้ว่า การหาคุณภาพเครื่องมือ หมายถึง การตรวจสอบหาคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้วัดผลที่ต้องมีการหาค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก ความเที่ยงตรงตามเนื้อหาและค่าความเชื่อมั่นของเครื่องมือเพื่อความถูกต้องและเชื่อถือได้

2.5.2 ความเที่ยงตรง

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายของความเที่ยงตรง ดังนี้

พิชิต ฤทธิ์เจริญ (2551, น. 134-135) กล่าวว่า ความเที่ยงตรงมักเป็นคุณสมบัติของเครื่องมือที่สามารถวัดได้ตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการวัด ความเที่ยงตรงของแบบทดสอบนั้นมีสิ่งที่ควรพิจารณาดังนี้

1. ความเที่ยงตรงเป็นเรื่องที่อ้างถึงการตีความหมายของผลที่ได้จากเครื่องมือที่ใช้ในการทดสอบหรือการประเมินผล มิใช่เป็นความเที่ยงตรงของเครื่องมือ แต่เป็นความเที่ยงตรงของการตีความหมายที่ได้จากผลของการทดสอบ

2. ความเที่ยงตรงมักจะเป็นเรื่องของระดับ (Matter of Degree) มิใช่เป็นเรื่องมีหรือไม่มีการบอกความเที่ยงตรงของแบบทดสอบควรมีบทเจาะจง เช่น มีความหมายตรง สูง ปานกลาง หรือต่ำ

มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี
DHANBURI RAJABHAT UNIVERSITY

3. ความเที่ยงตรงจะเป็นเฉพาะเรื่องที่ต้องการวัด (Specific to Some Particular Use) ไม่มีแบบทดสอบใดที่มีความเที่ยงตรงทุกวัตถุประสงค์ เช่น แบบทดสอบเลขคณิตอาจมีความเที่ยงสูงในการวัดทักษะการคำนวณ แต่มีความเที่ยงตรงต่ำในการวัดเหตุผลเชิงตัวเลข และมีความเที่ยงตรงปานกลางในการคาดคะเนผลการเรียน

4. ความเที่ยงตรงเป็นมโนทัศน์เดียว (Unitary Concept) เป็นค่าตัวเลขตัวเดียวที่ได้จากหลักฐานหลายแหล่ง หลักพื้นฐานที่ใช้ยึดในการตีความหมายของความเที่ยงตรง ก็คือเนื้อหาเกณฑ์ที่กำหนดและโครงการ

ศิริชัย กาญจนวาสี (2552, น. 99) กล่าวว่า ความเที่ยงตรงถือว่าเป็นคุณสมบัติที่สำคัญที่สุดของแบบทดสอบสามารถจำแนกความตรงเป็น 3 ประเภทหลัก ๆ ได้แก่ ความเที่ยงตรงตามเนื้อเรื่อง ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ และความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎี การตรวจสอบความเที่ยงตรงเป็นกระบวนการรวบรวม วิเคราะห์หลักฐานเพื่อการสนับสนุนความเหมาะสม และความถูกต้องของการนำคะแนนจากเครื่องมือวัดไปสรุป ในการตรวจสอบความเที่ยงตรง สามารถจำแนกตามเป้าหมาย 3 ประเภท ได้แก่ การตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเนื้อเรื่อง การตรวจสอบความเที่ยงตามเกณฑ์สัมพันธ์ และการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎี

ไพศาล วรคำ (2562, น. 266) กล่าวไว้ว่า ความเที่ยงตรง หมายถึง ความถูกต้องของเครื่องมือในการวัดสิ่งที่ต้องการจะวัด หรือความสอดคล้องเหมาะสมของผลการวัดกับเนื้อเรื่องหรือเกณฑ์ หรือทฤษฎีเกี่ยวกับลักษณะมุ่งวัดความเที่ยงตรง จึงถือว่าเป็นคุณสมบัติที่สำคัญของเครื่องมือวัดทุกประเภท เพราะเป็นคุณสมบัติเกี่ยวข้องกับคุณภาพ ด้านความถูกต้องของผลได้จากการวัด เนื่องจากความเที่ยงตรงของค่าวัดจากเครื่องมือที่วัดเป็นความสัมพันธ์ หรือความสอดคล้องระหว่างค่าวัดของเครื่องมือวัดนั้นกับสิ่งที่ต้องการวัดหรือตัวเกณฑ์ ดังนั้น การแสดงหลักฐานความเที่ยงตรง จึงเป็นการหาความสัมพันธ์หรือความสอดคล้องระหว่างค่าวัดของตัวแปร วิธีการแสดงหลักฐานความเที่ยงตรงขึ้นกับชนิดของค่าวัดที่ได้จากตัวแปร ดังนี้

1. ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) เป็นการแสดงเนื้อหาหรือมักจะหาว่าเครื่องมือวัดนั้น สามารถวัดได้ตรงและครอบคลุมเนื้อหาวิชาการแสดงหลักฐานความเที่ยงตรงมากน้อยเพียงใด โดยการเทียบกับตารางวิเคราะห์หลักสูตรหรือตารางกำหนดข้อสอบสิ่งกำหนดตัวอย่างหัวข้อเนื้อหาสาระวิชาและพฤติกรรมจากเนื้อหาวิชาทั้งหมด และถือว่าเป็นตัวแทนที่ดีแล้วการแสดงหลักฐานความเที่ยงตรงตามเนื้อหาของเครื่องมือวัด สามารถพิจารณาจากความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ของวิชา โดยคำนวณจากดัชนีความสอดคล้องของระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ค่า IOC ที่มีค่า 0.50 ขึ้นไป แสดงว่ามีความสอดคล้องหรือเป็นตัวแทนจุดประสงค์ของวิชา

2. ความเที่ยงตรงตามเกณฑ์สัมพันธ์ (Criterion-related Validity) ของค่าที่ถือว่าวัดได้จากเครื่องมือวัดที่ต้องการกับค่าที่วัดได้จากเกณฑ์ ซึ่งสามารถคำนวณได้หลายวิธีขึ้นอยู่กับค่าที่วัดได้

ซึ่งอาจใช้สูตร Pear Product Moment (เมื่อข้อมูลเป็นคะแนนทั้ง 2 ชุด) หรือ Spearman Rank Order (เมื่อข้อมูลเป็นการจัดอันดับ) ซึ่งแยกตามเกณฑ์เป็นการแสดงหลักฐานความเที่ยงตรงตามสภาพและการแสดงหลักฐานความเที่ยงตรงตามพยากรณ์

3. ความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง (Construct Validity) เป็นการแสดงหลักฐานความเที่ยงตรงว่าเครื่องมือวัดนั้น สามารถวัดขอบเขตความหมาย หรือคุณลักษณะประจำตามแบบโครงสร้างทฤษฎีที่สมมติขึ้นได้เพียงใด

สรุปได้ว่า ความเที่ยงตรง หมายถึง ความถูกต้องแม่นยำของเครื่องมือในการวัดสิ่งที่ต้องการวัดหรือความสอดคล้องเหมาะของผลที่ได้จากการวัด และการตรวจสอบความเที่ยงตรงนั้นสามารถจำแนกตามจุดเป้าหมายที่สำคัญแบ่งออกได้ 3 ประเภท ได้แก่ การตรวจสอบความเที่ยงตรงตามเนื้อหา การตรวจสอบความเที่ยงตามเกณฑ์สัมพันธ์ และการตรวจสอบความเที่ยงตรงเชิงทฤษฎี

2.5.3 ความยาก และอำนาจจำแนก

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายของความยากและอำนาจจำแนก ดังนี้

พิชิต ฤทธิ์จรูญ (2551, น. 138) กล่าวว่า ความยาก (Difficulty) ซึ่งเป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่บอกให้ทราบว่าข้อสอบนั้นคนตอบถูกมากหรือน้อย ถ้าคนตอบถูกมากข้อสอบนั้นก็ง่าย ถ้าคนตอบถูกน้อยข้อสอบข้อนั้นก็ยาก ถ้าคนตอบถูกบ้างผิดบ้าง หรือคนตอบถูกปานกลางข้อสอบข้อนั้นก็ปานกลาง ข้อสอบที่มีความยากพอเหมาะควรมีคนตอบถูกไม่ต่ำกว่า 20 คนและไม่เกิน 80 คนจากผู้สอบ 100 คน ค่าความยากหาได้โดยการนำจำนวนคนที่ตอบถูกหารด้วยจำนวนคนที่ตอบทั้งหมดส่วนอำนาจจำแนก (Discrimination) เป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่จะสามารถจำแนกนักเรียนตามความแตกต่างของบุคคลว่าใครเก่ง ปานกลาง อ่อน ใครรอบรู้-ไม่รอบรู้ โดยยึดหลักการว่าคนเก่งจะต้องตอบข้อสอบข้อนั้นถูก คนไม่เก่งจะต้องตอบผิด ข้อสอบที่ดีจะต้องแยกคนเก่งกับคนไม่เก่งออกจากกันให้ได้ โดยอำนาจจำแนกมีความสัมพันธ์กับความเที่ยงตรงของสภาพในทางบวก กล่าวคือ ถ้าเครื่องมือใดมีอำนาจจำแนกสูง เครื่องมือนั้นก็มีความเที่ยงตรงเชิงสภาพสูง

ไพศาล วรคำ (2562, น. 298) กล่าวว่า ความยากของข้อสอบ (Item Difficulty) ซึ่งเป็นคุณลักษณะประจำตัวของข้อสอบแต่ละข้อที่บ่งบอกถึงโอกาสที่กลุ่มตัวอย่างจะตอบข้อนั้นได้ถูก ดังนั้นความยากของข้อสอบจึงพิจารณาได้จากจำนวนผู้ตอบข้อนั้นถูก ถ้ามีจำนวนผู้ตอบถูกมากแสดงว่า ข้อสอบนั้นง่าย หรือมีค่าดัชนีความยาก (Item Difficult Index: p) สูง ถ้ามีจำนวนผู้ตอบถูกน้อยแสดงว่าข้อสอบนั้นยากมาก หรือมีค่าดัชนีความยากต่ำ

การหาค่าความยากของข้อสอบโดยทั่วไป มักที่จะนิยมหาเฉพาะในการสอบแบบอิงกลุ่ม เพื่อทำการคัดเลือกข้อสอบที่มีความยากเหมาะสมกับกลุ่มผู้สอบ ข้อสอบที่มีความยากเหมาะสมจะมีดัชนีความยากอยู่ระหว่าง 0.20-0.80 ส่วนในการสอบแบบอิงเกณฑ์นั้นต้องพิจารณาความรอบรู้ (ผ่านเกณฑ์) หรือไม่รอบรู้ (ไม่ผ่านเกณฑ์) จึงไม่ค่อยคำนึงถึงความยากของข้อสอบแต่จะพิจารณาพฤติกรรมและ

มหาวิทยาลัยราชภัฏจันทรเกษม
RAJABHAT CHANDRAKASEM UNIVERSITY

เนื้อหาที่ต้องการวัดมากกว่า การหาดัชนีความยากในการสอบแบบอิงเกณฑ์จึงเป็นการหาเพื่อให้ทราบระดับความยากเท่านั้น ซึ่งถ้ามีการหาดัชนีความยากในการสอบแบบอิงเกณฑ์มักจะหาทั้งดัชนีความยากก่อนเรียน และดัชนีความยากหลังเรียนโดยใช้สูตรเดียวกับความยากแบบอิงกลุ่ม

การหาความยาก (Item Difficulty) เป็นคุณลักษณะประจำตัวของข้อสอบแต่ละข้อที่จะบ่งบอกถึงโอกาสที่กลุ่มตัวอย่างจะตอบได้ถูก ดังนั้นความยากของข้อสอบจึงพิจารณาได้จากจำนวนผู้ตอบได้ถูก ถ้ามีจำนวนผู้ตอบถูกมากแสดงว่าข้อสอบนั้นง่าย หรือมีค่าดัชนีความยาก (item difficulty index: p) สูง ถ้ามีจำนวนผู้ตอบถูกน้อยแสดงว่าข้อสอบนั้นยาก หรือมีดัชนีความยากต่ำ เช่น แบบทดสอบนำไปทดลองใช้กับนักเรียน 50 คน ได้ผลดังนี้

ข้อที่ 1 มีนักเรียนตอบถูก 45 คน ดัชนีความยากเท่ากับ 45/50 = .90
ข้อที่ 2 มีนักเรียนตอบถูก 30 คน ดัชนีความยากเท่ากับ 30/50 = .60
ข้อที่ 3 มีนักเรียนตอบถูก 25 คน ดัชนีความยากเท่ากับ 25/50 = .50
ข้อที่ 4 มีนักเรียนตอบถูก 0 คน ดัชนีความยากเท่ากับ 0/50 = .00
ข้อที่ 5 มีนักเรียนตอบถูก 50 คน ดัชนีความยากเท่ากับ 50/50 = 1.00

สำหรับข้อสอบอัตนัย การหาดัชนีความยากจะมีวิธีการแตกต่างไปจากข้อสอบปรนัยบ้าง เนื่องจากคะแนนที่เป็นไปได้ของข้อสอบอัตนัยแต่ละข้อไม่ใช่ 0 หรือ 1 เหมือนกับข้อสอบปรนัย การหาดัชนีความยากของข้อสอบอัตนัยทำได้โดยการแบ่งผู้เข้าสอบออกเป็นสองกลุ่ม กลุ่มละเท่า ๆ กัน คือ กลุ่มสูงหรือกลุ่มต่ำ จากคำนวณหาดัชนีความยากจากสูตรของ (Whitney and Sabers) ส่วนการแปลผลดัชนีความยากของข้อสอบอัตนัย ก็ใช้เกณฑ์เดียวกับดัชนีความยากของข้อสอบปรนัย

อำนาจจำแนก (Discrimination) หมายถึง คุณลักษณะของข้อสอบหรือข้อคำถามที่สามารถแยกปริมาณของคุณลักษณะที่ต้องการวัดมีอยู่ในแต่ละบุคคล เช่น แบบทดสอบข้อสอบที่มีอำนาจจำแนก คือข้อสอบที่สามารถแยกคนเก่งออกจากคนอ่อนได้เครื่องมือที่นิยมหาอำนาจจำแนก ได้แก่ แบบทดสอบและแบบสอบถาม เทคนิคการหาอำนาจจำแนกมีหลายวิธีตามลักษณะของเครื่องมือ ดังนี้

1. การหาอำนาจจำแนกแบบอิงกลุ่ม มีหลายวิธี
   1.1 เทคนิคร้อยละ 50
   1.2 เทคนิคร้อยละ 27
   1.3 การหาสหพันธ์ระหว่างคะแนนรายข้อกับคะแนนรวม
   1.4 การหาสหสัมพันธ์แบบ Point Biserial
2. การหาอำนาจจำแนกแบบอิงเกณฑ์ หาได้ 2 แบบ ดังนี้
   2.1 ดัชนีอำนาจจำแนกของแบรนแนน (Brennan 's Index: B-Index)
   2.2 ดัชนีความไวของข้อสอบ (Sensitive Index: S)
3. การหาอำนาจจำแนกของแบบสอบอัตนัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา
RAJABHAT MAHACHAKRAPONG UNIVERSITY

ในกรณีของข้อสอบอัตนัยค่าคะแนนในแต่ละข้อจะมีได้หลายค่า การหาค่าอำนาจจำแนกของแบบสอบอัตนัยสามารถหาได้จากสูตรวิทนีย์และซาเบอร์ส (Whitney and Sabers)

ศิริชัย กาญจนวาสี (2552, น. 225) กล่าวว่าความยากและอำนาจจำแนก หมายถึง สัดส่วนของจำนวนคนที่ตอบข้อสอบนั้นถูก เช่น ข้อสอบข้อหนึ่งคนตอบ 100 คน ปรากฏว่าตอบถูกเพียง 30 คน แสดงว่าข้อสอบนั้นมีความระดับความยาก (p) เท่ากับ 0.30 หรือ 30% ดังนั้นระดับความยากของข้อสอบจึงมีค่าตั้งแต่ 0.00-1.00 ถ้าข้อสอบข้อใดที่มีคนตอบถูกมาก P จะมีค่าสูง (เข้าใกล้ 1) แสดงว่าข้อนั้นง่าย ในทางตรงกันข้ามถ้าข้อสอบข้อใดมีคนตอบถูกน้อย P จะมีค่าต่ำ (เข้าใกล้ 0) แสดงว่าข้อสอบนั้นยาก โดยทั่วไปข้อสอบมีค่า P ระหว่าง 0.20-0.80 ถือว่าเป็นข้อสอบที่ความยากพอเหมาะ และข้อสอบทั้งฉบับควรมีระดับความยากเฉลี่ยประมาณ 0.50 ส่วนอำนาจจำแนก (Discrimination) หรืออำนาจจำแนกของข้อสอบ (Discrimination Power of The Items) หมายถึง ความสามารถของข้อสอบในการจำแนกหรือแยกให้เห็นความแตกต่างระหว่างข้อสอบที่มีผลสัมฤทธิ์ต่างกัน เช่น จำแนกคนเก่งกับอ่อนออกจากกัน โดยถือว่าคนที่เก่ง หรือมีความสามารถควรทำข้อสอบนั้นได้ ส่วนผู้ที่อ่อนหรือไม่มีความสามารถไม่ควรทำข้อสอบข้อได้ อำนาจจำแนกของข้อสอบจะมีค่าตั้งแต่ -1 ถึง +1 แต่อำนาจจำแนกที่ดีจะต้องมีค่าบวก ควรมีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป

สรุปได้ว่า ความยากข้อสอบเป็นคุณสมบัติของข้อสอบที่บ่งบอกให้ทราบว่าข้อสอบข้อมีโอกาสที่จะมีกลุ่มตัวอย่างจะตอบถูกหรือไม่ ถ้ากลุ่มตัวอย่างตอบถูกมากข้อสอบนั้นก็ง่าย ถ้ามีกลุ่มตัวอย่างตอบถูกน้อย ส่วนอำนาจจำแนก คือ คุณลักษณะของข้อสอบหรือข้อคำถามที่จะสามารถแยกนักเรียนให้มีความต่างกัน ซึ่งเครื่องมือที่สร้างขึ้นมานั้นจะต้องมีการหาอำนาจจำแนกของแบบทดสอบสอบด้วย

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.5.4 ความเชื่อมั่น

ได้มีนักการศึกษากล่าวถึงความหมายของความเชื่อมั่น ดังนี้

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2552, น. 88) กล่าวว่า ความเชื่อมั่น ซึ่งตรงกับภาษาอังกฤษ “Reliability” ซึ่งหมายถึง “Stability and Consistency” ของคะแนนสอบ จึงเป็นที่เข้าใจของกลุ่มนักวัดผลคนไทยว่า Reliability นั้น หมายถึง ระดับความคงที่หรือความคงเส้นคงวาของคะแนนสอบจากการทดสอบเรื่องเดียวกันในเวลาใดก็ตาม อย่างไรก็ดีสำหรับการใช้คำนั้นก็อาจใช้คำที่ต่างกันไป เช่น ความเชื่อมั่นและความเที่ยง

ไพศาล วรคำ (2562, น. 278) กล่าวว่า ความเชื่อมั่น หมายถึง ความคงที่ของผลที่ได้จากการวัดด้วยเครื่องมือชุดใดชุดหนึ่งในการวัดหลายๆครั้ง การหาความเชื่อมั่นของแบบวัดพัฒนามาจากนิยาม คือ ความสัมพันธ์กันระหว่างค่าการวัดหลายๆ ครั้งแต่ด้วยเหตุที่คุณลักษณะที่ต้องการวัดของบุคคลนั้นมักจะมีการเปลี่ยนแปลงเสมอ เมื่อเวลาผ่านไปจึงได้มีการพัฒนาวิธีการหาความเชื่อมั่นของแบบวัดขึ้นมาอีกหลายวิธีภายใต้แนวคิดหลัก 3 แนวคิด คือ

1. การวัดความคงที่ ซึ่งจะเป็นการวัดความคงที่ของผลการวัดหลาย ๆ ครั้ง

2. การวัดความสมมูลกันเป็นการวัดแบบที่เป็นคู่ขนานเพื่อหลีกเลี่ยงการวัดซ้ำ

3. การวัดความสอดคล้องภายใน ซึ่งมักเป็นการพิจารณาความเชื่อมั่นจากการวัดเพียงครั้งเดียวแล้วหาความสอดคล้องของผลการวัดภายในแบบวัดนั้น

ศิริชัย กาญจนวาสี (2552, น. 59-60) กล่าวว่า ความเชื่อมั่น หมายถึง ความคงที่ของผลที่จะได้จากการวัดซ้ำ และวิธีการประมาณค่าความเชื่อนั้น สามารถจำแนกออกเป็น 3 ประเภทใหญ่ ๆ ดังนี้

1. ความเชื่อมั่นแบบคงที่ (Measure of Stability)

2. ความเชื่อมั่นแบบความสมมูล (Measure of Equivalent)

3. ความเชื่อมั่นแบบความสอดคล้องภายใน (Measure of Internal Consistency)

ในกรณีข้อสอบเป็นแบบความเรียง (Essay Tests) ที่มีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ และผู้ตรวจให้คะแนน (Rater) แต่ละคนอาจให้คะแนนที่แตกต่างกัน ความเชื่อมั่นระหว่างผู้ให้คะแนนจึงสำคัญมาก สำหรับเครื่องมือวัดทักษะนี้ วิธีการง่าย ๆ ซึ่งในการหาความเชื่อมั่นระหว่างผู้ให้คะแนน ก็คือ ให้ผู้ตรวจให้คะแนนตั้งแต่ 2 คนขึ้นไป ให้คะแนนแบบทดสอบเดียวกันหรือพฤติกรรมเดียวกันแล้วหาความสัมพันธ์ระหว่างคะแนนจากผู้ตรวจ โดยการหาสัมประสิทธิ์ความพ้องกันหรือดัชนีความสอดคล้องกัน

สรุปได้ว่า ความคงที่ของผลที่ได้จากการวัดซ้ำ และวิธีการประมาณค่าความเชื่อนั้น สามารถจำแนกออกเป็น 3 ประเภท ได้แก่ การวัดความคงที่ การวัดความสมมูลกัน และการวัดความสอดคล้องภายใน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.6 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษางานวิจัย เรื่อง ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

2.6.1 งานวิจัยในประเทศ

จากการศึกษางานวิจัยในประเทศ ที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ มีนักวิจัยได้ทำการศึกษา ดังนี้

วัชระ น้อยมี (2551, น. 47-52) ได้ศึกษาการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ชุดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่อง การให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และวิเคราะห์ทักษะการให้เหตุผลที่เกิดขึ้นหลังการจัดการเรียนรู้กับเกณฑ์ที่กำหนด พบว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60

ไข่มุก เลื่องสุนทร (2552, น. 10-16) ได้ศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1 โดยประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1 กระทรวงศึกษาธิการ ผู้วิจัยดำเนินการสุ่มแบบแบ่งชั้น (Stratified Random Sampling) โดยสุ่มโรงเรียนที่เปิดสอนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1 กระทรวงศึกษาธิการ ปีการศึกษา 2552 จากแต่ละอำเภอ ด้วยวิธีสุ่มตัวอย่างแบบง่ายโดยการจับสลากจำนวน 10 โรงเรียน พิจารณาตามสัดส่วนจำนวนโรงเรียนแต่ละอำเภอ แต่ละโรงเรียนที่สุ่มได้ สุ่มห้องเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนละ 1 ห้อง โดยวิธีการจับสลาก ได้ห้องเรียนที่ใช้เป็นกลุ่มตัวอย่างจำนวน 10 ห้อง และได้จำนวนนักเรียน 402 คน กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการสัมภาษณ์ เป็นนักเรียนที่มีความถี่ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง จำนวน จำนวน 10 คน พบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการทำแบบวัดมโนทัศน์แบบอัตนัย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง จำนวน ซึ่งประกอบไปด้วย 3 หัวข้อ คือ สมบัติของจำนวนนับ ระบบจำนวนเต็ม และเลขยกกำลัง เรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อย คือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ ด้านการใช้ข้อมูลผิด และด้านการตีความด้านภาษา

จำเริญ อนันตธรรมรส (2553, น. 9) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้โมเดลเฟสเมท็อดคอมบิเนชัน ในนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 80 คน โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม และศึกษาความสามารถในการเขียนพิสูจน์ และระดับการคิดทางเรขาคณิตที่เกิดขึ้น พบว่า สูงขึ้นหลังผ่านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และมากกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
RAJABHAT MAHA NAKHON UNIVERSITY

ภูมิฤทัย วิทยวิจิน (2556, น. 6) ได้ศึกษาแนวคิดการสร้างมโนทัศน์ที่มาจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลของนักเรียน ซึ่งศึกษาโดยเปรียบเทียบความสามารถที่เกิดขึ้นกับนักเรียน 2 กลุ่ม ได้กิจกรรมการเรียนรู้ต่างกัน คือ กลุ่มทดลองกับกลุ่มควบคุม พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุม

สมพร พลขันธ์ (2556, น. 183-192) ได้ศึกษาการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนพบ 5 แบบรูป คือ 1) ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ 2) ด้านผิดพลาดเทคนิคการทำ 3) ด้านการใช้ข้อมูลผิด 4) ด้านตีความด้านภาษา และ 5) ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างของการแก้ปัญหา ซึ่งสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนขาดความเข้าใจในพื้นฐานที่เกี่ยวกับนิยาม และสมบัติของจำนวนตรรกยะ จำนวนอตรรกยะ หลักการหารากที่สอง และหลักการหารากที่สาม ทำให้เกิดข้อผิดพลาดจากการละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา หรือที่จะว่าทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่ไม่ต้องการ

และเกิดจากการคัดลอกโจทย์ผิดอีก ทั้งยังมักเกิดจากการแปลความหมายสัญลักษณ์ สูตร กฎ ทฤษฎี ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป หรือเกิดจากการตีความจากความเข้าใจที่ได้มาจากแนวความคิดหรือความรู้ที่ไม่ถูกต้อง จนทำให้เกิดข้อผิดพลาด แนวทางการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ คือ โดยการสอนเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้โดยการค้นพบด้วยตนเอง เพื่อสร้างความตระหนักและเล็งให้เห็นความสำคัญ และผลเสียของการขาดความระมัดระวังและความรอบคอบในการคำนวณ โดยการเสริมแรงทางบวก โดยการชมเชย การให้คะแนนหรือให้รางวัล มีการฝึกสมาธิก่อนเรียน และฝึกทักษะโดยใช้แบบฝึกทักษะ จากง่ายไปหายาก เพื่อให้นักเรียนได้เรียนรู้กระบวนการในการค้นพบ รู้จักสังเกต เปรียบเทียบ และก่อให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ แล้วสามารถสรุปความคิดนั้นได้ด้วยตนเอง

พรธิดา สุขกรม (2557, น. 5-8) ได้ทำศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 และเขต 2 พบว่า นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางคณิตศาสตร์มากที่สุด คือ ประเภทการมีมโนทัศน์ที่จำกัด รองลงมา คือ การมีความเข้าใจที่บกพร่องเกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ การอ้างอิงเกินขอบเขตหรือเงื่อนไขและการตีความผิด และข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์มากที่สุด คือ ประเภทการใช้ข้อมูลที่ผิดและรองลงมา คือ ข้อผิดพลาดด้านภาษาและสัญลักษณ์ ข้อผิดพลาดด้านการดำเนินการการคำนวณและการบิดเบือนทฤษฎีบทหรือนิยาม

นวพล นนทภา (2558, น. 1-7) ได้ศึกษาการพัฒนากลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางระบบจำนวน ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี พบว่า ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางระบบจำนวนมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์ ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 ด้าน คือ การขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ การใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง การใช้ยกตัวอย่างแทนการพิสูจน์ และการให้เหตุผลในการพิสูจน์ กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางระบบจำนวน มีด้วย 3 ขั้นตอนที่ 1 กระตุ้นประสบการณ์เดิมของนักเรียน ขั้นตอนที่ 2 แก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางระบบจำนวน และขั้นตอนที่ 3 ตรวจสอบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางระบบจำนวน โดยผลของการใช้กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางระบบจำนวน พบว่า นักศึกษามีคะแนนเพิ่มขึ้นก่อนการใช้อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

จินตนา หลองทอง (2559, น. 99) ได้ศึกษาการศึกษาลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนรู้ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 พบว่า ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนรู้ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สรุปได้ 4 ลักษณะ ได้แก่ 1) ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา ประกอบด้วย การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหาเกี่ยวกับความน่าจะเป็น แก้ปัญหาเกี่ยวกับความน่าจะเป็นไม่สมบูรณ์ ละเลยข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหาความน่าจะเป็น และการหาผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นทั้งหมด 2) ลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการนำเสนอความน่าจะเป็น ประกอบด้วย การนำเสนอและการตีความภาษา 3) มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ด้านนิยาม ประกอบด้วย นิยามการทดลองสุ่ม และนิยามความน่าจะเป็น และ 4) ลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของความน่าจะเป็นที่เท่ากัน และสาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนรู้ความน่าจะเป็น จากนักเรียนขาดความเข้าใจของการทดลองสุ่ม ละเลยข้อมูลที่จำเป็น ขาดความรู้พื้นฐานเรื่องความน่าจะเป็น อ่านโจทย์ไม่เข้าใจใช้สัญลักษณ์ไม่ถูกต้อง ไม่ใช้ข้อมูลที่กำหนดให้ ไม่สามารถตีความด้านภาษาได้ ขาดความรู้ในการตัดสินใจแก้ปัญหา ขาดความรู้พื้นฐานในการเลือกใช้วิธีการในการแก้ปัญหา ขาดความรู้พื้นฐาน เรื่อง การหาผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นทั้งหมด ยังขาดความระมัดระวังในการแก้ปัญหา ละเลยข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา มีความรีบเร่งในการแก้ปัญหา และขาดการตรวจสอบ

ปิยะณัฐ ชัยเพ็ง (2559, น. 51-53) ได้ศึกษาการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเศษส่วน พบ 3 ด้านเรียงจากมากไปน้อยได้ดังนี้ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท สัญลักษณ์และภาษา และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะและความรู้ และสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเศษส่วน ได้แก่ นักเรียนขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเศษส่วนในแก้โจทย์ปัญหา ขาดการตรวจสอบความถูกต้อง สมบูรณ์ของคำตอบ ขาดทักษะในการคูณการหารเศษส่วน และขาดทักษะในการอ่านจับใจความ แปลความหมาย นักเรียนขาดความพร้อมที่จะได้รับการถ่ายทอดในบางเรื่อง และจากประสบการณ์เดิมที่เรียนผ่านมาและชีวิตจริงของนักเรียน

นฤเบศ ลาภยิ่งยง (2561, น. 37-45) ได้ศึกษาการพัฒนารูปแบบของการจัดการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ พบว่า รูปแบบการจัดการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์มี 4 ขั้นตอน ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจข้อความที่จะพิสูจน์โดยการยกตัวอย่างสิ่งที่เป็นไปตามข้อความที่จะพิสูจน์ สิ่งที่ไม่เป็นไปตามข้อความจะพิสูจน์ หรืออาจเขียนแผนภาพประกอบ ขั้นที่ 2 เขียนข้อความให้อยู่ในรูปประโยคตรรกศาสตร์ ขั้นที่ 3 เลือกวิธีพิสูจน์โดยพิจารณาจากประโยคตรรกศาสตร์ ขั้นที่ 4 เขียนบทพิสูจน์โดยเริ่มจากสิ่งที่กำหนดให้สิ่งที่จะต้องพิสูจน์ พิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่กำหนดให้กับสิ่งที่จะต้องพิสูจน์ และเขียนบทพิสูจน์โดยใช้เทคนิคการคิดไปข้างหน้า หรือการคิดไปข้างหลัง หรือการผสมผสานกัน และผลการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวน โดยใช้รูปแบบการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

อาภาภรณ ทองทวี (2562, น. 9) ได้ศึกษาการเปรียบเทียบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีความสามารถทางพหุปัญญาที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทักษะกระบวนการและความรู้ (ร้อยละ 42.31) รองลงมาคือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท บทนิยาม และสัญลักษณ์ (ร้อยละ 35.58) คลาดเคลื่อนด้านการแก้ปัญหา (ร้อยละ 22.12) และการทดสอบอิทธิพลของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกับพหุปัญญาด้านตรรกศาสตร์ และคณิตศาสตร์

พบว่า p-value เท่ากับ .000 จึงสรุปได้ว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมีอิทธิพลกับพหุปัญญาด้านตรรกศาสตร์และคณิตศาสตร์

ปัญญาพร เชื้อมั่ง (2563, น. 78) ได้ศึกษาความสามารถในการพิสูจน์เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่จะได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการที่สร้างข้อความคาดการณ์ และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 มีความสามารถในการพิสูจน์ เรื่องเส้นขนาน หลังได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra ผ่านเกณฑ์มากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 และนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์และพิสูจน์ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังได้รับการจัดการเรียนรู้สูงกว่า ก่อนได้รับการจัดการเรียนรู้ที่ระดับนัยสำคัญ .01

สาวิทตรี อุ่นทองศิร (2563, น. 107-123) ได้ศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ของทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า นักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้เทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบ เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต มีความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ผ่านเกณฑ์เป็นจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถในการเขียนผังกราฟิก ซึ่งมีความสัมพันธ์ในทิศทางเดียวกันกับความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สรุปได้ว่า งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในประเทศส่วนใหญ่มุ่งเน้นศึกษาการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนารูปแบบการจัดการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และเขียนบทพิสูจน์โดยใช้เทคนิคการคิดไปข้างหน้า หรือการคิดไปข้างหลัง หรือผสมผสานกัน และผลการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวน และพัฒนากลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางระบบจำนวน และมีลักษณะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางระบบจำนวนโดยมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านการพิสูจน์ ได้แก่ การขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ การใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง การใช้ยกตัวอย่างแทนการพิสูจน์ และการให้เหตุผลในการพิสูจน์ กลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางระบบจำนวน

2.6.2 งานวิจัยต่างประเทศ

จากการศึกษางานวิจัยต่างประเทศ ที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ มีนักวิจัยได้ทำการศึกษา ดังนี้

Atwood (2001, p. 24) ได้ศึกษาการเรียนรู้ในการสร้างวิธีการพิสูจน์สำหรับการเรียนการพิสูจน์ในระยะแรก การศึกษานี้ต้องการทดสอบความคิดรวบยอดในการพิสูจน์ ของนักศึกษาระดับปริญญาตรีว่านักศึกษามีการพัฒนาทักษะอย่างไร ในการวางแผนและรายงานการพิสูจน์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักศึกษาระดับปริญญาตรี ชั้นปีที่ 2 และ 3 วิชาเอกคณิตศาสตร์ จำนวน 16 คน ก่อนการทดลองและการสัมภาษณ์

ได้เตรียมเครื่องมือในการวัดความเข้าใจพื้นฐาน ของนักศึกษาภายหลังการประเมินจะแสดงให้เห็นว่า นักศึกษามีวิธีการอย่างไรในการสร้างวิธีการพิสูจน์ทางตรง การพิสูจน์โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่ การพิสูจน์โดยใช้ข้อขัดแย้ง และการพิสูจน์โดยใช้การอุปนัยทางคณิตศาสตร์ พบว่า นักศึกษาจำนวนครึ่งหนึ่งแสดงให้เห็นว่านักศึกษาเข้าใจข้อความที่ต้องพิสูจน์ และยอมรับในทฤษฎี และบทนิยามที่ใช้ในการพิสูจน์ นักศึกษา 10 ใน 16 คน ยังแสดงให้เห็นสิ่งที่เป็นการขัดแย้งของข้อความโดยใช้วิธีการยกตัวอย่างค้าน

Liang and Wood (2005, pp. 151-170) ได้ศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาด เรื่อง ลอการิทึ่ม ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา การศึกษาครั้งนี้จะตรวจสอบความเข้าใจ และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง ลอการิทึม โดยใช้แบบทดสอบกับ นักเรียน 81 คน ซึ่งมาจาก 2 โรงเรียนในสิงคโปร์ โดยคำถามจะถูกจำแนกตามระดับความรู้ ความเข้าใจ ซึ่งข้อมูลจะถูกนำไปวิเคราะห์เพื่อหาข้อผิดพลาด และสาเหตุที่เป็นไปได้ พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการคำนวณขั้นพื้นฐานแต่มีความสามารถน้อยลง เมื่อต้องตอบคำถามที่จำเป็นต้องใช้ความรู้ขั้นสูงขึ้น นอกจากนี้ข้อผิดพลาดจำนวนมากที่ไม่ได้เกิดจากการขาดความรู้ แต่ปรากฏว่าเกิดจากการด่วนสรุปบนกฎของพีชคณิต

Luneta and Makonye (2010, pp. 35-45) ได้ศึกษาการวิเคราะห์ข้อผิดพลาด และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในแอฟริกาใต้ โดยงานวิจัยนี้ได้ศึกษาเพื่อตรวจสอบข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ที่นักเรียนได้แสดงออกในวิชาแคลคูลัส ผู้วิจัยจำแนกข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในการตอบสนองต่อคำถามแคลคูลัส เช่นเดียวกับการอธิบายความเกี่ยวเนื่องกันระหว่างข้อผิดพลาดกับมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน ซึ่งจุดประสงค์ของงานวิจัยคือ เพื่อที่จะศึกษาธรรมชาติของข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่นักเรียนตอบสนองต่อคำถามหรือโจทย์ในวิชาแคลคูลัส พบว่า ข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ส่วนใหญ่เกิดจากช่องว่างทางความรู้ในเรื่องพื้นฐานทางพีชคณิต

Egodawatte (2011, p. 96) ได้ศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในพีชคณิต ของนักเรียนมัธยมศึกษา พบว่า จำนวนของประเภทข้อผิดพลาดในแต่ละด้าน ซึ่งข้อผิดพลาดบางอย่างนั้นมาจากความคลาดเคลื่อนทางมโนทัศน์ ในด้านตัวแปรนั้นความคลาดเคลื่อนทางมโนทัศน์อยู่ที่การขาดความเข้าใจในมโนทัศน์พื้นฐานของตัวแปรในบริบทนั้นต่างกัน ซึ่งโครงสร้างนามธรรมของนิพจน์พีชคณิต จะทำให้เกิดปัญหาที่หลากหลายของนักเรียน เช่น ความเข้าใจหรือการปรับให้เหมาะสมของนักเรียนนั้น ขึ้นอยู่กับวิธีการหรือขั้นตอนการแก้ปัญหาความเข้าใจไม่เพียงพอในการใช้เครื่องหมายเท่ากับ และคุณสมบัติของนักเรียนเมื่อถูกนำมาใช้ในสมการ คือ ปัญหาสำคัญที่ขัดขวางการแก้สมการอย่างถูกต้อง ความยากในโจทย์ปัญหาที่ต้องทำการแปลจากภาษาธรรมชาติสู่ภาษาทางพีชคณิต นักเรียนส่วนมากได้ใช้วิธีการคาดเดาหรือการลองผิดลองถูกในการแก้ไขปัญหา

Chinnappan, et al. (2012, pp. 1-8) ได้ศึกษาความรู้ที่จะใช้ในการสร้างการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักเรียนศรีลังกา โดยศึกษาจากนักเรียนศรีลังกา จำนวน 166 คน พิจารณา 39 คน มีความรู้ 3 ด้าน ได้แก่ ความรู้ด้านเนื้อหาเรขาคณิต ทักษะในการแก้ปัญหา และทักษะในการให้เหตุผลเชิงเรขาคณิต พบว่า ความรู้ทั้ง 3 ด้านที่พิจารณามีบทบาทสำคัญในการพัฒนาการพิสูจน์ นักเรียนควรได้รับการส่งเสริมและพัฒนาในทักษะการแก้ปัญหา และทักษะในการให้เหตุผลเชิงเรขาคณิตควบคู่ไปกับการเรียนรู้เนื้อหาเรขาคณิต

Muzangwa and Chifamba (2012, pp. 1-10) ได้ศึกษาการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนแคลคูลัส ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี โดยข้อมูลได้มาจากการรวบรวมผ่านการทำแบบฝึกหัดแคลคูลัส 1 และ 2 นักศึกษาผ่านการเรียนแคลคูลัส1 ในเทอมแรก โดยนักศึกษาทำแบบทดสอบก่อนเรียนในตอนเริ่มต้น เพื่อประเมินระดับของผู้เรียนในตอนแรกและเพื่อตรวจสอบว่าสาเหตุของความเข้าใจผิดบางอย่างเป็นเพราะพื้นฐานของนักศึกษา จากนั้นจะทำการทดสอบหลังเรียนเมื่อจบการเรียน (60 ชั่วโมง) จุดมุ่งหมายของงานวิจัยครั้งนี้ จะให้ความสนใจในเนื้อหาแคลคูลัสเบื้องต้น ได้แก่ ฟังก์ชันลิมิตความต่อเนื่องพื้นฐาน การอนุพันธ์และพื้นฐานปริพันธ์ จากการวิจัยแสดงว่ามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เป็นผลจากพื้นฐานความรู้ของแคลคูลัสเบื้องต้นที่ไม่ดี ทั้งสาเหตุหลักของข้อผิดพลาด คือ ช่องว่างระหว่างความรู้พื้นฐานในพีชคณิต

Schnepper and McCoy (2013, pp. 1-12) ได้ศึกษาการวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมปลาย ซึ่งจะมีนักเรียนที่เข้าร่วม 38 คน เป็นนักเรียนชาย จำนวน 19 คน และนักเรียนหญิงจำนวน 19 คน โดยผู้วิจัยทำการวิเคราะห์การทำงานนักเรียนที่เข้าร่วมวิจัยทุกคน และคัดเลือกนักเรียนมาสัมภาษณ์ถึงขั้นตอนและวิธีการแก้ปัญหา จำนวน 5 คน โดยผู้เข้าร่วมจะได้รับการสอนเนื้อหาก่อน จากนั้นจะได้รับการประเมินโดยการสอบย่อย จากนั้นผู้วิจัยจะทำการวินิจฉัยและวิเคราะห์หาจุดที่ผิดพลาดของนักเรียน โดยระหว่างระยะเวลาเรียนข้อผิดพลาดเหล่านี้จะได้รับการสอนใหม่ และท้ายบทเรียนนักเรียนจะได้รับการทดสอบท้ายบท จะวัดในเรื่องความรู้เชิงกระบวนการและความรู้เชิงมโนทัศน์ นอกจากนี้ผู้วิจัยทำการแบ่งประเภทของข้อผิดพลาดออกเป็น 5 ประเภท ได้แก่ คำตอบไม่สมบูรณ์ ใช้ข้อมูลผิด ข้อผิดพลาดทางเทคนิค ข้อผิดพลาดที่เกิดจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่ได้เรียนมาก่อนหน้าและการบิดเบือนทางบทนิยาม โดยจากการวินิจฉัยพบข้อผิดพลาดที่ไม่ซ้ำกันจำนวน 143 จุดจากทั้งหมด 265 จุด

Lai Huat Ang and Masitah Shahrill (2014, pp. 4-9) ได้ศึกษาลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนักเรียนในการเรียนเรื่องความน่าจะเป็น วัตถุประสงค์ของการศึกษาครั้งนี้ คือ เพื่อตรวจสอบลักษณะที่เฉพาะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียน เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาในประเทศบรูไนดารุสซาลาม ทั้งหมด 177 คน จากนักเรียนสอง โรงเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ คือ แบบสอบถามหลายทางเลือกและการสัมภาษณ์ พบว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางความน่าจะเป็น

ถูกแบ่งออกเป็นมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการใช้ตัวแสดงแทน ความน่าจะเป็นที่เท่ากัน ความเชื่อและการควบคุมของมนุษย์ ทั้งสี่ประเภทนี้คือ ลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความน่าจะเป็น

Ioannis Papadopoulos and Paraskevi Kyriakopoulou (2022, p. 35) ได้ศึกษาการแก้ปัญหาที่มีแนวโน้มสำหรับความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดของหลักการทางคณิตศาสตร์ มักจะต้องใช้ความพยายามทำให้เกิดคำถามขึ้นระหว่างทำกิจกรรมการแก้ปัญหา อย่างไรก็ตาม หลักการทาคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม คือ การพิสูจน์ โดยนักเรียนสามารถตรวจสอบได้ว่าการให้เหตุผลเกี่ยวข้องกับความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนทางเทคนิคในการใช้สัญลักษณ์ ทำให้เกิดข้อโต้แย้งในการพิสูจน์ การวิจัยแสดงให้เห็นว่าหลักการทางคณิตศาสตร์ เป็นแนวคิดที่ยากสำหรับนักเรียนระดับมัธยมศึกษาที่จะเรียนรู้ โดยหลักการทางคณิตศาสตร์ ระบุปัญหาดังกล่าวไว้ 4 ประการ ดังนี้ 1. นักเรียนมักจะมีปัญหากับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ไม่สามารถใช้สัญลักษณ์ได้ 2. นักเรียนที่ยังขาดความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ 3. นักเรียนอาศัยตัวอย่างในการพิสูจน์เป็นหลัก และ 4. นักเรียนแสดงความสามารถที่มีต่อกระบวนการคิดที่ไม่ดี

Rafael Ramírez-Uclés and Juan F. Ruiz-Hidalgo (2022, pp. 1-21) ได้ศึกษาการให้เหตุผลในการพิสูจน์ทางเรขาคณิต ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า การพิสูจน์ซึ่งเป็นหัวข้อที่สำคัญในวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูง ยังเป็นส่วนสำคัญของรูปแบบทางการเรียนรู้ในทุกระดับการศึกษาการให้เหตุผล คือ ข้อโต้แย้งที่เรียกร้องให้ไตร่ตรองความคิดในเชิงลึก จัดระเบียบความรู้ และเปรียบเทียบมุมมองต่าง ๆ เรขาคณิตมีความโดดเด่นในลักษณะขององค์ประกอบทางเรขาคณิต และความเข้าใจเชิงแนวคิดของความหมายที่จำเป็นในการสร้างคำอธิบายที่แม่นยำ เป็นหนึ่งในประเด็นสำคัญสำหรับการวิจัยเกี่ยวกับการพิสูจน์ ในการวิเคราะห์เชิงคุณภาพของการให้เหตุผลนี้ จัดทำโดยผู้เข้าร่วมโปรแกรมกระตุ้นคณิตศาสตร์นอกหลักสูตร จัดหมวดหมู่คำตอบของนักเรียนเกี่ยวกับรูปแบบเหตุผลและถูกเสนอในบทเรียน เรื่อง ชุดผลหารตามความคล้ายคลึงกันระหว่างรูปสามเหลี่ยมที่สร้างขึ้นด้วย Geogebra และคำตอบถูกรวบรวมผ่านแบบฟอร์มของ Google โดยหมายถึงการวิเคราะห์เนื้อหา พบว่า ทั้งรูปแบบการให้เหตุผลและรูปแบบที่ใช้แทนไม่ได้กำหนดเงื่อนไขระดับของเรื่องทั่ว ๆ ไปจะได้รับการสนับสนุนโดยการวิเคราะห์การให้เหตุผลและการใช้แทนพีชคณิต

Prayogo, St Suwarsono and Siti Khabibah (2022, pp. 1-7) ได้ศึกษากระบวนการของการจัดการความรู้ การแก้ปัญหาที่ยืดหยุ่นด้วยพื้นฐานทางความคิด และสัญลักษณ์ที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ การศึกษานี้ได้รับแรงบันดาลใจจากผลการศึกษาครั้งก่อน พบว่า นักเรียนมีทักษะในการจัดการแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้โจทย์คณิตศาสตร์นั้นต่ำมาก นักเรียนพบความยากลำบากในการค้นหาหรือเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหา แม้กระทั่งจากกระบวนการจัดการความรู้ให้มีความยืดหยุ่น การแก้ปัญหาด้วยแนวคิดพื้นฐานของนักเรียน ในขณะที่เข้าใจสัญลักษณ์ที่เป็นการแสดงออกถึงกระบวนการและ

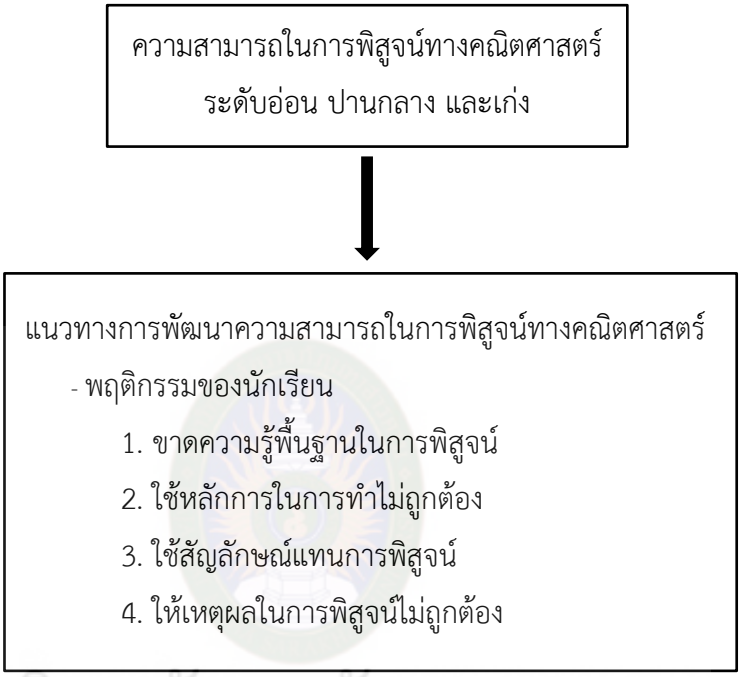
แนวคิด เงื่อนไขนี้แสดงว่านักเรียนส่วนใหญ่ รับรู้ข้อเท็จจริงพื้นฐานเพียงเล็กน้อย และไม่สามารถใช้ความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดกับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประการที่หนึ่ง การศึกษานี้เน้นการค้นพบภาพประกอบของทักษะทางคณิตศาสตร์ ของโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น การศึกษาพีชคณิต ซึ่งมักพบการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การทำความเข้าใจแนวคิดเกี่ยวกับตัวแปร การทำความเข้าใจการแสดงออกทางพีชคณิต ความเข้าใจลักษณะที่ต่างกันของการใช้สัญลักษณ์เดียวกัน และการคำนวณทางคณิตศาสตร์ ประการที่สอง แนวคิดที่จะพัฒนาเพื่อให้เกิดความชำนาญทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความเข้าใจในแนวคิดของขั้นตอนความสามารถเชิงกลยุทธ์ การให้เหตุผลแบบปรับตัว และการจัดการที่มีประสิทธิผล การพิสูจน์อย่างไม่เป็นทางการ เช่น ปัญหาการพิสูจน์ในเรขาคณิต เป็นต้น

สรุปได้ว่า งานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างประเทศส่วนใหญ่มุ่งเน้นศึกษาการเรียนรู้ในการสร้างวิธีการพิสูจน์สำหรับการเรียนการพิสูจน์ในระยะแรก ในการศึกษานี้ต้องการทดสอบความคิดรวบยอดของการพิสูจน์ มีการพัฒนาทักษะในการวางแผนและรายงานการพิสูจน์ มีวิธีในการสร้างวิธีการพิสูจน์ทางตรง การพิสูจน์โดยใช้ข้อความแย้งสลับที่ การพิสูจน์โดยใช้ข้อขัดแย้ง และการพิสูจน์โดยใช้การอุปนัยทางคณิตศาสตร์ และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน และศึกษาข้อผิดพลาดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในการตอบสนองต่อการเรียนใน เรื่อง การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ โดยจะให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนในตอนเริ่มต้น เพื่อประเมินระดับในตอนแรก และเพื่อตรวจสอบว่าสาเหตุของความเข้าใจผิดบางอย่างเป็น เพราะพื้นฐานของผู้เรียนจากนั้นจะทำการทดสอบหลังเรียนเมื่อจบการเรียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.7 กรอบแนวคิดการวิจัย

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ของความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดในการวิจัย ดังภาพที่ 2.1



ภาพที่ 2.1 กรอบแนวคิดการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บทที่ 3
วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ได้ดำเนินการตามลำดับ ดังนี้

1. กลุ่มที่ศึกษา
2. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การสร้างเครื่องมือในการวิจัย
4. การเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การวิเคราะห์ข้อมูล
6. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

3.1 กลุ่มที่ศึกษา

กลุ่มที่ศึกษาในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/7 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 40 คน นักเรียนมีความสามารถการเรียนแบบคละความสามารถ เหตุผลที่กลุ่มตัวอย่างสามารถเป็นตัวแทนของประชากรได้ เนื่องจากกลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/7 ที่มีลักษณะการพิสูจน์ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง อยู่ภายในห้องเดียวกัน การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นการศึกษาเชิงลึก

3.2 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้เครื่องมือในการเก็บข้อมูล มีรายละเอียดดังนี้

3.2.1 แบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

3.2.2 แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง

3.3 การสร้างเครื่องมือในการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สร้างและหาคุณภาพเครื่องมือ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

3.3.1 แบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

การสร้างแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

3.3.1.1 ศึกษาค้นคว้าเอกสารหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ตำรา ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

3.3.1.2 ศึกษาหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ปรับปรุง 2560) สาระการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เนื้อหาระบบจำนวนจริง

3.3.1.3 สร้างแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 12 ข้อ ที่สร้างเผื่อไว้ซึ่งใช้จริงเพียง 10 ข้อ ที่ครอบคลุมเนื้อหา เรื่อง ระบบจำนวนจริง ดังตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1 จำนวนข้อสอบที่สร้างและใช้จริงของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

เนื้อหา	สร้าง	ใช้จริง
การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนจริง	12	10

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ 3.1 จำนวนข้อสอบ ของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยสร้างแบบทดสอบขึ้นมา จำนวน 12 ข้อ และแบบทดสอบที่ใช้จริง จำนวน 10 ข้อ

3.3.1.4 นำแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสม แล้วนำคำแนะนำที่ได้ไปปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญมีดังนี้

1) การออกแบบของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้นควรให้ครอบคลุมเนื้อหาทั้งหมดของ เรื่อง ระบบจำนวนจริง

2) กำหนดวัตถุประสงค์ให้สอดคล้องกับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และเรียงคำถามจากง่ายไปหายากจนสามารถบรรลุวัตถุประสงค์

3) ความยาก-ง่ายของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์นั้นควรเหมาะสมกับบริบทของนักเรียน

3.3.1.5 นำผลประเมินความสอดคล้องมาคำนวณค่า IOC โดยใช้สูตรดัชนีความสอดคล้องของ (ไพศาล วรคำ, 2562, น. 269) เลือกข้อสอบที่ได้ค่า IOC ตั้งแต่ 0.66 ขึ้นไป เป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้ (Item-Objective Congruence Index: IOC) โดยมีเกณฑ์ ดังนี้

สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น +1
ไม่แน่ใจ จะมีคะแนนเป็น 0
ไม่สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น –1

3.3.1.6 นำแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ที่ได้รับการประเมินแล้วไปทดลองกับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 40 คน ภาคเรียนที่ 2 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง เพื่อตรวจสอบเวลาและจำนวนของแบบทดสอบ ผลของการทดลองใช้แบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ พบว่า แบบทดสอบมีความเหมาะสมที่จะนำมาใช้ในการทดสอบของนักเรียน เพราะมีความเหมาะสมด้านเนื้อหา ภาษา เวลา และจำนวนของแบบทดสอบ เนื่องจากนักเรียนอ่านโจทย์ในแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีความเข้าใจเนื้อหาที่ใช้แล้วนำผลการทดลอง (Try out) มาวิเคราะห์หาค่าความยากง่าย อำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น

3.3.1.7 นำผลที่ได้วิเคราะห์หาความยาก (P) และค่าอำนาจจำแนก (D) ของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ผลการวิเคราะห์ พบว่า ค่าอำนาจจำแนกจากการวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์ ของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ อยู่ในช่วง 0.41-0.60 แล้วเลือกแบบทดสอบที่มีค่าความยากตั้งแต่ 0.20-0.80 และค่าอำนาจจำแนก 0.20-1.00 จำนวน 10 ข้อ และค่าความยากง่ายของแบบทดสอบ อยู่ในช่วง 0.40-0.59

3.3.1.8 นำแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการตรวจสอบแล้วไปจัดพิมพ์เป็นฉบับสมบูรณ์ เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวิจัย

3.3.2 แบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง

การสร้างแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง เพื่อหาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้เกิดความชัดเจน ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

3.3.2.1 ศึกษาหลักการวิธีการสร้างแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง

3.3.2.2 กำหนดประเด็นของการสัมภาษณ์ พร้อมทั้งกำหนดกรอบของคำถามในแต่ละประเด็นสำหรับการสัมภาษณ์เป็นการสัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิให้ข้อมูลสำคัญ (Key informant Interview) เพื่อหาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

3.3.2.3 สร้างแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการวิจัย

3.3.2.4 นำแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญเพื่อตรวจสอบความเหมาะสมแล้วนำคำแนะนำที่ได้ไปปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญมีดังนี้

1) ใช้ภาษาในคำถามให้เหมาะสม มีความกระชับ และตรงประเด็นที่ต้องการศึกษา

2) บางคำถามยังไม่ชัดเจน ไม่คลอบคลุมเนื้อหา และไม่สอดคล้องกับวัตถุประสงค์การวิจัย ควรปรับปรุงแก้ไขเพื่อให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

3) เรียงลำดับของคำถามในการสัมภาษณ์ให้เหมาะสมกับเนื้อหา ในบางคำถามยังขาดความชัดเจน และคลุมเครือ

3.3.2.5 นำผลประเมินความสอดคล้องมาคำนวณค่า IOC โดยใช้สูตรดัชนีความสอดคล้องของ (ไพศาล วรคำ, 2562, น. 269) เลือกข้อสอบที่ได้ค่า IOC ตั้งแต่ 0.66 ขึ้นไป เป็นข้อสอบที่อยู่ในเกณฑ์ความเที่ยงตรงเชิงเนื้อหาที่ใช้ได้ (Item-Objective Congruence Index: IOC) โดยมีเกณฑ์ ดังนี้

สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น +1

ไม่แน่ใจ จะมีคะแนนเป็น 0

ไม่สอดคล้อง จะมีคะแนนเป็น –1

3.3.2.6 นำแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างที่ผ่านการตรวจสอบ ไปจัดพิมพ์เป็นฉบับสมบูรณ์ไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิเพื่อหาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

3.3.2.7 นำคำตอบที่ได้จากการสัมภาษณ์ศึกษาเพื่อทราบถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3.4 การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยได้มีขั้นตอนในการเก็บรวบรวมข้อมูลในการทำวิจัย มีรายละเอียดดังนี้

3.4.1 ขอหนังสือจากคณะครุศาสตร์ เพื่อขอความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูลและกำหนดวันเวลาในการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล

3.4.2 นำแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้กับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน เพื่อชี้แจงวัตถุประสงค์ของการวิจัย บทบาทหน้าที่ของกลุ่มตัวอย่าง ชี้แจงวัตถุประสงค์ของการทำแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และขอความร่วมมือในการทำแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยความตั้งใจ เพื่อให้ได้ผลตามความเป็นจริง

3.4.3 ทำการทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์กับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 40 คน โดยใช้แบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อ ใช้เวลา 1 ชั่วโมง 40 นาที

3.4.4 ทำการรวบรวมข้อมูลและนำแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้เขียนตอบแล้ว นำผลจากการทำแบบทดสอบไปวิเคราะห์ จะทำให้ผู้วิจัยทราบว่านักเรียน

คนนั้น มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใด วิธีการให้คะแนนแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนเขียนตอบคำถามแต่ละข้อผู้วิจัยตรวจให้คะแนน

จากนั้นนำแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมาตรวจนับคะแนนเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยใช้เกณฑ์การตรวจให้คะแนนในแต่ละข้อ ของแบบทดสอบแบบแสดงวิธีการพิสูจน์ หรือเขียนอธิบาย พิจารณาให้คะแนนจากการเขียนคำตอบในภาพรวม ดังตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ (สำรวน ชินจันทึก และคณะ, 2561, น. 285-286)

คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
4	แสดงการพิสูจน์ชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง และใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามถูกต้อง
3	แสดงการพิสูจน์ไม่ชัดเจน แต่ใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามได้ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง
2	แสดงการพิสูจน์ไม่ชัดเจน แต่คำตอบถูกต้อง หรือแสดงการพิสูจน์ได้บ้าง แต่คำตอบไม่ถูกต้อง
1	แสดงการพิสูจน์ไม่ชัดเจน และคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง
0	นักเรียนไม่สามารถแสดงการพิสูจน์ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ 3.2 พบว่า เกณฑ์การให้คะแนน ของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ได้แบ่งเกณฑ์คะแนน ออกเป็น 5 ระดับ โดยประเมินในเรื่อง ระบบจำนวนจริง ในเนื้อหาต่าง ๆ มาใช้แสดงขั้นตอนการพิสูจน์ได้อย่างถูกต้อง

3.4.5 นำคะแนนจากแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกตามระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ แบ่งได้ 3 ระดับ คือ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง (บุญชม ศรีสะอาด, 2560, น. 121) ดังตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.3 นักเรียนที่มีคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง

ระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	คะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	ข้อคำถามความยาก-ง่ายของแบบทดสอบ
อ่อน	0-13	ข้อ 1-3 เป็นคำถามที่ง่าย
ปานกลาง	14-27	ข้อ 4-6 เป็นคำถามที่ปานกลาง
เก่ง	28-40	ข้อ 7-10 เป็นคำถามที่ยาก

จากตารางที่ 3.3 พบว่า นักเรียนที่มีคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ จำแนกได้ 3 ระดับ ดังนี้ ระดับอ่อน มีคะแนนตั้งแต่ 0-13 คะแนน ระดับปานกลาง มีคะแนนตั้งแต่ 14-27 คะแนน และระดับเก่ง มีคะแนนตั้งแต่ 28-40 คะแนน

3.4.5.1 นักเรียนที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับอ่อน คือ นักเรียนที่มีคะแนนจากแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ระหว่าง 0-13 หมายถึง นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ ยังขาดความรู้ในเนื้อหาไม่มีความรู้พื้นฐาน และไม่สามารถนำมาแสดงวิธีการพิสูจน์ นักเรียนจะแสดงวิธีการพิสูจน์ตามความคิดของตนเอง โดยไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเองเขียนนั้นจะถูกหรือผิดและยังขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบได้

3.4.5.2 นักเรียนที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง คือ นักเรียนที่มีคะแนนจากแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ระหว่าง 14-27 หมายถึง นักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้บางส่วน นักเรียนที่ยังขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบ และนักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ถูกต้อง แต่ยังเขียนสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบยังไม่สมบูรณ์

3.4.5.3 นักเรียนที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับเก่ง คือ นักเรียนที่มีคะแนนจากแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ระหว่าง 28-40 หมายถึง นักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ชัดเจน คำตอบถูกต้อง และใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม และนักเรียนใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบ ว่ามีขั้นตอนแสดงวิธีวิธีการพิสูจน์ได้อย่าง และมีความหลากหลายในการนำเอาความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์นำมาเขียนการพิสูจน์ได้ชัดเจน สมบูรณ์

3.4.6 สัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน เพื่อหาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

3.5 การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ข้อมูล โดยมีรายละเอียดดังนี้

3.5.1 วิเคราะห์ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้ความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

3.5.2 วิเคราะห์แบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และการสัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิ เพื่อหาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งนำเสนอด้วยการวิเคราะห์เนื้อหา (Content Analysis) การวิเคราะห์งานเขียน (Task Analysis) และการบรรยายเชิงวิเคราะห์ (Description Analysis)

3.6 สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติในการวิจัยครั้งนี้ ประกอบด้วยสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ตรวจสอบหาคุณภาพเครื่องมือและสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

3.6.1 สถิติพื้นฐาน ได้แก่

3.6.1.1 ร้อยละ (Percentage) คำนวณจากสูตร (ไพศาล วรคำ, 2562, น. 321)

$$P = \frac{f}{N} \times 100 \quad (3\text{-}1)$$

เมื่อ P แทน ร้อยละที่ต้องการหา

f แทน ความถี่ของจำนวนที่สนใจ

N แทน จำนวนทั้งหมด

3.6.1.2 ค่าเฉลี่ย (Mean) คำนวณจากสูตร (ไพศาล วรคำ, 2562, น. 322)

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{n} \quad (3\text{-}2)$$

เมื่อ $\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

$\sum x$ แทน ผลรวมของข้อมูล

n แทน จำนวนข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3.6.1.3 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation) คำนวณจากสูตร (ไพศาล วรคำ, 2562, น. 325)

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum\left(X - \bar{X}\right)^2}{N}} \quad (3\text{-}3)$$

เมื่อ $S.D.$ แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง

$\bar{X}$ แทน ค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่าง

N แทน จำนวนข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง

3.6.2 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพเครื่องมือ

3.6.2.1 หาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence) ของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ คำนวณจากสูตร (ไพศาล วรคำ, 2562, น. 269)

$$IOC = \frac{\sum R}{n} \tag{3-4}$$

เมื่อ IOC แทน ค่าดัชนีความอดคล้อง

R แทน คะแนนระดับความสอดคล้องที่ผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนประเมินในแต่ละข้อ

n แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด

3.6.2.2 หาค่าความยาก ของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ คำนวณจากสูตร (ไพศาล วรคำ, 2562, น. 299)

$$p = \frac{S_H + S_L - \left(2nX_{min}\right)}{2n\left(X_{max} - X_{min}\right)} \tag{3-5}$$

เมื่อ p แทน ดัชนีความยาก

S_H แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง

S_L แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ

n แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ใช้ในการวิเคราะห์

X_{max} แทน คะแนนสูงสุดในข้อนั้น

X_{min} แทน คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3.6.2.3 ค่าอำนาจจำแนกของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ คำนวณจากสูตร (ไพศาล วรคำ, 2562, น. 308)

$$D = \frac{S_H + S_L}{n\left(X_{max} - X_{min}\right)} \tag{3-6}$$

เมื่อ D แทน อำนาจจำแนกของแบบทดสอบ

S_H แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มสูง

S_L แทน ผลรวมคะแนนในกลุ่มต่ำ

n แทน จำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ใช้ในการวิเคราะห์

X_{max} แทน คะแนนสูงสุดในข้อนั้น

X_{min} แทน คะแนนต่ำสุดในข้อนั้น

3.6.2.4 การหาความเชื่อมั่น (Reliability) ใช้สูตรการหาสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's Alpha Coefficient) คำนวณจากสูตร (ไพศาล วรคำ, 2562, น. 288)

$$a = \left[\frac{k}{k-1}\right]\left[1 - \frac{\sum S_i^2}{s_t^2}\right] \quad (3\text{-}7)$$

เมื่อ a แทน ค่าความเชื่อมั่นของแบบทดสอบทั้งฉบับ

k แทน จำนวนข้อของแบบทดสอบ

S_i^2 แทน ความแปรปรวนของแบบทดสอบในแต่ละข้อ

S_t^2 แทน ความแปรปรวนของแบบทดสอบทั้งฉบับ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บทที่ 4
ผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิจัยตามลำดับหัวข้อดังนี้

1. สัญลักษณ์ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล
2. ลำดับขั้นในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล
3. ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

4.1 สัญลักษณ์ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ระบุสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ที่ใช้ในการนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล เพื่อให้ง่ายต่อการศึกษา ดังนี้

$\overline{X}$ แทน ค่าเฉลี่ย

$S.D.$ แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

4.2 ลำดับขั้นในการเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการศึกษา ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์

4.3 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้ศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ที่มีพฤติกรรมความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนก

พฤติกรรมของนักเรียน ออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่ ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ และให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง เพื่อศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนจริง โดยจำแนกแนวทางการพัฒนาของนักเรียน ออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์

ผู้วิจัยศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ โดยจำแนกพฤติกรรมของนักเรียน ออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง และพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกพฤติกรรม ออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่ ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ และให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ดังนี้

การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ มีผลการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ผลการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากตัวอย่างที่ศึกษา ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/7 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 40 คน ผู้วิจัยได้นำเสนอ ความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของแต่ละระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 4.1

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 4.1 ผลการศึกษาระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

ระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	คะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน	ร้อยละ	$\overline{X}$	$S.D.$
อ่อน	0 – 13	14	35	10.57	1.84
ปานกลาง	14 – 27	16	40	20.69	4.06
เก่ง	28 – 40	10	25	32.10	3.42
รวม	40	40	100		

จากตารางที่ 4.1 พบว่า ระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 35 ($\overline{X}$ =10.57, $S.D.$ =1.84) ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 40

($\overline{X}$ =20.69, $S.D.$ = 4.06) และความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับเก่ง คิดเป็นร้อยละ 25 ($\overline{X}$ =32.10, $S.D.$ =3.42)

การศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ มีผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ โดยจำแนกพฤติกรรมของนักเรียน ออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่ ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์และให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง และจากตัวอย่างที่ศึกษา ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/7 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 40 คน ผู้วิจัยได้นำเสนอ ความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของแต่ละระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2 ผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	ระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน	ร้อยละ	$\overline{X}$	$S.D.$
1. ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์	อ่อน	7	17.50	10.86	1.81
	ปานกลาง	4	10	21.75	2.38
	เก่ง	–	–	–	–
	รวม	11	27.50		
2. ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง	อ่อน	6	15	11.17	1.34
	ปานกลาง	7	17.50	21.43	3.29
	เก่ง	1	2.50	32	0
	รวม	14	35		
3. ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์	อ่อน	5	12.50	11	0.89
	ปานกลาง	3	7.50	21.33	2.62
	เก่ง	–	–	–	–
	รวม	8	20		

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 4.2 (ต่อ)

พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	ระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน	ร้อยละ	$\overline{X}$	$S.D.$
4. ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง	อ่อน	4	10	12	1.22
	ปานกลาง	2	5	25	1
	เก่ง	1	2.50	38	0
	รวม	7	17.50		
รวมทั้งหมด		40	100		

จากตารางที่ 4.2 พบว่า พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 17.50 ($\overline{X}$ =10.86, $S.D.$ =1.81) และระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 10 ($\overline{X}$ =21.75, $S.D.$ =2.38) ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 15 ($\overline{X}$ =11.17, $S.D.$ =1.34) ระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 17.5 ($\overline{X}$ =21.43, $S.D.$ =3.29) และระดับเก่ง คิดเป็นร้อยละ 2.5 ($\overline{X}$ =32, $S.D.$ =0) ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 12.50 ($\overline{X}$ =11, $S.D.$ =0.89) ระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 7.50 ($\overline{X}$ =21.33, $S.D.$ =2.62) ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้องระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 10 ($\overline{X}$ =12, $S.D.$ =1.22) ระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 5($\overline{X}$ =25, $S.D.$ =1) และระดับเก่ง คิดเป็นร้อยละ 2.50 ($\overline{X}$ =38, $S.D.$ =0)

สรุปผลการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 พบว่า ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง คิดเป็นร้อยละ 35 ($\overline{X}$ =10.57, $S.D.$ =1.84), 40 ($\overline{X}$ =20.69, $S.D.$ = 4.06) และ 25 ($\overline{X}$ =32.10, $S.D.$ =3.42) ตามลำดับ และพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ระดับอ่อนและปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 17.5 ($\overline{X}$ =10.86, $S.D.$ =1.81) และ 10 ($\overline{X}$ =21.75, $S.D.$ =2.38) ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้องระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง คิดเป็นร้อยละ 15 ($\overline{X}$ =11.17, $S.D.$ =1.34) 17.5 ($\overline{X}$ =21.43, $S.D.$ =3.29) และ 2.5 ($\overline{X}$ =32, $S.D.$ =0) ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ระดับอ่อนและปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 12.50 ($\overline{X}$ =11, $S.D.$ =0.89) และ 7.50 ($\overline{X}$ =21.33, $S.D.$ =2.62) และด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้องระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง คิดเป็นร้อยละ 10 ($\overline{X}$ =12, $S.D.$ =1.22) 5 ($\overline{X}$ =25, $S.D.$ =1) และ 2.50 ($\overline{X}$ =38, $S.D.$ =0) ตามลำดับ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์

ผู้วิจัยศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ จากพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกพฤติกรรมของนักเรียน ออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่ ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ และให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง รวมถึงตัวอย่างงานเขียน ข้อที่ 1 ของนักเรียนที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และจากผลการสัมภาษณ์ผู้ทรงคุณวุฒิ เพื่อนำไปสู่แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกแนวทางการพัฒนาของนักเรียน ออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง ผู้วิจัยนำเสนอผลการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

การศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ มีผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ดังนี้

ผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ จากพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนของนักเรียนด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ และจากตัวอย่างที่ศึกษา ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/7 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 40 คน ผู้วิจัยนำเสนอ ความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของแต่ละระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 4.3

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 4.3 ผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์

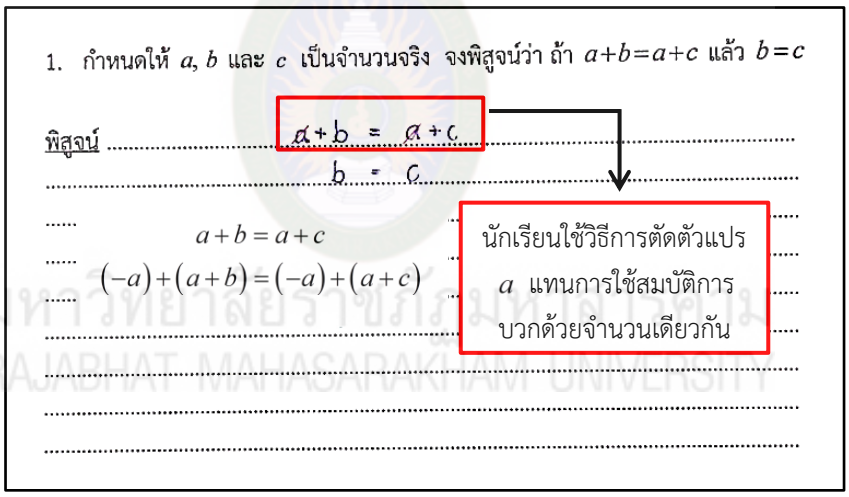
พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	ระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน	ร้อยละ	$\overline{X}$	*S.D.*
1. ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์	อ่อน	7	17.50	10.86	1.81
	ปานกลาง	4	10	21.75	2.38
	เก่ง	–	–	–	–
รวม		11	27.50		

จากตารางที่ 4.3 พบว่า พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 17.50 ($\overline{X}$ =10.86, $S.D.$ =1.81) และความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 10 ($\overline{X}$ =21.75, $S.D.$ =2.38)

การศึกษาตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนเกี่ยวกับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ มีตัวอย่างงานเขียน ของนักเรียนที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง ดังนี้

ผลการวิเคราะห์ งานเขียนของนักเรียนสำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ระดับอ่อน ดังนี้

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียน ที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ระดับอ่อน ดังภาพที่ 4.1

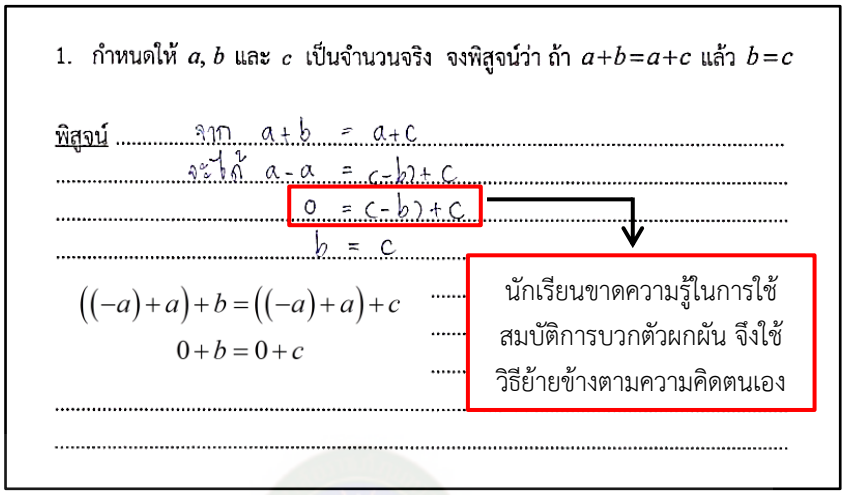


ภาพที่ 4.1 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ระดับอ่อน

จากภาพที่ 4.1 พบว่า นักเรียนใช้วิธีการตัดตัวแปร a แทนการใช้สมบัติการบวกด้วยจำนวนเดียวกัน นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ ไม่มีความรู้พื้นฐานในเนื้อหา เนื่องจากขาดประสบการณ์และขาดความเข้าใจในโจทย์ของการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และไม่สามารถนำมาแสดงวิธีการพิสูจน์ได้

ผลการวิเคราะห์ งานเขียนของนักเรียนสำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ระดับปานกลาง ดังนี้

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียน ที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ระดับปานกลาง ดังภาพที่ 4.2



ภาพที่ 4.2 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ระดับปานกลาง

จากภาพที่ 4.2 พบว่า นักเรียนขาดความรู้ในการใช้สมบัติการบวกตัวผกผัน จึงใช้วิธีย้ายข้างตามความคิดตนเอง นักเรียนสามารถแสดงเขียนขั้นตอนวิธีการพิสูจน์ได้บางส่วน แต่ไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ให้อยู่ในรูปแบบของการพิสูจน์ที่ถูกต้อง ยังขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามในการพิสูจน์ และขาดความเข้าใจในกระบวนการ จึงทำให้การแสดงวิธีการพิสูจน์ยังไม่ดีนัก

การศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ โดยจำแนกพฤติกรรมของนักเรียน ออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง มีผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ดังนี้

ผลการศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ โดยจำแนกพฤติกรรมของนักเรียน ออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง จากผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ที่มีระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง ดังตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4 ผลการศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนในด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์

พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	ระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	พฤติกรรม
1. ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์	อ่อน	1. นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ให้อยู่ในรูปแบบของการพิสูจน์ได้ 2. นักเรียนขาดความรู้ในเนื้อหา ไม่มีความรู้พื้นฐาน และไม่สามารถนำมาแสดงวิธีการพิสูจน์ได้
	ปานกลาง	1. นักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์แต่ไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ให้อยู่ในรูปแบบของการพิสูจน์ที่ถูกต้องได้ 2. นักเรียนขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามในการพิสูจน์
	เก่ง	-

จากตารางที่ 4.4 พบว่า พฤติกรรมของนักเรียน ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ระดับอ่อน คือ นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ให้อยู่ในรูปแบบของการพิสูจน์ได้ และนักเรียนยังขาดความรู้ในเนื้อหา ไม่มีความรู้พื้นฐาน ไม่สามารถนำมาแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ และระดับปานกลาง คือ นักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้บางส่วน แต่ไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ให้อยู่ในรูปแบบของการพิสูจน์ที่ถูกต้องได้ และยังขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามในการพิสูจน์

การศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ และผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ดังนี้

ผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ และจากพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนของนักเรียนด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง และจากกลุ่มตัวอย่างที่ศึกษา ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/7 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 40 คน ผู้วิจัยนำเสนอ ความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของแต่ละระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5 ผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง

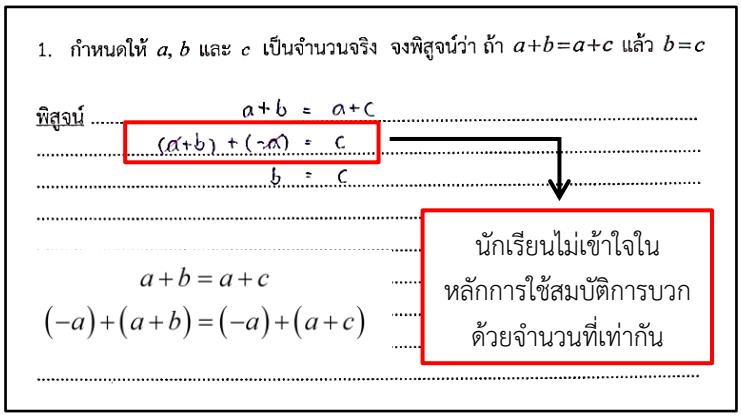
พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	ระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน	ร้อยละ	$\overline{X}$	$S.D.$
2. ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง	อ่อน	6	15	11.17	1.34
	ปานกลาง	7	17.50	21.43	3.29
	เก่ง	1	2.50	32	0
รวม		14	35		

จากตารางที่ 4.5 พบว่า พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 15 ($\overline{X}$ =11.17, $S.D.$ =1.34) ระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 17.50 ($\overline{X}$ =21.43, $S.D.$ =3.29) และระดับเก่ง คิดเป็นร้อยละ 2.50 ($\overline{X}$ =32, $S.D.$ =0)

การศึกษาตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนเกี่ยวกับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ตัวอย่างงานเขียนที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง ดังนี้

ผลการวิเคราะห์ งานเขียนของนักเรียนสำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ระดับอ่อน ดังนี้

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียน ที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ระดับอ่อน ดังภาพที่ 4.3

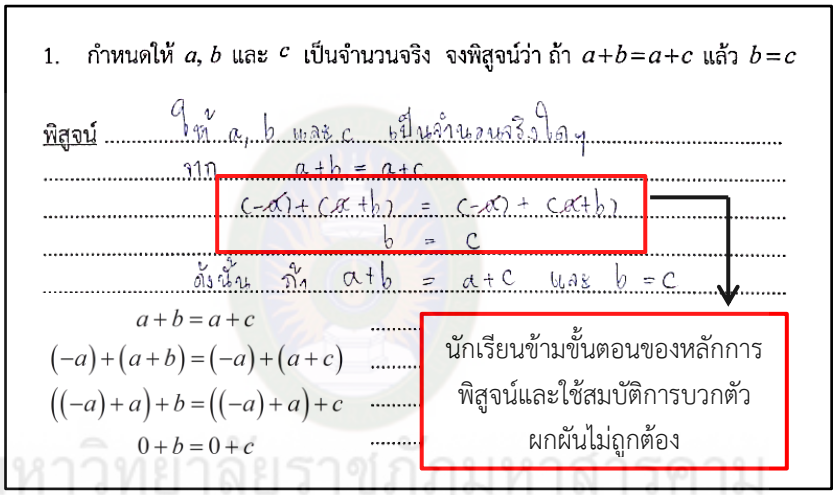


ภาพที่ 4.3 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ระดับอ่อน

จากภาพที่ 4.3 พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจในหลักการของการใช้สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน ไม่สามารถนำสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามมาใช้ในการพิสูจน์ได้ ไม่สามารถเขียนขั้นตอนวิธีการและแสดงวิธีทำได้ถูกต้อง จะแสดงวิธีการพิสูจน์ตามความคิดของตนเอง โดยไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเองเขียนนั้นจะถูกหรือผิด ซึ่งอาจเป็นสาเหตุมาจากนักเรียนขาดการฝึกฝนในการพิสูจน์ที่หลากหลาย

ผลการวิเคราะห์ งานเขียนของนักเรียนสำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ระดับปานกลาง ดังนี้

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียน ที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ระดับปานกลาง ดังภาพที่ 4.4



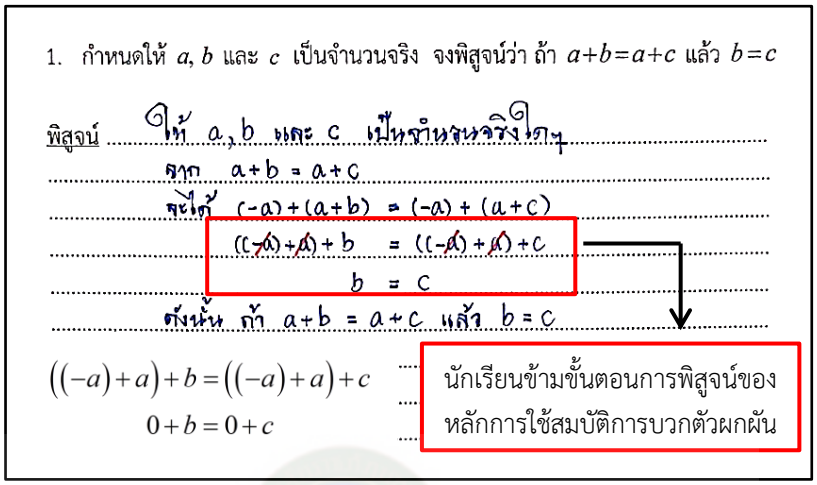
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาพที่ 4.4 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ระดับปานกลาง

จากภาพที่ 4.4 พบว่า นักเรียนข้ามขั้นตอนของหลักการพิสูจน์และใช้สมบัติการบวกตัวผกผันไม่ถูกต้อง และสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์โดยใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบได้ถูกต้องเป็นบางส่วน สามารถเขียนขั้นตอนวิธีการ และแสดงวิธีทำได้ถูกต้องเป็นบางส่วน แต่นักเรียนยังขาดความเป็นระเบียบเรียบร้อยในการเขียนอธิบาย และขาดความเข้าใจในกระบวนการ

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนสำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ระดับเก่ง ดังนี้

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียน ที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ระดับเก่ง ดังภาพที่ 4.5



ภาพที่ 4.5 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ระดับเก่ง

จากภาพที่ 4.5 พบว่า นักเรียนข้ามขั้นตอนการพิสูจน์ของหลักการใช้สมบัติการบวกตัวผกผัน สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ชัดเจน คำตอบถูกต้อง และใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามได้ถูกต้อง แต่ขั้นตอนการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามยังไม่สมบูรณ์ แต่นักเรียนยังขาดความเป็นระเบียบเรียบร้อยในการเขียนอธิบาย และขาดความเข้าใจในกระบวนการในบางส่วน

การศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ โดยจำแนกพฤติกรรมของนักเรียน ออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง มีผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ดังนี้

ผลการศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ โดยจำแนกพฤติกรรมของนักเรียน ออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง จากผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ที่มีระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง ดังตารางที่ 4.6

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 4.6 ผลการศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนในด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง

พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	ระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	พฤติกรรม
2. ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง	อ่อน	1. นักเรียนจะแสดงวิธีการพิสูจน์ตามความคิดตนเอง ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ไม่ทราบสิ่งที่ตนเองทำถูกหรือผิด 2. นักเรียนยังไม่สามารถนำสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามมาใช้พิสูจน์
	ปานกลาง	1. นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์โดยใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม 2. นักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ถูกต้อง แต่ยังเขียนสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบยังไม่สมบูรณ์
	เก่ง	1. นักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์คำตอบถูกต้อง แต่ขั้นตอนการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามยังไม่สมบูรณ์ 2. นักเรียนใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามแต่ขั้นตอนแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ไม่สมบูรณ์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ 4.6 พบว่า พฤติกรรมของนักเรียน ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ระดับอ่อน คือ นักเรียนจะแสดงวิธีการพิสูจน์ตามความคิดของตนเอง โดยใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเองเขียนนั้นจะถูกหรือผิด และนักเรียนยังไม่สามารถนำสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามมาใช้ในการพิสูจน์ ระดับปานกลาง คือ นักเรียนยังไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์โดยใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบ และนักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ถูกต้อง แต่ยังเขียนสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบยังไม่สมบูรณ์ และระดับเก่ง คือ นักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ชัดเจน คำตอบถูกต้อง แต่ขั้นตอนการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามยังไม่สมบูรณ์ ใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบได้ มีขั้นตอนแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ไม่สมบูรณ์

การศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ และผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ ดังนี้

ผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ และจากพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนของนักเรียนด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ และจากกลุ่มตัวอย่างที่ศึกษา ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/7 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 40 คน ผู้วิจัยนำเสนอ ความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของแต่ละระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 4.7

ตารางที่ 4.7 ผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์

พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	ระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน	ร้อยละ	$\overline{X}$	$S.D.$
3. ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์	อ่อน	5	12.50	11	0.89
	ปานกลาง	3	7.50	21.33	2.62
	เก่ง	–	–	–	–
รวม		8	20		

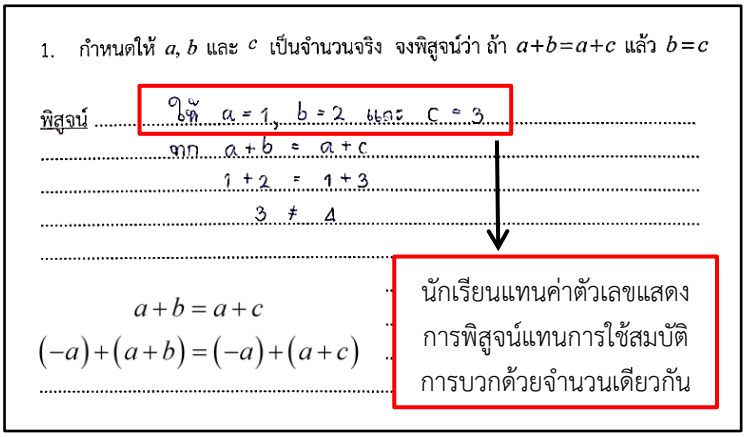
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ 4.7 พบว่า พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ ที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 12.5 ($\overline{X}$ =11, $S.D.$ =0.89) และระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 7.5 ($\overline{X}$ =21.33, $S.D.$ =2.62)

การศึกษาตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนเกี่ยวกับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ มีตัวอย่างงานเขียนของนักเรียนที่มีที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง ดังนี้

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนสำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ ระดับอ่อน ดังนี้

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียน ที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ ระดับอ่อน ดังภาพที่ 4.6

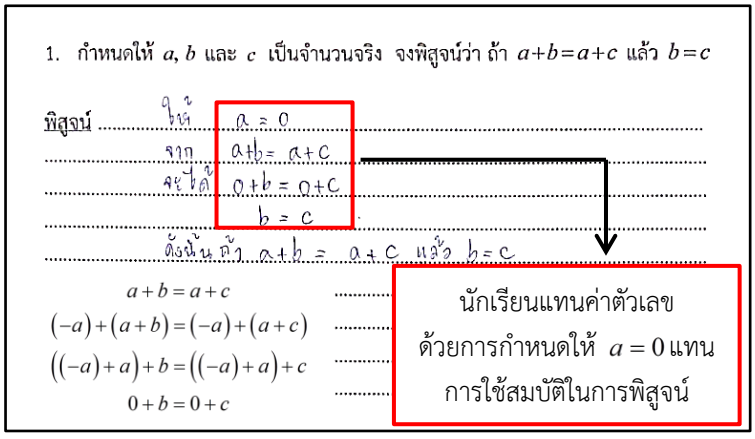


ภาพที่ 4.6 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ ระดับอ่อน

จากภาพที่ 4.6 พบว่า นักเรียนแทนค่าตัวเลขแสดงการพิสูจน์แทนการใช้สมบัติการบวกด้วยจำนวนเดียวกัน ไม่เข้าใจวิธีการพิสูจน์ เนื่องจากขาดประสบการณ์ และขาดความเข้าใจในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ไม่สามารถแปลความจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ และไม่สามารถเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้เป็นสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้ นักเรียนจะแสดงวิธีการพิสูจน์ โดยใช้วิธีแทนสัญลักษณ์ตัวเลขลงในตัวแปรที่โจทย์กำหนดมาให้เพื่อแสดงวิธีทำ และนักเรียนไม่ชินการใช้ตัวแปรในการแสดงวิธีการพิสูจน์ แต่จะยกตัวอย่างโดยการแสดงวิธีทำด้วยตัวเลข

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนสำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ ระดับปานกลาง ดังนี้

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียน ที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ ระดับปานกลาง ดังภาพที่ 4.7



ภาพที่ 4.7 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ ระดับปานกลาง

จากภาพที่ 4.7 พบว่า นักเรียนใช้การแทนค่าตัวเลขด้วยการกำหนดให้ $a=0$ แทนการใช้สมบัติในการพิสูจน์ เพื่อแสดงให้เห็นว่าการพิสูจน์นั้นเป็นจริง แต่ยังขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบ และสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้บางส่วนในกรณีที่ใช้ตัวเลขในการพิสูจน์ แต่ยังใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบยังไม่สมบูรณ์

การศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ โดยจำแนกพฤติกรรมของนักเรียน ออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง มีผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ ดังนี้

ผลการศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ โดยจำแนกพฤติกรรมของนักเรียน ออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง จากผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ ที่มีระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง ดังตารางที่ 4.8

ตารางที่ 4.8 ผลการศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนในด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์

พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	ระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	พฤติกรรม
3. ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์	อ่อน	1. นักเรียนจะแสดงวิธีการพิสูจน์ โดยใช้วิธีแทนสัญลักษณ์ตัวเลขลงในตัวแปรที่โจทย์กำหนดมาให้เพื่อแสดงวิธีทำ 2. นักเรียนไม่คุ้นเคยการใช้ตัวแปรในการแสดงวิธีการพิสูจน์ แต่จะใช้สัญลักษณ์ตัวเลขในการแสดงวิธีทำ
	ปานกลาง	1. นักเรียนใช้การแทนค่าตัวเลขเพื่อแสดงให้เห็นว่าการพิสูจน์นั้นเป็นจริง แต่ยังขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม 2. นักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้บางส่วน แต่ยังใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบยังไม่สมบูรณ์
	เก่ง	-

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ 4.8 พบว่า พฤติกรรมของนักเรียน ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ ระดับอ่อน คือ นักเรียนจะแสดงวิธีการพิสูจน์ โดยใช้วิธีแทนสัญลักษณ์ตัวเลขลงในตัวแปรที่โจทย์กำหนดมาให้เพื่อแสดงวิธีทำ และไม่คุ้นเคยการใช้ตัวแปรในการแสดงวิธีการพิสูจน์ แต่จะใช้สัญลักษณ์ตัวเลขในการแสดงวิธีทำ และระดับปานกลาง คือ นักเรียนใช้การแทนค่าตัวเลขเพื่อแสดงให้เห็นว่าการพิสูจน์นั้นเป็นจริง แต่ยังขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบ ได้คำตอบมาได้อย่างไร และสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้บางส่วน แต่ยังใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบยังไม่สมบูรณ์

การศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ และผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ดังนี้

ผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ และจากพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนของนักเรียนด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง และจากตัวอย่างที่ศึกษา ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/7 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 40 คน ผู้วิจัยได้นำเสนอ ความถี่ ร้อยละ ค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ของแต่ละระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ดังตารางที่ 4.9

ตารางที่ 4.9 ผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง

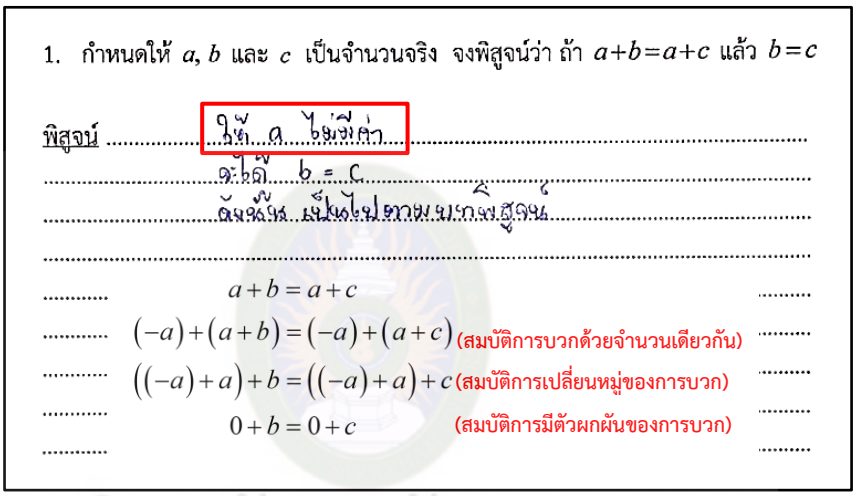
พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	ระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	จำนวนนักเรียน	ร้อยละ	$\overline{X}$	$S.D.$
4. ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง	อ่อน	4	10	12	1.22
	ปานกลาง	2	5	25	1
	เก่ง	1	2.50	38	0
รวม		7	17.50		

จากตารางที่ 4.9 พบว่า พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 10 ($\overline{X}$ =25, $S.D.$ =1.00) ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 5 ($\overline{X}$ =21.43, $S.D.$ =3.29) และความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับเก่ง คิดเป็นร้อยละ 2.50 ($\overline{X}$ =38, $S.D.$ =0)

การศึกษาตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียนเกี่ยวกับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง มีตัวอย่างงานเขียนของนักเรียนที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง ดังนี้

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนสำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ระดับอ่อน ดังนี้

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียน ที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ระดับอ่อน ดังภาพที่ 4.8


1. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า ถ้า $a+b=a+c$ แล้ว $b=c$

พิสูจน์ ให้ a ไม่มีค่า
จะได้ b = c
ดังนั้น เป็นไปตามบทพิสูจน์

$$a+b=a+c$$
$$(-a)+(a+b)=(-a)+(a+c)$$ (สมบัติการบวกด้วยจำนวนเดียวกัน)
$$((-a)+a)+b=((-a)+a)+c$$ (สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก)
$$0+b=0+c$$ (สมบัติการมีตัวผกผันของการบวก)

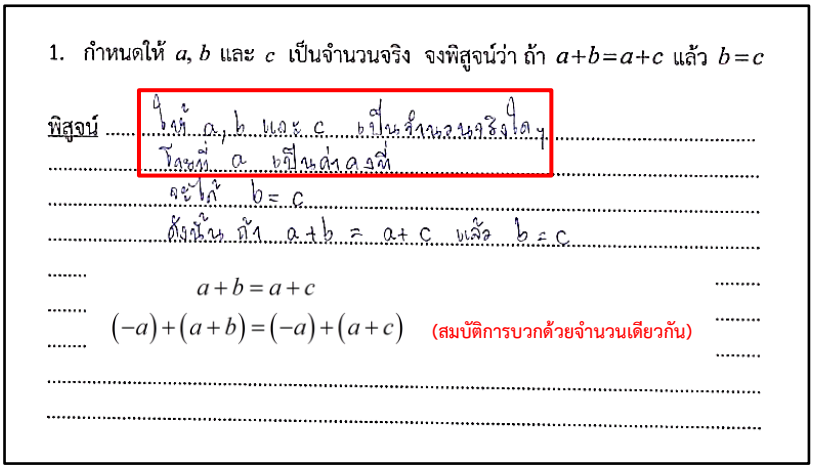
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาพที่ 4.8 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ระดับอ่อน

จากภาพที่ 4.8 พบว่า นักเรียนจะแสดงวิธีการพิสูจน์ ตามความคิดของตนเองเพื่อแสดงให้เห็นว่าการพิสูจน์นั้นเป็นจริง และนักเรียนจะไม่สามารถใช้สมบัติทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง จึงไม่สามารถเขียนขั้นตอนวิธีการ และแสดงวิธีทำได้ถูกต้อง

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนสำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ระดับปานกลาง ดังนี้

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียน ที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ระดับปานกลาง ดังภาพที่ 4.9



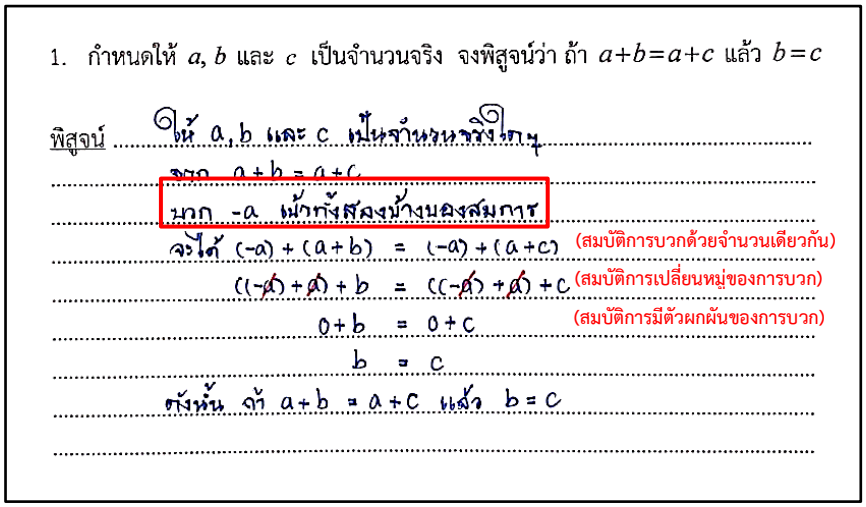
ภาพที่ 4.9 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ระดับปานกลาง

จากภาพที่ 4.9 พบว่า นักเรียนไม่เข้าใจวิธีแสดงการพิสูจน์ และยังขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบ ไม่เข้าใจโจทย์พิสูจน์ทั้งหมดหรือบางส่วน เนื่องจากยังขาดความเข้าใจในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์และใช้การอ้างเหตุผลให้การพิสูจน์เป็นไปตามบทพิสูจน์

ผลการวิเคราะห์งานเขียนของนักเรียนสำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ระดับเก่ง ดังนี้

ตัวอย่าง งานเขียนของนักเรียน ที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ระดับเก่ง ดังภาพที่ 4.10

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



ภาพที่ 4.10 พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ระดับเก่ง

จากภาพที่ 4.10 พบว่า นักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้บางส่วน แต่ยังขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามได้ถูกต้อง จึงทำให้การแสดงวิธีของการพิสูจน์ยังไม่ละเอียดหรือแสดงวิธีทำข้ามขั้นตอน และขาดความเข้าใจในกระบวนการบางส่วนของขั้นตอนแสดงวิธีการพิสูจน์

การศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ โดยจำแนกพฤติกรรมของนักเรียน ออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง มีผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ดังนี้

ผลการศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ โดยจำแนกพฤติกรรมของนักเรียน ออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง จากผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ที่มีระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง ดังตารางที่ 4.10

ตารางที่ 4.10 ผลการศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนสำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง

พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	ระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	พฤติกรรม
4. ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง	อ่อน	1. นักเรียนยังขาดความรู้ ความเข้าใจและไม่สามารถแสดงการพิสูจน์ได้ 2. นักเรียนจะแสดงวิธีการพิสูจน์ตามความคิดของตนเองเพื่อแสดงให้เห็นว่าการพิสูจน์นั้นเป็นจริง
	ปานกลาง	1. นักเรียนไม่เข้าใจวิธีแสดงการพิสูจน์ขาดการใช้สมบัติ และบทนิยาม 2. นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์และใช้การอ้างเหตุผลให้การพิสูจน์เป็นไปตามบทพิสูจน์
	เก่ง	1. นักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้บางส่วน แต่ใช้สมบัติได้ถูกต้อง 2. นักเรียนใช้สมบัติได้ แต่การให้เหตุผลของการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ 4.10 พบว่า พฤติกรรมของนักเรียน ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ระดับอ่อน คือ นักเรียนยังขาดความรู้ ความเข้าใจในการพิสูจน์ และยังไม่สามารถที่จะนำมาแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ และมักจะแสดงวิธีการพิสูจน์ ตามความคิดเห็นของตนเองเพื่อแสดงให้เห็นว่าการพิสูจน์นั้นเป็นจริง ระดับปานกลาง คือ นักเรียนไม่เข้าใจวิธีแสดงการพิสูจน์ และยังขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม ไม่สามารถที่จะแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ถูกต้อง และใช้การอ้างเหตุผลให้การพิสูจน์เป็นไปตามบทพิสูจน์ และระดับเก่ง คือ นักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้บ้างบางส่วน แต่ยังขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามได้ถูกต้อง สามารถใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบได้ในบางส่วน แต่ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง

แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้จากผู้ทรงคุณวุฒิ 3 ท่าน

การศึกษาพฤติกรรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยจำแนกพฤติกรรมของนักเรียน ออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับสูง ปานกลาง และอ่อน มีแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ดังนี้

ผู้ทรงคุณวุฒิท่านที่ 1 กล่าวถึง แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ แบ่งเป็นระดับตามคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ ระดับอ่อน กล่าวว่า การที่จะให้นักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น ครูควรสอนเป็นขั้นเป็นตอน และในการจัดการเรียนการสอน ครูควรเชื่อมโยงความรู้เก่ามาหาความรู้ใหม่ และเมื่อจะขึ้นเรื่องใหม่ ก็ต้องใส่ฐานของเรื่องใหม่ เช่น สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม การใส่ฐานของเรื่องใหม่ในที่นี้ หมายถึง ครูจะต้องอธิบาย ยกตัวอย่างเช่น วันนี้ครูจะสอนเรื่อง ระบบจำนวนจริง ดังนั้นนักเรียนก็ต้องมีความรู้เรื่องสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม ครูก็จะต้องอธิบายการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม ครูจะต้องเขียนสิ่งที่จะใช้ทุกอย่างที่เป็นความรู้เดิมที่จะเชื่อมโยงมาความรู้ใหม่ไว้บนกระดาน เพื่อที่นักเรียนจะได้รู้ที่มาที่ไปของความรู้ใหม่ สิ่งเหล่านี้จะทำให้นักเรียนอธิบายได้ว่าเป็นเพราะเหตุใดถึงทำได้ผลลัพธ์ออกมาแบบนี้ อธิบายได้ว่าผลลัพธ์มาได้อย่างไร ระดับปานกลาง กล่าวว่า ให้นักเรียนได้อธิบายหรือชี้แจงเหตุผลจะช่วยให้นักเรียนทบทวนการทำงานเพื่อสะท้อนความคิดของตน โดยสอดแทรกการพิสูจน์เข้าไปในการเรียนรู้ทุกเนื้อหาของวิชาคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง โดยให้เวลานักเรียนได้คิดวิเคราะห์ เขียนอธิบายความคิดของตนเอง ครูต้องให้นักเรียนฝึกทำ ฝึกเขียน และฝึกอธิบายเป็นประจำจนเกิดเป็นนิสัย ฝึกให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ ครูควรเพิ่มเติมกิจกรรมนอกเหนือจากการสอนปกติ เช่น จัดการพิสูจน์ที่หลากหลายวิธี ไม่ใช่เฉพาะวิธีการพิสูจน์ในหนังสือเรียนเท่านั้น มีการสร้างแบบรูปเองหรือการพิจารณาแบบรูปที่กำหนดให้นักเรียนได้นำคณิตศาสตร์ไปใช้เชื่อมโยงกับวิชาอื่น ๆ และระดับเก่ง กล่าวว่า ครูจัดการเรียนการสอนที่หลากหลายโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน จะช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ออกมาได้ชัดเจน และมีวิธีการหาคำตอบโดยใช้หลักการคณิตศาสตร์มาใช้ การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน

ครูให้นักเรียนฝึกฝนโดยการทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ และให้นักเรียนเขียนคำอธิบายหรือสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม ประกอบในการพิสูจน์ ครูจะต้องพัฒนาศักยภาพของเด็กให้ดียิ่งขึ้น นักเรียนจะรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิดรู้ว่าตนกำลังคิดอะไรและต้องการอะไร อันเป็นแนวทางที่ช่วยการพิสูจน์ข้อสรุปและการตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด ครูส่งเสริมนักเรียนโดยการพูดคุย ข้อซักถาม และการอภิปราย จะช่วยให้นักเรียนสร้างข้อโต้แย้ง และวิจารณ์การพิสูจน์ของผู้อื่น นักเรียนจะแสดงให้เห็นถึงเหตุผลตนเองขณะสื่อสารกับผู้อื่น และมีโอกาสในการเพิ่มความเข้าใจในมโนทัศน์และเนื้อหาทางคณิตศาสตร์

ผู้ทรงคุณวุฒิท่านที่ 2 กล่าวถึง แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ แบ่งเป็นระดับตามคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ ระดับอ่อน กล่าวว่า เกิดจากนักเรียนไม่ได้รับการฝึกฝนหรือวิธีการสอนไม่น่าสนใจ นักเรียนจึงขาดความสนใจในการเรียนเรื่องนี้ทำให้นักเรียนมีความรู้พื้นฐานที่ไม่แน่นพอ ดังนั้น ครูควรสร้างแรงจูงใจให้นักเรียน ให้มีความกระตือรือร้นและสนใจเรียน มีการพัฒนาตนเองในการเรียนการสอนครูควรแสดงตัวอย่างหรือขั้นตอนการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด ทำให้นักเรียนมีความคุ้นชินในการพิสูจน์ต่าง ๆ และจัดการเรียนการสอนโดยให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นตนเอง ครูต้องจัดบรรยากาศที่ให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมแสดงความคิด ในการส่งเสริมการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ โดยจะช่วยทั้งครู และนักเรียนในการพัฒนาอย่างกระตือรือร้น ระดับปานกลาง กล่าวว่า ในการเรียนเนื้อหาที่ซับซ้อนครูควรจะเขียนขั้นตอนการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม ประกอบทุกครั้ง เพื่อให้นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงเป็นลำดับขั้นตอนอย่างละเอียด และที่มาที่ไปของวิธีการพิสูจน์ให้ชัดเจน ซึ่งการจัดการเรียนการสอนที่หลากหลาย และกลวิธีการพิสูจน์ให้มีความเป็นขั้นตอน และจะต้องให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดการเรียนรู้ การอภิปรายโต้ตอบกัน และแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง โดยให้เด็กได้ฝึกทักษะการคิดวิเคราะห์ลำดับขั้นตอน เพื่อให้นักเรียนจัดลำดับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เป็นขั้นตอน เน้นกระบวนการให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ และระดับเก่ง กล่าวว่า การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งสำคัญที่นักเรียนต้องมีความรู้ และเข้าใจหลักการ ภาษาทางคณิตศาสตร์ และโครงสร้างพื้นฐานต่าง ๆ ดังนั้น ในการจัดการเรียนการสอนก่อนเริ่มสอนเนื้อหา ครูต้องทบทวนความรู้ สมบัติ นิยาม และทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่จะนำมาใช้ในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ครูต้องทบทวนสม่ำเสมอ และให้นักเรียนฝึกฝน โดยทำแบบฝึกหัดและใบงานการที่จะให้นักเรียนมีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น ครูควรนำเทคโนโลยีมาใช้ในการเรียนการสอนเพื่อกระตุ้นความสนใจของนักเรียน ให้นักเรียนทำงานโดยมีการอภิปรายทางคณิตศาสตร์

ผู้ทรงคุณวุฒิท่านที่ 3 กล่าวถึง แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ แบ่งเป็นระดับตามคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ ระดับอ่อน กล่าวว่า การจัดการเรียนการสอนของครู ควรให้นักเรียนได้มีการพูด อธิบาย แสดงวิธีการพิสูจน์ และแสดงการให้เหตุผลของตนเองกับครู เพื่อนร่วมชั้น ให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลและขั้นตอนการพิสูจน์ด้วยการเขียนบรรยาย

มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี
RAJABHAT RAMPHAIPHANNEE UNIVERSITY

สมบัติ นิยาม และทฤษฎีบทต่าง ๆ และให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ ครูจัดการเรียนการสอนอย่างหลากหลาย ให้นักเรียนเข้าใจง่าย และให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ ควรใช้สมบัติ นิยาม และทฤษฎีบทต่าง ๆ ที่นักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ที่แตกต่างกันได้ ระดับปานกลาง กล่าวว่า ในการจัดการเรียนการสอนจะเป็นกิจกรรม เน้นกระบวนการให้นักเรียนสรุปความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยการจัดการเรียนรู้นั้น จะเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ไม่ใช่การท่องจำ แต่จะให้นักเรียนได้เกิดทักษะและกระบวนการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง ครูต้องให้นักเรียนฝึกทำ ฝึกเขียน และฝึกอธิบายเป็นประจำจนเกิดเป็นนิสัยว่าทำไมถึงทำแบบนี้ ผลลัพธ์ตรงนี้มาได้อย่างไร ครูควรสอนฝึกให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ ครูควรทบทวนความรู้เดิมทุกครั้งและเขียนความรู้เดิมที่จำเป็นจะใช้ไว้บนกระดานทุกครั้ง ดังนั้นครูควรจะเชื่อมโยงความรู้เดิมให้กับนักเรียนทุกครั้งเพื่อเป็นตัวอย่างให้กับนักเรียน และระดับเก่ง กล่าวว่า ครูควรพิจารณาในรายละเอียดของแต่ละระดับชั้นนั้น ต้องการให้นักเรียนมีความสามารถอะไรบ้าง เช่น การพิสูจน์ การมีทักษะทางคณิตศาสตร์ การนำไปใช้ การตัดสินใจ และสรุปผลได้มากน้อยเพียงใด ครูควรตระหนักเป้าหมายมีความสำคัญ มีคุณค่าในชีวิตของนักเรียน การพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สามารถทำควบคู่ไปกับการสอนได้ทุกเรื่องโดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้คิดเอง เช่น จัดให้มีการอภิปราย ถามให้นักเรียนเล่าความคิด เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจให้แจ่มชัดขึ้น ตลอดจนประเมินการพิสูจน์ของผู้อื่นว่าควรเชื่อถือหรือไม่

การศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ โดยจำแนกแนวทางการพัฒนาของนักเรียน ออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง จากผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ โดยจำแนกพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนของนักเรียน ออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่ ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ และให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง และระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง ดังนี้

ผลการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ สำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนของนักเรียน ออกเป็น 4 ด้าน ดังนี้ ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ และให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ดังตารางที่ 4.11

ตารางที่ 4.11 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์สำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน

พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	พฤติกรรม	แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
1. ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์	1. นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ให้อยู่ในรูปการพิสูจน์ 2. นักเรียนยังขาดหลักการ ความรู้ในเนื้อหาที่เป็นความรู้พื้นฐานและไม่สามารถนำมาแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ 3. นักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้บางส่วน แต่ไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ให้อยู่ในรูปแบบของการพิสูจน์ที่ถูกต้องได้ 4. นักเรียนขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบทและบทนิยามในการพิสูจน์	1. ครูควรแสดงตัวอย่างการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด ทำให้นักเรียนมีความคุ้นชินการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของครู การจัดการเรียนการสอนโดยให้นักเรียนแสดงวิธีการพิสูจน์ของตนเอง มีความหลากหลายวิธีการให้นักเรียนเข้าใจง่าย 2. การจัดการเรียนการสอนที่หลากหลาย โดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน จะช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบายวิธีการพิสูจน์ต่าง ๆ ออกมาได้ชัดเจน และมีวิธีการพิสูจน์โดยใช้หลักการคณิตศาสตร์มาใช้
2. ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง	1. นักเรียนจะแสดงวิธีการพิสูจน์ตามความคิดของตนเอง ใช้หลักการไม่ถูกต้อง ไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเขียนนั้นถูกหรือผิด 2. นักเรียนยังไม่สามารถนำสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามมาใช้ในการพิสูจน์ 3. นักเรียนยังไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์โดยใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบ ได้คำตอบมาได้อย่างไร	1. ครูควรฝึกทำแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ สร้างแรงจูงใจให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นที่จะพัฒนาตนเองในเนื้อหาที่ซับซ้อน 2. ครูควรให้นักเรียนฝึกฝนโดยแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนเกิดทักษะและกระบวนการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และให้นักเรียนใช้สมบัติ และทฤษฎีบท และบทนิยามในการแสดงวิธีการพิสูจน์ เป็นแนวทางที่ช่วยในการพิสูจน์

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 4.11 (ต่อ)

พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	พฤติกรรม	แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
2. ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง	4. นักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ถูกต้อง แต่เขียนสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบยังไม่สมบูรณ์ 5. นักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ชัดเจน คำตอบถูกต้อง แต่ขั้นตอนใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามยังไม่สมบูรณ์ 6. นักเรียนใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบได้มีขั้นตอนแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ไม่สมบูรณ์	3. ครูจัดการสอนหลากหลายโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน จะช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ออกมาได้ชัดเจน และมีวิธีการหาคำตอบโดยใช้หลักการคณิตศาสตร์มาใช้ และให้นักเรียนฝึกฝนโดยการทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ
3. ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์	1. นักเรียนจะแสดงวิธีการพิสูจน์ โดยใช้วิธีแทนสัญลักษณ์ตัวเลขลงในตัวแปรที่โจทย์กำหนดมาให้เพื่อแสดงวิธีทำ 2. นักเรียนไม่คุ้นเคยการใช้ตัวแปรในการแสดงวิธีการพิสูจน์ แต่จะใช้สัญลักษณ์ตัวเลขในการแสดงวิธีทำ 3. นักเรียนใช้การแทนค่าตัวเลขเพื่อแสดงให้เห็นว่าการพิสูจน์นั้นเป็นจริง แต่ยังขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม 4. นักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้บางส่วน และยังใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบยังไม่สมบูรณ์	1. ครูควรให้นักเรียนมีการพูด อธิบายการแสดงวิธีการพิสูจน์โดยใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบของตนเองกับครูเพื่อนร่วมชั้น และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ การจัดการเรียนการสอนโดยให้นักเรียนแสดงวิธีการพิสูจน์ของตนเอง 2. การเรียนเนื้อหาที่ซับซ้อน ครูต้องเขียนวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด และที่มาที่ไปของวิธีทำให้ชัดเจน และครูเสริมนักเรียนให้มีพูดคุย ข้อซักถาม และการอภิปรายนักเรียนแสดงให้เห็นถึงการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบของตนเองกับผู้อื่น

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 4.11 (ต่อ)

พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	พฤติกรรม	แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
4. ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง	1. นักเรียนขาดความรู้ ความเข้าใจในการพิสูจน์ และไม่สามารถนำมาแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ 2. นักเรียนจะแสดงวิธีการพิสูจน์ ตามความคิดของตนเองเพื่อแสดงให้เห็นว่าการพิสูจน์นั้นเป็นจริง 3. นักเรียนไม่เข้าใจวิธีแสดงการพิสูจน์ และขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบ 4. นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ถูกต้อง และใช้การอ้างเหตุผลให้การพิสูจน์เป็นไปตามบทพิสูจน์ 5. นักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้บางส่วน แต่ยังขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามได้ถูกต้อง 6. นักเรียนใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบได้บางส่วน แต่ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง	1. ครูต้องเขียนวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียดและที่มาของวิธีทำให้ชัดเจน เชื่อมโยงความรู้เก่ากับความรู้ใหม่ และเมื่อจะขึ้นเรื่องใหม่ ก็ต้องใส่ฐานของเรื่องใหม่ เช่น สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม และจะต้องให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดการเรียนรู้การอภิปรายโต้ตอบกันและแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง 2. ครูควรตระหนักว่าเป้าหมายนั้น มีความสำคัญ และมีคุณค่าในการเรียนของนักเรียน การพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์สามารถทำควบคู่ไปกับการสอนได้ทุกเรื่องโดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้คิดเองมากขึ้น เช่น จัดให้มีการอภิปราย ตั้งถามให้นักเรียนเล่าความคิด ชี้แจงเหตุผลประกอบ ซึ่งเป็นการแสดงวิธีการพิสูจน์อย่างง่าย เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น 3. ครูควรให้นักเรียนเขียนคำอธิบายหรือแสดงเหตุผลประกอบในการแสดงวิธีการพิสูจน์ ครูจะต้องพัฒนาศักยภาพของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้น นักเรียนจะรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิด

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ 4.11 พบว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ สำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ คือ ครูควรแสดงตัวอย่างวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด มักจะทำให้นักเรียนมีความคุ้นชินในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของครู ในการเรียนการสอนโดยให้นักเรียนแสดงวิธีการพิสูจน์ของตนเอง มีความหลากหลายวิธีการให้นักเรียนเข้าใจง่าย จัดการเรียนการสอนที่หลากหลาย โดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน จะช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบายวิธีการพิสูจน์ต่าง ๆ ออกมาได้ชัดเจน และมีวิธีการพิสูจน์โดยใช้หลักการคณิตศาสตร์มาใช้ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง คือ ครูควรให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ สร้างแรงจูงใจ สร้างบรรยากาศที่ให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นและสนใจในการเรียน มีการพัฒนาตนเองในการเรียนเนื้อหาที่ซับซ้อน ครูต้องเขียนขั้นตอนวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด และที่มาของวิธีทำให้ชัดเจน ควรให้นักเรียนฝึกฝนโดยแสดงวิธีการพิสูจน์ด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนเกิดทักษะและกระบวนการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และให้นักเรียนใช้สมบัติและทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบการแสดงวิธีการพิสูจน์ นักเรียนจะรู้สิ่งที่เป็นความคิด เป็นแนวทางที่ช่วยในการพิสูจน์ และจัดการเรียนการสอนที่หลากหลาย โดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน จะช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ออกมาได้ชัดเจน และมีวิธีการหาคำตอบโดยใช้หลักการคณิตศาสตร์มาใช้ และครูให้นักเรียนฝึกฝนโดยการทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ คือ ครูควรให้นักเรียนได้มีการพูด อธิบายการแสดงวิธีการพิสูจน์โดยใช้สมบัติ ทฤษฎีบทและบทนิยามประกอบของตนเองกับครู เพื่อนร่วมชั้น และให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ การจัดการเรียนการสอนโดยให้นักเรียนแสดงขั้นตอนวิธีการพิสูจน์ของตนเอง การเรียนเนื้อหาที่ซับซ้อน ครูต้องเขียนวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด และที่มาที่ไปของวิธีทำให้ชัดเจน และครูเสริมนักเรียนโดยการพูดคุย ข้อซักถาม และการอภิปราย นักเรียนจะแสดงให้เห็นถึงการใช้สมบัติ ทฤษฎีบทและบทนิยามประกอบของตนเองกับผู้อื่น และด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง คือ ครูต้องเขียนวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด และที่มาของวิธีทำให้ชัดเจน เชื่อมโยงความรู้เก่ากับความรู้ใหม่และเมื่อจะขึ้นเรื่องใหม่ ก็ต้องใส่ฐานของเรื่องใหม่ เช่น สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม และให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดการเรียนรู้การอภิปรายโต้ตอบกันและแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง ตระหนักว่าเป้าหมายนั้นมีความสำคัญมีคุณค่าในการเรียนของนักเรียน การพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์สามารถทำควบคู่ไปกับการสอนได้ทุกเรื่องโดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้คิดเองมากขึ้น เช่น จัดให้มีการอภิปราย ถามให้นักเรียนเล่าความคิด ชี้แจงเหตุผลประกอบ ซึ่งเป็นการแสดงวิธีการพิสูจน์อย่างง่ายเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจให้แจ่มชัดขึ้น ให้นักเรียนเขียนคำอธิบายหรือเหตุผลประกอบในการแสดงวิธีการพิสูจน์ ครูจะต้องพัฒนาศักยภาพของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้น นักเรียนจะรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิด

การศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ โดยจำแนกแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง จากผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ จากผลการศึกษาพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ โดยจำแนกพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนของนักเรียน ออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่ ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ และให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ดังนี้

ผลการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ สำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ โดยจำแนกพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนของนักเรียน ออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ และด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ จากระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ระดับอ่อนไปปานกลาง และระดับปานกลางไปเก่ง ดังตารางที่ 4.12

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ 4.12 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์จากระดับอ่อนไปปานกลาง และระดับปานกลางไปเก่ง

พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์	แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ อ่อน-ปานกลาง	แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ปานกลาง-เก่ง
1. ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์	ครูควรสร้างแรงจูงใจให้นักเรียน มีความกระตือรือร้นสนใจเรียน มีพัฒนาตนเองในการเรียนการสอนครูควรแสดงตัวอย่างหรือขั้นตอนวิธีการพิสูจน์อย่างละเอียด ทำให้นักเรียนมีความคุ้นชิน	การจัดการเรียนการสอนที่หลากหลายและกลวิธีการหาคำตอบให้เป็นขั้นตอน และจะต้องให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ การอภิปราย โต้ตอบกัน และแสดงวิธีหาคำตอบได้ด้วยตนเอง
2. ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง	ครูควรทบทวนสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามให้นักเรียน โดยจัดกิจกรรมถาม-ตอบ และสอนขั้นตอนวิธีพิสูจน์ ครูควรหาวิธีการใหม่ ๆ ให้เหมาะสมกับนักเรียน เช่น กิจกรรมกลุ่ม แทนการท่องจำสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม	ครูควรแนะนำวิธีการทำความเข้าใจ ที่เกี่ยวกับการพิสูจน์และหลักการทั่วไปในการแสดงวิธีการพิสูจน์ เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์ อธิบายขั้นตอนการทำ รวมถึงรูปแบบการคิดที่บอกถึงการพิสูจน์มีลำดับขั้นตอนวิธีทำที่หลากหลาย
3. ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์	ครูควรปรับพื้นฐานให้กับนักเรียน โดยให้นักเรียนฝึกทำโจทย์เกี่ยวกับการพิสูจน์ของสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามต่าง ๆ แทนการแสดงวิธีทำที่ใช้ตัวเลขในการหาคำตอบ เมื่อนักเรียนเริ่มเข้าใจ ครูเพิ่มการทำโจทย์การพิสูจน์ที่ง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน	ครูควรมีโจทย์ในการพิสูจน์ที่หลากหลายโดยฝึกให้นักเรียนพิสูจน์จากง่ายไปยาก สามารถพบได้บ่อยในเนื้อหาของบทเรียน และพัฒนาจากการใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ให้นักเรียนใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม เข้ามาช่วยในการพิสูจน์
4. ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง	ครูควรให้นักเรียนได้มีการพูด อธิบายแสดงความคิดเห็นและแสดงเหตุผลของตนเองกับครูและเพื่อนร่วมชั้น ให้นักเรียนได้วิเคราะห์ข้อมูลให้เหตุผลด้วยการเขียนบรรยาย และให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัด	ในการเรียนเนื้อหาที่ซับซ้อน ครูต้องเขียนขั้นตอนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบเสมอ เพื่อให้นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงเป็นลำดับขั้นตอนอย่างละเอียด และแสดงที่มาที่ไปของวิธีการทำให้ชัดเจน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ 4.12 พบว่า ศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์จากระดับอ่อนไปปานกลาง คือ ครูควรสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นและสนใจเรียน มีการพัฒนาตนเองในการเรียนการสอนครูควรแสดงตัวอย่างหรือขั้นตอนวิธีการพิสูจน์อย่างละเอียด ทำให้นักเรียนคุ้นชินในวิธีการพิสูจนต่าง ๆ และระดับปานกลางไปเก่ง คือ การจัดการเรียนการสอนที่หลากหลายและกลวิธีการหาคำตอบให้มีความเป็นขั้นตอน และจะต้องให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดการเรียนรู้ การอภิปราย โต้ตอบกันและแสดงวิธีคิดหาคำตอบได้ด้วยตนเอง ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้องจากระดับอ่อนไปปานกลาง คือ ครูควรทำการทบทวนสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามให้นักเรียน โดยจัดกิจกรรมถาม-ตอบ และสอนขั้นตอนวิธีการพิสูจน์ให้นักเรียน ครูควรหาขั้นตอนวิธีการใหม่ ๆ ที่เหมาะสมกับนักเรียน เช่น กิจกรรมกลุ่มหรือสื่อต่าง ๆ แทนการท่องจำสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม และระดับปานกลางไปเก่ง คือ ครูควรแนะนำวิธีการทำความเข้าใจเกี่ยวกับการพิสูจน์และหลักการทั่วไปในการแสดงวิธีการพิสูจน์ เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์อธิบายขั้นตอนการทำ รวมถึงรูปแบบการคิดที่บอกถึงการพิสูจน์ที่มีลำดับขั้นตอนวิธีทำที่หลากหลาย ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์จากระดับอ่อนไปปานกลาง คือ ครูควรสอนปรับพื้นฐานให้กับนักเรียน โดยให้นักเรียนฝึกทำโจทย์เกี่ยวกับการพิสูจน์ของสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามต่าง ๆ แทนการแสดงวิธีทำที่ใช้ตัวเลขในการหาคำตอบเมื่อนักเรียนเริ่มเข้าใจแล้ว ครูเพิ่มโดยให้นักเรียนฝึกทำโจทย์การพิสูจน์ที่ง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน และระดับปานกลางไปเก่ง คือ ครูควรมีโจทย์ในการพิสูจน์ที่หลากหลาย โดยฝึกให้นักเรียนพิสูจน์จากง่ายไปยาก สามารถพบได้บ่อยในเนื้อหาของบทเรียน และพัฒนาการใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ให้นักเรียนใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม เข้ามาช่วยในการพิสูจน์ และด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้องจากระดับอ่อนไปปานกลาง คือ ครูควรให้นักเรียนมีการพูด อธิบาย ความคิดเห็นและแสดงเหตุผลของตนเองกับครู เพื่อนร่วมชั้น ให้นักเรียนได้วิเคราะห์ข้อมูลและให้เหตุผลด้วยการเขียนบรรยาย และให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ และระดับปานกลางไปเก่ง คือ ในการเรียนเนื้อหาที่ซับซ้อนครูต้องเขียนขั้นตอนการให้เหตุผลประกอบทุกครั้ง เพื่อให้นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงเป็นลำดับขั้นตอนอย่างละเอียด และที่มาที่ไปของวิธีทำให้ชัดเจน

สรุปผลการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ พบว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์จากระดับอ่อนไปปานกลาง คือ ครูควรให้นักเรียนได้มีการพูด อธิบายการแสดงวิธีการพิสูจน์โดยใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบของตนเองกับครู เพื่อนร่วมชั้น และให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดสม่ำเสมอ สร้างแรงจูงใจ และบรรยากาศที่ให้นักเรียนมีความกระตือรือร้น และสนใจเรียนมีการพัฒนาตนเอง ในการเรียนการสอนครูควรแสดงตัวอย่างวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด ทำให้นักเรียนคุ้นชินในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของครู การจัดการเรียนการสอนโดยให้นักเรียนแสดงวิธีการพิสูจน์ของตนเอง มีความหลากหลายวิธีการให้นักเรียนเข้าใจง่าย ในการเรียนเนื้อหาที่ซับซ้อน

ครูต้องเขียนวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด และที่มาที่ไปของวิธีทำให้ชัดเจน เชื่อมโยงความรู้เก่ากับความรู้ใหม่ และเมื่อจะขึ้นเรื่องใหม่ ก็ต้องใส่ฐานของเรื่องใหม่ เช่น สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม และจะต้องให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดการเรียนรู้การอภิปรายโต้ตอบกันและแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง จากระดับปานกลางไปเก่ง คือ ในการเรียนเนื้อหาที่ซับซ้อน ครูต้องเขียนวิธีการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด และที่มาที่ไปของวิธีทำให้ชัดเจน การจัดการเรียนการสอนที่หลากหลาย โดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน จะช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบายวิธีการพิสูจน์ต่าง ๆ ออกมาได้ชัดเจน มีวิธีการพิสูจน์โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์เข้ามาใช้และให้นักเรียนฝึกฝน โดยแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ด้วยตนเอง เพื่อให้นักเรียนเกิดทักษะและกระบวนการการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และให้นักเรียนใช้สมบัติ และทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบในการแสดงวิธีการพิสูจน์ นักเรียนจะรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิด เป็นแนวทางที่ช่วยในการพิสูจน์ และการตัดสินความถูกต้องของวิธีการคิด ครูส่งเสริมนักเรียนโดยการพูดคุย ข้อซักถาม และการอภิปราย นักเรียนจะแสดงให้เห็นถึงการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบของตนเองกับผู้อื่น และมีโอกาสในการเพิ่มความเข้าใจในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ ครูควรตระหนักว่าเป้าหมายนั้นมีความสำคัญมีคุณค่าในการเรียนของนักเรียน พัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ สามารถทำควบคู่กับการสอนได้ทุกเรื่อง โดยจัดกิจกรรมให้นักเรียนได้คิดเองมากขึ้น เช่น จัดให้มีการอภิปราย ถามให้นักเรียนเล่าความคิด ชี้แจงเหตุผลประกอบซึ่งเป็นการแสดงวิธีการพิสูจน์อย่างง่าย ๆ เพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจให้แจ่มชัดขึ้น และในระดับเก่ง พบว่า ครูจัดการเรียนการสอนที่หลากหลายโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน จะช่วยให้นักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ออกมาได้ชัดเจน และมีวิธีการหาคำตอบโดยใช้หลักการคณิตศาสตร์มาใช้และครูให้นักเรียนฝึกฝนโดยการทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอและให้นักเรียนเขียนคำอธิบายหรือเหตุผลประกอบในการแสดงวิธีการพิสูจน์ ครูจะต้องพัฒนาศักยภาพของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้น นักเรียนจะรู้ถึงสิ่งที่เป็นความคิด รู้ว่าตนกำลังคิดอะไร และต้องการอะไรอันเป็นแนวทางที่ช่วยในเรื่องการพิสูจน์ข้อสรุปและการตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิดได้ดียิ่งขึ้น

บทที่ 5
สรุป อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ผู้วิจัยได้สรุปผลการวิจัยตามลำดับ ดังนี้

1. สรุป
2. อภิปรายผล
3. ข้อเสนอแนะ

5.1 สรุป

การวิจัยเรื่อง การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ สรุปผลการวิจัยได้ดังนี้

5.1.1 ผลการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ พบว่า ระดับความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง คิดเป็นร้อยละ 35 ($\overline{X}$ =10.57, $S.D.$ =1.84) 40 ($\overline{X}$ =20.69, $S.D.$ =4.06) และ 25 ($\overline{X}$ =32.10, $S.D.$ =3.42) และพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับอ่อนและปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 17.5 ($\overline{X}$ =10.86, $S.D.$ =1.81), 10 ($\overline{X}$ =21.75, $S.D.$ =2.38) ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง คิดเป็นร้อยละ 15 ($\overline{X}$ =11.17, $S.D.$ =1.34), 17.50 ($\overline{X}$ =21.43, $S.D.$ =3.29) และ 2.50 ($\overline{X}$ =32, $S.D.$ =0) ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ ที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับอ่อนและปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 12.5 ($\overline{X}$ =11, $S.D.$ =0.89), 7.5 ($\overline{X}$ =21.33, $S.D.$ =2.62) และด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับอ่อน ปานกลาง และเก่ง คิดเป็นร้อยละ 10 ($\overline{X}$ =12, $S.D.$ =1.22), 5 ($\overline{X}$ =25, $S.D.$ =1) และ 2.5 ($\overline{X}$ =38, $S.D.$ =0) ตามลำดับ

5.1.2 ผลการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ พบว่า ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์จากระดับอ่อนไปปานกลาง คือ ครูควรสร้างแรงจูงใจให้นักเรียน มีความกระตือรือร้นและสนใจในการเรียน มีการพัฒนาในการเรียนการสอนครูควรแสดงตัวอย่าง หรือขั้นตอนวิธีการพิสูจน์อย่างละเอียด ทำให้นักเรียนคุ้นชินในวิธีการพิสูจนต่าง ๆ และระดับปานกลางไปเก่ง คือ การจัดการเรียนการสอนให้มีความหลากหลาย

และวิธีการหาคำตอบให้เป็นขั้นตอน และต้องให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการจัดการเรียนรู้ การอภิปรายโต้ตอบกัน และแสดงวิธีคิดหาคำตอบได้ด้วยตนเอง ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้องจากระดับอ่อนไปปานกลาง คือ ครูควรทบทวนสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามให้นักเรียน โดยจัดกิจกรรมถาม-ตอบ และสอนขั้นตอนการพิสูจน์ให้กับนักเรียน ครูควรหาวิธีใหม่ ๆ ที่เหมาะสมกับนักเรียน เช่น กิจกรรมกลุ่ม แทนการท่องจำสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม และระดับปานกลางไปเก่ง คือ ครูควรแนะนำวิธีการทำความเข้าใจเกี่ยวกับการพิสูจน์และหลักการในการแสดงวิธีการพิสูจน์ เพื่อให้นักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์ อธิบายขั้นตอนการทำ รวมถึงรูปแบบการคิดที่บอกถึงการพิสูจน์ที่มีลำดับขั้นตอนวิธีทำที่หลากหลาย ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์จากระดับอ่อนไปปานกลาง คือ ครูควรสอนปรับพื้นฐานให้กับนักเรียน โดยให้นักเรียนฝึกทำโจทย์เกี่ยวกับการพิสูจน์ของสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม แทนการแสดงวิธีทำที่ใช้ตัวเลขในการหาคำตอบเมื่อนักเรียนเริ่มเข้าใจแล้ว ครูเพิ่มโดยให้นักเรียนฝึกทำโจทย์การพิสูจน์ที่ง่ายไม่ซับซ้อนมาก และระดับปานกลางไปเก่ง คือ ครูควรสร้างโจทย์ในการพิสูจน์ที่หลากหลายโดยฝึกให้นักเรียนพิสูจน์จากง่ายไปยาก สามารถพบได้บ่อยในเนื้อหาของวิชานั้นในบทเรียน และพัฒนาจากการใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ให้นักเรียนใช้สมบัติ ทฤษฎีบทและบทนิยามต่าง ๆ เข้ามาช่วยในการพิสูจน์ และด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้องจากระดับอ่อนไปปานกลาง คือ ครูควรให้นักเรียนได้มีการอธิบาย แสดงความคิดเห็น และแสดงเหตุผลของตนเองกับครู และเพื่อนร่วมชั้น ให้นักเรียนได้วิเคราะห์ข้อมูลและให้เหตุผลด้วยการเขียนบรรยาย และฝึกทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ และระดับปานกลางไปเก่ง คือ ในการเรียนเนื้อหาที่ซับซ้อน ครูควรเขียนขั้นตอนของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบทุกครั้ง เพื่อให้นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงเป็นลำดับขั้นตอนอย่างละเอียด

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

5.2 อภิปรายผล

ในการวิจัยเรื่อง การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ผลการวิจัยสามารถอภิปรายผลได้ดังนี้

5.2.1 ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับเก่ง คิดเป็นร้อยละ 25 ($\overline{X}$ =32.10, $S.D.$=3.42) พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 2.5 ($\overline{X}$ =32, $S.D.$=0) ด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง คิดเป็นร้อยละ 2.5 ($\overline{X}$ =38, $S.D.$=0) และความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 40 ($\overline{X}$ =20.69, $S.D.$=4.06) และระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 35 ($\overline{X}$ =10.57, $S.D.$=1.84) พฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 10 ($\overline{X}$ =21.75, $S.D.$=2.38) ระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 17.5 ($\overline{X}$ =10.86, $S.D.$=1.81)

ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 17.50 ($\overline{X}$ =21.43, $S.D.$ =3.29) ระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 15 ($\overline{X}$ =11.17, $S.D.$ =1.34) ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 7.50 ($\overline{X}$ =21.33, $S.D.$ =2.62) ระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 12.5 ($\overline{X}$ =11, $S.D.$ =0.89) และด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้องระดับปานกลาง คิดเป็นร้อยละ 5 ($\overline{X}$ =25, $S.D.$ =1) ระดับอ่อน คิดเป็นร้อยละ 10 ($\overline{X}$ =12, $S.D.$ =1.22) ทั้งนี้เนื่องมาจาก นักเรียนส่วนมากมีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับปานกลาง สาเหตุเพราะ นักเรียนมักมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับการพิสูจน์เรื่อง ระบบจำนวนจริง ที่แตกต่างกัน โดยนักเรียนส่วนใหญ่มีพื้นฐานเกี่ยวกับการนำสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามต่าง ๆ ไปใช้ในการแสดงขั้นตอนวิธีการพิสูจน์ได้บางส่วน และมักจะมีนักเรียนหลายคนยังขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบไม่สมบูรณ์ นักเรียนมีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับอ่อน สาเหตุเพราะ นักเรียนจะแสดงวิธีการพิสูจน์ตามความคิดของตนเอง ทั้งยังขาดความรู้ในเนื้อหา ไม่มีความรู้พื้นฐานและไม่สามารถนำมาแสดงวิธีการพิสูจน์ และมีนักเรียนหลายคนที่ยังไม่สามารถแสดงวิธีของการพิสูจน์ได้ โดยไม่ทราบว่าในสิ่งที่ตนเองเขียนนั้นจะถูกหรือผิด ขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม และนักเรียนที่มีความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับเก่ง สาเหตุเพราะนักเรียนสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้สมบูรณ์ และใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามได้ถูกต้อง ซึ่งสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ถูกต้อง มีความหลากหลายการนำเอาความรู้ของหลักการพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเขียนขั้นตอนของการพิสูจน์ที่ชัดเจน ซึ่งสอดคล้องกับ นฤเบศ ลาภยิ่งยง (2561, น. 37-45) กล่าวว่า การพัฒนารูปแบบการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์สามารถเขียนบทพิสูจน์โดยมักจะใช้เทคนิคการคิดไปข้างหน้า การคิดไปข้างหลัง หรือการผสมผสานกัน และจากผลการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษาสาขาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวน และสอดคล้องกับ ปิยะณัฐ ชัยเพ็ง (2559, น. 51-53) ได้ทำวิจัยเกี่ยวกับ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของด้านการแก้ปัญหา ด้านทฤษฎีบท สัญลักษณ์และภาษา และด้านทักษะและความรู้ จากสาเหตุของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกี่ยวกับ เศษส่วน ได้แก่ ขาดความรู้พื้นฐาน ขาดการตรวจสอบความถูกต้อง ขาดทักษะในการคูณและการหาร และขาดทักษะในการอ่านจับใจความ แปลความหมาย ดังที่ Luneta and Makonye (2010, pp. 35-45) ได้ศึกษาการวิเคราะห์ข้อผิดพลาด และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เพื่อตรวจสอบข้อสรุปของข้อผิดพลาด และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ของนักเรียนในรายวิชาแคลคูลัส ซึ่งจุดประสงค์ของงานวิจัยครั้งนี้ เพื่อศึกษาธรรมชาติของข้อผิดพลาด และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่นักเรียนตอบสนองต่อคำถามหรือโจทย์ จากการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนส่วนใหญ่นั้น มักเกิดจากช่องว่างทางความรู้ในเรื่องพีชคณิต อีกทั้งสอดคล้องกับ Schnepper and McCoy (2013, pp. 1-7) ที่ได้ทำวิจัยเกี่ยวกับ การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมปลาย จากการวิเคราะห์การหาจุดที่ผิดพลาดของนักเรียน โดยระหว่างระยะเวลาเรียนข้อผิดพลาดเหล่านี้ จะได้รับการเรียนการสอนใหม่

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

และในตอนท้ายของบทเรียน นักเรียนจะได้ทดสอบท้ายบท ซึ่งวัดในเรื่องของความรู้เชิงกระบวนการ และนอกจากนี้ Rafael Ramírez-Uclés and Juan F. Ruiz-Hidalgo (2022, pp. 1-21) ได้กล่าวว่า ในการพิสูจน์นั้น มักเป็นหัวข้อที่สำคัญในวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูง อีกทั้งยังเป็นส่วนที่สำคัญของรูปแบบทางการเรียนในทุกระดับของการศึกษา การให้เหตุผล คือ ข้อโต้แย้งที่มีการเรียกร้องให้มีการไตร่ตรองทางความคิดในเชิงลึก การจัดระเบียบความรู้ และการเปรียบเทียบของมุมมองต่าง ๆ เป็นหนึ่งในประเด็นสำคัญสำหรับการวิจัยเกี่ยวกับการพิสูจน์

5.2.2 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับอ่อนไปปานกลาง และระดับปานกลางไปเก่ง สำหรับพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ ระดับอ่อนไปปานกลาง ครูควรสร้างแรงจูงใจให้นักเรียนมีความกระตือรือร้น สนใจในการเรียน และยกตัวอย่างขั้นตอนวิธีการพิสูจน์อย่างละเอียด ให้มีความคุ้นชินในวิธีของการพิสูจน์ ระดับปานกลางไปเก่ง ครูควรจัดการเรียนการสอนที่หลากหลาย ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียนรู้ การอภิปราย แสดงวิธีการคิดได้ด้วยตนเอง ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ระดับอ่อนไปปานกลาง ครูควรเริ่มทบทวนสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม โดยจัดกิจกรรมที่เหมาะสมให้กับนักเรียน เช่น กิจกรรมกลุม แทนการท่องจำ ระดับปานกลางไปเก่ง ครูควรแนะนำวิธีการทำความเข้าใจเกี่ยวกับการพิสูจน์ และหลักการในการแสดงวิธีการพิสูจน์ รวมถึงรูปแบบการคิดที่บ่งบอกถึงการพิสูจน์มีลำดับขั้นตอนวิธีทำ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ ระดับอ่อนไปปานกลาง ครูควรสอนพื้นฐานให้กับนักเรียน โดยฝึกทำโจทย์ที่เกี่ยวกับการพิสูจน์แทนการแสดงวิธีทำที่ใช้ตัวเลขในการหาคำตอบ และเมื่อนักเรียนเริ่มเข้าใจแล้ว ครูให้นักเรียนฝึกทำโจทย์การพิสูจน์ที่ง่ายไม่ซับซ้อน ระดับปานกลางไปเก่ง ครูควรมีโจทย์การพิสูจน์ที่หลากหลาย ฝึกให้นักเรียนได้พิสูจน์จากง่ายไปยาก สามารถพบได้บ่อยในเนื้อหา และพัฒนาจากการใช้สัญลักษณ์ตัวเลขให้นักเรียนใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยาม มาช่วยในการพิสูจน์ และด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง ระดับอ่อนไปปานกลาง ครูควรให้นักเรียนอธิบายเหตุผลในการพิสูจน์ แสดงความคิดเห็นของตนเองกับครู และเพื่อนร่วมชั้น ระดับปานกลางไปเก่ง ครูควรให้นักเรียนฝึกทำแบบฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ และสอนเนื้อหาที่ซับซ้อน ครูควรอธิบายขั้นตอนวิธีการของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ประกอบทุกครั้ง เพื่อให้นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงเป็นลำดับขั้นตอนอย่างละเอียดแนวทางการพัฒนาความสามรถในการพิสูจน์ของนักเรียน ทั้งนี้เนื่องมาจาก พฤติกรรมของนักเรียน ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ คือ นักเรียนไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ให้อยู่ในรูปแบบของการพิสูจน์ได้ และนักเรียนยังขาดความรู้ในเนื้อหาไม่มีความรู้พื้นฐาน ไม่สามารถนำมาแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ และสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้บางส่วนแต่ไม่สามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ให้อยู่ในรูปแบบของการพิสูจน์ที่ถูกต้องได้ และยังขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามในการพิสูจน์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง คือ นักเรียนแสดงวิธีการพิสูจน์ตามความคิดของตนเอง โดยใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง ไม่ทราบว่าสิ่งที่ตนเขียนนั้นจะถูกหรือผิด

และนักเรียนยังไม่สามารถนำสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามมาใช้ในการพิสูจน์ ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ คือ นักเรียนจะแสดงวิธีการพิสูจน์ โดยใช้วิธีแทนสัญลักษณ์ตัวเลขลงในตัวแปรที่โจทย์กำหนดมาให้เพื่อแสดงวิธีทำ และไม่คุ้นเคยการใช้ตัวแปรในการแสดงวิธีการพิสูจน์ แต่จะใช้สัญลักษณ์ตัวเลขในการแสดงวิธีทำ และใช้การแทนค่าตัวเลขเพื่อแสดงให้เห็นว่าการพิสูจน์นั้นเป็นจริง แต่ยังขาดการใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบ ได้คำตอบมาได้อย่างไร และสามารถแสดงวิธีการพิสูจน์ได้บางส่วน แต่ยังใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามประกอบไม่สมบูรณ์ และด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง คือ นักเรียนยังขาดความรู้ ความเข้าใจในการพิสูจน์ และยังไม่สามารถที่จะนำมาแสดงวิธีการพิสูจน์ได้ และมักจะแสดงวิธีการพิสูจน์ ตามความคิดเห็นของตนเองเพื่อแสดงให้เห็นว่าการพิสูจน์นั้นเป็นจริง สาเหตุเพราะนักเรียนมีความสามารถทางการคิดวิเคราะห์ สรุปความคิด ใช้เหตุผลปรับเปลี่ยนวิธีใหม่ ๆ มองการพิสูจน์ได้อย่างเหมาะสม นักเรียนมักจะมองเห็นวิธีการพิสูจน์ที่น่าสนใจอยู่เสมอ ในขณะที่นักเรียนคนอื่นมองข้ามไปหรือมองไม่เห็นความน่าสนใจนั้น ๆ นักเรียนจะเรียนรู้วิธีการพิสูจน์ และสามารถเอาชนะการพิสูจน์นั้นได้ ไม่คิดว่าการพิสูจน์นั้นยากหรือง่ายเกินไป นักเรียนจะเรียนรู้จากการคิด และลองทำดูโดยไม่มีปัจจัยอื่นเข้ามาเกี่ยวข้อง สามารถทบทวนสิ่งที่ทำไป นักเรียนจะมีการตรวจสอบการพิสูจน์ของตนเองอย่างเป็นขั้นตอน เมื่อพบข้อผิดพลาดจะแก้ไขทันที หรือเมื่อได้รับข้อมูลใหม่ จะนำมาพิจารณา และปรับปรุงการพิสูจน์ให้ดีขึ้น จะมีการตรวจทานผลลัพธ์อยู่เสมอ ซึ่งสอดคล้องกับ นวพล นนทภา (2558, น. 7) ที่ได้กล่าวว่า ลักษณะมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางระบบจำนวน ของมโนทัศน์ด้านการพิสูจน์ แบ่งเป็น 4 ด้าน คือ การขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ การใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง การใช้ยกตัวอย่างแทนการพิสูจน์ และการให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง และสอดคล้องกับอาภาภรณ ทองทวี (2562, น. 9) ที่ได้เปรียบเทียบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ที่มีความสามารถทางพหุปัญญาที่เกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน จากการเปรียบเทียบนักเรียนส่วนใหญ่ มักจะเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของด้านทักษะและความรู้ รองลงมาคือ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนด้านทฤษฎีบท บทนิยาม และสัญลักษณ์ ดังที่ Egodawatte (2011, น. 96) ได้ทำวิจัยเกี่ยวกับ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในพีชคณิต พบจำนวนประเภทข้อผิดพลาดในแต่ละด้าน ซึ่งข้อผิดพลาดเกิดจากความคลาดเคลื่อนทางมโนทัศน์ในด้านตัวแปร และการขาดความเข้าใจในมโนทัศน์พื้นฐานของตัวแปร และนอกจากนี้ Prayogo, St Suwarsono and Siti Khabibah (2022, pp. 1-7) ได้ทำวิจัยเกี่ยวกับ กระบวนการของการจัดการความรู้ การแก้ปัญหาที่ยืดหยุ่นด้วยพื้นฐานทางความคิด และสัญลักษณ์ที่ใช้การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนมีทักษะในการจัดการแนวคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ต่ำ จะพบความยากในการค้นหาหรือเลือกขั้นตอนการแก้ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่รับรู้ข้อเท็จจริงพื้นฐานเพียงเล็กน้อย และยังไม่สามารถใช้ความสัมพันธ์ระหว่างแนวคิดกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังสอดคล้องกับ Ioannis Papadopoulos and Paraskevi Kyriakopoulou

(2022, p. 35) ที่ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาที่มีแนวโน้ม สำหรับความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดของหลักการทางคณิตศาสตร์ มักต้องใช้ความพยายาม ทำให้เกิดคำถามระหว่างทำกิจกรรม หลักการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม คือ นักเรียนสามารถตรวจสอบได้ว่าการให้เหตุผลนั้น เกี่ยวข้องกับความเข้าใจในโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อนทางเทคนิคในการใช้สัญลักษณ์ ทำให้เกิดข้อโต้แย้งในการพิสูจน์

5.3 ข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ ผู้วิจัยได้มีข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้ และเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป มีรายละเอียดดังนี้

5.3.1 ข้อเสนอแนะเพื่อนำผลการวิจัยไปใช้

5.3.1.1 ควรทบทวนความรู้เดิม เรื่อง ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง ก่อนเริ่มเนื้อหาใหม่ให้กับนักเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนมีความพร้อมในการเชื่อมโยงความรู้ใหม่กับความรู้เดิม และเตรียมความพร้อมในการใช้หลักการทางคณิตศาสตร์

5.3.1.2 ควรพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในด้านภาษาและสัญลักษณ์ ด้านการดำเนินการและคำนวณและการบิดเบือนทฤษฎีบทหรือบทนิยาม

5.3.1.3 ควรพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนที่มีคะแนนความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับอ่อน และปานกลาง ทั้งยังช่วยส่งเสริมและพัฒนาคลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY

5.3.2 ข้อเสนอแนะเพื่อทำการวิจัยครั้งต่อไป

5.3.2.1 ควรศึกษาแนวทางการพัฒนา ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ทราบถึงสิ่งที่ส่งผลต่อระดับการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และอาจสามารถนำแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนต่อไป

5.3.2.2 ควรศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ตามเนื้อหาของแต่ละระดับชั้น เพื่อให้ครอบคลุมในทุกรูปแบบของการพิสูจน์ตามเนื้อหาในเรื่องนั้น ๆ และทุกระดับชั้น

5.3.2.3 ควรศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ และพฤติกรรมที่มีความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์โดยที่เนื้อหาจะต้องมีความเหมาะสม

บรรณานุกรม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บรรณานุกรม

กรมวิชาการ. (2545). *คู่มือการจัดการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.

กรมวิชาการ. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กรรณิการ์ กวักเพชูรย์. (2541). *หลักการคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กรรณิกา คล่องกิจกล. (2527). *การศึกษาประสิทธิภาพแบบเรียนที่เน้นการวิเคราะห์กระบวนการคิดเรื่องฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้.* กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.* โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2564). *การทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน*. สืบค้นจาก https://www.niets.or.th

กาญจนา สนธิโพธิ์. (2527). *การศึกษาประสิทธิภาพแบบเรียนที่เน้นการวิเคราะห์กระบวนการคิดเรื่องลิมิตของฟังก์ชัน.* กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

กิติพัฒน์ นนทปัทมะดุลย์. (2547). *การวิจัยเชิงคุณภาพในสวัสดิการสังคม แนวคิดและวิธีวิจัย.* กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ.

ขจรศรี วรรณสถิตย์. (2544). *ปัญหาการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนิสิตวิชาคณิตศาสตร์ ระดับปริญญาตรี.* กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ขวัญ เพียซ้าย. (2547). *การศึกษาความสามารถในการเรียนเรื่องการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์โดยใช้ชุดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนสำคัญที่สุด ของนิสิตวิชาเอกคณิตศาสตร์ ระดับปริญญาตรี.* กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

จินตนา หลองทอง. (2559). *การศึกษาลักษณะเฉพาะของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการเรียนรู้ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.* มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

ชมนาด เชื้อสุวรรณทวี. (2542). *การสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ชาญชัย ยมดิษฐ์. (2548). *เทคนิควิธีการสอนร่วมสมัย.* กรุงเทพฯ: บริษัทหลักพิมพ์ จำกัด.

ไข่มุก เลื่องสุนทร. (2552). *การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับจำนวนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาราชบุรี เขต 1*.

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ธนูชัย ภูอุดม. (2524). *การศึกษาสรรถภาพในการพิสูจน์ว่าข้อความเป็นเท็จโดยการยกตัวอย่างค้าน ของนิสิตปีที่ 4 วิชาคณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาบัณฑิต.* กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ธนพรรษ พฤกษะวัน. (2560). *การศึกษาความสามารถและปัญหาในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักศึกษาหลักสูตรศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยสวนดุสิต*.

นวพล นนทภา. (2558). *การพัฒนากลวิธีในการแก้ไขมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางระบบจำนวน ของนักศึกษาระดับปริญญาตรี*. มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

นวลศรี ชำนาญกิจ. (2550). *ผลการสอนโดยใช้ลำดับขั้นของไดนา แวน ฮีลี ที่มีต่อระดับการคิด ทางเรขาคณิตตามตัวแบบแวน ฮีลีและความสามารถในการพิสูจน์ทางเรขาคณิตของนักศึกษา สาขาวิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์.* มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์.

นวรัตน์ สุภสินธุ์. (2525). *การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนิสิตระดับปริญญาตรีปีที่ 1 เรื่องเซตและระบบจำนวน โดยการสอนที่เน้นการยกตัวอย่างค้านกับการสอนปกติ.* กรุงเทพฯ: บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

นฤเบศ ลาภยิ่งยง. (2554). *หลักการคณิตศาสตร์.* นครราชสีมา: มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา.

นฤเบศ ลาภยิ่งยง. (2561). *การพัฒนารูปแบบของการจัดการเรียนรู้การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์.* นครราชสีมา: มหาวิทยาลัยราชภัฏ นครราชสีมา.

นิภา เมธาวิชัย. (2543). *วิทยาการวิจัย.* กรุงเทพฯ: สถาบันราชภัฏธนบุรี.

ปิยะณัฐ ชัยเพ็ง. (2559). *การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเศษส่วน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1.* มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

ประเสริฐ เสียงดี. (2527). *การศึกษาปรัชญาทางคณิตศาสตร์และการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์.* เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

ปัญญาพร เชื้อมั่ง. (2563). *การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ เรื่อง เส้นขนาน ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ด้วยวิธีการสร้างข้อความคาดการณ์ และพิสูจน์ ร่วมกับโปรแกรม GeoGebra.* กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

บุญชม ศรีสะอาด. (2560). *การวิจัยเบื้องต้น.* (พิมพ์ครั้งที่ 10). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์. (2542). *เทคนิคการสร้างเครื่องมือรวบรวมข้อมูลสำหรับการวิจัย.* (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: เจริญดีการพิมพ์.

บุญเสริม ยุพจันทร์. (2547). *การพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์เรขาคณิต ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยจัดกิจกรรมตามลำดับขั้นของแวน ฮีลี.* มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร, กรุงเทพฯ.

บุญเชิด ภิญโญอนันตพงษ์. (2527). *การทดสอบอิงเกณฑ์ แนวคิดและวิธีการ.* กรุงเทพฯ: โอเดียนสโตร์.

พรธิดา สุขกรม. (2557). *การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษา มัธยมศึกษา เขต 1 และเขต 2.* วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พิชากร แปลงประสพโชค. (2518). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ในการเรียนโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น.* กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร.

พัฒนี อุดมกะวานิช. (2541). *หลักการคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ไพศาล วรคำ. (2562). *การวิจัยทางการศึกษา (Educational Research).* (พิมพ์ครั้งที่ 1) มหาสารคาม: ตักสิราการพิมพ์.

มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช. (2547). *เอกสารชุดการสอนวิชาสื่อการสอนระดับประถมศึกษา.* (พิมพ์ครั้งที่ 21). นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ยุพิน พิพิธกุล. (2542). *การเรียนการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.

ยุพิน พิพิธกุล. (2545). *การสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย.

ยุพิน พิพิธกุล และปรีชา เนาว์เย็นผล. (2554). *รูปแบบการเรียนการสอนพิสูจน์ในประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์.* นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

รวีวรรณ ชินตระกูล. (2547). *วิธีวิจัยการศึกษา.* กรุงเทพฯ: พิมพ์ลักษณ์โรงพิมพ์.

ราชบัณฑิตยสถาน. (2556). *พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. 2554 เฉลิมพระเกียรติพระบาทสมเด็จพระเจ้าอยู่หัว เนื่องในโอกาสพระราชพิธีมหามงคลเฉลิมพระชนมพรรษา 7 รอบ 5 ธันวาคม 2554.* กรุงเทพฯ: ราชบัณฑิตยสถาน.

วัชระ น้อยมี. (2551). *การพัฒนาชุดการเรียนคณิตศาสตร์แบบสืบสวนสอบสวน เรื่องการให้เหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมทักษะการให้เหตุผล ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.* มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติขั้นพื้นฐาน. (2564). สืบค้นจากhttps://www.niets.or.th

สธญ ภู่คงและอ้อมเดือน สดมณี. (2549). *การวิจัยเชิงคุณภาพเบื้องต้น.* กรุงเทพฯ: สถาบันวิจัยพฤติกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สมนึก ภัททิยธนี. (2546). *การวัดผลการศึกษา.* (พิมพ์ครั้งที่ 4). กาฬสินธุ์: โรงพิมพ์ประสานการพิมพ์.

สมพร พลขันธ์. (2555). *การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2.* วิทยานิพนธ์ครุศาสตรมหาบัณฑิต. มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). *บทสรุปโครงการศึกษาแนวโน้มการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ร่วมกับนานาชาติ พ.ศ. 2550.*

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *การวัดผลและประเมินผลคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สาวิทตรี อุ่นทองศิริ. (2563). *ความสามารถในการพิสูจน์ของทางเรขาคณิต เรื่อง การให้เหตุผลทางเรขาคณิต ผ่านการจัดการเรียนรู้โดยเทคนิคผังกราฟิกร่วมกับกระบวนการเรียนรู้แบบสืบสอบของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2*. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สุวัฒนา อุทัยรัตน์. (2539). *การนำเสนอรูปแบบการพัฒนากำลังคนด้านการศึกษาคณิตศาสตร์: รายงานการวิจัย.* กรุงเทพฯ: ฝ่ายวิจัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุเทพ ทองอยู่. (2529). *การให้เหตุผลในประมวลสาระชุดวิชาตรรกศาสตร์ เซต และทฤษฎี จำนวน.* นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

สุเทพ ทองอยู่. (2533). *ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในเอกสารประกอบการอบรมครูคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: คณะวิทยาศาสตร์มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สำรวน ชินจันทึก และคณะ. (2561). *การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น.* (พิมพ์ครั้งที่ 26). ขอนแก่น: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

อรนุช ศรีสะอาดและคณะ. (2550). *การวัดและประเมินผลการศึกษา.* พิมพ์ครั้งที่ 2. กาฬสินธุ์: ประสานการพิมพ์.

อาภรณ์รัตน์ สารทัศนานันท์. (2544). *การสร้างชุดการเรียนเรื่องการพิสูจน์ในวิชาคณิตศาสตร์สำหรับนักศึกษาโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์.* สถาบันราชภัฏเลย.

อาภาภรณ ทองทวี. (2562). *การเปรียบเทียบมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน เรื่อง ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับจำนวนจริง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีความสามารถทางพหุปัญญาที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน.* มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.

อัมพร ม้าคนอง. (2553). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาเพื่อการพัฒนา.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2558). *ครูคณิตศาสตร์สำหรับมัธยมศึกษา.* กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Atwood, Peter R. (2001). *Learning to construct Proofs in a First Course on Mathematical Proof.* (Online). Available: http://dbonline.lib.cmu.ac.th/dao.detail.nsp

American Heritage Dictionary. (2005). *Sciene Dictionary*. Boston, MA : Houghton Miffin Company.

Barcellos, A. (2005). *Mathematics Misconceptions of College-age Algebra Students.* Unpublished Doctoral Dissertation, University of California, Davis.

Bittinger, M. L. (1972). *Logic and Proof*. Massachusette : Addison-Wesley.

Bobango, J. C. (1988). *Van Hiele levels of geometric thought and student achievement in standard content and proof writing : the effect of phase-based instruction.* Doctoral dissertation, The Pennsylvania State University, 1987. Dissertation Abstracts International 48: 2566-A.

Brandt, R. (1984). Teaching of thinking, for thinking, about thinking. *Educational Leadership*, 42(1), 3.

Brown, B. R. (1998). *An Analysis of the Perceived Effectiveness of School-Based Management by School and Community Stakeholders*. Dissertation Abstracts International. N.P.

Carrol, William M. (1998). *Geometric Knowledge of Middle School Students in a Reform-base Mathematics Curriculum." School Science and Mathematics Curriculum.* 98: 188-197.

Cook – Bax, Janice Elaine. (1997). *An Investigation of the Differential effect of Mira Manipulative use on Secondary Students' development of geometric Proofs involving perpendicular bisectors in polygons*. Dissertation Abstracts. 57(12): 5088- A.

Courtney Erin Driggs Lark (2015). *Identifying pioneers of tomorrow: a study of the relationship between middle school students' innovator skills and stem interests.* (Creighton University in Partial Fulfillment of the Requirements for the degree of Doctor).

Greenwood, J. J. (1993). *On the nature of teaching and assessing mathematics power and mathematics thinking*. Arithmetic Teacher. 41(3): 144-152.

Guilford, J. P. & Hoepfner, R. (1971). *The analysis of human intelligence*. New York: McGraw-Hill.

Hart, Eric W. (1986). *An Exploratory Study of The Proof-Writing Performance of College Students in Elementary Group Theory*. (Online). Available: http://dbonline.lib.cmu.ac.th/dao/detail.nsp

Hersh, R. (1993). *Proving is Convincing and Explaining.* Educational Studies in Mathematics. 24(4): 389-399.

Hilgard, E. R. (1962). *Introduction to Psychology*. New York: Harcourt, Brace and World Irving M. Copi, Introduction to Logic. New York: The Macmillan Co.

Hopkins, D. & Antes, C. (1990). *Classroom measurement and Evaluation.* Illinois: Publishers, Inc.

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY

James and James. (1976). *Mathematics Dictionary*. New York.

Lesher, Ronald E. (1971). *A study of Logical Thinking in Grade Four through Seven.* Dissertation Abstracts International. 32(5): 2487-A.

Markel. W. D. (1994). *The Role of Proof in Mathematics Education*. School Science and Mathematics. 94(6): 291-295.

Morah, Ronald P. (1991). *Bridge to Abstract Mathematics : Mathematical Proof and Structures.* New York: McGraw-Hill.

Moore, Robert Crumley. (1990). *College Students' Difficulties in Learning to Do Mathematics Proofs.* Ed.D. Athens: The University of Georgia. Photocopied.

Movahovitz-Hadar, N., O. Zaslavsky and S. Inbar. (1987). *Analyzing and Modeling Arithmetic.* Journal for Research in Mathematic Education. 18(1).

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics.* Reston, VA: NCTM.

Pallrand, G. J. (1979). *The trainsition to Formal Thought.* Journal research in Science Teaching. 5(6): 445-451.

Piaget, J. and Inhelder B. (1969). *The Psychology of the Child*. New York: Perseus.

Saeed, R. M. (1997). *An Exploratory Study of College Students' Understanding of Mathematical Proof and Relationship of this Understanding to their Attitude Mathematics.* Dissertation abstract 57(10): 4300-A.

Senk, S. L. (1989). *Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs.* Journal for Research in Mathematics Education 20: 309-321.

Stiggins, R. (1997). *Student-centered classroom assessment*. New Jersey: Prentice-Hell.

Solow, D. (1982). *How to Read and do Proofs*. New York: Wiley.

Solow, D. (2002). *How to Read and Do Proofs*. New York: John Wiley and Sons Inc.

Thompson, Denisse R. (1996). *Learning and Teaching Indirect Proof*. The Mathematics Teacher. 89(6): 474-478.

Wilson, S. P. (1993). *Research Idea for the Classroom High School Mathematics*. New York: NCTM.

ภาคผนวก

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก ก

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

****

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์มีจุดประสงค์ศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. แบบทดสอบมีจำนวน 10 ข้อ ในการทำแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ กรุณาตอบคำถามให้ครบทุกข้อ คำตอบของท่านจะมีค่ายิ่งสำหรับงานวิจัยนี้ ข้อมูลที่ท่านตอบผู้วิจัยจะเก็บเป็นความลับและไม่มีผลทำให้โรงเรียนท่านได้รับความเสียหายใด ๆ ทั้งสิ้น โดยผู้วิจัยจะเสนอผลในภาพรวมอันจะเป็นประโยชน์ต่อการศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
3. การตรวจให้คะแนนพิจารณาตามหลักเกณฑ์ ดังนี้

คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
4	แสดงการพิสูจน์ชัดเจน สมบูรณ์ และใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามถูกต้อง
3	แสดงการพิสูจน์ไม่ชัดเจน แต่ใช้สมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามได้ถูกต้อง
2	แสดงการพิสูจน์ไม่ชัดเจน คำตอบถูกต้อง หรือแสดงการพิสูจน์ได้ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง
1	แสดงการพิสูจน์ไม่ชัดเจน และคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง
0	นักเรียนไม่สามารถแสดงการพิสูจน์ได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ผู้วิจัยหวังเป็นอย่างยิ่งว่า จะได้รับความอนุเคราะห์ในการทำแบบทดสอบจากท่านเป็นอย่างดี และขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

นางสาวปิยะธิดา แสนเสาร์
นักศึกษาปริญญาโท สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

แบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

ชื่อ-สกุล ..... ชั้น ..... เลขที่ .....

1. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า ถ้า $a+b=a+c$ แล้ว $b=c$

   พิสูจน์ .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

2. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า ถ้า $a+b=b$ แล้ว $a=0$

   พิสูจน์ .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

   .....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า ถ้า $a+b=0$ แล้ว $a=-b$

<u>พิสูจน์</u> .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า ถ้า $ac=bc$ และ $c\neq 0$ แล้ว $a=b$

<u>พิสูจน์</u> .....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง โดยที่ $b \neq 0$ จงพิสูจน์ว่า ถ้า $ab = b$ แล้ว $a = 1$

<u>พิสูจน์</u> .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว $(b+c)a = ba + ca$

<u>พิสูจน์</u> .....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า $a(-b)=-(ab)$

พิสูจน์ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า $a(b-c)=ab-ac$

พิสูจน์ .....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $a \neq 0$ และ $b \neq 0$ จงพิสูจน์ว่า $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$

<u>พิสูจน์</u> .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. กำหนดให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $b \neq 0$, $c \neq 0$ และ $d \neq 0$

จงพิสูจน์ว่า $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

<u>พิสูจน์</u> .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลย แบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

1. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า ถ้า $a+b=a+c$ แล้ว $b=c$

   พิสูจน์ ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ ซึ่ง

   $$a+b=a+c$$

   จะได้ $(-a)+(a+b)=(-a)+(a+c)$ (สมบัติการบวกด้วยจำนวนเดียวกัน)

   $((-a)+a)+b=((-a)+a)+c$ (สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการบวก)

   $0+b=0+c$ (สมบัติการมีตัวผกผันของการบวก)

   $b=c$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการบวก)

   ดังนั้น ถ้า $a+b=a+c$ แล้ว $b=c$

2. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า ถ้า $a+b=b$ แล้ว $a=0$

   พิสูจน์ ให้ $a+b=b$

   เนื่องจาก $b=0+b$ (สมบัติมีเอกลักษณ์สำหรับการบวก)

   จะได้ $a+b=0+b$ (สมบัติการถ่ายทอด)

   $a=0$ (ทฤษฎีบท 2.1)

   ดังนั้น ถ้า $a+b=b$ แล้ว $a=0$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ จงพิสูจน์ว่า ถ้า $a+b=0$ แล้ว $a=-b$

   พิสูจน์ ให้ $a+b=0$

   เนื่องจาก $0=(-b)+b$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการบวก)

   จะได้ $a+b=(-b)+b$ (สมบัติการถ่ายทอด)

   $a=-b$ (ทฤษฎีบท 2.1)

   ดังนั้น ถ้า $a+b=0$ แล้ว $a=-b$

4. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า ถ้า $ac=bc$ และ $c\neq 0$ แล้ว $a=b$

   พิสูจน์ ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ $ac=bc$ และ $c\neq 0$

   จะได้ $(ac)c^{-1}=(bc)c^{-1}$

   $a(cc^{-1})=b(cc^{-1})$ (สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ)

   $a\cdot 1=b\cdot 1$ (สมบัติการมีตัวผกผันของการคูณ)

   $a=b$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์ของการคูณ)

   ดังนั้น ถ้า $ac=bc$ และ $c\neq 0$ แล้ว $a=b$

5. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่ $b \neq 0$ จงพิสูจน์ว่า ถ้า $ab = b$ แล้ว $a = 1$

<u>พิสูจน์</u> ให้ $ab = b$

$ba = b$ (สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ)

$b^{-1}(ba) = b^{-1} \cdot b$ (สมบัติการคูณด้วยจำนวนเดียวกัน)

$(b^{-1}b)a = b^{-1}b$ (สมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการคูณ)

$1 \cdot a = 1$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการคูณ)

$a = 1$ (สมบัติการมีเอกลักษณ์สำหรับการคูณ)

ดังนั้น ถ้า $ab = b$ แล้ว $a = 1$ โดยที่ $b \neq 0$

6. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว $(b+c)a = ba + ca$

<u>พิสูจน์</u> เนื่องจาก $(b+c)a = a(b+c)$ (สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ)

$= ab + ac$ (สมบัติการแจกแจงทางซ้าย)

$= ba + ca$ (สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ)

นั่นคือ $(b+c)a = ba + ca$

7. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า $a(-b) = -(ab)$

<u>พิสูจน์</u> เนื่องจาก $a(-b) + ab = a(-b+b)$ (สมบัติการแจกแจงทางซ้าย)

$= a \cdot 0$ (สมบัติการมีตัวผกผันสำหรับการบวก)

$= 0$ (ทฤษฎีบท 2.6)

นั่นคือ $a(-b) = -(ab)$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

8. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า $a(b-c) = ab - ac$

<u>พิสูจน์</u> ให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

จะได้ $a(b-c) = a[b+(-c)]$ (บทนิยาม 1)

$= ab + a(-c)$ (สมบัติการแจกแจง)

$= ab + (-ac)$ (ทฤษฎีบท 2.1)

$= ab - ac$ (บทนิยาม 1)

ดังนั้น $a(b-c) = ab - ac$

9. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $a \neq 0$ และ $b \neq 0$ จงพิสูจน์ว่า $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$

<u>พิสูจน์</u> เนื่องจาก $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \left(ab^{-1}\right)^{-1}$ (ทฤษฎีบท 2.1)

$= a^{-1}\left(b^{-1}\right)^{-1}$ (ทฤษฎีบท 2.14)

$= a^{-1}b$ (ทฤษฎีบท 2.10)

$= ba^{-1}$ (สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ)

$= \frac{b}{a}$ (ทฤษฎีบท 2.1)

นั่นคือ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$ เมื่อ $a \neq 0$ และ $b \neq 0$

10. กำหนดให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $b \neq 0$, $c \neq 0$ และ $d \neq 0$ จงพิสูจน์ว่า

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$$

<u>พิสูจน์</u> เนื่องจาก $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right)^{-1}$ (ทฤษฎีบท 2.1)

$= \left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{d}{c}\right)$ (ทฤษฎีบท 2.17)

$= \frac{ad}{bc}$ (ทฤษฎีบท 2.16)

นั่นคือ $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$ เมื่อ $b \neq 0$, $c \neq 0$ และ $d \neq 0$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบสัมภาษณ์ความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

วันที่ .....เดือน .....พ.ศ. .....เวลา .....

1. นักเรียนที่มีพฤติกรรมความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับอ่อน มีแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. นักเรียนที่มีพฤติกรรมความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง มีแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3. นักเรียนที่มีพฤติกรรมความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับเก่ง มีแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ภาคผนวก ข

การหาคุณภาพเครื่องมือ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบประเมินความสอดคล้อง
ของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำชี้แจง: โปรดพิจารณาความสอดคล้องของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

พิจารณาแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์แต่ละข้อต่อไปนี้ โดยใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในช่อง ☐ ระดับคุณภาพ กำหนดให้ความหมายเกณฑ์ประเมิน ดังนี้

☐ สอดคล้อง มีค่า +1
☐ ไม่แน่ใจ มีค่า 0
☐ ไม่สอดคล้อง มีค่า -1

ตามความคิดเห็นของท่าน พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลหรือข้อเสนอแนะในการปรับปรุงของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จุดประสงค์การเรียนรู้	คำถาม	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ		
		+1	0	-1
1. บอกสมบัติในระบบจำนวนจริงได้	1. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า ถ้า $a+b=a+c$ แล้ว $b=c$			
2. นำสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามในระบบจำนวนจริงไปใช้ได้	2. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า ถ้า $a+b=b$ แล้ว $a=0$			
	3. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า ถ้า $a+b=0$ แล้ว $a=-b$			
	4. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า ถ้า $ac=bc$ และ $c\neq 0$ แล้ว $a=b$			
	5. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง โดยที่ $b\neq 0$ จงพิสูจน์ว่า ถ้า $ab=b$ แล้ว $a=1$			
	6. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว $(b+c)a=ba+ca$			

มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร RAJABHAT SAKON NAKHON UNIVERSITY

จุดประสงค์การเรียนรู้	คำถาม	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ		
		+1	0	-1
1. บอกสมบัติในระบบจำนวนจริงได้ 2. นำสมบัติ ทฤษฎีบท และบทนิยามในระบบจำนวนจริงไปใช้ได้	7. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า $a(-b)=-(ab)$			
	8. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริง จงพิสูจน์ว่า $a(b-c)=ab-ac$			
	9. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $a\neq 0$ และ $b\neq 0$ จงพิสูจน์ว่า $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1}=\frac{b}{a}$			
	10. กำหนดให้ $a, b,$ c และ d เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $b\neq 0,$ c $\neq 0$ และ $d\neq 0$ จงพิสูจน์ว่า $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{ad}{bc}$			
	11. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $ab=0$ แล้ว $a=0$ หรือ $b=0$			
	12. กำหนดให้ a เป็นจำนวนจริงใด ๆ ถ้า $a\neq 0$ แล้ว $\left(a^{-1}\right)^{-1}=a$			

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้ประเมิน

(.....)

...../...../.....

แบบประเมินความสอดคล้องของแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง

คำชี้แจง: โปรดพิจารณาความสอดคล้องของแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง พิจารณาแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง แต่ละข้อต่อไปนี้

โดยใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในช่อง ☐ ระดับคุณภาพ กำหนดให้ความหมายเกณฑ์ประเมิน ดังนี้

☐ สอดคล้อง มีค่า +1

☐ ไม่แน่ใจ มีค่า 0

☐ ไม่สอดคล้อง มีค่า -1

ตามความคิดเห็นของท่าน พร้อมทั้งอธิบายเหตุผลหรือข้อเสนอแนะในการปรับปรุง

เนื้อหา	คำถาม	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ		
		+1	0	-1
การพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบจำนวนจริง	1. นักเรียนที่มีพฤติกรรมความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับอ่อน มีแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างไร			
	2. นักเรียนที่มีพฤติกรรมความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับปานกลาง มีแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างไร			
	3. นักเรียนที่มีพฤติกรรมความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ระดับเก่ง มีแนวทางการพัฒนาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์อย่างไร			

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ข้อเสนอแนะ.....

.....

.....

ลงชื่อ ..... ผู้ประเมิน

(.....)

...../...../.....

ตารางที่ ข.1 ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างข้อคำถาม (IOC) ของแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง จากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน

ข้อที่	ผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

จากตารางที่ ข.1 พบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้อง (Intex of Congruence) ของแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง ที่วิเคราะห์โดยผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด 3 ท่าน ซึ่งแต่ละข้อมีค่า IOC เท่ากับ 1 ซึ่งแสดงว่าแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้างทุกข้อสามารถนำไปใช้ได้ทั้งหมด

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ข.2 ผลการวิเคราะห์ความสอดคล้องระหว่างข้อคำถาม (IOC) ของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จากผู้เชี่ยวชาญ 3 ท่าน

คำถามข้อที่	ความคิดเห็นผู้เชี่ยวชาญ			รวม	IOC	แปลผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
10	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
11	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง
12	+1	+1	+1	3	1	สอดคล้อง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ ข.2 พบว่า ค่าดัชนีความสอดคล้อง (Intex of Congruence) ของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่วิเคราะห์โดยผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด 3 ท่าน ซึ่งแต่ละข้อมีค่า IOC เท่ากับ 1 แสดงว่าคำถามทุกข้อสามารถนำไปใช้ได้ทั้งหมด

ตารางที่ ข.3 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คำถามข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	แปลผล
1	0.59	0.60	ใช้ได้
2	0.52	0.41	ใช้ได้
3	0.46	0.55	ใช้ได้
4	0.44	0.52	ใช้ได้
5	0.56	0.45	ใช้ได้
6	0.53	0.50	ใช้ได้
7	0.40	0.55	ใช้ได้
8	0.43	0.44	ใช้ได้
9	0.58	0.45	ใช้ได้
10	0.47	0.58	ใช้ได้
11	0.55	0.60	ใช้ได้
12	0.41	0.53	ใช้ได้
ความเชื่อมั่น (α) เท่ากับ 0.80			

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ ข.3 พบว่า ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่วิเคราะห์โดยผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด 3 ท่าน คำถามทุกข้อสามารถนำไปใช้ได้ทั้งหมด

ภาคผนวก ค

ความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

ความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ จำแนกออกเป็น 4 ด้าน ได้แก่

1. ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์
2. ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง
3. ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์
4. ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง

ตารางที่ ค.1 ความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คนที่	ความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์			
	1. ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์	2. ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง	3. ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์	4. ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง
1	-	ข้อ 2, 5, 7, 8	ข้อ 9	ข้อ 3
2	ข้อ 1, 3, 4, 6, 8	-	ข้อ 2	-
3	-	ข้อ 2, 9	-	ข้อ 1, 4, 7
4	ข้อ 4	ข้อ 7, 10	ข้อ 2, 5, 6	-
5	ข้อ 2, 6	ข้อ 4	ข้อ 7	-
6	ข้อ 3, 6, 8	-	-	ข้อ 10
7	-	ข้อ 8	ข้อ 4, 6, 9	-
8	ข้อ 8	ข้อ 5, 10	-	ข้อ 2
9	-	-	ข้อ 3, 4, 7	ข้อ 6
10	ข้อ 1, 6	ข้อ 5	-	-
11	ข้อ 6	-	ข้อ 5	ข้อ 3, 8
12	-	ข้อ 2, 5	-	ข้อ 1
13	ข้อ 1, 5, 10	-	ข้อ 3	-
14	ข้อ 5	-	ข้อ 1	ข้อ 3, 8
15	-	ข้อ 1, 8, 9	ข้อ 4	-
16	ข้อ 5	-	-	ข้อ 2, 6

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ค.1 (ต่อ)

คนที่	ความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์			
	1. ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์	2. ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง	3. ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์	4. ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง
17	ข้อ 1, 9	ข้อ 6	-	ข้อ 5
18	-	ข้อ 2, 8	ข้อ 5	-
19	ข้อ 5	-	ข้อ 2, 9	ข้อ 4
20	-	ข้อ 3, 7	-	-
21	-	ข้อ 4, 9, 10	-	ข้อ 2
25	ข้อ 8	ข้อ 1, 6	-	ข้อ 10
26	-	-	ข้อ 2, 4, 7	ข้อ 6, 9
27	ข้อ 1, 7	ข้อ 9	ข้อ 3	-
28	-	-	ข้อ 2, 5, 9	ข้อ 6, 7
29	-	ข้อ 4, 8, 10	-	-
30	ข้อ 8	-	ข้อ 5	ข้อ 2, 4
31	ข้อ 2	ข้อ 4, 8	-	ข้อ 6
32	ข้อ 1, 5	-	-	ข้อ 5
33	ข้อ 7	-	-	ข้อ 2, 4, 8
34	-	ข้อ 3, 5, 10	ข้อ 6	-
35	ข้อ 8	ข้อ 1, 4	-	ข้อ 6
36	-	ข้อ 3, 7, 10	ข้อ 5	-
37	-	-	ข้อ 1, 5	-
38	ข้อ 4, 7	-	-	-
39	ข้อ 3, 4, 10	ข้อ 7	-	-
40	-	ข้อ 6, 10	ข้อ 8	-

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ ค.1 พบว่า ความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง 45 ครั้ง ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ 41 ครั้ง ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ 36 ครั้ง และด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง 34 ครั้ง

ตารางที่ ค.2 ความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์มากที่สุดของนักเรียน ของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

คนที่	ความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
1	ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง
2	ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์
3	ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง
4	ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์
5	ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์
6	ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์
7	ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์
8	ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง
9	ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์
10	ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์
11	ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง
12	ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง
13	ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์
14	ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง
15	ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง
16	ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง
17	ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์
18	ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง
19	ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์
20	ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง
21	ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง
22	ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง
23	ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์
24	ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์
25	ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง

(ต่อ)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตารางที่ ค.2 (ต่อ)

คนที่	ความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
26	ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์
27	ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์
28	ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์
29	ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง
30	ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง
31	ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง
32	ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์
33	ให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง
34	ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง
35	ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง
36	ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง
37	ใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์
38	ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์
39	ขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์
40	ใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จากตารางที่ ค.2 พบว่า ความคลาดเคลื่อนในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ด้านใช้หลักการในการทำไม่ถูกต้อง 14 คน ด้านขาดความรู้พื้นฐานในการพิสูจน์ 11 คน ด้านใช้สัญลักษณ์แทนการพิสูจน์ 8 คน และด้านให้เหตุผลในการพิสูจน์ไม่ถูกต้อง 7 คน

ภาคผนวก ง

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รายนามผู้เชี่ยวชาญ

1. อาจารย์ ดร. บรรชา นันจรัส
   สาขาวิชาคณิตศาสตร์
   คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
   มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
2. อาจารย์ ดร. วีรพงษ์ วงศ์พินิจ
   สาขาวิชาคณิตศาสตร์
   คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
   มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
3. อาจารย์ ดร. ณิฏฐะญาร์ บรรเทา
   สาขาวิชาสถิติศาสตร์ประยุกต์
   คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
   มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก จ

หนังสือขอความอนุเคราะห์

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา ระดับบัณฑิตศึกษา คณะครุศาสตร์
ที่ คศ.๐๐๕๗/๒๕๖๕ ลงวันที่ ๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๕
เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย
เรียน อาจารย์ ดร. บรรชา นันจรัส

ด้วยนางสาวปิยะธิดา แสนเสาร์ นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๘๐๑๐๑๖๐๑๐๔ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์" เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย

เพื่อ ☑ ตรวจสอบความถูกต้องของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
☑ ตรวจสอบความถูกต้องของแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง
☐ อื่น ๆ ระบุ.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)
คณบดีคณะครุศาสตร์

บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา ระดับบัณฑิตศึกษา คณะครุศาสตร์
ที่ คศ.๐๐๕๗/๒๕๖๕ ลงวันที่ ๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๕
เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย
เรียน อาจารย์ ดร. วีรพงษ์ วงศ์พินิจ

ด้วยนางสาวปิยะธิดา แสนเสาร์ นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๘๐๑๐๑๖๐๑๐๔ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์” เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย

เพื่อ ☑ ตรวจสอบความถูกต้องของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
☑ ตรวจสอบความถูกต้องของแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง
☐ อื่น ๆ ระบุ.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)
คณบดีคณะครุศาสตร์

บันทึกข้อความ

ส่วนราชการ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา ระดับบัณฑิตศึกษา คณะครุศาสตร์

ที่ คศ.๐๐๕๗/๒๕๖๕ ลงวันที่ ๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๕

เรื่อง ขอเชิญเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบเครื่องมือการวิจัย

เรียน อาจารย์ ดร. ณิฏะญาร์ บรรเทา

ด้วยนางสาวปิยะธิดา แสนเสาร์ นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๘๐๑๐๑๖๐๑๐๔ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง "การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์" เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงใคร่ขอเรียนเชิญท่านเป็นผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความถูกต้องของเนื้อหาการวิจัย

เพื่อ ☑ ตรวจสอบความถูกต้องของแบบทดสอบความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

☑ ตรวจสอบความถูกต้องของแบบสัมภาษณ์กึ่งโครงสร้าง

☐ อื่น ๆ ระบุ.....

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)

คณบดีคณะครุศาสตร์

ที่ อว๐๕๔๐.๐๒/ว๑๒๒๕

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
อ.เมือง จ.มหาสารคาม ๔๔๐๐๐

๑๕ กุมภาพันธ์ ๒๕๖๕

เรื่อง ขออนุญาตให้ผู้วิจัยเข้าเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย

เรียน ผู้อำนายการโรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ อำเภอเมืองกาฬสินธุ์ จังหวัดกาฬสินธุ์

ด้วยนางสาวปิยะธิดา แสนเสาร์ นิสิตระดับปริญญาโท รหัส ๖๓๘๐๑๐๑๖๐๑๐๔ สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม กำลังศึกษาและทำวิทยานิพนธ์ เรื่อง “การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์” เพื่อให้การทำวิทยานิพนธ์ดำเนินไปด้วยความเรียบร้อยและบรรลุวัตถุประสงค์

คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จึงขออนุญาตให้ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อการวิจัยกับประชากรและกลุ่มตัวอย่าง กลุ่มตัวอย่างคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๔ เพื่อนำข้อมูลไปทำการวิจัยให้บรรลุตามวัตถุประสงค์ต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อโปรดพิจารณา มหาวิทยาลัยฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าจะได้รับความอนุเคราะห์จากท่าน และขอขอบคุณมา ณ โอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์กนกวรรณ ศรีวาปี)
คณบดีคณะครุศาสตร์ ปฏิบัติราชการแทน
อธิการบดี

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

คณะครุศาสตร์
สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
โทรศัพท์นักศึกษา ๐๙๒๒๕๑๒๒๘๕

การเผยแพร่ผลงานวิจัย

ปิยะธิดา แสนเสาร์ และรามนรี นนทภา. (2565). การศึกษาความสามารถในการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์. *ในการประชุมวิชาการระดับชาติ "การศึกษาเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ ครั้งที่ 6 ประจำปี 2565" (ผ่านระบบออนไลน์).* วันที่ 27 เดือนพฤษภาคม พ.ศ. 2565. (น. 435-448). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา.

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ-สกุล นางสาวปิยะธิดา แสนเสาร์

วันเกิด 11 พฤษภาคม 2541

ที่อยู่ปัจจุบัน 220 หมู่ 5 ตำบลห้วยยาง อำเภอโขงเจียม จังหวัดอุบลราชธานี

E-mail 638010160104@rmu.ac.th

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2563 วิทยาศาสตรบัณฑิต (วท.บ.) สาขาวิชาคณิตศาสตร์
มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี

พ.ศ. 2565 ครุศาสตรมหาบัณฑิต (ค.ม.) สาขาวิชาคณิตศาสตรศึกษา
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY