

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ เป็นการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อ เมตาคอกนิชัน ความเข้าใจ โนทัศน์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของ นักเรียน โรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย ผู้วิจัย ได้ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง จากเอกสารต่าง ๆ ตามลำดับดังนี้

1. บริบทโรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย
2. ทฤษฎีและแนวคิดเกี่ยวกับความเชื่อทางคณิตศาสตร์
3. ทฤษฎีและแนวคิดเกี่ยวกับเมตาคอกนิชัน
4. ทฤษฎีและแนวคิดเกี่ยวกับความเข้าใจ โนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
5. ทฤษฎีและแนวคิดเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
6. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 6.1 งานวิจัยเกี่ยวกับความเชื่อทางคณิตศาสตร์
 - 6.2 งานวิจัยเกี่ยวกับเมตาคอกนิชัน
 - 6.3 งานวิจัยเกี่ยวกับความเข้าใจ โนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
 - 6.4 งานวิจัยเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
7. กรอบแนวคิดการวิจัย

บริบทโรงเรียนจุฬารัตนราชวิทยาลัย

ตามที่รัฐบาลมีนโยบายในการเร่งรัดการผลิตและพัฒนากำลังคนด้านวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ เทคโนโลยี และนวัตกรรม ให้มีปริมาณและคุณภาพสอดคล้องกับความต้องการของประเทศ ที่สามารถทำการวิจัยและพัฒนาเพื่อสร้างความรู้และนวัตกรรมได้เพื่อเพิ่มขีดความสามารถในการแข่งขันของประเทศ โดยมีองค์ประกอบดังนี้

1. ภารกิจและปัจจัยความสำเร็จ

โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาคมีภารกิจในการศึกษาค้นคว้า และดำเนินการจัด การศึกษาสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ทั้งในระดับชั้น มัธยมศึกษาตอนต้น และตอนปลาย ในลักษณะของโรงเรียนประจำ เพื่อเป็นการกระจาย โอกาสให้กับผู้มีความสามารถพิเศษ ที่มีกระจายอยู่ในทุกภูมิภาคของประเทศ และเพื่อเป็น การเพิ่มโอกาสให้กับนักเรียนกลุ่มด้อยโอกาส และขาดแคลนทุนทรัพย์ ทั้งนี้เพื่อพัฒนา นักเรียนผู้มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ เหล่านั้นไปสู่ความเป็น ความสามารถระดับสูงเยี่ยม เทียบเคียงกับนักวิจัยชั้นนำของนานาชาติ (World class) มีจิต วิญญาณมุ่งมั่นพัฒนาประเทศชาติ เจตคติ ที่ดีต่อเพื่อนร่วมโลกและธรรมชาติ สามารถ สร้างองค์ความรู้ด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีให้กับประเทศชาติและ สังคมไทยในอนาคต ช่วยพัฒนาประเทศชาติให้สามารถดำรงอยู่ และแข่งขันได้ในประชาคม โลก เป็นสังคมผู้ผลิตที่มีมูลค่าเพิ่มมากขึ้น สร้างสังคมแห่งภูมิปัญญาและการเรียนรู้ สังคม แห่งคุณภาพและแข่งขันได้ และสังคมที่ยั่งยืน พอเพียง มีความสมานฉันท์เอื้ออาทรต่อกัน

ปัจจัยหรือเงื่อนไขที่จะทำให้การดำเนินงานของโรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค บรรลุผลสำเร็จตามวัตถุประสงค์และเป้าหมายของการจัดตั้งโรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค ประกอบด้วยปัจจัย 3 ประการ ดังนี้

ประการที่ 1 มีกระบวนการสรรหาและคัดเลือกนักเรียนที่มีความเที่ยงและมี ความเชื่อถือได้ เป็นไปตามหลักวิชา นักเรียนที่ได้รับการคัดเลือกเข้าเรียนตามโครงการนี้เป็น ผู้ที่มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์อย่างแท้จริง เป็นเพชรแท้ เป็นกลุ่ม ที่มีความสามารถด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในระดับ 3 % บนของกลุ่มอายุ

ประการที่ 2 มีหลักสูตรและกิจกรรมการเรียนการสอนที่ออกแบบและ พัฒนาขึ้นเป็นการเฉพาะสำหรับ นักเรียนกลุ่มนี้ ซึ่งเป็นผู้มีความสามารถพิเศษด้าน คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ เป็นหลักสูตรที่สนองต่อความสามารถและความต้องการ ของนักเรียนเป็นรายบุคคล (Customized curriculum) ช่วยให้นักเรียนค้นพบตนเองว่า มี ความถนัดและความสนใจทางด้านไหน สามารถคิดตัดสินใจ แก้ปัญหา ตลอดจนกำหนด เป้าหมายและวางแผนชีวิตทั้งด้านการเรียน ด้านอาชีพและด้านการดำรงชีวิต มีความรู้ความเข้าใจ ถึงธรรมชาติและลักษณะของอาชีพที่หลากหลาย โดยเฉพาะอาชีพที่ต้องใช้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีเป็นพื้นฐาน ในการปฏิบัติงาน และอาชีพของการเป็นนักวิจัย

นักประดิษฐ์ นักคิดค้น ด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เป็นหลักสูตรที่ส่งเสริมให้
ผู้เรียนมี คุณธรรมและคุณลักษณะทั้ง 9 ประการ ตามอุดมการณ์และเป้าหมายในการพัฒนา
นักเรียนของ โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค

ประการที่ 3 มีครู มีการบริหารจัดการและมีทรัพยากรสนับสนุนที่เหมาะสม
เพียงพอ ครูและผู้บริหาร มีความตระหนัก มีความรู้ความเข้าใจ มีความเชื่อ มีศรัทธา เห็นคุณค่า
และความสำคัญของการจัดการศึกษาสำหรับ ผู้มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์และ
วิทยาศาสตร์ มีความรู้ มีความสามารถ และมีทักษะ ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน และ
การจัดกิจกรรมพัฒนาผู้เรียน ให้ผู้เรียนมีอุดมการณ์และคุณลักษณะตามอุดมการณ์และเป้าหมาย
ในการพัฒนานักเรียนของ โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค

2. นิยามโรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค

โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาคในที่นี้หมายถึง โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาคตาม
มติคณะรัฐมนตรีในการประชุมเมื่อวันที่ 25 พฤศจิกายน 2553 ที่อนุมัติให้
กระทรวงศึกษาธิการ ดำเนินงานโครงการพัฒนา โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัยทั้ง 12 แห่งให้
เป็นโรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค มีภารกิจในการจัดการศึกษาสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษ
ด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ทั้งในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลาย ใน
ลักษณะของโรงเรียนประจำ เพื่อเป็นการกระจายโอกาสให้กับผู้มีความสามารถพิเศษที่มี
กระจายอยู่ในทุกภูมิภาคของประเทศ

โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัยทั้ง 12 แห่งดังกล่าว ได้แก่

- 2.1 โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย เชียงราย
- 2.2 โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย พิษณุโลก
- 2.3 โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย ลพบุรี
- 2.4 โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย เลย
- 2.5 โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย มุกดาหาร
- 2.6 โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย บุรีรัมย์
- 2.7 โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย ปทุมธานี
- 2.8 โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย ชลบุรี
- 2.9 โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย เพชรบุรี
- 2.10 โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย นครศรีธรรมราช
- 2.11 โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย ตรัง

2.12 โรงเรียนจุฬาราชวิทยาลัย สจตุล

3. วิสัยทัศน์

เป็นโรงเรียนที่จัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ทั้งในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลายในลักษณะของโรงเรียนประจำ เพื่อเป็นการกระจายโอกาสให้กับผู้มีความสามารถพิเศษที่มีกระจายอยู่ในทุกภูมิภาคของประเทศและเพื่อเป็นการเพิ่มโอกาสให้กับนักเรียนกลุ่มด้อยโอกาสและขาดแคลนทุนทรัพย์ ให้มีคุณภาพทัดเทียมกับโรงเรียนวิทยาศาสตร์ชั้นนำของนานาชาติ ผู้เรียนมีจิตวิญญาณของการเป็นนักวิจัยและนักประดิษฐ์คิดค้น มีสุขภาพพลานามัยที่ดี มีคุณธรรมจริยธรรม รักการเรียนรู้ มีความเป็นไทย มีความมุ่งมั่นพัฒนาประเทศชาติ มีเจตคติที่ดีต่อเพื่อนร่วมโลกและธรรมชาติ

4. พันธกิจ

ศึกษาค้นคว้า วิจัยพัฒนา และร่วมมือกับหน่วยงานต่างๆ ทั้งภาครัฐและเอกชน ทั้งในและต่างประเทศ เพื่อดำเนินการบริหาร และจัดการศึกษาในระดับมัธยมศึกษาทั้งตอนต้นและตอนปลาย ที่มุ่งเน้นความเป็นเลิศ ด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ในลักษณะของโรงเรียนประจำ สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ในภูมิภาค เพื่อเป็นการกระจายโอกาสให้กับผู้มีความสามารถพิเศษที่มีกระจายอยู่ในทุกภูมิภาคของประเทศ และเพื่อเป็นการเพิ่มโอกาสให้กับนักเรียนกลุ่มด้อยโอกาสและขาดแคลนทุนทรัพย์

ทั้งนี้เพื่อพัฒนานักเรียนผู้มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์เหล่านั้น ไปสู่ความเป็นนักวิจัย นักประดิษฐ์ นักคิดค้น ด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ที่มีความสามารถระดับสูงเทียบเคียงนักวิจัยชั้นนำของนานาชาติมีจิตวิญญาณมุ่งมั่น พัฒนาประเทศชาติ มีเจตคติที่ดีต่อเพื่อนร่วมโลกและธรรมชาติ สามารถสร้างองค์ความรู้ด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ให้กับประเทศชาติและสังคมไทยในอนาคต ช่วยพัฒนาประเทศชาติให้สามารถดำรงอยู่และแข่งขันได้ในประชาคมโลก เป็นสังคมผู้ผลิตที่มีมูลค่าเพิ่มมากขึ้น สร้างสังคมแห่งภูมิปัญญา และการเรียนรู้ สังคมแห่งคุณภาพและแข่งขันได้ และสังคมที่ยั่งยืนพอเพียง มีความสมานฉันท์เอื้ออาทรต่อกัน

5. คุณธรรมและเป้าหมายในการพัฒนานักเรียน

คุณธรรมและเป้าหมายในการพัฒนานักเรียนของโรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค จะใช้คุณธรรมและเป้าหมายเกี่ยวกับการพัฒนานักเรียนของโรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ ดังนี้

มุ่งส่งเสริมและพัฒนานักเรียนให้ :

- 5.1 เห็นคุณค่าของตนเอง มีวินัยในตนเอง ปฏิบัติตามหลักธรรมของพระพุทธศาสนาหรือศาสนา ที่ตนนับถือ มีคุณธรรม จริยธรรม มีบุคลิกภาพที่ดีและมีความเป็นผู้นำ
- 5.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับหลักการพื้นฐานด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์อย่างลึกซึ้ง เทียบมาตรฐานโลกในระดับเดียวกัน
- 5.3 มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มีจิตวิญญาณของความเป็นนักวิจัย นักประดิษฐ์ นักคิดค้น และนักพัฒนาด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี เทียบมาตรฐานโลกในระดับเดียวกัน
- 5.4 รักการเรียนรู้ รักการอ่าน รักการเขียน รักการค้นคว้าอย่างเป็นระบบ มีความรอบรู้ รู้รอบและสามารถบูรณาการความรู้ได้
- 5.5 มีความรู้และทักษะการใช้ภาษาต่างประเทศและเทคโนโลยี สารสนเทศได้อย่างมีประสิทธิภาพ เทียบมาตรฐานโลกในระดับเดียวกัน
- 5.6 มีจิตสำนึกในเกียรติภูมิของความเป็นไทย มีความเข้าใจและภูมิใจในประวัติศาสตร์ของชาติ มีความรักและความภาคภูมิใจในชาติบ้านเมืองและท้องถิ่น เป็นพลเมืองดี ยึดมั่นในการปกครองระบอบประชาธิปไตย อันมีพระมหากษัตริย์เป็นประมุข
- 5.7 มีจิตสำนึกในการอนุรักษ์ภาษาไทย ศิลปวัฒนธรรมไทย ประเพณีไทยและภูมิปัญญาไทย ตลอดจนอนุรักษ์ทรัพยากรธรรมชาติและสิ่งแวดล้อม มีเจตคติที่ดีต่อเพื่อนร่วมโลกและธรรมชาติ
- 5.8 มีจิตมุ่งที่จะทำประโยชน์และสร้างสิ่งที่ดีงามให้กับสังคม มีความรับผิดชอบต่อสังคม ต้องการตอบแทนบ้านเมืองตามความสามารถของตนอย่างต่อเนื่อง
- 5.9 มีสุขภาพอนามัยที่ดี รักการออกกำลังกาย รู้จักดูแลตนเองให้เข้มแข็งทั้งกายและใจ

ทั้งนี้เพื่อพัฒนาไปสู่ความเป็นนักวิจัย นักประดิษฐ์คิดค้นด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีที่มีความสามารถระดับสูงเทียบเคียงกับนักวิจัยชั้นนำ ของนานาชาติ และมีจิตวิญญาณ มุ่งมั่นพัฒนาประเทศชาติ มีเจตคติที่ดีต่อเพื่อนร่วมโลก และธรรมชาติ สามารถสร้างองค์ความรู้ด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ให้กับ ประเทศชาติและสังคมไทยในอนาคต ช่วยพัฒนาประเทศชาติ ให้สามารถดำรงอยู่และแข่งขัน ได้ในประชาคมโลก เป็นสังคมผู้ผลิตที่มีมูลค่าเพิ่มมากขึ้น สร้างสังคมแห่ง ภูมิปัญญาและ การเรียนรู้ สังคมแห่งคุณภาพและแข่งขันได้ และสังคมที่ยั่งยืนพอเพียง มีความสมานฉันท์ เอื้ออาทรต่อกัน

6. สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนและกิจกรรมพัฒนาผู้เรียน มุ่งเน้นเพื่อพัฒนา ผู้เรียน ให้มีสมรรถนะหรือความสามารถด้านต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

6.1 มีความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษา สามารถถ่ายทอดความคิด ความรู้ ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเอง เพื่อ แลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์ อันจะเป็นประโยชน์ ต่อการพัฒนาตนเองและ สังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ มีความสามารถในการ เลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้ วิธีการสื่อสารที่มี ประสิทธิภาพ โดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม

6.2 มีความสามารถในการคิดวิเคราะห์ คิดสังเคราะห์ คิดสร้างสรรค์ คิด อย่างมีวิจารณญาณ และคิดอย่างเป็นระบบ

6.3 มีความสามารถในการแก้ปัญหาและเผชิญปัญหาได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม บนพื้นฐานของหลักเหตุผล หลักคุณธรรม บนข้อมูลสารสนเทศต่างๆ เข้าใจ ความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม สามารถแสวงหาความรู้ และประยุกต์ความรู้เพื่อใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา มีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพ โดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อตนเอง สังคม และสิ่งแวดล้อม

6.4 มีความสามารถในการเรียนรู้ด้วยตนเอง เรียนรู้อย่างต่อเนื่อง มีทักษะใน การดำรงชีวิต ทักษะการทำงาน และทักษะในการอยู่ร่วมกันในสังคม ทักษะการสร้างเสริม ความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล สามารถจัดการปัญหาและความขัดแย้งต่าง ๆ ได้อย่าง เหมาะสม สามารถปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงของสังคม และสภาพแวดล้อม และรู้จัก หลีกเลี่ยงการแสดงพฤติกรรม ไม่พึงประสงค์ที่จะส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น

6.5 มีความสามารถในการเลือกและใช้เทคโนโลยีด้านต่าง ๆ อย่างเหมาะสม ทั้งเพื่อการเรียนรู้ เพื่อการสื่อสาร เพื่อการทำงาน และเพื่อการแก้ปัญหา ได้อย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสมและมีคุณธรรม

6.6 มีความสามารถในการเป็นทั้งผู้นำและผู้ตามที่ดี มีความสามารถในการทำงานเป็นทีม รู้จักบทบาทและหน้าที่ของตนเอง สามารถปรับตัวเข้ากับสถานการณ์ใหม่ ๆ และสิ่งแวดล้อมใหม่ ๆ ได้ สามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้ รู้จักสังเกตคนรอบข้างและเพื่อนร่วมงาน รู้จักใช้จุดดีและจุดแข็งของแต่ละคนให้เป็นประโยชน์ได้ สามารถบริหารความขัดแย้งได้ มีจิตวิทยาในการทำงานร่วมกับคนอื่น

6.7 มีความสามารถในการใช้ภาษาอังกฤษ สามารถใช้ภาษาอังกฤษในการค้นคว้าหาความรู้ ในการเรียน ในการประชุมสัมมนา ในการเจรจาต่อรอง และในการทำงานร่วมกับชาวต่างชาติได้อย่างคล่องแคล่ว มีประสิทธิภาพ สมวัย ทั้งด้านการพูด การอ่าน และการเขียน

6.8 มีความสามารถในการใช้กระบวนการทางวิทยาศาสตร์เพื่อหาคำตอบของปัญหา หรือเพื่อสร้างองค์ ความรู้ หรือประดิษฐ์คิดค้นสิ่งต่าง ๆ ด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี ได้อย่างชำนาญและสร้างสรรค์

7. คุณลักษณะอันพึงประสงค์

โรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาคได้กำหนดเป้าหมายในการพัฒนาคุณลักษณะอันพึงประสงค์ของนักเรียนของโรงเรียนไว้ดังนี้

- 7.1 มีความรักชาติ ศาสน์ กษัตริย์
- 7.2 มีความภูมิใจในความเป็นไทยและศิลปวัฒนธรรมไทย
- 7.3 มีจิตสาธารณะและมีอุดมการณ์มุ่งมั่นในการพัฒนาประเทศ
- 7.4 มีวินัยและมีความซื่อสัตย์สุจริต
- 7.5 มุ่งมั่นในการทำงานและดำรงชีวิตอยู่อย่างเพียงพอ
- 7.6 ใฝ่เรียน ใฝ่รู้ รักการอ่านและการค้นคว้าหาความรู้ด้วยตนเอง
- 7.7 เห็นคุณค่าของการเรียนรู้จากการปฏิบัติทดลองจริง
- 7.8 เห็นคุณค่าและความสำคัญของการวิจัยและการประดิษฐ์คิดค้น
- 7.9 มีจิตใจเปิดกว้าง เชื่อในเหตุผล เปลี่ยนแปลงความคิดเห็นของตนเองได้ตามข้อมูลและหลักฐานใหม่ที่ได้รับ
- 7.10 รักและเห็นคุณค่าของการออกกำลังกาย

8. จุดเน้นของหลักสูตรโรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค

หลักสูตรระดับมัธยมศึกษาตอนต้นพุทธศักราช 2554 ของโรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค มีจุดเน้น ดังนี้

8.1 เน้นการพัฒนานักเรียนรอบด้านทั้งพุทธิศึกษา จริยศึกษา พลศึกษา และหัตถศึกษา

8.2 สาระการเรียนรู้ในรายวิชาพื้นฐาน เน้นการจัดให้สอดคล้องกับความสามารถของนักเรียนเป็นรายบุคคล และให้ครอบคลุมหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของกระทรวงศึกษาธิการ

8.3 รายวิชาเพิ่มเติม เน้นการจัดให้มีความหลากหลายสอดคล้องกับศักยภาพ ความถนัด และความสนใจของนักเรียนเป็นรายบุคคล เปิดโอกาสให้นักเรียนสามารถเลือกเรียนรายวิชาเพิ่มเติมจากสถาบันอุดมศึกษา ศูนย์วิจัย และสถานประกอบการภายนอกโรงเรียนทั้งในและต่างประเทศได้ตามศักยภาพ ความถนัด และความสนใจเปิดโอกาสให้สามารถเทียบโอนความรู้ได้

8.4 เน้นการพัฒนาทักษะการใช้ภาษาอังกฤษ และทักษะการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศให้มีศักยภาพระดับเดียวกับนักเรียนของโรงเรียนวิทยาศาสตร์ชั้นนำของนานาชาติ

8.5 เน้นการจัดกิจกรรมพัฒนาผู้เรียนที่หลากหลายทั้งภายในและภายนอกโรงเรียนเพื่อพัฒนานักเรียนให้มีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ตามอุดมการณ์และเป้าหมายในการพัฒนานักเรียนของโรงเรียน

8.6 เน้นการส่งเสริมการประดิษฐ์คิดค้น ความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และการทำงานโครงการ

9. โครงสร้างหลักสูตร

หลักสูตรระดับมัธยมศึกษาตอนปลายของโรงเรียนวิทยาศาสตร์ภูมิภาค พุทธศักราช 2554 จัดโครงสร้าง ให้มีลักษณะที่ยืดหยุ่น มีลักษณะเป็นหลักสูตรรายบุคคล (Customized curriculum) จัดรายวิชาและกิจกรรมที่หลากหลายให้นักเรียน ได้เลือกตามศักยภาพ ความถนัดและความสนใจ

การจัดรายวิชาและกิจกรรมที่หลากหลายให้นักเรียนผู้มีศักยภาพสูงด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายได้เลือกเรียน มีวัตถุประสงค์หลักสำคัญดังนี้

9.1 เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสสำรวจความถนัดและความสนใจของตนเอง

9.2 เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสพัฒนาตนเองอย่างเต็มศักยภาพในด้านที่ตนเองรัก ถนัด และสนใจ

9.3 เพื่อให้นักเรียนได้เห็นความหลากหลาย เห็นคุณค่าและเห็นความสำคัญ ของคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ที่มีต่อการดำรงชีวิต และการประกอบอาชีพ

9.4 เพื่อให้นักเรียนได้เห็นความหลากหลาย เห็นคุณค่า และเห็นความสำคัญ ของการวิจัยทางด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ที่ปัจจุบันประเทศไทยยังผู้ ประกอบอาชีพทางด้านนี้น้อยมาก จนทำให้ประเทศไทยต้องพึ่งพาองค์ความรู้และเทคโนโลยี จากต่างชาติเป็นจำนวนมาก ทำให้ผลิตภัณฑ์ต่าง ๆ ของประเทศไทยมีมูลค่าต่ำ เมื่อเทียบกับ ผลิตภัณฑ์ต่าง ๆ ที่ประเทศไทยต้องสั่งเข้ามาใช้จากต่างชาติ ผลที่ตามมาคือประเทศชาติ ยากจนคนไทยจำนวนมากยังมีคุณภาพชีวิตที่ต่ำกว่าที่ควรจะเป็น

ทฤษฎีและแนวคิดเกี่ยวกับความเชื่อทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของความเชื่อ

ความเชื่อ ไม่ได้เกิด ขึ้นเองโดยธรรมชาติแต่เป็นผลจากการจัดเกลาทางสังคมที่ บุคคลได้รับทั้งทางตรงและทางอ้อมอาจมาจากครอบครัว พ่อ แม่ ญาติพี่น้อง อาจมาจาก สถาบัน การศึกษา ครูอาจารย์ที่ปลูกฝังตั้งแต่เริ่มเข้าเรียน ความเชื่อที่ได้รับจากอาจารย์ จาก กลุ่มเพื่อนร่วมชั้นเรียนกันมา ตั้งแต่เล็กจน โตความเชื่อยังได้รับอิทธิพลจากคำสอนทาง ศาสนาหรือลัทธิแนวความคิด อุดมการณ์ ซึ่งมีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของความเชื่อไว้ดังนี้

โรคีส (Rokeach, 1970 : 112) กล่าวว่า ความเชื่อเป็นความรู้ลึกนึกคิด ความ เข้าใจในสิ่งที่คาดหวัง หรือสมมติฐานซึ่งอาจมีเหตุผล หรือ ไม่มีเหตุผลก็ได้ ความเชื่อในสิ่ง นั้น ไม่จำเป็นต้องอยู่บนพื้นฐานแห่งความจริงเสมอไป และความเชื่อเป็นสิ่งที่มิอิทธิพลต่อ พฤติกรรมของมนุษย์ เมื่อบุคคลมีความเชื่ออย่างไรก็จะเป็นตัวกำหนดให้แต่ละบุคคลปฏิบัติ ตามความเชื่อเหล่านั้น

มิลตัน (Milton, 1970 : 112 – 118) กล่าวว่า ความเชื่อเป็นความนึกคิดภายใน ของแต่ละคน เป็นความเข้าใจหรือความคาดหวัง หรืออาจเป็นสมมติฐานที่เกิดขึ้น โดยมี เหตุผลหรือ ไม่มีเหตุผลก็ได้

คอคตัน (Cloxton. 1987 : 670) กล่าวว่า ความเชื่อเป็นสมมติฐานที่ติดแน่นอยู่ในแนวคิด ความเข้าใจของบุคคลเกี่ยวกับความจริงของสิ่งนั้นๆ หรือสิ่งที่ควรจะเป็นไปได้ในแต่ละบุคคลที่เชื่อและทำตามสิ่งนั้น

ปาจาเรส (Pajares. 1992 : 307) กล่าวว่า ความเชื่อเป็นเจตคติ ค่านิยม การตัดสินใจ ความจริง ความคิดเห็น ความนึกคิด การรับรู้ การนิยาม หรือการกำหนดทฤษฎีอ้างอิง

ฟิชไบน์ และเอเซ็น (Fishbein and Ajzen. 1975 : 131-132) กล่าวว่า ความเชื่อคือ ความเป็นไปได้ของการตัดสินใจของบุคคลโดยการแยกแยะเกี่ยวกับความเข้าใจของบุคคลต่อตนเองและสิ่งแวดล้อม ดังนั้นความเชื่อจึงหมายถึงความเป็นไปได้เกี่ยวกับสิ่งหนึ่งสิ่งใดซึ่งสามารถเร้าให้บุคคลเกิดการตอบสนองออกมาได้ และสิ่งนั้นมีความสัมพันธ์กับเหตุผล เป้าหมายความคิด หรือจุดมุ่งหมายของบุคคล ซึ่งความเชื่อมีรากฐานมาจากบุคคลสร้างรูปแบบของความเชื่อจากความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่พบเห็น เช่น เห็นหรือรู้สึกว่าได้ประสบ และบุคคลสร้างรูปแบบของความเชื่อจากการที่มีประสบการณ์ต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใดโดยตรง เช่น บุคคลได้รับการอบรมจากบิดามารดาเกี่ยวกับสิ่งใด ก็จะมี ความเชื่อตามสิ่งที่ได้รับนั้น

สรุปได้ว่า ความเชื่อ หมายถึง ความรู้สึกนึกคิด ความเข้าใจ หรือการยอมรับนับถือในสิ่งใดสิ่งหนึ่งทั้งที่มีตัวตนหรือไม่ก็ตาม เมื่อบุคคลมีความเชื่อในสิ่งใดสิ่งหนึ่งแล้วก็มีแนวโน้มที่จะปฏิบัติตามความเชื่อนั้น ๆ การยอมรับความคิด ข้อเท็จจริง หรือสิ่งใดสิ่งหนึ่งว่าเป็นจริงแล้วก่อให้เกิดภาวะทางจิตใจในบุคคล ทำให้บุคคลมีแนวโน้มที่จะประพฤติปฏิบัติตามความคิด ข้อเท็จจริงหรือสิ่งใดสิ่งหนึ่ง

2. ประเภทของความเชื่อ

จากการศึกษาเอกสารต่าง ๆ เกี่ยวกับประเภทของความเชื่อได้มีนักการศึกษา กล่าวถึงประเภทของความเชื่อไว้ ดังนี้

2.1 โรคิช (Rokeach. 1970 : 6 - 15) จำแนกความเชื่อออกเป็น 5 ประเภท คือ

- 2.1.1 เป็นความเชื่อพื้นฐานโดยที่ทุกคนเห็นด้วยกับความเชื่อนั้น ๆ เช่น เชื่อว่าไม่มีใครหนีความตายได้ เราจะอยู่ไม่ได้ถ้าขาดออกซิเจน
- 2.1.2 เป็นความเชื่อส่วนบุคคล ซึ่งไม่เชื่อว่าทุกคนจะเห็นด้วย เช่น ความเชื่อในพระเจ้า ความเชื่อว่าจะตนเองฉลาด ความเชื่อว่าจะมารดาไม่ได้รักตน
- 2.2.3 เป็นความเชื่อตามผู้ใหญ่ ผู้มีอำนาจได้กล่าวไว้ หรือคำบอกเล่าของผู้ใหญ่ ผู้มีอำนาจ เช่น เชื่อว่ารัฐธรรมนูญของไทยดีที่สุดในโลก โรงเรียนของเราเก่งที่สุด

2.1.4 ความเชื่อที่เกิดจากการอ้างอิง เป็นความเชื่อที่ไม่ได้ประสบมาเอง แต่อ้างอิงจากเอกสาร ตำรา เช่น การสูบบุหรี่เป็นสิ่งไม่ดี ทั้งที่ไม่เคยสูบบุหรี่ และไม่มีประสบการณ์โดยตรงเกี่ยวกับได้รับผลของการสูบบุหรี่

2.1.5 ความเชื่อที่เลือกมาเชื่อเป็นอย่าง ๆ ไป โดยไม่มีเหตุผล

2.2 ฟิชไบน์และเอเจิน (Fishbein and Ajzen. 1975 : 13-15) ได้จำแนกประเภทของความเชื่อออกเป็น 3 ประเภท ตามประสบการณ์ในชีวิตของบุคคลจะนำไปสู่ความเชื่อ

2.2.1 ความเชื่อเชิงพรรณนา (Descriptive beliefs) เป็นความเชื่อที่เกิดจากการรับรู้หรือมีประสบการณ์โดยตรงเกี่ยวกับสิ่งนั้นจากการสังเกต ประสบการณ์สัมผัสทั้งห้า เช่น เชื่อว่าเส้นตรงทั้งคู่มีความยาวเท่ากัน ห้องนี้มีความกว้างเท่ากับห้องนั้น ความเที่ยงตรงของความเชื่อแบบนี้ขึ้นอยู่กับประสิทธิภาพในการรับรู้ของบุคคล

2.2.2 ความเชื่อที่เกิดจากการอนุมาน (Inferential Beliefs) เป็นความเชื่อที่ไม่ได้เกิดจากการรับรู้โดยตรง แต่เกิดจากการอนุมาน เช่น การพบปะสังสรรค์กับบุคคลอื่น การอ่านหนังสืออันนำไปสู่ความเชื่อเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่เคยพบเห็น หรือมีประสบการณ์มาก่อน การวิเคราะห์ข้อมูลที่มีอยู่ หรือข้อมูลที่ได้จากแหล่งอื่นแล้วสรุปผลเป็นความเชื่อใหม่ ก็จัดอยู่ในความเชื่อเชิงอนุมานแหล่งความเชื่อดังกล่าวนี้ ได้แก่

1) เกิดจากการหาความสัมพันธ์จากสิ่งที่ได้เรียนรู้มาแล้ว (Previously learned relationships) เช่น มองเห็นคนร้องไห้ ก็อนุมานได้ว่า เขาคงมีเรื่องเศร้าเสียใจ หรือ การเห็นสินค้าที่ประทับตราบริษัทมีชื่อ และผู้ซื้อเคยเชื่อถือสินค้าอย่างอื่นของบริษัทนี้ ก็เชื่อว่า สินค้านั้นมีคุณภาพทั้ง ๆ ที่ยังไม่เคยใช้สินค้านั้น ๆ เลยก็เป็นไปได้

2) การเปรียบเทียบข้อมูลที่มีอยู่ (Formal coding system) เช่น ถ้ารู้ว่า A สูงกว่า B และ B สูงกว่า C ก็จะสรุปได้ว่า A สูงกว่า C เป็นการใช่วิธีการตรรกศาสตร์ โดยไม่ต้องเปรียบเทียบความสูงระหว่าง A และ C โดยตรง

2.2.3 ความเชื่อจากการรับข่าวสาร (Information beliefs) เป็นความเชื่อที่สร้างขึ้นจากการรับข่าวสารจากแหล่งภายนอก และผู้รับข่าวสารเชื่อในสิ่งนั้น โดยไม่มี การอนุมาน เช่น หนังสือวารสาร การบรรยาย หรือการเล่าต่อ ๆ มา เช่น ศาสดาของพระพุทธศาสนา คือ พระพุทธเจ้า

2.3 แบล็ควูด (Blackwood. 1993 ; อ้างอิงจาก อรรถพรณ์ ปิลันธน์โอวาท. 2549 : 22 - 24) ได้จำแนกความเชื่อ ออกเป็น 5 ประเภท โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.3.1 ความเชื่อคึกค้ำบรรพ์ (Primitive belief) เป็นความเชื่อที่เปลี่ยนได้ยาก หรือเปลี่ยนไม่ได้เลย เช่น พรุ่งนี้ดวงอาทิตย์จะขึ้น

2.3.2 ความเชื่อที่เกิดจากการเรียนรู้ (Learned belief) เป็นความเชื่อที่เกิดจากประสบการณ์โดยตรงและโดยอ้อม ความเชื่อชนิดนี้ไม่ยึดถือหนักแน่นเท่าความเชื่อประเภท ความเชื่อคึกค้ำบรรพ์ สามารถเปลี่ยนได้ถ้าประสบการณ์ทำให้เกิดการเรียนรู้ใหม่ขึ้น ตัวอย่าง ความเชื่อชนิดนี้ เช่น คุณพ่อของฉันได้แสดงให้เห็นตลอดชีวิตของท่านว่า ท่านรักฉันมาก เพียงใด

2.3.3 ความเชื่อจากการสรุป (Derived belief) เป็นความเชื่อที่ไม่ได้เกิดจากการเรียนรู้โดยตรง แต่สรุปเอาจากความเชื่ออื่นที่เคยมี เช่น นักเรียนเห็นอาจารย์ดื่มน้ำขณะสอน นักเรียนเกิดการเรียนรู้ว่าการดื่มน้ำขณะสอนอาจจะดีสำหรับการสอน 3 ชั่วโมง อาจารย์ไม่ได้กล่าวเช่นนั้นแต่นักเรียนทำข้อสรุปด้วยตนเอง ความเชื่อชนิดนี้จะไม่ได้รับการยึดถือ แน่นหนาเหมือนความเชื่อประเภทที่ 1 และ 2 จนกว่านักเรียนจะมีประสบการณ์ด้วยตัวเอง

2.3.4 ความเชื่อที่ไม่สำคัญ (Inconsequential belief) ความเชื่อชนิดนี้เปลี่ยนแปลงได้ง่ายที่สุด เช่น ความเชื่อที่ว่า “ก๋วยเตี๋ยวร้านนี้อร่อยกว่าก๋วยเตี๋ยวร้านฝั่งตรงข้าม” ความเชื่อชนิดนี้เป็นเรื่องของรสนิยมซึ่งผันแปรได้เสมอ

2.3.5 ความเชื่อตามความเด่น (Salience) หรือความสำคัญที่มีต่อบุคคลแต่ละคนยกตัวอย่าง นายแพทย์วิชัยเป็นหมอที่เก่ง เรารีบฟังแล้วอาจจะเชื่อตามปกติไม่ได้ใส่ใจมากนัก เรียกว่า Insalient belief แต่ถ้าเรากำลังจะได้รับการผ่าตัด โดยนายแพทย์วิชัย จากข้อมูลที่ว่านายแพทย์วิชัยเป็นหมอที่เก่ง จะเป็นความเชื่อที่เด่นหรือสลักสำคัญสำหรับเรา เรียกว่า Salient Belief ส่วนความเชื่อที่เป็นแบบฉบับสำหรับคนกลุ่มหนึ่งเรียกว่า Modal salient Belief เช่น ชาวไทย มีความเชื่อว่า ถ้าชาตินี้ทำบุญมาก ๆ ชาติหน้าเกิดใหม่จะได้สุขสบาย ด้วยเหตุนี้ ความเชื่ออันเป็นแบบฉบับของชาวไทยในเรื่องนี้จึงทำให้ชาวไทยชอบการทำบุญ โดยเฉพาะในเรื่องที่เกี่ยวกับศาสนาโดยสรุปคือ ความเชื่อแบบฉบับของกลุ่มที่เด่นๆ จะนำไปสู่การพัฒนาเจตคติให้เป็นไปทางบวกหรือทางลบ

สรุปได้ว่า ประเภทของความเชื่อ ประกอบด้วย 2 ประเภทใหญ่ ๆ คือ ความเชื่อพื้นฐาน คือ ความเชื่อที่มีอยู่ในตัวบุคคล ไม่ว่าจะจะเป็นความเชื่อที่มีแต่อดีต ความเชื่อที่ได้รับ การปลูกฝังมา และความเชื่อที่เกิดจากประสบการณ์ คือ ความเชื่อที่ได้รับหลังจากการเข้าร่วมกิจกรรมต่าง ๆ หรือได้รับประสบการณ์ต่าง ๆ ที่ผ่านเข้ามาผ่านประสาทสัมผัสทั้งห้า

3. อิทธิพลของความเชื่อ

กิลฟอร์ด (Guilford. 1971 : 452) กล่าวว่า อิทธิพลของความเชื่อจะถูกถ่ายทอดจากชนรุ่นหลังไปสู่รุ่นต่อ ๆ ไป สำหรับเด็กที่มีประสบการณ์น้อย และมีความคิดหาเหตุผลน้อย ก็จะเชื่อในคำบอกเล่าของผู้ใหญ่ได้ง่าย

โครเบอร์ (Krober. 1984 : 603-604) กล่าวว่า ความเชื่อมีอิทธิพลต่อการแสดงออกทางพฤติกรรมของมนุษย์ มนุษย์แต่ละคนจะมีพฤติกรรมที่เกี่ยวกับความเชื่อมากน้อยเท่าไรนั้น ขึ้นอยู่กับระดับความรู้สึก ความไม่มั่นคงทางอารมณ์ที่มีอยู่ การที่จะแสดงพฤติกรรมตามความเชื่อ โดยวิธีใดหรือต่อสิ่งใด ขึ้นอยู่กับความคิดของมนุษย์นั้นว่า สิ่งใดเหมาะสมในขณะที่ตนเผชิญอยู่กับเหตุการณ์รุนแรงในขณะนั้น

ริชาร์ดสัน (Richardson. 1996 : 102 - 119) กล่าวว่า ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อความเชื่อ ดังต่อไปนี้

- 3.1 ประสบการณ์ในการเรียน ผู้สอนจะนำเอาความรู้และประสบการณ์ที่ได้รับในเวลาที่ยังเป็นผู้เรียนมาประยุกต์เป็นความเชื่อของตน
 - 3.2 ประสบการณ์ในการสอน มีอิทธิพลอย่างยิ่งในการกำหนดความเชื่อของผู้สอนซึ่งถ้าผู้สอนพบว่า รูปแบบ หรือวิธีการสอนใช้ได้ผลกับผู้เรียนของตน ก็จะมีความเชื่อต่อรูปแบบหรือวิธีการสอนดังกล่าว
 - 3.3 บุคลิกลักษณะของตัวผู้สอน ในบางครั้งผู้สอนจะมีความเชื่อต่อรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เนื่องจากสิ่งเหล่านั้นเหมาะกับบุคลิกลักษณะของตัวผู้สอนเอง
 - 3.4 ความคาดหวังจากโรงเรียน ผู้ปกครอง รัฐบาล และท้องถิ่นที่ผู้สอนเป็นสมาชิกอยู่ ได้มีการกำหนดรูปแบบวิธีการจัดการเรียนรู้เป็นแบบแผนเพื่อให้ผู้สอนปฏิบัติตาม นอกจากนี้ รูปแบบหรือวิธีการสอนที่ฝังรากลึกในท้องถิ่นที่ผู้สอนเป็นสมาชิกอยู่ ก็มีผลสำคัญที่จะทำให้ผู้สอนเชื่อว่ารูปแบบวิธีดังกล่าวเป็นวิธีที่เหมาะสมและได้ผลที่สุด
 - 3.5 การศึกษาและการวิจัย ผู้สอนอาจจะมีความเชื่อเนื่องมาจากการศึกษาหลักในการรับรู้ การทำวิจัย และการศึกษาความรู้จากแขนงอื่นๆ เช่น จิตวิทยา
- ปพาณี วิติวัฒนา (2541 : 31-32) กล่าวว่า ความเชื่อมีความสำคัญอย่างมาก เพราะมีอิทธิพลอย่างยิ่งต่อพฤติกรรมของมนุษย์ ดังนั้นในชีวิตประจำวันของบุคคลไม่ว่าจะเป็นวิถีชีวิตปกติส่วนตัวหรือการมีปฏิสัมพันธ์กับคนอื่น ความเชื่อจะมีบทบาทซึ่งแสดงออกมาเป็นพฤติกรรมทั้งที่ความเชื่อนั้นอาจจะสอดคล้องหรือไม่สอดคล้องกับความเป็นจริง ดังตัวอย่างที่แสดงให้เห็นถึงความสำคัญของความเชื่อที่มีต่อพฤติกรรมของบุคคลหรือกลุ่ม

ในสังคมหรือในชุมชนใดชุมชนหนึ่ง เช่น คนขับรถบรรทุกส่วนใหญ่มักนิยมเครื่องคัมชนิดหนึ่งบรรจุขวดปริมาณประมาณ 150 ซีซี คัมประจำไม่ต่ำกว่า 2-3 ขวด ต่อวันทั้งที่มีราคาแพง เพราะเชื่อว่าจะทำให้สดชื่นมีกำลัง ไม่่วงเวลาขับรถ คนเขี่ยมไซ้จำนวนไม่น้อยมักนิยมซื้อเครื่องคัมที่บรรจุขวดสำเร็จรูปไปเขี่ยมผู้ป่วยโดยเชื่อว่าเมื่อคัมแล้วจะทำให้คนไข้ฟื้นตัวเร็วขึ้น มีสุขภาพแข็งแรงหลายคนที่ผ่านมาวัดพระศรีรัตนศาสดาราม โดยเฉพาะผู้ชายเมื่อหันหน้าไปทางวัดและยกมือไหว้ “พระแก้ว” มักจะใช้มือลูบผมบนศีรษะของตนเพราะเชื่อว่าเป็นมงคลแก่ตัวหลายคนจะแต่งกายงดงามแบบไทยและร่ายรำตามทำนองดนตรีต่อหน้าศาลที่ผู้คนเคารพนับถือ เพราะเชื่อว่าสิ่งที่ตนอธิษฐานขอไว้สำเร็จเพราะสิ่งศักดิ์สิทธิ์ ณ ที่นั้นช่วยเหลือเมื่อตนบนบานไว้จึงต้องมาร่ำรำกับ

สรุปได้ว่า อิทธิพลที่ทำให้เกิดความเชื่อมาจากสาเหตุหลายประการดังนี้ เกิดจากความเชื่อเดิมที่เคยประสบพบมาหรือผู้ที่สูงอายุได้เล่าให้ฟัง จึงเชื่อในเรื่องเดิม ๆ โดยยึดความเชื่อที่ตนเชื่อว่าเป็นสิ่งที่ถูกต้อง เกิดจากผู้รู้เป็นคนบอกเล่าหรือผู้ที่มีประสบการณ์มาก ความเชื่อมีอิทธิพลในการกำหนดพฤติกรรมของบุคคลในสังคม หากบุคคลมีความเชื่ออย่างไรก็จะประพฤติปฏิบัติสอดคล้องกับความเชื่อนั้น และหากความเชื่อเปลี่ยนไปพฤติกรรมก็เปลี่ยนแปลงไปด้วย ซึ่งความเชื่อนั้นจะมีการปลูกฝังกันตั้งแต่กำเนิด และมีการสืบต่อไปจากรุ่นหนึ่งสู่อีกรุ่นหนึ่ง

4. ความเชื่อทางคณิตศาสตร์

ดี แอนดราเด (D'Andrade. 1981 : 122-125) กล่าวว่า ความเชื่อทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะพัฒนาทีละน้อยผ่านการค้นพบด้วยตัวนักเรียนเอง จากการตอบสนองของนักเรียนในสถานการณ์ที่นักเรียนได้เข้าร่วมเผชิญ การพัฒนาความเชื่อทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนขึ้นอยู่กับประสบการณ์ของนักเรียน

ชอเอลเฟิน (Schoenfeld. 1985 : 121) กล่าวว่า ความเชื่อทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่สมองสร้างการแสดงแทน เป็นการประมวลผลประสบการณ์ และความเข้าใจของคนๆ หนึ่ง ซึ่งนักเรียนจะสร้างความเชื่อที่เป็นมุมมอง โลกทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากทั้งประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งที่เป็นรูปธรรมทางคณิตศาสตร์ จากชีวิตจริงและจากประสบการณ์ในห้องเรียน และความเชื่อทางคณิตศาสตร์เป็นบทบาทเกี่ยวกับการแสดงพฤติกรรมของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเชื่อว่า ปัญหาคณิตศาสตร์สามารถแก้ปัญหาและสามารถหาคำตอบได้ภายในห้านาทีหรือน้อยกว่านั้น อีกทั้งคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ต้องการการฝึกหัดของนักเรียน โดย

นักเรียนจะแสดงพฤติกรรมในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยการฝึกหัดบ่อยๆ เพื่อที่จะได้ส่งผลต่อการเรียนคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้น

คาร์เตอร์และแยคเคิล (Carter and Yackel, 1989 : 25) กล่าวว่า การที่นักเรียนเกิดความกลัวคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เกิดขึ้นในขณะที่ความเชื่อแสดงออก เช่น ถ้านักเรียนแต่ละคนเชื่อว่าคณิตศาสตร์ คือ การรวบรวมกฎและขั้นตอน แล้วการประสบความสำเร็จในคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะถูกกำหนดโดยความสามารถในการจำกฎและขั้นตอน ในการสร้างกฎและขั้นตอนต่างๆ เหล่านั้นขึ้นมาในกระบวนการแก้ปัญหาจะเป็นการสร้างเพียงชั่วขณะหนึ่งสำหรับทำแบบฝึกหัดในหนังสือและปัญหาที่ฝึกหัดเท่านั้น ระบบความเชื่อนี้ทำให้เกิดการประสบความสำเร็จและความสะดวกสบาย ถ้ากฎหรือวิธีการแก้ปัญหาไม่ได้ถูกมองเห็นอย่างชัดเจนในระหว่างสถานการณ์การแก้ปัญหา แล้วผู้เรียนจะหยุดชะงักตั้งแต่ไม่มีกลไกในการตัดแปลงและหรือการพัฒนากฎหรือขั้นตอนต่าง ๆ ได้ สถานการณ์นี้เป็นสาเหตุต่อความรู้สึกลัวหวาดกลัว รู้สึกไร้ความสามารถและความรู้สึกกลัว พวกอีกด้านหนึ่ง คือ บางคนเชื่อว่าคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เกี่ยวกับความสัมพันธ์ นั่นคือ ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เกี่ยวข้องกัน ซึ่งสร้างเป็นเครือข่ายที่มีความหมาย นักเรียนประเภทนี้ไม่ได้กลัวที่จะเข้าไปในเครือข่ายทางคณิตศาสตร์ของพวกเขาเอง แต่พยายามแตกแขนงเครือข่ายเหล่านั้นหรือพัฒนาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมในขณะที่มองเห็นว่าวิธีการเหล่านั้นนำไปสู่ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เห็นได้ชัดในทันทีทันใด

4.1 ความเชื่อทางคณิตศาสตร์

นิโคลและคณะ (Nicholls et.al. 1990 : 109 - 112) ได้กำหนดความเชื่อทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนไว้ 5 ด้าน ดังนี้

4.1.1 ความเชื่อในด้านการทำงาน

4.1.2 ความเชื่อในด้านความเข้าใจในวิชาคณิตศาสตร์

4.1.3 ความเชื่อในด้านการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.1.4 ความเชื่อในความสามารถของแต่ละบุคคล

4.1.5 ความเชื่อในสิ่งแวดล้อมภายนอก เช่น บรรยากาศในห้องเรียน.

4.2 การสร้างเครื่องมือทางคณิตศาสตร์

นิโคล และคณะ (Nicholls et.al. 1990 : 109-112) ได้สร้างเครื่องมือเกี่ยวกับความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนไว้ 7 ด้าน ดังนี้

4.2.1 ด้านเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์

- 4.2.2 ด้านการเรียนคณิตศาสตร์ เช่น การเรียนคณิตศาสตร์ได้ต้องมี
- เหตุผล
- 4.2.3 ด้านการทำงาน เช่น หลีกเลียงเมื่อต้องทำการบ้านที่ยาก
- 4.2.4 ด้านความสนใจ และความพยายามในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
- 4.2.5 ด้านความสามารถในการใช้สติปัญญา
- 4.2.6 ด้านการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการ
- แก้ปัญหา
- 4.2.7 ด้านสภาวะแวดล้อม เช่น สิ่งแวดล้อม สังคม เศรษฐกิจ เป็นต้น
- 4.3 ความเชื่อทางคณิตศาสตร์ที่เกิดในกลุ่มทางสังคม
- โกลดิล (Goldin, 2002 : 59 - 72) เสนอว่า ความเชื่อทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในกลุ่มทางสังคม มักเป็นส่วนที่ซ้อนทับกันของความเชื่อประเภทต่าง ๆ ต่อไปนี้
- 4.3.1 ความเชื่อเกี่ยวกับโลกทางกายภาพ และเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของคณิตศาสตร์กับโลกทางกายภาพ
- 4.3.2 ความเชื่อที่เฉพาะเจาะจงเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เป็นความเชื่อผิด ๆ เกี่ยวกับข้อเท็จจริง กฎ สมการ ทฤษฎีบททางคณิตศาสตร์
- 4.3.3 ความเชื่อเกี่ยวกับความมีเหตุมีผลทางคณิตศาสตร์ หรือวิธีการที่ความจริงทางคณิตศาสตร์ถูกสร้างขึ้น
- 4.3.4 ความเชื่อเกี่ยวกับวิธีการและยุทธวิธีหรือวิธีการที่นำมาใช้ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์อย่างมีประสิทธิภาพ
- 4.3.5 ความเชื่อเกี่ยวกับธรรมชาติของคณิตศาสตร์ ที่ประกอบด้วย การสร้างขึ้นมาจากอภิปรายหรือปรัชญาทางคณิตศาสตร์
- 4.3.6 ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในฐานะที่เป็นปรากฏการณ์ทางสังคม
- 4.3.7 ความเชื่อเกี่ยวกับจริยธรรม ความงาม ความหมาย หรืออิทธิพลของคณิตศาสตร์
- 4.3.8 ความเชื่อเกี่ยวกับคนที่สร้างคณิตศาสตร์ หรือนักคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียง คุณลักษณะและคุณสมบัติของพวกเขา
- 4.3.9 ความเชื่อเกี่ยวกับความสามารถทางคณิตศาสตร์ วิธีการที่มันค้นชัดในตัวมันเอง หรือสามารถประเมินได้

4.3.10 ความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หรือการสอนคณิตศาสตร์ และจิตวิทยาของการทำคณิตศาสตร์

4.3.11 ความเชื่อเกี่ยวกับตนเองที่สัมพันธ์กับคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยความสามารถ อารมณ์

4.4 ความเชื่อทางคณิตศาสตร์กับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปีเตอร์และเฟรน (Peter and Frances K. 1992 : 110 - 111) กล่าวว่า ความเชื่อทางคณิตศาสตร์เป็นความเชื่อเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นโลกทัศน์หรือมุมมองของนักเรียนเกี่ยวกับยุทธวิธีหรือวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหของนักเรียน โดยแบ่งเป็น 5 มุมมอง คือ

4.4.1 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เวลาจะช่วยให้สามารถแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ได้

4.4.2 การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่สามารถที่จะแก้ได้โดยง่ายและเป็นกระบวนการที่เป็นขั้นตอน

4.4.3 การเข้าใจโมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

4.4.4 ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นส่วนสำคัญในคณิตศาสตร์

4.4.5 ความพยายามในการแก้ปัญหจะสามารถช่วยเพิ่มความสามารถในการแก้ปัญหา

4.5 ความเชื่อทางคณิตศาสตร์เป็นองค์ประกอบเกี่ยวกับเรื่องพุทธิพิสัย

โกลดีน (Goldin. 2002 : 59) กล่าวว่า ความเชื่อทางคณิตศาสตร์เป็นองค์ประกอบเกี่ยวกับเรื่องพุทธิพิสัย (Cognition) และจิตพิสัย (Affective) ที่แปลงมาเป็นรหัสต่าง ๆ ซึ่งผู้ยึดถือให้คุณค่าความจริงบางอย่าง ตัวอย่างเช่น ฉันเชื่อว่าการแนะนำนักเรียนให้ค้นพบแบบรูปทางตรรกศาสตร์ด้วยตัวเอง จะส่งเสริมความสนุกสนานและการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งความเชื่อเช่นนี้อาจจะมีร่วมกันหรือไม่ก็ได้

สรุปได้ว่า ความเชื่อทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้สึกนึกคิดหรือความเข้าใจหรือการยอมรับของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เห็นว่าดีและสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์

5. ประเภทความเชื่อทางคณิตศาสตร์

5.1 ความเชื่อจากมุมมองเกี่ยวกับเรื่องอารมณ์

แมคลอด (McLeod. 1992 : 575 - 580) ทำการศึกษาความเชื่อจากมุมมองเกี่ยวกับเรื่องอารมณ์ ความรู้สึก ซึ่งจำแนกระหว่างความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ (Beliefs about mathematics) ความเชื่อเกี่ยวกับตนเอง (Beliefs about self) ความเชื่อเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Beliefs about mathematics teaching) และความเชื่อเกี่ยวกับบริบททางสังคม (Beliefs about social contexts)

5.1.1 ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ยกตัวอย่างเช่น ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในฐานะที่เป็นสาขาวิชาหนึ่ง และความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียน นอกจากนี้ ความเชื่อของผู้เรียนที่มีต่อประโยชน์ของคณิตศาสตร์ถูกกล่าวถึงในฐานะที่เป็นความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

5.1.2 ความเชื่อเกี่ยวกับตนเอง ยกตัวอย่างเช่น แนวความคิดเกี่ยวกับตนเองของนักเรียน ลักษณะที่แสดงเหตุผลและความมั่นใจของนักเรียนเกี่ยวกับความสัมพันธ์กับคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ วรรณกรรมต่าง ๆ ยังแสดงให้เห็นว่าความเชื่อเกี่ยวกับตนเอง เป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับเรื่องแรงจูงใจอีกด้วย

5.1.3 ความเชื่อเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์เน้นที่ประเด็นของความเชื่อเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์

5.1.4 ความเชื่อเกี่ยวกับบริบททางสังคม ของนักเรียนเป็นอีกขอบเขตหนึ่งที่อยู่ในการพิจารณาการเข้าใจพฤติกรรมและการแก้ปัญหาของนักเรียน ซึ่งเป็นบางสิ่งบางอย่างที่เฉพาะเจาะจงของเรื่องเกี่ยวกับอารมณ์ความรู้สึกของพฤติกรรมและการแก้ปัญหามากขึ้น

5.2 ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

นอร์วูด (Norwood. 1997 : 62-67) ได้เสนอความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ไว้ 3 ด้าน ดังนี้

5.2.1 ด้านความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ เป็นความเชื่อในด้านทัศนคติของนักเรียนที่มีต่อการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์

5.2.2 ด้านความเชื่อเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นความเชื่อของนักเรียนที่มีต่อครูผู้สอนในการสอนวิชาคณิตศาสตร์

5.2.3 ด้านความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เป็นความเชื่อในแต่ ละตัวบุคคลที่สามารถนำการเรียนการสอนในห้องเรียนไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

5.3 สรุปความเชื่อทางคณิตศาสตร์

อันเดอร์ฮิลล์ (Underhill, 1998 : 55 - 59) ทำการสรุปเกี่ยวกับความเชื่อทาง คณิตศาสตร์ของผู้เรียนใน 4 ด้าน ดังนี้

5.3.1 ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในฐานะที่เป็นสาขาวิชาหนึ่ง (Beliefs about mathematics as a discipline) กล่าวถึง ความเชื่อของนักเรียนที่มีเกี่ยวกับ ธรรมชาติของคณิตศาสตร์ เช่น คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เกี่ยวกับการบวก ลบ คูณ หารที่รวมไปถึง ปัญหาในหนังสือเรียน คณิตศาสตร์ที่เป็นแบบแผนมีการทำด้วยการคิดหรือการแก้ปัญหา จริงๆ เพียงเล็กน้อยหรือ ไม่มีเลย

5.3.2 ความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Beliefs about mathematics learning) ประกอบด้วยความเชื่อที่นักเรียนยึดถือเกี่ยวกับสิ่งที่เป็นยุทธวิธีการ เรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เกิดประ โยชน์และไม่เป็นประโยชน์ตามที่ต้องการ ยกตัวอย่างเช่น การ เรียนรู้คณิตศาสตร์ คือ การจดจำเป็นหลัก

5.3.3 ความเชื่อเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Beliefs about mathematics teaching) เป็นมุมมองต่าง ๆ ของนักเรียนที่มีต่อยุทธวิธีการสอนที่มี ประสิทธิภาพ เช่น การสอนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่เกี่ยวกับการบวก การลบ การคูณ และการ หาร อันเดอร์ฮิลล์ เน้นไปที่ การแสดงบทบาทที่สำคัญของความเชื่อเกี่ยวกับสิ่งจูงใจและ ความเชื่อเกี่ยวกับตนเองมากขึ้น เขานิยามความเชื่อเกี่ยวกับสิ่งจูงใจและความเชื่อเกี่ยวกับ ตนเองว่าถูกเชื่อมต่อย่างถาวรกับความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนการสอน ซึ่งหมายความว่าเขา ไม่ได้เห็นว่าความเชื่อเกี่ยวกับสิ่งจูงใจและความเชื่อเกี่ยวกับตนเองเป็นอีกประเภทหนึ่งที่แยก ออกมาต่างหาก เช่น ครูที่ดีจะต้องอธิบายทฤษฎีและให้ตัวอย่างแบบฝึกหัดเป็นอันดับแรก ก่อนที่เขาจะให้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์

5.3.4 ความเชื่อเกี่ยวกับตนเองภายใต้บริบทของการเรียนการสอนที่ เกิดขึ้น (Beliefs about self within a social context in which mathematics teaching and learning occur) ซึ่งนำเข้าไปสู่ธรรมชาติของความเชื่อในเชิงสังคมและพฤติกรรมของนักเรียน อย่างชัดเจน หลังจากนั้น การเรียนรู้ของนักเรียนถูกทำให้มีอิทธิพล โดยบรรทัดฐานของ พฤติกรรมที่เกิดขึ้นใน

ชั้นเรียน และที่สำคัญกว่านั้นคือ การรับรู้เกี่ยวกับสิ่งนี้นักเรียนนับว่าเป็นพฤติกรรมที่เหมาะสม เช่น ข้อเท็จจริงที่ว่าผู้เรียนจะสร้างการนำเสนอเกี่ยวกับความเชื่อและจุดมุ่งหมายของชุมชนต่าง ๆ ที่พวกเขาอาศัยอยู่

5.4 ความหมายของความเชื่อทางคณิตศาสตร์

ออฟ เอลเดลและอื่น ๆ (Op't Eynde et al. 2002 : 13 - 37) ได้ให้ความหมายของความเชื่อที่สัมพันธ์กับคณิตศาสตร์ซึ่งถูกก่อตั้งขึ้นในการสอนว่า ความเชื่อที่สัมพันธ์กับคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดซึ่งเป็นความคิดส่วนตัวที่ยึดถืออย่างเปิดเผยหรืออยู่ภายใน ซึ่งความเชื่อนี้เป็นตัวกำหนดปฏิสัมพันธ์ระหว่างสิ่งต่างๆ และความรู้เดิมของนักเรียนกับการเรียนรู้และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนของพวกเขา ซึ่งความเชื่อที่สัมพันธ์กับคณิตศาสตร์นี้ประกอบด้วย

5.4.1 ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ศึกษา

1) ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในฐานะที่เป็นวิชาหนึ่ง เช่น คณิตศาสตร์เป็นแบบแผน มีความเกี่ยวข้องกับการคิดหรือการแก้ปัญหาจากชีวิตจริงน้อยมาก หรือ ไม่มีเลย

2) ความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนรู้และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เช่น การเรียนรู้คณิตศาสตร์คือการจำ

3) ความเชื่อเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยทั่วไป เช่น ครูที่ดีจะต้องอธิบายทฤษฎีและให้ตัวอย่างแบบฝึกหัดก่อนที่เขาจะให้ทำปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.4.2 ความเชื่อเกี่ยวกับตนเอง

1) ความเชื่อเกี่ยวกับประสิทธิภาพของตนเอง (Self-efficacy beliefs) เช่น ฉันมั่นใจว่าฉันเข้าใจเนื้อหาสาระรายวิชาที่อ่านนำเสนอในรายวิชาคณิตศาสตร์

2) ความเชื่อเกี่ยวกับการบริหารจัดการ (Control beliefs) เช่น ถ้าฉันเรียนด้วยวิธีการที่เหมาะสม แล้วฉันจะสามารถเรียนรู้เนื้อหาสาระในรายวิชาได้

3) ความเชื่อเกี่ยวกับการให้คุณค่ากิจกรรม (Task-value beliefs) เช่น มันเป็นสิ่งสำคัญกับฉันที่จะเรียนรู้เนื้อหาสาระในชั้นเรียนคณิตศาสตร์นี้

4) ความเชื่อเกี่ยวกับการกำหนดทิศทางเป้าหมาย (Goal-orientation beliefs) เช่น ความพอใจของฉันในวิชาคณิตศาสตร์ คือ การพยายามเข้าใจเนื้อหาที่เป็นน่าจะเป็นไปได้อย่างทั่วถึงกันตลอด

5.4.3 ความเชื่อเกี่ยวกับบริบททางสังคม

ความเชื่อเกี่ยวกับบรรทัดฐานทางสังคมในชั้นเรียน ประกอบด้วย
 บทบาทและหน้าที่ของครู บทบาทและหน้าที่ของนักเรียน

จากการศึกษาประเภทของความเชื่อทางคณิตศาสตร์จากแนวคิดของนัก
 การศึกษา แมคลอด (McLeod. 1992 : 575 - 580) ; นอร์วูด (Norwood. 1997 : 62-67) ;
 อันเดอร์ฮิลล์ (Underhill. 1998 : 55 - 59) ; ออฟ เอลเดิล และคณะ (Op't Eynde et al. 2002 : 13 -
 37) ตลอดจนเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและการศึกษาความเชื่อทางคณิตศาสตร์ สรุปได้
 ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ประเภทของความเชื่อที่ใช้เป็นกรอบแนวคิดการวิจัย

แนวคิดของความเชื่อทางคณิตศาสตร์				
McLeod	Norwood	Underhill	Op't Eynde et al	สรุปประเภท ของความเชื่อ
ความเชื่อ เกี่ยวกับ คณิตศาสตร์	ความเชื่อ เกี่ยวกับ คณิตศาสตร์	ความเชื่อ เกี่ยวกับ คณิตศาสตร์	ความเชื่อ เกี่ยวกับ คณิตศาสตร์ ศึกษา	ความเชื่อ เกี่ยวกับ คณิตศาสตร์
ความเชื่อ เกี่ยวกับการ จัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์	ความเชื่อ เกี่ยวกับการ จัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์	ความเชื่อ เกี่ยวกับการ จัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์		ความเชื่อ เกี่ยวกับการ จัดการเรียนรู้ คณิตศาสตร์
ความเชื่อ เกี่ยวกับตนเอง	ความเชื่อ เกี่ยวกับการ เรียนรู้ คณิตศาสตร์	ความเชื่อ เกี่ยวกับการ เรียนรู้ คณิตศาสตร์	ความเชื่อ เกี่ยวกับตนเอง	ความเชื่อ เกี่ยวกับการ เรียนรู้ คณิตศาสตร์

แนวคิดของความเชื่อทางคณิตศาสตร์				
McLeod	Norwood	Underhill	Op't Eynde et al	สรุปประเภทของความเชื่อ
ความเชื่อเกี่ยวกับบริบททางสังคม		ความเชื่อเกี่ยวกับตนเองภายใต้บริบทของการเรียนการสอนที่เกิดขึ้น	ความเชื่อเกี่ยวกับบริบททางสังคม	

5.5 ความรู้สึกนึกคิดและความเข้าใจการยอมรับ

ความเชื่อทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้สึกนึกคิดหรือความเข้าใจหรือการยอมรับของนักเรียนในการเรียนคณิตศาสตร์ที่เห็นว่าดีและสำคัญต่อการเรียนคณิตศาสตร์ จำแนกเป็นด้านความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ด้านความเชื่อเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และด้านความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ แต่ละด้านมีความหมาย ดังนี้

5.5.1 ด้านความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้สึกนึกคิดหรือความเข้าใจหรือการยอมรับของนักเรียนที่มีต่อเนื้อหาและคุณค่าของวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับความคิด การวิเคราะห์ ฝึกให้รู้จักคิดอย่างเป็นระบบ เป็นเหตุเป็นผล เป็นพื้นฐานในการเรียนวิชาอื่นและในการเรียนต่อระดับสูง ช่วยให้มีทักษะในการคิดคำนวณ และพัฒนาสติปัญญาให้มีไหวพริบปฏิภาณที่ดี เป็นวิชาที่ทำทลายความคิดในการแก้ปัญหาด้วยตนเองจนเกิดความภาคภูมิใจรักการทำงาน สร้างนิสัยละเอียดรอบคอบ ช่วยให้มีสมาธิและมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ส่งเสริมให้เกิดความก้าวหน้าทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ซึ่งอาจเป็นได้ทั้งทางบวกและทางลบ

5.5.2 ด้านความเชื่อเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้สึกนึกคิดหรือความเข้าใจหรือการยอมรับของนักเรียนที่มีต่อ การกระทำต่าง ๆ ของครูที่ปฏิบัติต่อนักเรียนในขณะที่ทำการสอนวิชาคณิตศาสตร์ตามการรับรู้ของนักเรียน โดยครูบอกจุดประสงค์การเรียนรู้ และมีการทบทวนเนื้อหาก่อนเริ่มสอน มีการใช้สื่อการสอนที่เหมาะสมกับเนื้อหา มีเทคนิควิธีการสอนที่หลากหลายสามารถสอนเข้าใจง่าย มีปฏิสัมพันธ์กับนักเรียน โดยครูมีความฉับไวสามารถแก้ปัญหาต่าง ๆ ในห้องเรียน อย่างมีเหตุผลจนเกิด

การยอมรับและศรัทธาในครูผู้สอนส่งผลให้นักเรียนเชื่อฟังครู มีการให้ทำแบบฝึกหัดและ
การบ้าน โดยอธิบายข้อยากก่อนให้นักเรียนทำตลอดจนการกระตุ้น ส่งเสริมให้นักเรียนมี
ความสนใจและตั้งใจเรียน

5.5.3 ด้านความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้สึก
นึกคิดหรือความเข้าใจหรือการยอมรับนักเรียนต่อการปฏิบัติตัวของนักเรียนขณะร่วม
กิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ มีการแลกเปลี่ยนเรียนรู้โดยการเข้ากลุ่มช่วยกันคิด
แก้ปัญหาพร้อมกัน มีการทบทวนและศึกษาบทเรียนล่วงหน้า รวมถึงการทำบ้าน การเรียน
นอกเวลาโดยมีผู้ให้คำแนะนำบางครั้ง มีการสืบค้นข้อมูลเพิ่มเติมนอกเหนือจากหลักสูตรจาก
แหล่งเรียนรู้ต่าง ๆ ด้วยความตั้งใจและมีสมาธิ และสามารถนำผลการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นไปใช้
แก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้

6. แนวทางการวัดและประเมินความเชื่อทางคณิตศาสตร์

ความเชื่อทางคณิตศาสตร์ มีนักการศึกษาได้สร้างเครื่องมือในการวัดความเชื่อ
ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

นิโคล และคณะ (Nicholls and et.al. 1990 : 109-112) ได้สร้างเครื่องมือเกี่ยวกับ
ความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนไว้ 7 ด้าน ประกอบด้วย ด้านเจตคติที่มีต่อ
วิชาคณิตศาสตร์ ด้านการเรียนคณิตศาสตร์ เช่น การเรียนคณิตศาสตร์ได้ต้องมีเหตุผล ด้าน
การทำงาน เช่น หลีกเลียงเมื่อต้องทำการบ้านที่ยาก ด้านความสนใจ และความพยายามในการ
เรียนวิชาคณิตศาสตร์ ด้านความสามารถในการใช้สติปัญญา ด้านการเรียนรู้เพื่อให้นักเรียน
สามารถนำความรู้ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหา ด้านสภาวะแวดล้อม เช่น สิ่งแวดล้อม สังคม
เศรษฐกิจ เป็นต้น

นอร์วูด (Norwood. 1997 : 62 - 67) ได้สร้างเครื่องมือวัดความเชื่อทาง
คณิตศาสตร์ไว้ โดยกำหนดความเชื่อทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ด้าน ประกอบด้วย ความเชื่อ
เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ความเชื่อเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และความเชื่อเกี่ยวกับ
การเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยสร้างแบบสอบถามครอบคลุมทั้ง 3 ด้าน จากนั้นนำมาหา
ความสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียน กลุ่มตัวอย่าง ประกอบด้วย ครู 8 ท่านและนักเรียน
จำนวน 158 คน เครื่องมือที่ใช้เป็นแบบสำรวจโดยใช้มาตราส่วน 5 อันดับ มีข้อคำถามที่
ครอบคลุมทั้ง 3 ด้าน จำนวน 18 ข้อ ดังตัวอย่างตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ตัวอย่างแบบสอบถามความเชื่อทางคณิตศาสตร์

ข้อความ	เห็น ด้วย อย่างยิ่ง	เห็น ด้วย	ไม่ แน่ใจ	ไม่เห็น ด้วย	ไม่เห็น ด้วย อย่างยิ่ง
<p>ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์</p> <p>1. การเรียนคณิตศาสตร์ให้เก่งจะต้องมีความจำที่ดี</p> <p>2. วิชาคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างมีหลักการ</p> <p>ความเชื่อเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>1. ครูควรมีสื่อการสอนทุกบทเรียน</p> <p>2. ครูควรทบทวนก่อนสอนเรื่องใหม่</p> <p>ความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์</p> <p>1. การเรียนคณิตศาสตร์สามารถนำการเรียนรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้</p> <p>2. นักเรียนสามารถหาความรู้ได้เพิ่มเติมจากห้องสมุด</p>					

เกณฑ์การให้คะแนนในแต่ละข้อมีหลักเกณฑ์ ดังนี้ ข้อความใดที่แสดงว่าคุณคลมมีความเชื่อในการเรียนสูง ให้ 5, 4, 3, 2, 1 เมื่อทำเครื่องหมายตรงช่อง เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่แน่ใจ ไม่เห็นด้วย และไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง แต่ถ้าข้อความใดที่แสดงว่าคุณคลมมีความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์ต่ำ ก็ให้คะแนนตรงกันข้ามกับข้อความชนิดแรก คือ ให้คะแนน 1, 2, 3, 4, 5 เมื่อทำเครื่องหมายตรงช่อง เห็นด้วยอย่างยิ่ง เห็นด้วย ไม่แน่ใจ ไม่เห็นด้วย และไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง

ทฤษฎีและแนวคิดเกี่ยวกับเมตาคอกนิชัน

1. ความหมายของเมตาคอกนิชัน

มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของเมตาคอกนิชัน ไว้ดังนี้
 บราวและสมายเลย์ (Brown and Smiley. 1977 : 1 - 8) กล่าวว่า เมตาคอกนิชัน
 คือ การรับรู้ว่าเรารู้สิ่งใด และเข้าใจในสิ่งใด ซึ่งทั้งนี้ เป็นผลมาจากการที่บุคคลพยายาม
 ควบคุมกระบวนการคิดของตนเอง

ฟลาวเวล (Flavell. 1985 : 13- 15) กล่าวว่า เมตาคอกนิชัน คือ การที่บุคคลได้รู้
 ถึงกระบวนการคิด และผลิตผลของการคิดหรือสิ่งอื่นๆ ที่เกิดจากกระบวนการคิด อาจเป็น
 ความรู้ กิจกรรมทางการคิดต่าง ๆ ที่มีเป้าหมาย มีทิศทาง

แพริสและวินโกราต (Paris and Winograd. 1990 : 12) กล่าวว่า เมตาคอกนิชัน
 คือ การประเมินตนเองและการจัดการเกี่ยวกับความคิดของตนเอง

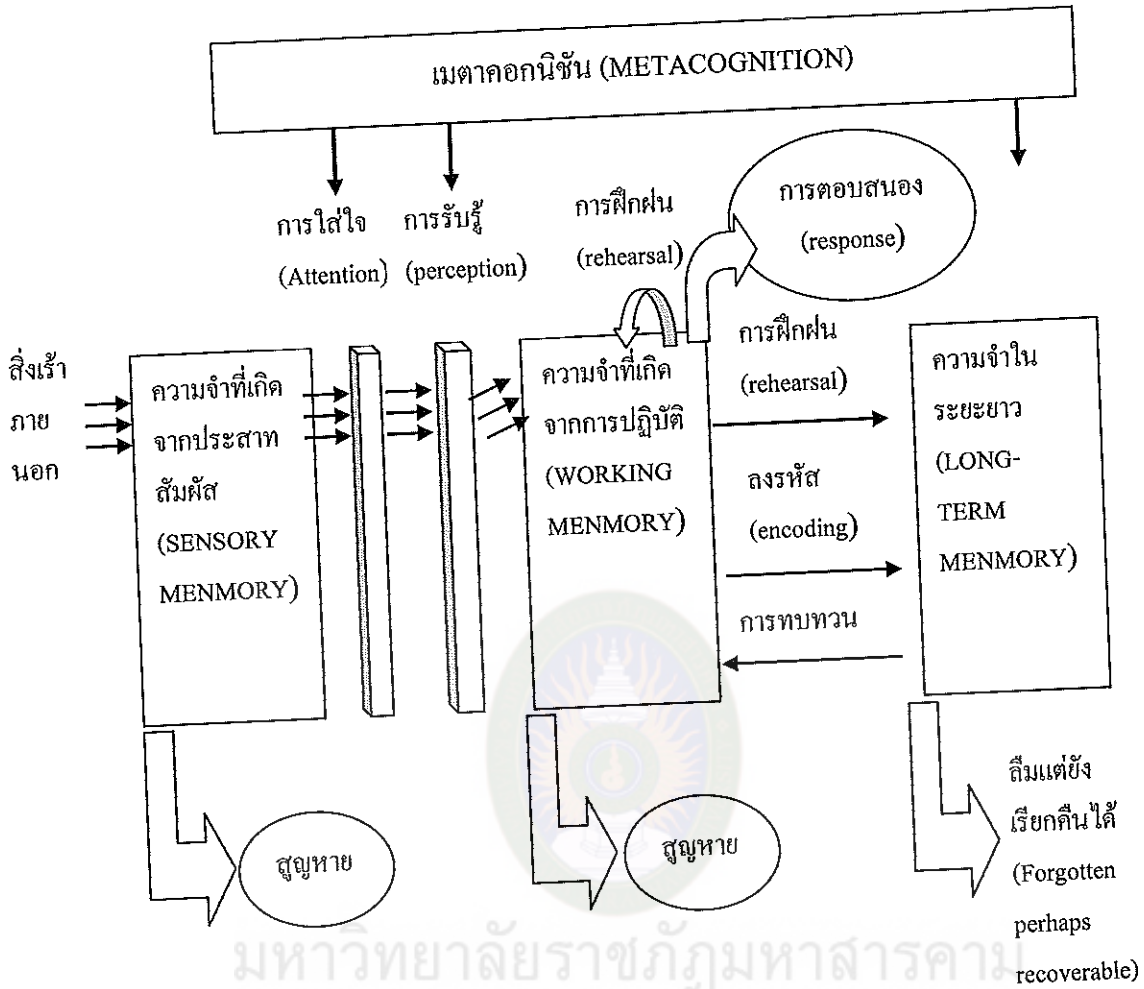
วูดโพลด์ (Woodfolk. 2004 : 1 - 3) กล่าวว่า เมตาคอกนิชัน คือ สภาวะของ
 แต่ละบุคคลในการตระหนักรู้เกี่ยวกับกระบวนการทางปัญญาหรือกลไกทางความคิดของ
 ตนเองและรู้ว่าจะนำมาใช้ในการปฏิบัติงานนั้นๆ ได้อย่างไร

ทิสนา แซมมณี (2553 : 304) กล่าวว่า เมตาคอกนิชัน คือ การควบคุมกำกับ
 การกระทำของตนเอง การตรวจสอบความก้าวหน้าและการประเมินผล สถานะนี้จะทำให้
 การคิดมีคุณค่าและเป็นประโยชน์ต่อการฝึกคิดเป็นอย่างมาก และเป็นความสามารถที่จะ
 ใช้อำนาจประโยชน์อย่างยิ่งสำหรับผู้เรียน

สรุปได้ว่า เมตาคอกนิชัน คือ ความสามารถในการรู้ กำกับและควบคุม
 กระบวนการคิดของตนเอง สามารถจัดการคิดของตนเองให้เป็นระบบ และเกิดความมั่นใจ
 ว่างานที่ทำจะบรรลุตามจุดมุ่งหมายอย่างมีประสิทธิภาพ

2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับเมตาคอกนิชัน

ทฤษฎีประมวลผลข้อมูล (Information processing theory) เป็นทฤษฎีที่
 อธิบายการเกิดเมตาคอกนิชัน ซึ่งเป็นแนวคิดทางการเรียนรู้ของจิตวิทยาพุทธิปัญญาที่
 เปรียบเทียบความคิดของมนุษย์กับกระบวนการประมวลข้อมูลของคอมพิวเตอร์ (Eggen and
 Kauchak. 1999 : 244)



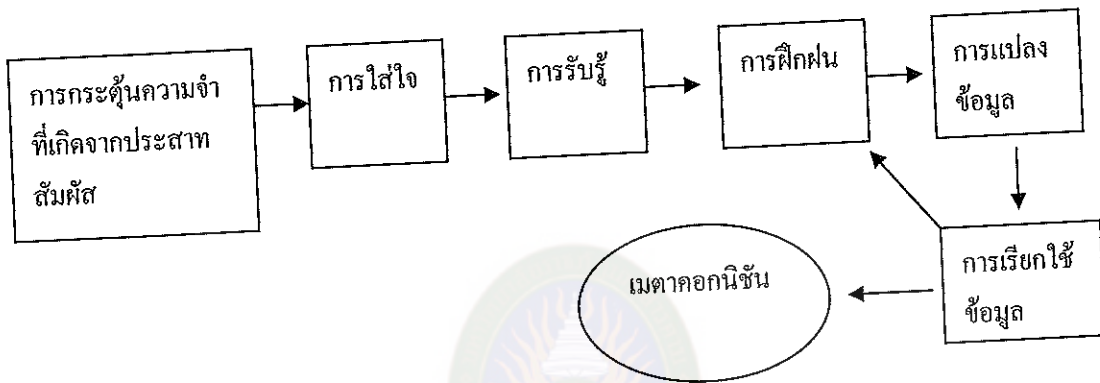
แผนภาพที่ 1 ทฤษฎีประมวลความรู้
ที่มา : Eggen and Kauchak (1999 : 244)

รูปแบบของทฤษฎีประมวลผลข้อมูล ประกอบด้วยส่วนประกอบสำคัญ 3 ประการ คือ การจัดเก็บข้อมูล (Information stores) กระบวนการทางสติปัญญา (Cognitive processes) และเมตาคอกนินซ์ (Metacognition)

การจัดเก็บข้อมูล เป็นกระบวนการที่ใช้ในการเก็บข้อมูล เปรียบได้เสมือนกับแฟ้มเก็บข้อมูล ผู้เก็บแฟ้มข้อมูลของคอมพิวเตอร์ หรือสมุดบันทึกที่อยู่ซึ่งคนเราใช้ในการเก็บข้อมูล ข้อมูลที่จัดเก็บในรูปแบบการจัดกระทำข้อมูล ได้แก่ ความจำที่เกิดจากประสาทสัมผัส ความจำที่เกิดจากการปฏิบัติ และความจำระยะยาว

กระบวนการทางสติปัญญา เป็นการกระทำทางสติปัญญาในการแปลงข้อมูลและการเคลื่อนย้ายข้อมูลจากที่จัดเก็บหนึ่งไปยังอีกที่หนึ่ง กระบวนการนี้ประกอบด้วย การเอาใจ

ใส่ การรับรู้ การฝึกฝน การแปลงข้อมูลและการเรียกใช้ข้อมูล กระบวนการทางสติปัญญา
 เปรียบได้เสมือนกับ โปรแกรมคอมพิวเตอร์ซึ่งทำหน้าที่กำกับและแปลงข้อมูลในคอมพิวเตอร์
 เมตาคอกนิชัน หมายถึง กระบวนการบริหารและควบคุมกระบวนการทางสมอง
 เกี่ยวกับการใส่ใจ การรับรู้ การฝึกฝน การแปลงข้อมูล การเรียกใช้ข้อมูล ซึ่งขั้นตอนการ
 เกิดเมตาคอกนิชัน ดังแผนภาพที่ 2



แผนภาพที่ 2 ขั้นตอนการเกิดเมตาคอกนิชัน

สรุปได้ว่า นักเรียนจะจัดเก็บข้อมูลในหน่วยความจำที่เกิดจากประสาทสัมผัส
 ความจำที่เกิดจากการปฏิบัติ และความจำระยะยาว โดยจะมีการเปลี่ยนความจำจากระดับ
 หนึ่งไปสู่อีกระดับหนึ่งโดยใช้เมตาคอกนิชันในการควบคุมกระบวนการทางสติปัญญา

3. องค์ประกอบของเมตาคอกนิชัน

3.1 องค์ประกอบของเมตาคอกนิชัน

เบเกอร์ และบราวน์ (Baker & Brown, 1984 : 21 - 24) ได้แบ่งองค์ประกอบ
 ของเมตาคอกนิชันออกเป็น 2 องค์ประกอบ คือ การตระหนักรู้ (Awareness) และ
 ความสามารถในการกำกับตนเอง (Self-regulation) ตามรายละเอียดดังนี้

3.1.1 การตระหนักรู้ คือ การตระหนักรู้ถึงทักษะ บุทธวิธี และ
 แหล่งข้อมูลที่เป็นต่อการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ และรู้ว่าจะต้องทำอย่างไร
 องค์ประกอบแรกนี้เป็นเรื่องของสิ่งที่บุคคลรู้ถึงสิ่งที่ตนเองคิด และความสอดคล้องกับ
 สถานการณ์การเรียนรู้ รวมไปถึงการแสดงออกสิ่งที่รู้ออกมาโดยการอธิบายให้คนอื่นฟัง
 สามารถสรุปใจความสำคัญของสิ่งที่เรียนรู้นั้น มีวิธีจำสิ่งนั้นได้ง่าย ตลอดจนการคิด
 แบบทดสอบ การวางขอบข่าย และการจัดบันทึก ความสามารถในการสะท้อนกระบวนการ

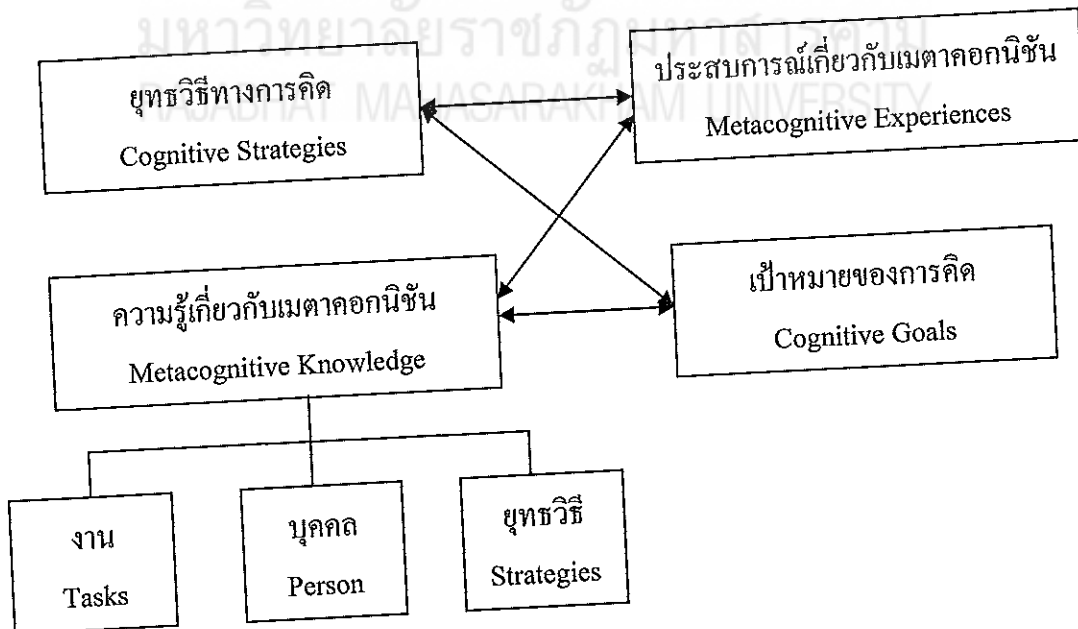
คิดของตนเองออกมาในขณะที่อ่านเรื่องราวหรือในการคิดแก้ปัญหา เป็นทักษะที่จะทำให้บุคคลทำงานอย่างมีแผน เพราะจะทำให้รู้ว่าในงานนั้น ๆ ไม่ว่าจะป็นด้านการอ่าน การแก้ปัญหา หรืองานต่าง ๆ จะต้องประกอบไปด้วยสิ่งใดบ้าง ที่จะทำให้การทำงานนั้นเกิดประสิทธิภาพ

3.1.2 ความสามารถในการกำกับตนเอง คือ การกำกับตนเองให้สามารถปฏิบัติงานได้สำเร็จสมบูรณ์ เป็นการรู้ว่าจะทำงานนั้นอย่างไร และตอนไหน องค์ประกอบนี้เป็นยุทธวิธีในการกำกับตนเองในขณะที่กำลังคิดแก้ปัญหา ซึ่งรวมไปถึง การพิจารณาว่ามีความเข้าใจในสิ่งนั้นหรือไม่ การประเมินความพยายามในการทำงาน การวางแผน และขั้นตอนในการทำงาน การทดสอบวิธีการที่ใช้ การตัดสินใจและการใช้ความสามารถที่มีอยู่ในการแก้ปัญหา

3.2 องค์ประกอบของเมตาคอกนิชัน

ฟลาวเวล (Flavell, 1985 : 103-110) ได้แบ่งองค์ประกอบของเมตาคอกนิชันออกเป็น 2 องค์ประกอบ คือ ความรู้ในเมตาคอกนิชัน (Metacognition knowledge) และประสบการณ์ในเมตาคอกนิชัน (Metacognition experience) แสดงดังภาพที่ 3

Flavell's model of cognitive monitoring



แผนภาพที่ 3 กระบวนการเมตาคอกนิชัน
ที่มา : Flavell (1985 : 103-110)

3.2.1 ความรู้ในเมตาคognition คือ ความรู้ทั้งหมดที่บุคคลสะสมและเก็บไว้ในระบบความจำระยะยาว เป็นการที่บุคคลรู้ว่าตนเองรู้อะไร คิดอย่างไรและจะบรรลุเป้าหมายอย่างไร ความรู้ในเมตาคognition ประกอบด้วย ความรู้เบื้องต้น หรือความเชื่อในเรื่องของตัวแปร หรือองค์ประกอบที่มีผลต่อกิจกรรมทางการคิด โดยฟลาเวล ได้แบ่งความรู้ในเมตาคognition ออกเป็น 3 ตัวแปร

1) ตัวแปรด้านบุคคล (Person variable) หมายถึง การที่บุคคลมีความรู้เกี่ยวกับลักษณะที่บุคคลโดยทั่วไปมีอยู่ในด้านความสามารถทางปัญญา การเรียนรู้หรือการทำงาน เช่น รู้ถึงความถนัดและความสามารถของบุคคล รู้ว่าบุคคลมีลักษณะอย่างไรจึงทำงานเฉพาะอย่างได้ดี

2) ตัวแปรด้านงาน (Tasks variable) หมายถึง การตระหนักรู้ลักษณะของงานที่ทำซึ่งมีผลต่อการปฏิบัติงานของบุคคลนั้นๆ การรู้ว่าสิ่งใดทำให้งานยากนั้น สิ่งใดทำให้งานนั้นง่ายขึ้นไปถึงปัญหาและอุปสรรคของงานนั้นที่จะเกิดขึ้นแก่ตน

3) ตัวแปรด้านยุทธวิธี (Strategy variable) หมายถึง ความรู้ของบุคคลที่เกี่ยวกับยุทธวิธีที่เหมาะสมที่จะใช้การทำงานนั้นให้บรรลุเป้าหมายอย่างมีประสิทธิภาพ เป็นวิธีการที่จะช่วยให้เกิดความเข้าใจ การจัดระบบ การวางแผน การลงมือปฏิบัติ และการประเมินผล ทั้งในสิ่งที่ทำไปแล้วกับสิ่งที่จะทำต่อไป ตัวแปรด้านนี้ทำให้เกิดความก้าวหน้าในการคิดยุทธวิธีในเมตาคognition ตลอดจนมีการตรวจสอบ

3.2.2 ประสิทธิภาพในเมตาคognition เป็นประสบการณ์ทางการคิดที่บุคคลสามารถควบคุมได้ ซึ่งการนำประสบการณ์ในเมตาคognition มาใช้นั้น มีวัตถุประสงค์เพื่อนำมากำกับตนเอง (Self-regulation) และควบคุมตนเองในกิจกรรมทางความคิด ให้พฤติกรรมตนเองเปลี่ยนแปลงไปสู่เป้าหมายที่ต้องการ โดยที่ประสบการณ์ในเมตาคognition มี 3 ด้าน คือ

- 1) การวางแผน (Planning) หมายถึง การรู้ว่าตนเองคิดว่าจะทำงานนั้นอย่างไร ตั้งแต่การกำหนดเป้าหมายจนถึงการปฏิบัติงานจนบรรลุเป้าหมาย
- 2) การควบคุมตนเอง (Monitoring) หมายถึง การทบทวนตนเองเกี่ยวกับแผนที่วางไว้ว่าเป็นไปได้เพียงใด ความเหมาะสมของลำดับขั้นตอนและวิธีที่เลือกใช้
- 3) การประเมินผล (Evaluation) หมายถึง การประเมินแผนการที่ใช้และผลลัพธ์ที่ได้ว่าสิ่งที่ทำที่นำมาทั้งหมดดีหรือไม่ ยังมีวิธีอื่นที่แตกต่างและดีกว่าหรือไม่

3.3 องค์ประกอบของเมตาคอกนิชัน

3.3.1 ดิกินสัน (Dickinson. 1987 : 34) ได้แบ่งองค์ประกอบของเมตาคอกนิชัน ออกเป็น 4 องค์ประกอบ ดังนี้

- 1) ความรู้ในเมตาคอกนิชัน เป็นการรู้เกี่ยวกับสิ่งที่เรียน และการรู้จักตนเอง เช่น ฉันรู้ว่าการเรียน Gramma เป็นเรื่องยากสำหรับฉัน
- 2) ประสบการณ์ในเมตาคอกนิชัน เป็นการใช้ความคิดอย่างมีสติและรู้ตัว เช่น การรู้สึกและเข้าใจว่า ตนเองไม่เข้าใจ หรือเข้าใจในสิ่งนั้น ๆ
- 3) เป้าหมาย หรืองาน เป็นการกำหนดจุดประสงค์ หรืองานที่จะทำ
- 4) การกระทำหรือยุทธวิธี เป็นวิธีการที่บุคคลใช้เพื่อความสำเร็จในการทำงาน เช่น การตรวจสอบความก้าวหน้าของการทำงาน

3.4 องค์ประกอบของเมตาคอกนิชัน

เวลล์ (Wells. 2000 : 6 – 13) กล่าวว่า องค์ประกอบของเมตาคอกนิชัน ประกอบด้วย 3 องค์ประกอบ ดังนี้

3.4.1 ความรู้ในเมตาคอกนิชัน ซึ่งแบ่งเป็น

- 1) ความรู้ในเมตาคอกนิชันที่สามารถแสดงออกมาได้อย่างชัดเจน คือ สิ่งที่เกี่ยวข้องกับจิตสำนึก และสามารถแสดงความคิดออกมาเป็นคำพูดได้
- 2) ความรู้ในเมตาคอกนิชันที่ไม่สามารถแสดงออกมาได้อย่างชัดเจน คือ สิ่งที่เกี่ยวข้องกับจิตสำนึก แต่ไม่สามารถแสดงออกมาเป็นคำพูดได้

3.4.2 ประสบการณ์ในเมตาคอกนิชันเป็นสิ่งที่สามารถเชื่อมโยงความสับสนหรือแปรปรวนทางอารมณ์ด้วยวิธีการที่หลากหลาย

3.4.3 ยุทธวิธีควบคุมเมตาคอกนิชัน คือ คำตอบของบุคคลขณะที่มีการควบคุมกิจกรรมต่าง ๆ ของระบบทางปัญญา

องค์ประกอบของเมตาคอกนิชัน ของเบเกอร์ และบราวน์ (Baker and Brown. 1984 : 21 - 24) ; ฟลาวเวล (Flavell. 1985 : 103-110) ; ดิกินสัน (Dickinson. 1987 : 34) ; และเวลล์ (Wells. 2000 : 6 – 13) สรุปได้ว่า องค์ประกอบของเมตาคอกนิชันประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ คือ องค์ประกอบที่ 1 คือ การตระหนักรู้ และความรู้ในเมตาคอกนิชัน และองค์ประกอบที่ 2 คือ ความสามารถในการกำกับตนเอง และประสบการณ์ในเมตาคอกนิชัน รายละเอียดดังนี้

1. การตระหนักรู้ และความรู้ในเมตาคอกนิชัน ซึ่งมีความหมายคล้ายกัน คือ ความตระหนักรู้ในตนเองว่าจะใช้ทักษะ ยุทธวิธี และแหล่งข้อมูลอะไรบ้างที่จำเป็นต่อการทำงานอย่างมีประสิทธิภาพ และรู้ว่าจะทำอย่างไร ซึ่งเป็นสิ่งที่บุคคลรู้ถึงสิ่งที่ตนเองคิด และสอดคล้องกับสถานการณ์การเรียนรู้ เช่น การแก้ปัญหา นักเรียนสามารถแสดงออกในสิ่งที่รู้ออกมาโดยการอธิบายให้ผู้อื่นฟังได้ ซึ่งในการคิดแก้ปัญหาเป็นทักษะที่ทำให้คนทำงานอย่างมีแผน และรู้ว่าควรจะทำด้วยสิ่งใดบ้างจึงจะทำให้การทำงานเกิดประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

2. ความสามารถในการกำกับตนเอง และประสบการณ์ในเมตาคอกนิชัน ซึ่งมีความหมายคล้ายกัน คือ ความสามารถในการกำกับ ควบคุม กระบวนการคิดของตนเอง ในขณะที่กำลังคิดแก้ปัญหา รวมไปถึงการพิจารณาว่ามีความเข้าใจในสิ่งนั้นหรือไม่ มีการประเมิน ความพยายามในการทำงาน การวางแผน ตรวจสอบ ทบทวนความคิด เกี่ยวกับแผนที่ทำไว้ว่ามีความถูกต้องเหมาะสมหรือไม่ รวมถึงการประเมินการวางแผน การกำกับตรวจสอบ และประเมินผลลัพธ์ ทดสอบวิธีการเปลี่ยนแปลงวิธีการ ไปใช้กลวิธีอื่น เพื่อให้สามารถแก้ปัญหาได้ รายละเอียดของกรอบแนวคิดเป็นดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 แสดงองค์ประกอบของเมตาคอกนิชันที่ใช้เป็นกรอบแนวคิดในการวิจัย

องค์ประกอบของเมตาคอกนิชัน				
Baker and Brown	Flavell	Dickinson	Wells	องค์ประกอบของเมตาคอกนิชัน
การตระหนักรู้	ความรู้ในเมตาคอกนิชัน	ความรู้ในเมตาคอกนิชัน	ความรู้ในเมตาคอกนิชัน	การตระหนักรู้ และความรู้ในเมตาคอกนิชัน
		เป้าหมาย หรืองาน		
ความสามารถในการกำกับตนเอง	ประสบการณ์ในเมตาคอกนิชัน	การกระทำหรือยุทธวิธี	ยุทธวิธีควบคุมเมตาคอกนิชัน	ความสามารถในการกำกับตนเอง และประสบการณ์ในเมตาคอกนิชัน
		ประสบการณ์ในเมตาคอกนิชัน	ประสบการณ์ในเมตาคอกนิชัน	

4. เมตาคอกนิกซ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เมตาคอกนิกซ์สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้มี
นักการศึกษา กล่าวไว้ดังนี้

4.1 การนำมาเมตาคอกนิกซ์มาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ฟีและแอนดรี (Phye and Andre. 1986 : 228) กล่าวว่า การนำมาเมตาคอก
นิกซ์มาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จะมีผลดีดังนี้

4.1.1 ช่วยให้บุคคลสามารถคาดคะเนถึงขอบเขตของการแก้ปัญหา
คณิตศาสตร์นั้นๆ

4.1.2 ช่วยให้ตระหนักรู้ว่า จะนำยุทธวิธีที่รู้มาใช้แก้ปัญหาอย่างไร และ
แต่ละยุทธวิธีจะใช้เมื่อไรจึงจะเหมาะสม

4.1.3 ช่วยในการวิเคราะห์เกี่ยวกับปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อเตรียมการ
แก้ปัญหาต่อไป

4.1.4 ช่วยในการวางแผนการเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมสำหรับนำมาใช้ใน
การแก้ปัญหานั้นๆ

4.1.5 ช่วยในการควบคุมและตรวจสอบถึงประสิทธิภาพของยุทธวิธีที่
นำมาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

4.1.6 ช่วยในการประเมินประสิทธิภาพของยุทธวิธีที่นำมาใช้ในขั้นตอน
ต่าง ๆ และทำให้รู้ว่าควรจะจบการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นเมื่อไร

4.2 การนำมาเมตาคอกนิกซ์มาช่วยในการแก้ปัญหา

คูลเปอร์ (Cooper. 1998 : 30-31) ได้กล่าวถึง การนำมาเมตาคอกนิกซ์มาใช้เพื่อ
ช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อช่วยให้นักแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี สรุปได้
ดังนี้

4.2.1 ช่วยทำให้รู้จักการอ่านปัญหาทางคณิตศาสตร์ซ้ำเพื่อให้แน่ใจว่า
เข้าใจในปัญหานั้นอย่างแน่นอน

4.2.2 ช่วยในการวางแผนและเลือกกลวิธีที่เหมาะสมสำหรับการดำเนิน
การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.2.3 ช่วยทำให้รู้จักแยกแยะข้อมูลที่สำคัญออกจากข้อมูลที่ไม่สำคัญใน
ปัญหานั้นๆ

4.2.4 ช่วยทำให้รู้จักการแตกปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็นปัญหาย่อยๆ

4.2.5 ช่วยทำให้รู้จักเชื่อมโยงข้อมูลที่รู้แล้วเข้าด้วยกัน
 4.2.6 ช่วยในการจัดระบบระเบียบให้กับข้อมูลที่อยู่ในปัญหาทาง
 คณิตศาสตร์นั้น ๆ

4.2.7 ช่วยทำให้รู้จักค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไปและประยุกต์ที่มีอยู่
 4.2.8 ช่วยทำให้รู้จักควบคุมเวลาในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ภายใน
 เวลาที่จำกัด

4.2.9 ช่วยทำให้รู้จักควบคุมเวลาในการแก้ไขปัญหาทางคณิตศาสตร์
 นั้นๆ ทบทวน การคิด การคำนวณ การหาผลลัพธ์ การตรวจสอบเกี่ยวกับแนวคิดในการ
 แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้น ๆ

4.3 กรอบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน

ยิมเมอร์ (Yimer. 2004 : 55 – 56) ได้เสนอกรอบแนวคิดเกี่ยวกับ
 กระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชันในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน
 ดังนี้

4.3.1 การเข้าสู่ปัญหา (The engagement phase) เป็นขั้นเผชิญปัญหาและ
 สร้างความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหา ประกอบด้วย

- 1) สร้างความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาโดยการอ่าน กำหนดแนวคิดหรือ
 วาดรูป
- 2) วิเคราะห์ข้อมูลโดยการอ่านซ้ำเพื่อพิจารณาลักษณะของปัญหา
 และเชื่อมโยงปัญหากับหลักการทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง

3) พิจารณาความเกี่ยวข้องของปัญหา ประเมินระดับความยากง่าย
 คาดคะเนความสำเร็จ และประเมินความรู้และประสบการณ์เดิมที่มีในการจัดการแก้ปัญหา

4.3.2 กำหนดโครงสร้างในการแก้ปัญหา (The transformation –
 formation phase) ขึ้นวางแผนการแก้ปัญหา โดยวิเคราะห์และกำหนดกรอบในการแก้ปัญหา
 ประกอบด้วย

- 1) สรุปรวปัญหาโดยการนึกถึงปัญหาที่เป็นกรณีเฉพาะ
- 2) คาดคะเนบนพื้นฐานของการวิเคราะห์เกี่ยวกับเงื่อนไขที่กำหนด
 ในปัญหา
- 3) สะท้อนผลการสำรวจและคาดคะเนความเป็นไปได้
- 4) วางแผนหรือหายุทธวิธีแก้ปัญหา

5) พิจารณาความสอดคล้องระหว่างแผนการแก้ปัญหา กับ

สถานการณ์ปัญหาที่กำหนด

4.3.3 ดำเนินการแก้ปัญหา (The implementation phase) เป็นขั้นตอน

ดำเนินการตามแผน ประกอบด้วย

1) สำรวจเงื่อนไขหลักของแผนเพื่อกำหนดแผนย่อย ตลอดจน

พิจารณาข้อมูลที่เกี่ยวข้อง

2) พิจารณาความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไขของปัญหา

3) ดำเนินการตามแผน

4) สะท้อนความเหมาะสมของการปฏิบัติตามแผน และความสอดคล้องกับแผนย่อย ขั้นนี้ทำให้เกิดการตัดสินใจเกี่ยวกับการปรับปรุงหรือยกเลิกแผน

4.3.4 ประเมินผล (The evaluation phase) เป็นขั้นประเมิน

กระบวนการแก้ปัญหา และตัดสินใจเกี่ยวกับการดำเนินการตามแผน ประกอบด้วย

1) ประเมินว่าคำตอบที่ได้นั้นตอบคำถามของปัญหาหรือไม่

2) ตรวจสอบความสอดคล้องของแผนกับเงื่อนไขของปัญหา และ

ตรวจสอบข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นในการคำนวณ

3) ประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้

4) ตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธคำตอบของปัญหา

4.3.5 สะท้อนผล (The internalization phase) เป็นขั้นที่เกี่ยวข้องกับ

เจตคติของนักเรียนเกี่ยวกับปัญหา ประกอบด้วย

1) สะท้อนกระบวนการแก้ปัญหา

2) พิจารณาประเด็นสำคัญในกระบวนการแก้ปัญหา

3) ประเมินผลการแก้ปัญหาเพื่อปรับใช้กับสถานการณ์อื่น พิจารณา

หาแนวทางการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

4) สะท้อนถึงความเชื่อมั่นและความพึงพอใจในกระบวนการ

แก้ปัญหาและคำตอบของปัญหา

สรุปได้ว่า การนำเมตาคอกนิชันมาใช้เพื่อช่วยให้เป็นนักแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี นั้น จะช่วยให้รู้จักวางแผนในการแก้ปัญหา สามารถควบคุมตรวจสอบในการแก้ปัญหาและสามารถประเมินผลในการแก้ปัญหาได้

5. แนวทางการวัดและประเมินเมตาคอกนิชัน

โดยทั่วไปการวัดเมตาคอกนิชันเป็นการอธิบายวิธีการเรียนรู้ของคนในด้านความสามารถที่เป็นความรู้และควบคุมกระบวนการคิดของตนเอง จากการศึกษางานวิจัยสรุปวิธีการวัดเมตาคอกนิชัน ได้ดังนี้

5.1 การสัมภาษณ์ (Interview Method) เป็นการใช้คำพูดในการทบทวนความคิดเพื่อรายงานกระบวนการในการคิดและเมตาคอกนิชันออกมาหลังจากที่ได้ทำงานไปแล้ว ตัวอย่างงานวิจัยของฟอร์เรสต์และวอลเลอร์ (Forrest and Waller. 1984 : 63 - 76) ได้ทำการศึกษาสิ่งที่นักเรียนทราบเกี่ยวกับการอ่านและทักษะการเรียนรู้ ได้ศึกษากับเด็กเกรด 3 และเกรด 6 โดยใช้คำถามมาตรฐานในการสัมภาษณ์เด็กในเรื่องความรู้เกี่ยวกับยุทธวิธีในการอ่านที่มีประสิทธิภาพ ผลการศึกษาพบว่าเด็กที่เรียนในระดับชั้นที่สูงกว่า จะมีความรู้ด้านยุทธวิธีดีกว่าและมีความไวต่อคำถามที่ใช้สัมภาษณ์มากกว่านักเรียนในระดับชั้นที่ต่ำกว่า

5.2 การแสดงการคิดออกมา (Think Aloud Method) เป็นวิธีการที่สัมพันธ์กับการสัมภาษณ์โดยการให้นักเรียนรายงานความคิดและการกระทำของเขาในขณะที่กำลังอยู่ในกระบวนการคิด เช่น ใช้คำถามว่า “บอกซิว่าเธอกำลังทำอะไรในขณะที่อ่านปัญหาข้อนี้ บอกวิธีในการคิดของเธอว่ามีวิธีคิดอย่างไร” การให้รายงานการคิดออกมามี 2 แบบ คือ

5.2.1 การให้กลุ่มตัวอย่างรายงานความคิด ในขณะที่กำลังทำงานหรือกำลังแก้ปัญหา มีการบันทึกเสียงการรายงานไว้ แล้วถอดเทปออกมาใส่รหัสข้อความที่พูดได้จากนั้นก็นำไปวิเคราะห์ต่อไป

5.2.2 การให้กลุ่มตัวอย่างรายงานความคิด หลังจากแก้ปัญหาเสร็จแล้ว วิธีการนี้เป็นการลดการรบกวนสมาธิในการทำงานที่อาจเกิดขึ้นถ้าใช้วิธีในข้อ 2.1 และเป็น การให้ผู้แก้ปัญหาได้รวบรวมมโนทัศน์เกี่ยวกับงานที่ทำหรือปัญหาที่กำลังแก้ แต่การใช้วิธีนี้ การแปลถ้อยคำที่รายงานต้องทำอย่างระมัดระวังเพราะบางทีความคิดที่ไม่มีในขณะแก้ปัญหา อาจเกิดขึ้นได้ในช่วงการทบทวนนี้ นิสเบตและวิลสัน (Nisbett and Wilson. 1977 : 231-259)

5.3. การใช้แบบสอบถามมีทั้งข้อคำถามปลายเปิด เลือกลง มาตราส่วน ประเมินค่า ตัวอย่างเช่น

5.3.1 วัดเมตาคอกนิชันที่ใช้ข้อคำถามปลายเปิด เช่น งานวิจัยของ สวันสัน (Swanson. 1990 : 306 – 314) ได้ศึกษาผลของเมตาคอกนิชันและความถนัดต่อการเรียนต่อ การแก้ปัญหานักเรียนมัธยมศึกษา สวันสันแบ่งเมตาคอกนิชันเป็น 3 ด้าน คือ ด้านงาน

ด้านบุคคล และด้านยุทธวิธี ตัวอย่างข้อคำถามปลายเปิดด้านยุทธวิธี เช่น “สมมติว่ามีไข่ 50 ฟอง ใส่ถุงแล้วตั้งไว้บนศรีษะ โดยไข่มีสีขาวจำนวน 49 ฟองและมีสีน้ำตาลจำนวน 1 ฟอง เขาต้องเดินบนท่อนซุงเพื่อข้ามแม่น้ำ เมื่อเขาเดินไปถึงกึ่งกลางของท่อนซุง ก็มีเสียงหนึ่งออก คำสั่งว่าให้หยิบไข่สีน้ำตาลขึ้นมาแสดง จึงจะให้ผ่านไปยังอีกฝั่งหนึ่งได้ เสียงนั้นสั่งว่าให้หยิบไข่สีน้ำตาลเดี๋ยวนี้ ท่านคิดว่าปัญหาของเขาคืออะไร ทำไม เป็นต้น

5.3.2 การวัดเมตาคอกนิชันที่ใช้มาตราส่วนประมาณค่า เป็นงานวิจัยของ โอนีลและอะบีได (O’Neil and Abedi. 1996 : 234 – 235) ได้ทำการศึกษาความเที่ยงตรงและความเชื่อมั่นของแบบสอบถามวัดเมตาคอกนิชัน โดยแบ่งเมตาคอกนิชันออกเป็น 4 ด้าน คือ การตระหนัก (Awareness) ยุทธวิธีทางความคิด (Cognitive Strategy) การวางแผน (Planning) และการตรวจสอบตนเอง (Self Checking) ทำการหาค่าความเชื่อมั่นและความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้างโดยวิธีวิเคราะห์องค์ประกอบ ตัวอย่างข้อความในด้านการวางแผน เช่น ข้าพเจ้าพยายามทำความเข้าใจกับโจทย์ปัญหาก่อนแก้โจทย์ปัญหา

5.3.3 การวัดเมตาคอกนิชันที่ใช้แบบเลือกตอบ เป็นงานวิจัยของแพริชและจาโคบ (Paris and Jacobs. 1984 : 208 -209) ได้พัฒนาเครื่องมือวัดเมตาคอกนิชันในด้านการอ่านขึ้น เรียกว่า ครอบงำซึ่งการตระหนักรู้ในการอ่าน ประกอบด้วย ข้อคำถามที่วัดเมตาคอกนิชันในการอ่าน 4 ด้านด้วยกัน ได้แก่ การประเมิน การวางแผน การควบคุมและความรู้ในเชิงปัจจัย ข้อคำถามมีลักษณะเป็นแบบเลือกตอบมี 20 ข้อ แต่ละข้อประกอบด้วยตัวเลือก 3 ตัว ให้คะแนนเป็น 0, 1, 2 ตามลำดับที่แสดงถึงความมีเมตาคอกนิชันในการตอบปัญหานั้น ๆ ตัวอย่างข้อคำถาม เช่น

หากท่านต้องอ่านหนังสือเกี่ยวกับวิทยาศาสตร์หรือสังคมศาสตร์ ท่านจะทำอย่างไรเพื่อสามารถจดจำข้อมูลต่าง ๆ ที่อ่านได้

- ก. ถามคำถามตนเองเกี่ยวกับแนวคิดสำคัญ (2)
- ข. ข้ามข้อความที่ไม่เข้าใจไปเสีย (0)
- ค. ตั้งสมาธิให้ดีและพยายามที่จดจำให้ได้ (1)

สรุปได้ว่า การวัดเมตาคอกนิชันมีวิธีการวัดหลายวิธี ประกอบด้วย การสัมภาษณ์ การให้แสดงความคิดออกมา และการใช้แบบสอบถาม สำหรับการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกศึกษาเมตาคอกนิชันโดยใช้แบบสอบถามวัดเมตาคอกนิชันเป็นชนิดแบบมาตราส่วนประมาณค่า

ทฤษฎีและแนวคิดเกี่ยวกับความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ มีความหมายเดียวกับคำว่า Concept ในภาษาอังกฤษ ในภาษาไทย อาจเรียกว่า มโนคติ มโนทัศน์ ความคิดรวบยอด เป็นต้น แต่มีความหมายเดียวกันในการวิจัย ครั้งนี้ผู้วิจัยใช้คำว่า “มโนทัศน์” ซึ่งความหมายของมโนทัศน์ได้มีนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้ต่าง ๆ ดังนี้

แซงค์ (Schunk. 1991 : 176) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง ข้อความที่กำหนด ขึ้นมาเพื่ออธิบายถึงวัตถุ สัญลักษณ์หรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะต่างๆ ที่เป็นลักษณะสำคัญ

แมคคาวและลูบ (McCow and Roup. 1992 : 338) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้ การสังเกตวัตถุ เหตุการณ์หรือความสัมพันธ์ที่มี ลักษณะ แตกต่างกัน หรือเหมือนกัน โดยสามารถสรุปรวมสิ่งต่างๆ เข้าด้วยกันและสามารถ แยกแยะความแตกต่างออกจากกันได้

อเลน (Arends. 1994 : 299) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความเข้าใจ ความคิด ของบุคคลที่มีต่อสิ่งต่าง ๆ รอบตัวเรา และสามารถบอกความเหมือนหรือความต่างของสิ่ง นั้นๆ

วูล์ฟอล์ก (Woolfolk. 2004 : 286) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง หมวดหมู่ข้อความ ชุดหนึ่งที่เกิดจากการจัดกลุ่มเหตุการณ์ที่สอดคล้องกับแนวคิด วัตถุ หรือบุคคลที่มีลักษณะ สำคัญคล้ายคลึงกัน

ทรูมาสซีส (Toumasis. 1995 : 98) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดขั้นสุดท้ายเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เกิดจากการเรียนรู้ของนักเรียนที่มีต่อสิ่งเร้า โดย นักเรียนสามารถแยกประเภทของสิ่งเร้าที่มีความสัมพันธ์และไม่สัมพันธ์กันได้

ชาสวาส และเฮอร์โลวิตซ์ (Schwarz and Hershkowitz. 1999 : 363) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความเข้าใจของบุคคลที่เป็นผลมาจากกระบวนการเรียนรู้ มโนทัศน์ ซึ่งสามารถสรุปออกมาเป็นนิยามทางคณิตศาสตร์ได้

โดโนแวนและแบรนฟอร์ด (Donovan and Bransford. 2005 : 364) กล่าวว่า ความ เข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ ความเข้าใจ (Comprehension) มโนทัศน์ การดำเนินการ และความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ โดยความเข้าใจด้านมโนทัศน์สะท้อนถึงความสามารถ ของนักเรียนในการให้เหตุผลตามนิยามหรือตามความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ โดยนักเรียนจะ

แสดงความเข้าใจเมื่อนักเรียนได้สร้างตัวอย่าง ได้นำเสนอ หรือ ได้ปฏิบัติตามมโนทัศน์ด้วยวิธีการต่าง ๆ

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546 : 2) กล่าวว่า มโนทัศน์ หมายถึง ภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน “ภาพตัวแทน” หมวดหมู่ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิด หรือปรากฏการณ์ ซึ่งมีลักษณะทั่ว ๆ ไปคล้ายกัน

อัมพร มีาคนอง (2554 : 5) กล่าวว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดนามธรรมที่ทำให้มนุษย์สามารถแยกแยะวัตถุ หรือเหตุการณ์ว่า เป็นตัวอย่างหรือไม่เป็นตัวอย่างของความคิดที่เป็นนามธรรมนั้น ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น มโนทัศน์ของการเท่ากัน มโนทัศน์ของการเป็นสับเซต มโนทัศน์เกี่ยวกับรูปของสามเหลี่ยม เป็นต้น

สรุปได้ว่า ความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการถ่ายทอดความรู้ และความคิดออกมาเป็นข้อความหรือสัญลักษณ์ด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยการยกตัวอย่าง สร้างรูปแบบทางคณิตศาสตร์ การคาดคะเนและการตรวจสอบ การให้เหตุผล และการพิสูจน์ และการนำเสนอในรูปแบบต่างๆ

2. ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ตรงกับคำภาษาอังกฤษว่า Mathematics Understanding เป็นจุดประสงค์ที่สำคัญของการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้ให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์ จุดมุ่งหมายสำคัญทางการศึกษาคณิตศาสตร์ คือ การสอนเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ด้วยความเข้าใจ มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

คราโวลล์ (Krauthohl. 1968 : 25-26 ; อ้างถึงใน สมยศ ชิดมมงคล. 2545: 43) มีความเห็นว่าความเข้าใจเป็นพื้นฐานที่สำคัญทางปัญญาที่แสดงออกด้วยพฤติกรรม 3 แบบ ดังนี้

2.1 การแปลความ (Translation) คือ การบรรยายเรื่องเดิมโดยใช้ถ้อยคำใหม่ ภาษาใหม่

2.2 การตีความ (Interpretation) คือ การเก็บความจากเรื่องราวเดิมมาบันทึกใหม่ จัดลำดับเนื้อเรื่องใหม่ โดยยังคงสาระสำคัญ และความสัมพันธ์ในเรื่องแล้วย่อเป็นข้อสรุป

2.3 การขยายความ (Extrapolation) คือ การขยายความคิดให้ไกลออกไป โดยอาศัยความสัมพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์เดิมที่ได้รับในตอนแรก

วิลสัน (Wilson. 1971 : 661) กล่าวว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ความเข้าใจเป็นความสามารถในการแปลความ (Translation) ตีความ (Interpretation) และขยายความ (Extrapolation) ในปัญหาใหม่ ๆ โดยการนำเอาความรู้ที่ได้เรียนมาไปสัมพันธ์กับโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ฮีบ์เบิร์กและคาร์เพนเตอร์ (Hiebert and Carpenter. 1992 : 67) ได้กล่าวถึงความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นในสมองของแต่ละบุคคล แต่ละคนจะเข้าใจแนวคิดหรือมโนคติทางคณิตศาสตร์ก็ต่อเมื่อแนวคิดนั้นเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างความรู้ทางคณิตศาสตร์

พร้อมพรรณ อุคมสิน (2544 : 62) ได้กล่าวถึงความหมายของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถในการนำความรู้ที่รู้มาสัมพันธ์กับโจทย์หรือปัญหาใหม่ ตลอดจนสามารถตีความ แปลความ สรุปความ และขยายความได้

สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแสดงออกของพฤติกรรมในการนำความรู้ที่ได้มาหาคำตอบของโจทย์ อาจใช้วิธีการต่างๆ เช่น การตีความ แปลความ สรุปความ และขยายความ

3. ประเภทของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์

การเรียนการสอนที่ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มีหลาย

ลักษณะ

ยูสกิน (Usiskin. 2001 : 69 ; อ้างถึงใน อัมพร ม้าคะนอง. 2547 : 94 - 109) ได้แบ่งความเข้าใจที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เป็น 4 ลักษณะ ดังนี้

3.1 ความเข้าใจเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการ (Skill – Algorithm Understanding) หรือที่เรียกว่าความเข้าใจด้านทักษะ เช่น ความเข้าใจเกี่ยวกับทักษะการคูณเศษส่วน นักเรียนจะแสดงความเข้าใจประเภทนี้เมื่อได้ลงมือทำงาน ความเข้าใจด้านทักษะนี้ประกอบด้วย

3.1.1 ความชำนาญในการตัดสินใจ การคิดในรูปแบบที่ง่ายกว่าการคิดในรูปแบบเดิม หรือใช้วิธีการที่แตกต่างกันในการแก้ปัญหาที่คล้ายคลึงกัน

3.1.2 ความสามารถในการตรวจสอบขั้นตอนวิธีการ หรือกระบวนการที่

นำมาซึ่งผลลัพธ์

3.1.3 การสร้างขั้นตอนวิธีการหรือกระบวนการใหม่สำหรับการหา

คำตอบ

3.2 ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติคณิตศาสตร์ (Properties – Mathematical Understanding) เป็นความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติที่เป็น โครงสร้างพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ เป็นความเข้าใจที่แสดงถึงรูปแบบทั่วไปของสิ่งที่นักเรียนเผชิญ สื่อได้ด้วยภาษาที่ถูกต้อง เช่น การสอนในชั้นเรียนเรื่อง การคูณเศษส่วน การที่ครูใช้คำว่า “ตัดทิ้ง” และ “ตัดตอน” บ่งบอก ว่าครูไม่ได้ส่งเสริมความเข้าใจ แต่ถ้าครูใช้ “การคูณจำนวนใด ๆ กับหนึ่ง” และ “เลือก เศษส่วนที่มีค่าเท่าเดิม” ได้ถ่ายทอดความเข้าใจให้กับนักเรียน งานที่แสดงถึงความเข้าใจ สมบัติคณิตศาสตร์นี้ ได้แก่

3.2.1 งานระดับล่าง เช่น การระบุสมบัติทางคณิตศาสตร์

3.2.2 งานระดับกลาง เช่น การอธิบายความสำคัญของสมบัติ

3.2.3 งานระดับสูง เช่น การเขียนพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์

3.3 ความเข้าใจเกี่ยวกับการนำไปใช้ (Use-Application Understanding) ซึ่งเป็นความเข้าใจที่แท้จริง เพราะนักเรียนจะต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปใช้อย่างสมเหตุสมผล นักเรียนต้องรู้ว่าเมื่อใดควรใช้คณิตศาสตร์ ใช้อะไร และใช้อย่างไร ความเข้าใจลักษณะนี้รวม การใช้งานของคณิตศาสตร์ทุกประเภท ตั้งแต่ในห้องเรียนจนถึงในชีวิตจริง

3.4 ความเข้าใจในการนำเสนอ (Understanding through Representation) นักเรียนที่มีความเข้าใจต้องสามารถนำเสนอสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่นทราบด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธี โดยจะใช้สื่อ วัสดุอุปกรณ์ประกอบการนำเสนอ ซึ่งอาจจะนำเสนอในรูปแบบที่เป็น รูปธรรมหรือนามธรรมก็ได้ ทั้งนี้จะเน้นที่ความสามารถในการถ่ายทอดสิ่งที่ตนเข้าใจให้ผู้อื่น ได้เข้าใจด้วย ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ลักษณะนี้ แต่ละลักษณะเป็นอิสระซึ่งกัน และกัน ดังนั้นในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดความเข้าใจสามารถ ประกอบด้วยลักษณะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่มากกว่า 1 ลักษณะ ขึ้นอยู่กับความ เหมาะสมและประสบการณ์ของนักเรียน

4. ความสำคัญของความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การเรียนรู้ด้วยความเข้าใจถูกให้ความสำคัญในการจัดการเรียนการสอนอย่างมาก โดยสมาคมครูคณิตศาสตร์อเมริกา (NCTM. 2000 : 20-22) ได้กำหนดให้นักเรียนรู้คณิตศาสตร์ด้วยความเข้าใจ เนื่องจากความสำคัญของความเข้าใจด้านมโนทัศน์ของความรู้และการกระทำของคนที่ชำนาญทางคณิตศาสตร์ ความชำนาญทำให้สามารถใช้ความรู้ได้อย่างคล่องแคล่ว และประยุกต์ ใช้กับสถานการณ์อื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องได้ นอกจากนี้ความเข้าใจด้านมโนทัศน์ยังเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของความชำนาญ เช่นเดียวกับความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงและการดำเนินการ ความสัมพันธ์ระหว่างความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง ความชำนาญในการดำเนินการ นอกจากนี้ยังมีนักการศึกษากล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ออซูเบล (Ausubel. 1968 : 505) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นสำหรับการดำเนินชีวิตในสังคม เนื่องจากพฤติกรรมของมนุษย์ไม่ว่าจะเป็นด้านความคิด การสื่อความหมายระหว่างกัน การแก้ปัญหา การตัดสินใจ ล้วนต้องผ่านเครื่องกรองที่เป็นมโนทัศน์มาก่อนทั้งสิ้น

เด เซโค (De Cecco. 1968 : 412-413) กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ สรุปได้ว่า

1. มโนทัศน์ช่วยลดความซับซ้อนของธรรมชาติ และสิ่งแวดล้อมหรือเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่มีอยู่มากมาย การที่เราตอบสนองต่อสิ่งเร้าที่ละเอียดอ่อนเป็นเรื่องยาก ดังนั้นมนุษย์จึงใช้มโนทัศน์ในการจัดแบ่งสิ่งต่างๆ เป็นกลุ่มทำให้การตอบสนองหรือสื่อความหมายได้ง่ายขึ้น

2. มโนทัศน์ช่วยให้รู้จักสิ่งต่าง ๆ การรู้จักเป็นการจัดสิ่งเร้าให้อยู่ในกลุ่มใดกลุ่มหนึ่ง เช่น การแยกได้ว่าเสียงที่ได้ยินเป็นเสียงอะไร อยู่ในพวกไหน และใช้มโนทัศน์นี้เป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ต่อไป

3. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนรู้ได้มากขึ้น เช่น เมื่อมีการเรียนรู้เรื่องหนึ่งๆ เราสามารถนำไปใช้ได้เลยโดยไม่ต้องเรียนซ้ำ เช่น รู้จักสัตว์เลี้ยงลูกด้วยนม จากนั้นเมื่อเราพบสัตว์ประเภทเดียวกันเราก็สามารถแยกแยะได้

4. มโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ทำให้เรารู้จักว่าวัตถุนั้นอยู่ในกลุ่มใด เหตุการณ์ใหม่อยู่ในกลุ่มใด แล้วทำให้เกิดการตัดสินใจต่อไป ดังนั้นการมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องและกว้างขวางก็เท่ากับทำให้รู้จักการแก้ปัญหามากขึ้น

5. มโนทัศน์ช่วยในการเรียนการสอน เพราะในการเรียนการสอนต้องอาศัย การสื่อสารในรูปแบบ การฟัง การพูด การอ่านและการเขียน

คลูนีส เดวิดและเฮนเดอร์สัน (Cooney, Davis and Henderson. 1975 : 89-90)

ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ได้แก่

1. เราสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์ เรื่องจำนวนตรรกยะก็จะสามารถบอกได้ว่าจำนวน ๆ หนึ่งเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะ เหตุใดเป็นต้น

2. มโนทัศน์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบาง ประการอื่น ๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้

3. มโนทัศน์จะทำให้เราค้นพบความรู้ใหม่

จอห์น (John. 2004 : 26-27) ได้กล่าวถึงผลที่จะเกิดขึ้นกับนักเรียนเมื่อนักเรียน มีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. ความเข้าใจทำให้สามารถสร้างความรู้ใหม่ เมื่อนักเรียนมีความเข้าใจใน เนื้อหาใด ๆ พวกเขาจะสามารถสร้างและจัดระบบความคิดของความรู้ทางคณิตศาสตร์ได้ด้วย ตัวเองแทนที่จะรับความรู้ที่มาจากครูหรือหนังสือ

2. ความเข้าใจส่งเสริมการจำ เมื่อนักเรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาใด ๆ นักเรียนก็จะสามารถจำหลักการ สูตร ทฤษฎีบทของเนื้อหานั้น ๆ ได้

3. ความเข้าใจช่วยลดจำนวนของสิ่งที่ต้องจำ เมื่อนักเรียนมีความเข้าใจก็จะ สามารถสร้างองค์รวมของความรู้หรือเนื้อหาได้ โดยไม่ต้องจำเนื้อหาเป็นส่วน ๆ ทำให้สิ่งที่ นักเรียนต้องจำมีน้อยลง

4. ความเข้าใจเพิ่มความสามารถในการถ่ายโยงความรู้ การถ่ายโยงความรู้ เป็นสิ่งที่จำเป็นสำหรับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และการถ่ายโยงความรู้จะเกิดขึ้นบ่อยใน คณิตศาสตร์ เนื่องจากการแก้ปัญหาใหม่จะต้องใช้โครงสร้างของความรู้เดิมที่เคยเรียนรู้มา และการถ่ายโยงความรู้เกิดขึ้นบ่อยเพราะว่าในการแก้ปัญหาใดปัญหาหนึ่งอาจต้องใช้แนวทาง การแก้ปัญหาที่ได้เรียนรู้มาก่อน

5. ความเข้าใจมีอิทธิพลต่อความเชื่อ เมื่อนักเรียนเรียนคณิตศาสตร์ด้วยความ เข้าใจนักเรียนก็จะเกิดความเชื่อมั่นในวิชาคณิตศาสตร์รวมทั้งเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชา คณิตศาสตร์

เซฟฟีลและคริสแซนท์ (Sheffield and Cruikshank. 2005 : 24) กล่าวว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ จะทำให้นักเรียนมีความคิดที่ลึกซึ้ง จนเกิดความเข้าใจในทักษะกระบวนการ การเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ในชีวิตประจำวันและสามารถนำเสนอคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งทำให้นำไปสู่ความคิดสร้างสรรค์ ในระดับสูง การสร้างกระบวนการการพิสูจน์ การค้นพบ การนำไปใช้ และการพัฒนาการนำเสนอใหม่ ๆ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจทางคณิตศาสตร์จะทำให้นักเรียนมีความสามารถและความคงทนยาวนานกว่าการสอนชนิดอื่น ๆ

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546 : 58-59) กล่าวว่า มโนทัศน์มีความสำคัญมากในการกำหนดความเป็นมนุษย์ เพราะมโนทัศน์มีหน้าที่ในการทำความเข้าใจและใช้เหตุผล โดยทำหน้าที่ที่สำคัญดังนี้ สมองจะกำหนดมโนทัศน์ที่มีเกี่ยวกับเรื่องต่าง ๆ เป็น กรอบต้นแบบ หรือโครงร่างคร่าว ๆ ของสิ่งนั้น เพื่อให้เกิดความเข้าใจว่าสิ่งนั้นคืออะไร ประกอบด้วยอะไร กรอบความคิดต่าง ๆ จะกลายเป็นสิ่งที่เรียกว่า ข้อสมมติ หรือการคาดเดาว่าน่าจะเป็น สิ่งนั้น สิ่งนี้ เรื่องนั้น เรื่องนี้ ในสิ่งที่มองไม่เห็นแต่พอจะเข้าใจ เพราะมีมโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องนั้นอยู่

อัมพร ม้าคนอง (2547ข : 29) ได้กล่าวถึงความสำคัญของความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ และนักเรียนสามารถนำความรู้ที่มีอยู่นั้น ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์หรือปัญหาที่ซับซ้อนได้

ไพฑูล นารคร (2549 : 93-102) กล่าวว่า การพัฒนาให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์นั้นทำให้นักเรียนสามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้ยุทธวิธีหรือประยุกต์ความเข้าใจนั้น ไปใช้ในการแก้ปัญหาและตัดสินใจกับสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างมีเหตุผล

สรุปได้ว่า ความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่ควรมุ่งเน้นให้เกิดขึ้นกับนักเรียนเพราะความเข้าใจทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐานในการเรียนระดับสูง และสามารถนำความรู้ที่เข้าใจนั้น ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อน และสามารถนำเสนอคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ได้ ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหา วิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเกิดมาจากความรู้ การสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์ในการเรียนรู้ โดยสรุปออกมาเป็นบทนิยาม ทฤษฎีบท และสมบัติของวิชาคณิตศาสตร์

5. แนวทางการวัดและประเมินความเข้าใจนิทัศน์ทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบที่ใช้ประเมินความเข้าใจนิทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย การให้คะแนนต้องใช้เกณฑ์แบบรูบริก ซึ่งมีผู้ให้ความหมายและความสำคัญไว้ดังนี้

5.1 การให้คะแนนใช้เกณฑ์แบบรูบริก

กรมวิชาการ (2539 : 54-59) กล่าวว่า รูบริก คือ ข้อความที่แสดงรายละเอียดของเกณฑ์คุณภาพการเรียนรู้ จากระดับที่ยอดเยี่ยมไปจนถึงระดับที่ต้องพัฒนา โดยทั่วไปการให้คะแนนแบบรูบริกมี 2 รูปแบบ คือ

5.1.1 การให้คะแนนเป็นภาพรวม (Holistic Score) คือ การให้คะแนนผ่านชิ้นงาน โดยดูภาพรวมหรือองค์รวมของชิ้นงานนั้น

5.1.2 การให้คะแนนแบบแยกองค์ประกอบ (Analytic Score) เป็นการวิเคราะห์งานออกเป็นองค์ประกอบย่อยและกำหนดคะแนนสำหรับแต่ละองค์ประกอบย่อย

5.2 สาเหตุที่ให้คะแนนแบบรูบริก

กูดริช (Goodrich, 1997 : 14-17) กล่าวว่า สาเหตุที่ทำให้การให้คะแนนแบบรูบริกเป็นสิ่งที่น่าสนใจสำหรับครูและนักเรียน ดังนี้

5.2.1 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพสูงสำหรับ การสอนสามารถสะท้อนและช่วยให้นักเรียนปรับปรุงการทำงานได้ตลอดเวลา เหมือนกับการตรวจตราของครู เกณฑ์ที่สร้างขึ้นจะช่วยให้เห็นถึงแนวทางในการทำงานที่จะทำให้บรรลุจุดมุ่งหมายของเนื้อหานั้น ๆ ได้ดีขึ้น ดังนั้นสิ่งที่สำคัญที่สุดของการให้คะแนนแบบรูบริกก็คือ การนิยามเกณฑ์หรือระดับของคุณภาพ

5.2.2 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริก จะทำให้นักเรียนมีความละเอียดรอบคอบในการตัดสินคุณภาพของตนเองและผู้อื่น ทำให้ตระหนักถึงความแตกต่างระหว่างงานที่เสร็จและงานที่มีคุณภาพ

5.2.3 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกจะช่วยลดเวลาของครูในการประเมินชิ้นงาน และเมื่อมีเกณฑ์ที่ชัดเจน นักเรียนก็สามารถวิเคราะห์และประเมินชิ้นงานของตนเองและผู้อื่นได้อย่างเที่ยงตรง มีความยุติธรรม เป็นที่ยอมรับของคนอื่นในชั้นเรียน

5.2.4 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบริกเป็นสิ่งที่ง่ายต่อการใช้และการ

อธิบาย

กรมวิชาการ (2546 : 135 – 138) เสนอเกณฑ์การให้คะแนนของข้อสอบ
อัตรณ์ดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 เกณฑ์การให้คะแนนผลการทำข้อสอบแบบอัตรณ์ของกรมวิชาการ

ระดับคะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตรณ์
4/ดีมาก	การแสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้องครบถ้วน
3/ดี	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบ ถูกต้อง ครบถ้วน
2/พอใช้	การแสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน หรือไม่แสดงวิธีทำ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน หรือการแสดงวิธีทำ ชัดเจน สมบูรณ์ แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ
1/ต้องปรับปรุง	การแสดงวิธีทำไม่ชัดเจนนัก แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ ถูกต้อง หรือไม่แสดงวิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง แต่อยู่ใน แนวทางที่ถูกต้อง
0/ไม่พยายาม	ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์

ที่มา : กรมวิชาการ (2546 : 135-138)

แผนการศึกษาแห่งรัฐแคลิฟอร์เนีย (California State Department of Education. 1989 : Online) กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนกรณีข้อสอบเป็นแบบอัตรณ์ โดยแบ่งเป็นระดับคะแนนเป็น 6 ระดับ คือ 6 5 4 3 2 1 มีรายละเอียดดังนี้

ระดับ 6 ตอบแบบนำยกย่อง (Exemplary response) โดยให้คำตอบสมบูรณ์ชัดเจน มีเหตุมีผล ไม่คลุมเครือและอธิบายได้ดีเยี่ยม ซึ่งรวมถึงการใช้แผนผังประกอบ การอธิบายชัดเจน อ่านง่าย สามารถสื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบสำคัญทั้งหมดของปัญหา ยกตัวอย่างที่ใหม่และไม่ใช่ มีข้อมูลสนับสนุนชัดเจนและหนักแน่น

ระดับ 5 ตอบโดยมีข้อมูลเพียงพอ (Competent response) อธิบายชัดเจน มีเหตุผล มีผลและสมบูรณ์ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายได้เหมาะสม สื่อสารได้อย่างมีประสิทธิภาพ แสดงความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ใช้เพื่อตอบคำถาม จำแนกส่วนประกอบสำคัญโดยส่วนใหญ่ของปัญหา มีข้อมูลสนับสนุนเพียงพอ

ระดับ 4 ตอบโดยมีข้อบกพร่องเล็กน้อย แต่มีข้อมูลน่าพอใจ (Minor Flaws But Satisfactory) ตอบคำถามถูกต้อง ครบถ้วน แต่อธิบายสับสน ข้ออ้างหรือข้อสนับสนุนไม่สมบูรณ์ แผนผังประกอบการอธิบายไม่เหมาะสม หรือไม่ชัดเจน แสดงความเข้าใจแนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ที่เป็นพื้นฐานในการตอบคำถาม ใช้แนวคิดทางด้านคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ระดับ 3 ตอบโดยมีข้อบกพร่องมากแต่ค่อนข้างพอใช้ (Serious Flaws But Nearly Satisfactory) เริ่มต้นในการตอบคำถามถูกต้องแต่ไม่ตอบคำถามบางคำถาม แสดงออกถึงความไม่เข้าใจแนวคิดหรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ คำนวณผิด นำความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์ไปใช้ผิด แก้ปัญหาผิดวิธี

ระดับ 2 เริ่มต้นได้แต่แก้ปัญหาไม่ได้ (Begins, But Fails to Complete Problem) อธิบายไม่เข้าใจ ใช้แผนผังประกอบการอธิบายไม่ชัดเจน แสดงถึงการไม่เข้าใจคำถาม คำนวณผิด

ระดับ 1 ไม่สามารถเริ่มต้นแก้ปัญหาได้ (Unable to Begin Effectively) คำตอบไม่สอดคล้องกับคำถาม นำเสนอข้อมูลที่ไม่เกี่ยวกับคำถามหรือไม่ตอบ

ชาญณรงค์ เสียงราช (2552 : 1 - 25) ได้นำเสนอกรอบทฤษฎี APS เพื่อจำแนกความเข้าใจในทศวรรษทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ลักษณะ ประกอบด้วย ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ ความเข้าใจในระดับกระบวนการ และความเข้าใจในระดับโครงสร้าง ซึ่งวิธีการสร้างความเข้าใจจะเกิดจากการใช้ความรู้ความเข้าใจเดิมที่มีอยู่ในโครงสร้างทางปัญญา แล้วมาจัดกระทำสร้างความเข้าใจหรือสร้างความหมายกับข้อมูลสารสนเทศหรือประสบการณ์ใหม่ที่รับเข้ามาจากสิ่งเร้าภายนอกซึ่งก่อให้เกิดการพัฒนาความเข้าใจในระดับต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ (Action conceptual understanding) หมายถึง ความเข้าใจที่เกิดจากผู้เรียนใช้ความรู้เดิมมาสร้างความหมายต่อสิ่งเร้าภายนอกได้จากการสังเกต นักเรียนมีความเข้าใจจำกัดในระดับการจัดกระทำมีความสามารถในการปฏิบัติตามเงื่อนไขที่กำหนดหรือขั้นตอนการคิดคำนวณที่กำหนดอย่างเป็นขั้นตอนที่

ต่อเนื่องกัน ขั้นตอนแต่ละขั้นตอนนี้จะถูกกระทำให้สำเร็จก่อนที่จะทำในขั้นตอนต่อไป เช่น นักเรียนใช้โปรแกรม GSP ในการวัด สร้างรูปเรขาคณิต หรือคลิกปุ่มที่ผู้สร้างกิจกรรมสร้างขึ้นแล้ว สังเกตผลที่เกิดขึ้นที่หน้าจอคอมพิวเตอร์

2. ความเข้าใจในระดับกระบวนการ (Process conceptual understanding)

หมายถึง ความเข้าใจที่เกิดจากการที่นักเรียนได้พัฒนาความเข้าใจจากการจัดกระทำหรือการคิดคำนวณหลาย ๆ ครั้ง จนกระทั่งนักเรียนสามารถใช้ความรู้ความเข้าใจที่เกี่ยวข้องมาสร้างข้อสรุปเป็นกรณีทั่วไปโดยการวิเคราะห์ สังเคราะห์ หรือเปรียบเทียบผลที่ได้จากการสังเกต การวัดหรือการคิดคำนวณ หรือการจัดกระทำอย่างเป็นขั้นตอนในรูปของมโนภาพ (Concept images) โดยไม่จำเป็นต้องไปจัดกระทำหรือคิดคำนวณที่เป็นลำดับขั้นตอน นอกจากนี้ นักเรียนยังสามารถอธิบายสะท้อน หรือคิดย้อนกลับกระบวนการจัดกระทำนั้น โดยไม่จำเป็นต้องแสดงการกระทำในแต่ละขั้นตอนออกมา เช่น นักเรียนสามารถหาข้อสรุปเป็นกรณีทั่วไปจากผล การสังเกตการจัดกระทำกับรูปหรือสิ่งที่ปรากฏบนหน้าจอคอมพิวเตอร์

3. ความเข้าใจระดับโครงสร้าง (Structural conceptual understanding)

หมายถึง ความเข้าใจที่เกิดจากการที่นักเรียนเชื่อมโยงความเข้าใจในระดับกระบวนการหลาย ๆ กระบวนการที่เกี่ยวข้องกันเพื่อใช้ในการสร้างความเข้าใจในระดับกระบวนการใหม่ หรือความเข้าใจใหม่ โนมติทางคณิตศาสตร์ใหม่ในระดับที่สูงขึ้น หรือนำเอาความเข้าใจในระดับกระบวนการหลาย ๆ กระบวนการมาใช้ในการแก้ปัญหา ผลจากการเชื่อมโยงความเข้าใจในระดับกระบวนการทำให้เกิดโครงสร้างทางปัญญา (Schema) ขึ้น อาจกล่าวได้ว่า ความเข้าใจในระดับนี้เป็นการเอาความเข้าใจในระดับกระบวนการหลาย ๆ กระบวนการที่เกี่ยวข้องกันมาเชื่อมโยงอย่างเหมาะสมเพื่อเป็นส่วนหนึ่งของโครงสร้างทางปัญญา

ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยจะนำผลการวัดความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาใช้ 2 กรณี กรณีที่ 1 การวิจัยเชิงปริมาณสำหรับกลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่ 1 ผู้วิจัยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบรูปรีคสำหรับวัดความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ตามแนวทางการให้คะแนนของกรมวิชาการ (2546 : 135-138) และแผนกการศึกษาแห่งรัฐแคลิฟอร์เนีย (California State Department of Education, 1989 : Online) โดยมีรายละเอียดของความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ดังตารางที่ 5 และ กรณีที่ 2 สำหรับเกณฑ์การตรวจสอบความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่ 2 ที่เป็นการวิจัยเชิงคุณภาพจะมีการให้คะแนน 2 รูปแบบ คือ ให้คะแนนแบบรูปรีคสำหรับวัดความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำคะแนนที่ได้มาคำนวณร่วมกับกลุ่มตัวอย่างกลุ่ม

ที่ 1 และวิเคราะห์ระดับความเข้าใจโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างกลุ่มที่ 2 เพื่อศึกษาวิธีการสร้างความเข้าใจที่เกิดจากการใช้ความรู้ความเข้าใจเดิมที่มีอยู่ในโครงสร้างทางปัญญา แล้วมาจัดกระทำสร้างความเข้าใจหรือสร้างความหมายกับข้อมูลสารสนเทศใหม่ โดยใช้กรอบทฤษฎี APS

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนความเข้าใจโน้ตค้นทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน/ ความหมาย	ผลการทำข้อสอบแบบอัตนัย
3/ดี	นักเรียนอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ชัดเจน ถูกต้อง และเหมาะสม
2/พอใช้	นักเรียนอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหา และมีการอธิบายว่าจะนำข้อมูลที่รวบรวมได้มาวิเคราะห์หาคำตอบอย่างไร แต่ไม่มีการกล่าวสรุปคำตอบที่โจทย์ถาม
1/ต้องปรับปรุง	นักเรียนสามารถอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ แต่ไม่มีการอธิบายว่าต้องนำข้อมูลที่แก้ปัญหามาทำอะไรเพื่อตอบคำถามโจทย์
0/ไม่พยายาม	นักเรียนไม่สามารถอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาได้ หรือพยายามจะแก้ปัญหาค้นแนวคิดนั้นไม่ถูกต้อง

ทฤษฎีและแนวคิดเกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์

บรูคเนอร์ (Bruckner. 1957 : 301) ; แอนเดอร์สันและพิงกรี (Anderson and Pingry. 1973 : 228) ; อาดัมส์ (Adams. 1977 : 176) กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ในทำนองเดียวกันเป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาณที่นักเรียนไม่สามารถตอบได้ทันทีโดยการเคยชิน เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบ ซึ่งผู้แก้ปัญหาจะทำได้ดั้นนั้นต้องมีวิธีการที่เหมาะสมโดยใช้ความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน และการตัดสินใจประกอบกันไป ปัญหาจะมีความสัมพันธ์กับผู้แก้ปัญหา สถานการณ์หนึ่งอาจเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งแต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับบุคคลอื่นก็ได้ โดยที่ปัญหานั้นจะเป็นปัญหาที่ใช้ภาษาหรือคำพูดก็ได้

เบลล์ (Bell. 1978 : 310) กล่าวว่า สถานการณ์ใดจะเป็นปัญหาสำหรับบุคคลหนึ่งหากเขาเอาใจใส่ ต้องการที่จะตอบสนองสถานการณ์นั้นแต่ไม่สามารถแก้สถานการณ์ได้ทันที การหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์จะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลนั้น

ครูกซางและเซฟฟีลด์ (Cruikshank and Sheffield. 2000 : 38) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่ทำให้เกิดความงุนงง ซึ่งนักเรียน ไม่คุ้นเคย ไม่สามารถหาวิธีการแก้ได้ทันทีทันใดหรือไม่ทราบวิธีการหาคำตอบได้อย่างรวดเร็ว ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นคำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์แต่ไม่ได้หมายความว่าเกี่ยวข้องกับจำนวนเท่านั้น ปัญหาคณิตศาสตร์บางปัญหาเป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสมบัติทางกายภาพหรือการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์โดยไม่เกี่ยวข้องกับจำนวน

ยูพิน พิพิทกุล (2542 : 5) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือสรุปสิ่งใหม่ที่ผู้เรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน หรือเป็นปัญหาเกี่ยวกับวิธีการ การพิสูจน์ ทฤษฎีบท ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่อาศัยนิยาม ทฤษฎีบทต่าง ๆ จะถูกนำมาใช้โดยอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2546 : 79) กล่าวถึงความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่มีเนื้อหาสาระกระบวนการหรือความรู้ที่ผู้เรียนไม่คุ้นเคยมาก่อนและไม่สามารถหาคำตอบได้ทันที การหาคำตอบจะต้อง

ใช้ความรู้และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์และศาสตร์อื่น ๆ ประกอบกับความสามารถด้านการวิเคราะห์ การสังเคราะห์และการตัดสินใจ

สมเดช บุญประจักษ์ (2550 : 71) ให้ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์สรุปได้ว่าเป็นสถานการณ์ที่ต้องใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ ซึ่งปัญหาอาจอยู่ในรูปของตัวเลข สัญลักษณ์ รูปภาพ ข้อความ หรือเป็นโจทย์ปัญหาจากความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่มีเนื้อหาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ต้องการคำตอบ โดยที่ผู้ตอบไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันที แต่ต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์ และทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาประมวลเข้าด้วยกัน เพื่อกำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบนั้นๆ

2. ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาทั้งไทยและต่างประเทศหลายท่าน ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

เบลล์ (Bell. 1978 : 310) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการหาคำตอบของสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้หาคำตอบพิจารณาแล้วว่าเป็นปัญหา

บรังคา (Branca. 1980 : 3-8) ให้ความหมายของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 3 ลักษณะ คือ การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Problem Solving as goal) การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการ (Problem Solving as a Process) และการแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐาน (Problem Solving as a Basic Skill)

โพลยา (Polya. 1980 : 1) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการหาวิธีการหรือทางออกในสิ่งที่ยุ่งยาก สิ่งที่เป็นอุปสรรค ซึ่งไม่สามารถที่จะคิดหาคำตอบได้ในทันทีทันใด การแก้ปัญหาคือความสำเร็จของสติปัญญาซึ่งเป็นความสามารถเฉพาะบุคคล

เมเยอร์และฮีการ์ที (Mayer and Hegarty. 1987 : 31) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นการที่ผู้แก้ปัญหาคิดหรือหาทางออกว่าจะแก้ปัญหานั้นอย่างไร ซึ่งผู้แก้ปัญหาคือต้องเข้าใจสถานการณ์ที่กำหนดให้เพื่อนำไปสู่จุดหมาย

สมาคมครูผู้สอนคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM. 2000 : 25-26) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นจุดเน้นสำคัญของหลักสูตรคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาเป็นเป้าหมายแรกของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และเป็นส่วนที่บูรณาการจัดกิจกรรมทาง

คณิตศาสตร์ทั้งหมด การแก้ปัญหาไม่ได้เป็นหัวข้อที่แยกออกมาต่างหากแต่เป็นกระบวนการที่สอดแทรกเข้าไปในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์และการจัดเตรียมบริบทที่จะทำให้ นักเรียนสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และเรียนรู้ทักษะทางคณิตศาสตร์

ครูลิคและรูดนิค (Krulik and Rudnick. 1993 : 6) กล่าวว่า การแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์ที่ต้องการการคิด สังเคราะห์ความรู้ที่ได้เรียนมาเพื่อหาทางออก ซึ่งเป็นกระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้พื้นฐานหรือความรู้เดิม ทักษะและความเข้าใจในการแก้ปัญหาสถานการณ์ที่ไม่คุ้นเคย กระบวนการดังกล่าวเริ่มต้นด้วยการเผชิญปัญหาและหาข้อสรุปถึงคำตอบ ซึ่งนักเรียนต้องสังเคราะห์ในสิ่งที่เขาได้เรียนมาและนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่

สมเดช บุญประจักษ์ (2550 : 71) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็น กระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้ ทักษะและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ทั้ง ปัญหาธรรมดาและปัญหาแปลกใหม่ การแก้ปัญหาก็รวมถึงกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมด ไม่ใช่แค่เพียงผลลัพธ์สุดท้าย

สรุปได้ว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการหรือคำตอบของปัญหาคณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของผู้แก้ปัญหา

3. ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาหลายท่านได้แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้เกณฑ์แตกต่างกันไป ซึ่งผู้วิจัยได้ศึกษาดังนี้

3.1 ปัญหาคณิตศาสตร์

ชาร์ลและเลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 6-10) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ได้ 6 ประเภท โดยพิจารณาตามเป้าหมายของการฝึก ดังนี้

3.1.1 ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธี และการคำนวณเบื้องต้น

3.1.2 ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้มีความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดคำนวณ

3.1.3 ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex translation problem) คล้ายกับปัญหาข้อความอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า 2 การดำเนินการ

3.1.4 ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อนไม่สามารถเปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้น หรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนาวิธีการต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ

3.1.5 ปัญหาการประยุกต์ (Applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะความรู้โนมตี และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีการทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวมและการแทนข้อมูล การตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณเป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ทักษะกระบวนการ มโนมตี ข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งทำให้ผู้เรียนได้เห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ชีวิตจริง

3.1.6 ปัญหาปริศนา (Puzzle problem) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่มไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ บางครั้งต้องใช้วิธีที่ไม่ธรรมดา หรือต้องใช้ความรู้ที่ลึกซึ้ง ปัญหาประเภทนี้จะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ และมีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง

3.2 ประเภทของปัญหา

โพลยา (Polya. 1957 : 123 – 128) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท โดยพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา ดังนี้

3.2.1 ปัญหาให้ค้นหา (Problems to Find) เป็นปัญหาในการค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วนคือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

3.2.2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problems to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลหรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่ต้องพิสูจน์ พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา

3.3 ปัญหาคณิตศาสตร์

เมเยอร์และฮีการ์ที (Mayer and Hegarty. 1987 : 32) แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์เป็น 2 ประเภท ดังนี้

3.3.1 ปัญหาธรรมดา (Routine Problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหารู้วิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้อง รู้ว่าต้องใช้วิธีการใดจึงจะเหมาะสม

3.3.2 ปัญหาไม่ธรรมดา (Nonroutine Problem) เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาไม่ทราบในทันทีทันใดว่าจะแก้ปัญหานั้นอย่างไร

3.4 ปัญหาคณิตศาสตร์ตามการแก้ปัญหา

คุทซ์ (Kutz. 1991 : 93) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ตามการแก้ปัญหาไว้ดังนี้

3.4.1 การแก้ปัญหารoutineหรือโจทย์ปัญหา (Routine or word problem solving) เป็นปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้างลักษณะของปัญหาและวิธีการแก้ปัญหา

3.4.2 การแก้ปัญหาที่ไม่ธรรมดา (Nonroutine or word problem solving) เป็นปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหจะต้องประมวลความรู้ความคิดรวบยอดและหลักการต่างๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งเป็น 2 ลักษณะ คือ

- 1) ปัญหากระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้กระบวนการอย่างมีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา
- 2) ปัญหาในรูปปริศนา (Puzzle problem) เป็นปัญหาที่ท้าทายและให้ความสนุกสนาน

3.5 ประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์

แฮทฟิลด์ เอ็ม เอ็ม โนนี ที และบิทเทอร์ จี จี (Hatfield, M. M.; Noney, T. E.; and Bitter, G. G.. 1993 : 37) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์โดยพิจารณาตามลักษณะของปัญหา แบ่งออกเป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

3.5.1 ปัญหาปลายเปิด (Open - Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาเหล่านี้มองว่า กระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

3.5.2 ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) ปัญหาประเภทนี้จะให้คำตอบในขั้นสุดท้าย แต่จะมีวิธีการที่หลากหลายให้ผู้เรียนใช้ในการหาคำตอบ

3.5.3 ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided discovery) เป็นปัญหาที่เป็นลักษณะร่วมของปัญหา มีเงื่อนไขปัญหา และบอกทิศทางในการแก้ไขปัญหา ผู้เรียนไม่รู้สึกล้มเหลวในการหาคำตอบ

3.6 ปัญหาคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา

เรย์และคณะ (Reys et al. 2003 : 16) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์โดยพิจารณาจากผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา สรุปได้ดังนี้

3.6.1 ปัญหาธรรมดาหรือปัญหาที่คุ้นเคย (Routine problem) เป็นปัญหาที่เกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ มักอยู่ในรูปโจทย์ปัญหาที่เป็นถ้อยคำหรือเรื่องราวที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อนนัก ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยหรือมีประสบการณ์เกี่ยวกับโครงสร้างและวิธีการแก้ปัญหานั้นมาแล้ว

3.6.2 ปัญหาไม่ธรรมดาหรือปัญหาที่แปลกใหม่ไม่คุ้นเคย (Nonroutine problem) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน แปลกใหม่สำหรับผู้แก้ปัญหา ซึ่งผู้แก้ปัญหามีประสบการณ์และความรู้ความสามารถ และประสบการณ์หลายอย่างเข้าด้วยกันเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา

3.7 ประเภทของปัญหา

สมเดช บุญประจักษ์ (2550 : 71) แบ่งประเภทของปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะของปัญหา สรุปได้ดังนี้

3.7.1 ปัญหาที่ใช้ฝึกทักษะ เป็นปัญหาที่ต้องการให้ใช้วิธีการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ เป็นปัญหาที่คล้ายในบทเรียนปกติ ไม่ซับซ้อน เน้นให้ผู้เรียนได้ฝึกทักษะการคำนวณ ฝึกขั้นตอนวิธี มุ่งหวังให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้ เกิดความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์และเกิดทักษะที่ต้องการ ปัญหาอาจอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคข้อความ

3.7.2 ปัญหาที่ใช้พัฒนาความสามารถทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อนกว่าปกติ หรือเป็นปัญหาที่มีหลายขั้นตอน ผู้แก้ปัญหามักไม่เคยพบมาก่อน ในการแก้ปัญหาต้องใช้ความรู้ ทักษะ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งต้องมีการคิดวางแผนและอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์ เช่น การรวบรวมข้อมูล การแทนข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ การจัดระบบ การประมวลผลและแปลความหมาย โดยมุ่งหวังให้ผู้เรียนได้ฝึกใช้ความรู้ วิธีการแก้ปัญหาและข้อเท็จจริงต่าง ๆ ในการหาคำตอบ

สรุปได้ว่า ประเภทของการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ แบ่งออกเป็น ปัญหาธรรมดา หรือปัญหาที่คุ้นเคย ฝึกเป็นประจำสม่ำเสมอ และปัญหาที่ไม่ธรรมดาหรือปัญหาที่แปลกใหม่

4. กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาให้ประสบผลสำเร็จอย่างมีคุณภาพนั้น ผู้แก้ปัญหาต้องใช้ กระบวนการต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

4.1 กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya. 1957 : 5 - 40) กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

4.1.1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา เป็นขั้นการวิเคราะห์ เพื่อทำความเข้าใจคำ ประโยคย่อย ๆ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ของปัญหา โดยนักเรียนต้องสามารถ สรุปปัญหาเป็นภาษาหรือคำพูดของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าโจทย์กำหนดสิ่งใดมาให้และ โจทย์ถามหาอะไร

4.1.2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนสำคัญที่จะต้องพิจารณาโดย อาศัยข้อมูลจากขั้นที่ 1 นำไปสู่การกำหนดว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีการใด โดยพิจารณาว่าสิ่งที่ โจทย์กำหนดให้จะก่อให้เกิดผลอย่างไรได้บ้าง และต้องใช้ความรู้อะไรอีกบ้างที่เกี่ยวข้องกับ ปัญหานั้น โดยการนำทฤษฎี หลักการ กฎ สูตร นิยาม ที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีการในการ แก้ปัญหา

4.1.3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบ เป็นขั้นดำเนินการตาม แผน วิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณขั้นนี้ เป็นขั้นที่ ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.1.4 ขั้นตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาและคำตอบ เป็นขั้นที่ต้อง พิจารณาตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหของตนว่าเรียบร้อยครบทุกกรณีที่เป็นไปได้หรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

4.2 กระบวนการแก้ปัญหา

เฮลตัน (Helton. 1958 : 203) กล่าวว่า กระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เป็นดังนี้

4.2.1 อ่านโจทย์ให้เข้าใจว่าโจทย์ต้องการอะไร และต้องการให้หาตัวไม่ทราบค่าเพียงตัวเดียวหรือมากกว่านั้น

4.2.2 กำหนดสัญลักษณ์แทนตัวไม่ทราบค่า

4.2.3 หาความสัมพันธ์ของจำนวนต่างๆที่สอดคล้องกับโจทย์

4.2.4 เขียนสมการ

4.2.5 แก้สมการ

4.2.6 สรุปคำตอบและให้ความหมายของคำตอบ เช่น บอกหน่วย บอก

คุณภาพ

4.2.7 ตรวจสอบคำตอบ

4.3 กระบวนการในการสอนแก้ปัญหา

เลอบลานซ์ (LeBlance. 1977 : 17-25) ได้เสนอกระบวนการในการสอนแก้ปัญหাপระกอบด้วย 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

4.3.1 การเข้าใจปัญหา ในการที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจในปัญหาครุควรถามคำถามเพื่อให้นักเรียนหาว่าอะไรคือข้อมูลหรือเงื่อนไขที่ให้มา และในที่สุดนักเรียนจะต้องทราบว่าปัญหาถามอะไร

4.3.2 ครูนำอภิปรายในการแก้ปัญห ครูเสนอแนะกลวิธีที่เป็นไปได้ให้นักเรียนดูจากนั้นให้นักเรียนตัดสินใจเลือกเอาวิธีใดวิธีหนึ่งเอง

4.3.3 ลงมือแก้ปัญหากลวิธีที่คิดไว้ในขั้นที่ 2 จะถูกนำออกมาใช้บางครั้งแผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 อาจจะไปสู่คำตอบได้ ถ้าไม่เป็นเช่นนั้นนักเรียนจะต้องย้อนกลับไปสู่ขั้นที่ 2

4.3.4 ทบทวนปัญหาและคำตอบ ขั้นนี้เป็นขั้นที่สำคัญมากที่สุด โดยแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ ลักษณะแรกเป็นการมองขั้นตอนต่าง ๆ ย้อนกลับและลักษณะที่สองเป็นการขยายสถานการณ์ปัญหาเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาคต่อไป

4.4 กระบวนการในการแก้ปัญห

ครูลิกและเรย์ (Krulik and Reys. 1980 : 280-281) เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน สรุปได้ดังนี้

4.4.1 ทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่พิจารณาว่าข้อมูลหรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดมาให้มีอะไรบ้าง เพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาคหรือไม่ และโจทย์ถามหาอะไร

4.4.2 วางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นที่หาความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์บอกกับสิ่งที่โจทย์ถาม ค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร นิยามเพื่อนำมาใช้แก้ปัญหา

4.4.3 ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ลงมือดำเนินการตามแผนที่วางไว้

4.4.4 ตรวจสอบ เป็นขั้นที่ตรวจสอบการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมดว่า ได้ผลเป็นไปตามที่ต้องการครบถ้วนสมบูรณ์หรือไม่

4.5 กระบวนการแก้ปัญหา

เบลล์ (Bell. 1981 : 308-323) เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

4.5.1 เสนอปัญหาในรูปทั่วไป

4.5.2 เสนอปัญหาอีกครั้งในรูปแบบที่แสดงการแก้ปัญหา

4.5.3 ตั้งสมมติฐานและเลือกวิธีดำเนินการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา

4.5.4 ตรวจสอบสมมติฐานและดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบที่

เป็นไปได้

4.6 กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ชาร์ด (Charles. 1985 : 50) ได้เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

4.6.1 ทำความเข้าใจปัญหา

4.6.2 การเลือกและเก็บข้อมูลที่ต้องใช้แก้ปัญหา

4.6.3 การเลือกวิธีการหาคำตอบ

4.6.4 การตอบปัญหา

4.6.5 การประเมินความสมเหตุสมผลของคำตอบ

4.7 กระบวนการแก้ปัญหา

ทอลตัน (Talton. 1988 : 40) ได้ศึกษาและรวบรวมกระบวนการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ สรุปได้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

4.7.1 อ่านโจทย์

4.7.2 กำหนดว่าโจทย์ถามหาอะไร

4.7.3 กำหนดว่าโจทย์กำหนดอะไร

4.7.4 เลือกวิธีการแก้ปัญหา

4.7.5 ลงมือแก้ปัญหา

4.8 กระบวนการในการแก้ปัญหา

ครูลิกและรูดนิก (Krulik and Rudnick. 1993 : 5-6) เสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

4.8.1 ขั้นการอ่านและคิด เป็นขั้นการวิเคราะห์ปัญหา การตรวจสอบข้อเท็จจริงและการประเมินผล การเชื่อมโยงทุกส่วนของปัญหา

4.8.2 ขั้นการสำรวจและวางแผน เป็นการวางแผนเพื่อหาคำตอบ โดยการจัดลำดับข้อมูลข่าวสาร พิจารณาถึงความพอเพียงของข้อมูล จัดข้อมูลในรูปแบบตาราง การสร้างข้อสรุป สร้างรูปแบบ

4.8.3 ขั้นคัดเลือกยุทธวิธี เป็นขั้นที่คนส่วนใหญ่เห็นว่ามีความยากกว่าทุกขั้นตอน โดยการเลือกยุทธวิธีที่เหมาะสมกับปัญหา

4.8.4 ขั้นหาคำตอบ เป็นขั้นใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับปัญหานั้นๆ เพื่อหาคำตอบ เช่น ใช้การประมาณค่าหรือใช้เครื่องคำนวณ

4.8.5 ขั้นการสะท้อนกลับและการขยายผล โดยการตรวจสอบคำตอบที่ได้ว่าถูกต้องหรือไม่ ได้ตอบคำถามของโจทย์ครบถ้วนหรือไม่และคำตอบที่ได้อธิบายเหตุผลอย่างเพียงพอหรือไม่

4.9 กระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดพื้นฐาน

ทรูทแมนและลิชเทินเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg. 1995 : 4-7) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้แนวคิดพื้นฐานจากกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา ดังนี้

4.9.1 ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหจะต้องมีความรู้ในสิ่งต่างๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา สิ่งสำคัญในขั้นนี้คือ การตั้งคำถามตนเองเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง

4.9.2 กำหนดแผนในการแก้ปัญหา โดยกำหนดอย่างน้อยหนึ่งแผน การกำหนดแผนหลาย ๆ แผนทำให้สามารถเปรียบเทียบและเลือกใช้แผนที่คิดว่าน่าจะมีประสิทธิภาพมากที่สุด

4.9.3 ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นที่ผู้แก้ปัญหาลงมือทำตามแผนของตน ซึ่งแนะนำให้ทำงานเป็นกลุ่ม เพราะถ้าแต่ละคนดำเนินการตามแผนของตน คำตอบที่ได้สามารถนำมาตรวจสอบเปรียบเทียบกัน และได้เรียนรู้สิ่งแปลกใหม่จากเพื่อนๆ ในกลุ่ม หาก

ทุกคนในกลุ่มใช้วิธีการแก้ปัญหาเดียวกัน ทั้งกลุ่มจะได้มีโอกาสช่วยเหลือกันในการแก้ปัญหาอย่างรอบคอบ ซึ่งจะทำงานเสร็จอย่างรวดเร็วและสมบูรณ์

4.9.4 ประเมินผลและคำตอบ ซึ่งดำเนินการ โดย

- 1) พิจารณาว่าคำตอบมีความเป็นไปได้หรือสมเหตุสมผลหรือไม่
- 2) ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มีความสอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหา

หรือไม่

- 3) ลองแก้ปัญหาใหม่ โดยวางแผนใช้แผนการอื่นแล้วเปรียบเทียบผล

ที่ได้

- 4) เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับคำตอบเพื่อนคนอื่น ๆ

4.9.5 ขยายปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหารูปแบบทั่วไปของคำตอบของปัญหา ซึ่งต้องเข้าใจโครงสร้างของปัญหาอย่างชัดเจนจึงจะสามารถขยายปัญหาได้ การขยายปัญหาจะช่วยเสริมสร้างทักษะในการแก้ปัญหา ซึ่งทำได้โดย

- 1) เขียนปัญหาที่คล้ายปัญหาเดิม
- 2) เสนอปัญหาใหม่ เพื่อที่ผู้แก้ปัญหอาจค้นหารูปแบบทั่วไป กฎ

หรือสูตรในการหาคำตอบ

4.9.6 บันทึกการแก้ปัญหา เพื่อสามารถรื้อฟื้นหรือทบทวนความพยายามของผู้แก้ปัญหา ซึ่งจะประโยชน์ต่อผู้แก้ปัญหาต่อไป สิ่งที่ควรจดบันทึก ได้แก่

- 1) แหล่งของปัญหา
- 2) ตัวปัญหาที่กำหนด
- 3) แนวคิดในการแก้ปัญหาหรือแบบแผนการคิดอย่างคร่าวๆ
- 4) ยุทธวิธีแก้ปัญหานั้นนำมาใช้หรือสามารถนำมาใช้ได้
- 5) ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการขยายผลการแก้ปัญหา

4.10 สรุปการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

จากการศึกษากระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยสามารถสรุปได้ว่า กระบวนการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

4.10.1 ขั้นทำความเข้าใจของปัญหา เป็นขั้นที่ต้องวิเคราะห์โจทย์ว่าประเด็นปัญหา อยู่ตรงไหน โจทย์กำหนดอะไรมาให้และโจทย์ถามหาอะไร

4.10.2 **ขั้นวางแผนแก้ปัญหา** เป็นขั้นที่ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหา โดยการนำทฤษฎี หลักการ กฎ สูตร นิยาม ที่เรียนมากำหนดเป็นวิธีการในการแก้ปัญหา

4.10.3 **ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา** เป็นการดำเนินการตามวิธีการที่เลือกไว้จนกระทั่งได้คำตอบ สำหรับปัญหาที่มีการคิดคำนวณ ขั้นนี้เป็นขั้นที่ลงมือคิดคำนวณเพื่อหาคำตอบตามวิธีการทางคณิตศาสตร์

4.10.4 **ขั้นคำตอบ** โดยการพิจารณาตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

5. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาได้กล่าวถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

5.1 **สาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหา**

แก๊งค์ (Gagne. 1970 : 186-187) กล่าวถึงสาระสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

5.1.1 **ทักษะทางปัญญา (Intellectual Skills)** หมายถึง ความสามารถในการนำกฎ สูตร มโนทัศน์ หลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม ทักษะทางปัญญาจะเป็นความรู้ที่ผู้เรียนเคยเรียนมาก่อน

5.1.2 **ลักษณะของปัญหา (Problem Schemata)** หมายถึง ข้อมูลในสมองที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาซึ่งทำให้ผู้เรียนสามารถเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่โจทย์ต้องการกับสิ่งที่กำหนดให้ได้ข้อมูลเหล่านี้ ได้แก่ คำศัพท์และวิธีการแก้ปัญหาลักษณะ

5.1.3 **การวางแผนหาคำตอบ (Planning Strategies)** หมายถึง ความสามารถในการใช้ทักษะทางปัญญาและลักษณะของปัญหาในการวางแผนแก้ปัญห การวางแผนหาคำตอบเป็นกลวิธีการคิดอย่างหนึ่ง

5.1.4 **การตรวจสอบคำตอบ (Validating the Answer)** หมายถึง ความสามารถในการตรวจย้อนเพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาตลอดกระบวนการ

5.2 **องค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมความสามารถทางคณิตศาสตร์**

ซูยเดม (Suydam. 1990 : 36) กล่าวถึงองค์ประกอบที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความสามารถในการเข้าใจในมโนทัศน์และ

ข้อความทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการแยกแยะความคล้ายคลึงหรือความแตกต่างกัน ความสามารถในการเลือกใช้ข้อมูลและวิธีการที่ถูกต้อง ความสามารถในการแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง ความสามารถในการวิเคราะห์ข้อมูลและประมาณค่า ความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์และตีความหมายของข้อเท็จจริงเชิงปริมาณ

5.3 องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา

ปรีชา เนาว่าเย็นผล (2537 : 62 - 74) ได้เสนอเกี่ยวกับองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนควรเริ่มต้นจากการพิจารณาว่ามีองค์ประกอบอะไรบ้างที่ส่งผลต่อความสามารถดังกล่าวนี้ เพื่อให้เกิดแนวความคิดในการเสนอแนะวิธีการพัฒนาที่เหมาะสม องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวถึงต่อไปนี้จะเน้นองค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับนักเรียน ซึ่งเป็นผู้ได้รับการพัฒนาให้นักเรียนมีทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา องค์ประกอบที่สำคัญมีดังนี้

5.3.1 ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อความสามารถด้านนี้ คือทักษะการอ่านและการฟัง เนื่องจากนักเรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่านและการฟัง แต่ปัญหาส่วนใหญ่มักอยู่ในรูปข้อความที่เป็นตัวอักษร เมื่อพบปัญหานักเรียนจะต้องอ่านและทำความเข้าใจ โดยสามารถแยกประเด็นที่สำคัญของปัญหาต้องการให้หาอะไร มีข้อมูลใดบ้างที่จำเป็นและไม่จำเป็นในการแก้ปัญหา การทำความเข้าใจปัญหาเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ คือ การรู้จักเลือกใช้กลวิธีมาช่วยในการทำความเข้าใจปัญหา เช่น การขีดเส้นใต้ข้อความสำคัญ การแบ่งวรรคตอน การจดบันทึกแยกแยะประเด็นต่างๆ การเขียนภาพหรือแผนภูมิ การสร้างตัวแบบการยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา

5.3.2 ทักษะในการแก้ปัญหา ทักษะเกิดจากการฝึกฝน ทำอยู่บ่อยๆ จนเกิดความชำนาญ เมื่อนักเรียนได้ฝึกคิดแก้ปัญหาอยู่เสมอ นักเรียนจะมีโอกาสได้พบปัญหาต่างๆ หลากรูปแบบ ซึ่งอาจจะมีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงกัน หรือแตกต่างกัน นักเรียนได้มีประสบการณ์ในการเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อนำไปใช้ได้เหมาะสมกับปัญหา เมื่อเผชิญกับปัญหาใหม่ ก็สามารถนำประสบการณ์เดิมมาเทียบเคียง พิจารณาว่า ปัญหาใหม่นั้นมีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาที่ตนเองคุ้นเคยมาก่อนบ้างหรือไม่ ปัญหาใหม่นั้นสามารถแยกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่มีโครงสร้างของปัญหาลักษณะคล้ายคลึงกับปัญหาที่เคยแก้มาแล้วหรือไม่ สามารถใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาใหม่นี้ได้บ้างนักเรียนที่มีทักษะในการแก้ปัญหา จะสามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

5.3.3 ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการให้เหตุผล หลังจากที่นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาและวางแผนในการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้ว ขั้นตอนต่อไป คือ การลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ซึ่งในขั้นนั้น ปัญหาจะต้องใช้การคิดคำนวณและบางปัญหา จะต้องใช้กระบวนการและเหตุผล การคิดคำนวณนับว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการแก้ปัญหา เพราะถึงแม้ว่าจะทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างแจ่มชัดและวางแผนแก้ปัญหา แต่เมื่อลงมือแก้ปัญหาแล้วคิดคำนวณไม่ถูกต้อง การแก้ปัญหานั้นถือได้ว่าไม่ประสบความสำเร็จ สำหรับปัญหาที่ต้องการคำอธิบายให้เหตุผล นักเรียนจะต้องอาศัยพื้นฐานในการเขียน การพูด นักเรียนจะต้องมีความเข้าใจในกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ความหมายของการพิสูจน์และวิธีการพิสูจน์แบบต่าง ๆ เท่าที่จำเป็นและเพียงพอในการไปใช้แก้ปัญหาในแต่ละระดับชั้น

5.3.4 แรงขับ เนื่องจากปัญหาเป็นสถานการณ์ที่แปลกใหม่ ซึ่งผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นเคยและไม่สามารถหาวิธีการคิดหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ผู้แก้ปัญหาจะต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่ เพื่อที่จะให้ได้คำตอบ นักเรียนผู้แก้ปัญหาจะต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้เกิดขึ้นจากปัจจัยทางด้านจิตพิสัย ได้แก่ เจตคติ ความสนใจ อึด โนทีสน์ แรงจูงใจ ใฝ่สัมฤทธิ์ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งปัจจัยต่าง ๆ ทางด้านจิตพิสัยเหล่านี้ จะต้องใช้ระยะเวลายาวนานในการปลูกฝังให้เกิดขึ้นในตัวนักเรียน โดยผ่านทางกิจกรรมต่าง ๆ ในการเรียนการสอน

5.3.5 ความยืดหยุ่น ผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดในรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่จะยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการคิดแก้ปัญหา โดยบูรณาการความเข้าใจทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหา ตลอดจนแรงขับที่มีอยู่เชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ของปัญหาใหม่ สร้างเป็นองค์ความรู้ที่สามารถรับใช้เพื่อแก้ปัญหาใหม่ได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นกระบวนการคิดแก้ปัญหาวิชาคณิตศาสตร์ และการค้นหาคำตอบของปัญหาโดยใช้ความรู้ ความคิด ทักษะหลักการและการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ตลอดจนสามารถตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของการแก้ปัญหาได้

6. ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สิ่งที่มีความสำคัญประการหนึ่งในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ ปัจจัยที่จะทำให้การแก้ปัญหามีผลสำเร็จ ซึ่งได้มีผู้กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

คลายด์ (Clyde. 1967 : 112) กล่าวถึง ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ วุฒิภาวะ ประสบการณ์และความสามารถในการอ่านของนักเรียน

6.1 ปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

เฮนนี่ (Henny. 1971 : 223-224) ศึกษาปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่ามีปัจจัยต่าง ๆ ดังนี้

- 6.1.1 ความสามารถในการเข้าใจคำพูด
- 6.1.2 ความเข้าใจแนวคิดของปัญหา
- 6.1.3 การตีความของปัญหาอย่างมีเหตุผล
- 6.1.4 การคิดคำนวณที่ถูกต้อง

6.2 ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ไฮเมอร์และทรูบลัด (Heimer and Trueblood. 1977 : 30-32) กล่าวถึง ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

- 6.2.1 ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ การรู้คำศัพท์ในโจทย์จะช่วยให้ นักเรียนเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์
- 6.2.2 ทักษะการคำนวณ
- 6.2.3 การแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้อง
- 6.2.4 การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
- 6.2.5 การคาดคะเนคำตอบ
- 6.2.6 การเลือกใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
- 6.2.7 ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป
- 6.2.8 ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

6.3 ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

ซาเลวสกี (Zalewski. 1978 : 2804-A) กล่าวถึง ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ให้ประสบผลสำเร็จ ดังนี้

- 6.3.1 ความเข้าใจในการอ่านศัพท์ การตีความจากกราฟและตาราง
- 6.3.2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
- 6.3.3 ความสามารถในการใช้สัญลักษณ์
- 6.3.4 ความสามารถในการจัดกระทำ
- 6.3.5 การมีทักษะในการคำนวณ

6.4 ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา

สมาคมครูผู้สอนคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1991 : 57) กล่าวถึง ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

6.4.1 ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เนื่องจากผู้เรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่านและการฟังผู้เรียนต้องอ่านอย่างรอบคอบ วิเคราะห์และทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับศัพท์นิยาม มโนทัศน์และข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เพื่อที่จะได้ตัดสินใจว่าควรจะทำอะไรและอย่างไร เป็นการแสดงออกถึงศักยภาพทางสมองของผู้เรียนในการระลึก การนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่เผชิญอยู่

6.4.2 ทักษะในการแก้ปัญหา เมื่อผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาอยู่เสมอ ย่อมมีโอกาสที่จะพบปัญหาต่าง ๆ หลายรูปแบบ ทั้งที่มีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึง หรือแตกต่างกันการเผชิญกับปัญหาที่แปลกใหม่ การเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมจะเป็นการส่งเสริมประสบการณ์ในการแก้ปัญหา ทำให้สามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

6.4.3 ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการใช้เหตุผล เมื่อทำความเข้าใจกับปัญหา และวางแผนการปัญหาเรียบร้อยแล้ว ก็ต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งบางปัญหาต้องใช้การคิดคำนวณ บางปัญหาต้องใช้กระบวนการใช้เหตุผล ผู้เรียนต้องมีความเข้าใจในกระบวนการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่าที่จำเป็น และเพียงพอในระดับของตน

6.4.4 แรงขับ ในการแก้ปัญหาผู้เรียนจะพบปัญหาที่แปลกใหม่หรือที่ไม่เคยพบเจอมาก่อน ปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบในทันทีทันใด ต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่

เพื่อจะหาคำตอบให้ได้จึงจำเป็นที่ผู้เรียนต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้มาจากความสนใจ เจตคติ แรงจูงใจใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งแรงขับนี้ผู้เรียนต้องใช้เวลาในการบ่มเพาะมายาวนาน

6.4.5 ความยืดหยุ่น การจะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี ผู้เรียนต้องมีความยืดหยุ่นในการคิดคือ ไม่ยึดติดกับรูปแบบ การแก้ปัญหาแบบใดแบบหนึ่ง หรือยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่ต้องยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการแก้ปัญหา โดยบูรณาการ ความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

6.4.6 ความรู้พื้นฐาน ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องมีความรู้พื้นฐานที่ดีพอ สามารถนำมาใช้ได้เหมาะสมสอดคล้องกับสาระของปัญหาระดับสติปัญญา การแก้ปัญหาจำเป็นต้องใช้การคิดระดับสูง สติปัญญาจึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้ปัญหา ซึ่งมีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้ที่มีสติปัญญาดี จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีกว่าผู้ที่มีสติปัญญาที่ด้อยกว่า

6.4.7 การอบรมเลี้ยงดู ผู้เรียนที่มาจากครอบครัวที่มีการเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย ให้โอกาสแสดงความคิดเห็น คิดและตัดสินใจได้ด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่า ผู้เรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงแบบปล่อยปละละเลย หรือเข้มงวดเกินไป

6.4.8 วิธีสอนของผู้สอน การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างอิสระ มีเหตุผล ให้ ความสำคัญกับการคิดของผู้เรียน ย่อมส่งเสริมให้ผู้เรียน มีความสามารถในการแก้ปัญหาดีกว่า แบบที่บทบาทการเรียนการสอนตกอยู่ที่ผู้สอน แต่เพียงฝ่ายเดียว นอกจากนี้ การจัดสภาพแวดล้อม ก็มีผลที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถของผู้เรียน เช่นกัน

6.5 ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

เฮดเดนส์และสปีเยอร์ (Heddens and Speer. 1992 : 34-35) กล่าวถึง ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

6.5.1 รูปแบบการรับรู้

6.5.2 ความสามารถภายในตัวบุคคล

6.5.3 เทคนิคการประมวลผลข้อมูล

6.5.4 พื้นฐานทางคณิตศาสตร์

6.5.5 ความต้องการที่จะหาคำตอบ

6.5.6 ความมั่นใจในความสามารถของตนเองในการแก้ปัญหา

6.6 ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา

บาร์ดี (Baroody. 1993 : 208 – 210) กล่าวถึง ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

6.6.1 องค์ประกอบด้านความรู้ความคิด ซึ่งประกอบด้วยความรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์และยุทธวิธีในการแก้ปัญหา

6.6.2 องค์ประกอบด้านความรู้สึก เป็นแรงขับในการแก้ปัญหาและแรงขับนี้มากจากความสนใจ ความเชื่อมั่นในตนเอง ความพยายามหรือความตั้งใจและความเชื่อของนักเรียน

6.6.3 องค์ประกอบด้านการสังเคราะห์ความคิด เป็นความสามารถในการสังเคราะห์ความคิดของตนเองในการแก้ปัญหาซึ่งนักเรียนจะตอบตนเองได้ว่าทรัพยากรอะไรบ้างที่สามารถนำมาใช้แก้ปัญหาและจะติดตาม ควบคุมทรัพยากรเหล่านั้นได้อย่างไร

6.7 ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา

ครูคองและเชฟฟีลด์ (Cruikshank and Sheffield. 2000 : 40) กล่าวถึงปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สรุปได้ดังนี้

6.7.1 เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

6.7.2 ความเชื่อของนักเรียนเกี่ยวกับธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์

6.7.3 ความเชื่อของนักเรียนเกี่ยวกับความสามารถในการเรียน

คณิตศาสตร์ของตนเอง

6.7.4 ความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

6.7.5 ความสามารถทางสมองของนักเรียน

6.8 ปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

กรมวิชาการ (2544 : 106-107) กล่าวถึง ปัจจัยสำคัญที่มีอิทธิพลต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

6.8.1 ความซับซ้อนของโจทย์ปัญหา ข้อมูลที่กำหนดให้มีจำนวนมาก

6.8.2 ความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหา

6.8.3 การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้อง

6.8.4 การเริ่มต้นแก้ปัญหา นักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มต้นอย่างไร จะต้องทำอะไรก่อน

6.8.5 ข้อมูลที่กำหนดให้ไม่เพียงพอ

6.8.6 เจตคติของนักเรียนที่มีต่อการแก้ปัญหา เมื่อนักเรียนประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหา นักเรียนจะมีกำลังใจที่จะแก้ปัญหาดังกล่าว

6.8.7 ประสิทธิภาพในการแก้ปัญหานักเรียนแต่ละคนแตกต่างกัน การที่จะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดีจะต้องได้รับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาดังกล่าว ซึ่งคล้ายกับการที่จะเป็นนักศิลปะที่เก่ง นักเล่นกอล์ฟฝีมือเยี่ยมก็ต้องฝึกฝนฝึกหัดอย่างสม่ำเสมอ สรุปได้ว่า ปัจจัยที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย การสอนของครู ความรู้ความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน รวมถึงความรู้พื้นฐาน ประสิทธิภาพ การเลือกวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม ความสามารถในการอ่านของนักเรียน เจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์

7. การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

7.1 การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537 : 62 – 74) กล่าวถึง การพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยนำขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยามาเป็นแนวทาง ดังนี้

7.1.1 การพัฒนาความสามารถในการเข้าใจปัญหา

- 1) การพัฒนาทักษะการอ่าน
- 2) การใช้วิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพ การยกตัวอย่างที่สอดคล้องกับปัญหา การเปลี่ยนแปลงสถานการณ์ให้เป็นเรื่องใกล้ตัว
- 3) การใช้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกับปัญหาในชีวิตจริงมาให้นักเรียนได้ฝึกทำความเข้าใจ

7.1.2 การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ซึ่งมีแนวทาง ดังนี้

1) ครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหาให้กับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตัวเอง

2) ส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมาดังๆ

3) สร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนคิดก่อนลงมือทำเสมอ

4) จัดหาปัญหามาให้นักเรียนได้ฝึกคิดบ่อยๆ ซึ่งจะต้องเป็นปัญหาที่ท้าทาย น่าสนใจ เหมาะสมตามความสามารถของนักเรียน

5) ในการแก้ปัญหาแต่ละปัญหา ควรส่งเสริมให้นักเรียนใช้วิธีการในการแก้ปัญหาให้มากกว่า 1 แบบ

7.1.3 การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ในขั้นดำเนินการตามแผนนักเรียนต้องตีความ ขยายความ นำแผนไปสู่การปฏิบัติอย่างละเอียดชัดเจนตามลำดับขั้น

7.1.4 การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบ ซึ่งครอบคลุมประเด็น 2 ประเด็น คือ ประเด็นแรก เป็นการมองย้อนกลับ ไปในขั้นตอนการแก้ปัญหาตั้งแต่ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผนและขั้นดำเนินการตามแผน โดยพิจารณาความถูกต้องของกระบวนการและผลลัพธ์ รวมทั้งการพิจารณาหาวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา ประเด็นที่สอง เป็นการมองไปข้างหน้าโดยใช้ประโยชน์จากกระบวนการแก้ปัญหาที่เพิ่งสิ้นสุดลงนั้นทั้งในส่วนที่เป็นเนื้อหาและกระบวนการ โดยสร้างสรรค์ปัญหาที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กันขึ้นใหม่ โดยมีแนวทาง ดังนี้

1) กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้ให้เคยชินเป็นนิสัย

2) ฝึกให้นักเรียนคาดคะเนคำตอบ

3) ฝึกการตีความหมายของคำตอบ

4) สนับสนุนให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ที่หาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี

5) ให้นักเรียนฝึกหัดสร้าง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

7.2 ความสามารถในการแก้ปัญหาผู้เรียน

อัมพร ม้าคนอง (2554 : 47) กล่าวว่า การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาให้ผู้เรียน สามารถสรุปได้เป็น 3 แนวทาง ดังนี้

7.2.1 การสอนผ่านการแก้ปัญหา (Teaching via problem solving) เป็น การสอนความรู้หรือพัฒนาทักษะใด ๆ โดยใช้ปัญหาเป็นสื่อหรือเครื่องมือในการเรียนรู้ เช่น การให้ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนวิเคราะห์ แก้ปัญหา และเรียนรู้สิ่งใหม่

7.2.2 การสอนให้แก้ปัญหา (Teaching for problem solving) เป็นการ สอนที่เน้นการฝึกให้ผู้เรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหาที่หลากหลายและมีโครงสร้างแตกต่างกัน เพื่อให้เกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากพอที่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้

7.2.3 การสอนกระบวนการแก้ปัญหา (Teaching about problem solving) เป็นการสอนให้ผู้เรียนเข้าใจและเรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา เทคนิค และกลวิธีการ แก้ปัญหา เช่น การสอนกระบวนการแก้ปัญหของ Polya กระบวนการแก้ปัญหา DAPIC ที่ บูรณาการกระบวนการแก้ปัญหทางวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์

สรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ควรฝึกให้นักเรียนคิด คาดคะเนหาคำตอบ โดยการใช้เหตุผลประกอบการแก้ปัญหา โดยใช้ วิธีการต่าง ๆ ตามความถนัดของผู้เรียน

8. แนวทางการวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอรูปแบบการวัดและประเมินความสามารถใน การแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

8.1 รูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหา

ชาร์ลส์ และเลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 11 – 12) เสนอรูปแบบ การวัดความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ไว้ โดยพิจารณาถึงความสามารถ 3 ประการ ดังนี้

8.1.1 ความเข้าใจในปัญหา เป็นความสามารถในการแปลความหมาย โจทย์ มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

- 0 หมายถึง แปลความหมายผิด โดยสิ้นเชิง
- 1 หมายถึง แปลความหมายผิดบางส่วน
- 2 หมายถึง แปลความหมายโจทย์ถูกต้อง

8.1.2 การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา มี วิธีการให้คะแนน ดังนี้

- 0 หมายถึง ไม่ลงมือทำหรือทำผิด โดยสิ้นเชิง

- 1 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องบางส่วน
- 2 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง (ไม่พิจารณาการคำนวณ)

8.1.3 การตอบปัญหา เป็นการพิจารณากระบวนการแก้ปัญหาร่วมกับทักษะการคำนวณ มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้

- 0 หมายถึง ตอบผิดและกระบวนการแก้ปัญหาผิด
- 1 หมายถึง ตอบเพียงบางส่วน (ในกรณีที่มีหลายคำตอบ)
- 2 หมายถึง การคำนวณถูกต้อง

8.2 เกณฑ์การให้คะแนน

รีส์ และคนอื่น ๆ (Rey et al. 1992 : 313) ได้กำหนดเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยที่แต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา จะให้คะแนนตั้งแต่ 0 – 2 คะแนน ตามรายละเอียด ดังต่อไปนี้

8.2.1 ความเข้าใจในปัญหา

- 0 หมายถึง ไม่เข้าใจในปัญหาเลย
- 1 หมายถึง เข้าใจปัญหาบางส่วนหรือแปลความหมายบางส่วนคลาดเคลื่อน
- 2 หมายถึง เข้าใจปัญหาได้ดี ครบถ้วนสมบูรณ์

8.2.2 การวางแผนแก้ปัญหา

- 0 หมายถึง ไม่พยายาม หรือวางแผนได้ไม่เหมาะสมทั้งหมด
- 1 หมายถึง วางแผนถูกต้องบางส่วน
- 2 หมายถึง วางแผนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

8.2.3 คำตอบ

- 0 หมายถึง ไม่ตอบ หรือตอบผิดในส่วนที่วางแผนไม่เหมาะสม
- 1 หมายถึง คัดลอกผิดพลาด จำนวนผิด ตอบบางส่วน
- 2 หมายถึง ตอบได้ถูกต้องและใช้ภาษาได้ถูกต้อง

8.3 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหา

กรมวิชาการ (2544 : 113 – 114) กล่าวว่า เกณฑ์การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรมีวิธีการที่มากกว่าการได้คำตอบ ดังนี้

8.3.1 ความเข้าใจในปัญหา

- 0 หมายถึง มีหลักฐานที่แสดงว่าเข้าใจน้อยมาก หรือไม่เข้าใจเลย
- 1 หมายถึง สำหรับการเข้าใจโจทย์บางส่วนไม่ถูกต้อง

- 2 หมายถึง สำหรับความเข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
- 8.3.2 การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา
- 0 หมายถึง สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
 - 1 หมายถึง สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง แต่ยังมีบางส่วนผิด โดยอาจเขียนประโยคคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
 - 2 หมายถึง สำหรับการเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและเขียนประโยคคณิตศาสตร์ถูกต้อง
- 8.3.3 การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา
- 0 หมายถึง สำหรับการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง
 - 1 หมายถึง สำหรับการนำวิธีการแก้ปัญหามบางส่วนไปใช้ได้ถูกต้อง
 - 2 หมายถึง สำหรับการนำยุทธวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง
- 8.3.4 การตอบ
- 0 หมายถึง เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ
 - 1 หมายถึง สำหรับการตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด
 - 2 หมายถึง สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้อง สมบูรณ์

จากการศึกษาค้นคว้าแนวทางการวัดและประเมินความสามารถในการแก้ปัญหามหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคามทางคณิตศาสตร์ของ ชาร์ลส์และเลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 11 – 12); รีส์ และคนอื่น ๆ (Rey et al. 1992 : 313) ; กรมวิชาการ (2544 : 113 – 114) ผู้วิจัยได้สร้างเกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหามหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม เพื่อใช้เป็นแนวคิดในการวิจัยดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 6 แสดงเกณฑ์การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Charles & Lester	Rey et al	กรมวิชาการ	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ความเข้าใจในปัญหา	ความเข้าใจในปัญหา	ความเข้าใจในปัญหา	ขั้นทำความเข้าใจของปัญหา
การแก้ปัญหา	การวางแผนแก้ปัญหา	การเลือกยุทธวิธี	ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา
การตอบปัญหา	คำตอบ	การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา	ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา
		การตอบ	ขั้นตรวจสอบคำตอบ

จากการศึกษาเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยกำหนดเกณฑ์ให้คะแนน ดังต่อไปนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจของปัญหา

- 0 หมายถึง ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของปัญหาไม่ถูกต้อง
- 1 หมายถึง ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของปัญหาบางส่วนถูกต้อง
- 2 หมายถึง ระบุข้อมูลและเงื่อนไขของปัญหาได้ถูกต้อง

2. ขั้นการวางแผนแก้ปัญหา

- 0 หมายถึง ไม่มีร่องรอยความพยายาม หรือวางแผนได้ไม่เหมาะสม
- 1 หมายถึง วางแผนถูกต้องบางส่วน
- 2 หมายถึง วางแผนเพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ถูกต้อง

3. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา

- 0 หมายถึง ไม่ลงมือทำหรือทำผิดโดยสิ้นเชิง
- 1 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องบางส่วน
- 2 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง

4. ขั้นตรวจสอบคำตอบ

- 0 หมายถึง เมื่อไม่ได้ระบุคำตอบ
- 1 หมายถึง สำหรับการตอบที่ไม่สมบูรณ์หรือใช้สัญลักษณ์ผิด
- 2 หมายถึง สำหรับการตอบคำถามได้ถูกต้อง สมบูรณ์

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความเชื่อทางคณิตศาสตร์

1.1 งานวิจัยในประเทศ

อารีย์ คงสวัสดิ์ (2544 : 113 -116) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า ค่าสหสัมพันธ์พหุคูณระหว่างความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน มีความสัมพันธ์กันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 เมื่อวิเคราะห์จากนักเรียนชาย นักเรียนหญิงและรวมทั้งหมด และเมื่อเปรียบเทียบค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์พหุคูณของความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างที่วิเคราะห์จากนักเรียนชายและนักเรียนหญิง พบว่า มีค่าแตกต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ

อรยมล เข้ม โยษฐ์ (2549 : 78) ได้ทำการศึกษา ระบบความเชื่อทางคณิตศาสตร์ ในสถานการณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ระบบความเชื่อทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ปรากฏให้เห็นในสถานการณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นความสัมพันธ์ของกลุ่มความเชื่อ 3 กลุ่ม ได้แก่ ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ความเชื่อเกี่ยวกับการแก้ปัญหา และความเชื่อเกี่ยวกับตนเอง แต่ละกลุ่มความเชื่อผลักดันให้นักเรียนแสดงพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาในสถานการณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่มีความสัมพันธ์ ดังนี้

1. ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์เป็นกลุ่มความเชื่อแรกที่ผลักดันในช่วงเริ่มต้นของการแก้ปัญหาเกิดขึ้นในกลุ่มพฤติกรรมกรรมการอ่านและกลุ่มพฤติกรรมกรรมการวิเคราะห์ นักเรียนแสดงพฤติกรรมค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสมตามเงื่อนไขที่มีความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์มากำหนดเป็นยุทธวิธีในการปัญหา

2. ความเชื่อเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มความเชื่อที่พบมากที่สุดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เกิดในกลุ่มพฤติกรรมกรรมการวางแผน การนำไปใช้ และกลุ่มพฤติกรรมกรรมการตรวจสอบ นักเรียนพยายามหายุทธวิธีหรือวิธีการมาใช้ในการแก้ปัญหาโดย การวางแผนและนำแผนที่ได้ไปตรวจสอบให้ได้คำตอบตามแนวทางที่เป็นผลมาจากความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

3. ความเชื่อเกี่ยวกับตนเอง เป็นกลุ่มความเชื่อที่ทำให้นักเรียนอยู่กับปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้นานและช่วยให้นักเรียนตัดสินใจที่สำคัญในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไป โดยนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำกว่าจะแสดงพฤติกรรมที่ให้การยอมรับในความสามารถของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าตน และมีความคาดหวังว่านักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่า จะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดีกว่าตน

สุจารีย์ จรัสสิงห์ (2551 : 113 - 127) ได้ทำการศึกษาความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ช่วงชั้นที่ 3 สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามหาสารคาม เขต 1 ผลการวิจัยพบว่า ความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงมีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และแนวโน้มของความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์ ในด้านความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ความเชื่อเกี่ยวกับการสอนคณิตศาสตร์ ความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และความเชื่อในการเรียนคณิตศาสตร์โดยภาพรวม มีแนวโน้มสูงขึ้นทุกด้าน จากระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สู่มัธยมศึกษาปีที่ 2 และปีที่ 3 ตามลำดับ

1.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ชอเอนเฟิน (Schoenfeld, 1989 : 338-355) ได้ทำการสำรวจความเชื่อทางคณิตศาสตร์และพฤติกรรมของนักเรียน โดยใช้แบบสอบถามที่ประกอบด้วยคำถามปิด 70 ข้อ และคำถามเปิด 11 คำถาม ที่ดำเนินการกับนักศึกษาระดับมัธยมศึกษาปีที่ 10 ถึงมัธยมศึกษาปีที่ 12 ซึ่งเป็นนิสิตปริญญาโท สาขาจิตวิทยา แต่ลักษณะของแบบสอบถามเกี่ยวข้องกับคุณลักษณะความสำเร็จ และความล้มเหลวของนักเรียน การรับรู้ของพวกเขาในเชิงเปรียบเทียบเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ภาษาอังกฤษ และสังคมศึกษา มุมมองของพวกเขาเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในฐานะที่เป็นสาขาวิชาหนึ่งและเจตคติของพวกเขาที่มีต่อคณิตศาสตร์ ข้อมูลที่ได้มาขึ้นอยู่กับประเภทของชั้นเรียนและการศึกษาโปรโตคอล ซึ่งแสดงให้เห็นถึงการแก้ปัญหาเกี่ยวกับแบบรูปซึ่งขัดแย้งกันของข้อมูลในการสำรวจเจตคติต่างๆ ซึ่งนักเรียนยืนยันพร้อมๆ กันว่า “คณิตศาสตร์คือการจำเป็นส่วนใหญ่” แต่คณิตศาสตร์นั้นเป็นสาขาวิชาที่มีประโยชน์และสร้างสรรค์ให้พวกเขาเรียนรู้ที่จะคิด

ปาจาเรสและมิลเลอร์ (Pajares and Miller. 1994 : 193-203) ได้ทำการศึกษารับรู้ความสามารถของตนเองทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ด้านคณิตศาสตร์ กับความเชื่อในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาจำนวน 350 คน ผลการวิจัยพบว่าการรับรู้ความสามารถของตนเองทางคณิตศาสตร์มีผลต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มากกว่ามโนทัศน์ด้านคณิตศาสตร์นอกจากนี้ยังพบว่า นักเรียนชายมีการรับรู้ความสามารถของตนเองทางคณิตศาสตร์ มโนทัศน์ด้านคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนหญิงแต่มีความเครียดในการทำกิจกรรมด้านคณิตศาสตร์ต่ำกว่านักเรียนหญิง

แจ๊คสัน (Jason. 2007 : 74 – 104) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อทางคณิตศาสตร์ การกำกับตนเอง และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนจำนวน 94 คน เครื่องที่ใช้ในการวิจัยเป็นแบบสอบถาม ผลการวิจัยพบว่า ความเชื่อทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับการกำกับตนเอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ .01

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเมตาคอกนิชัน

2.1 งานวิจัยในประเทศ

ทองหล่อ วงษ์อินทร์ (2537 : 115 – 132) ได้ศึกษาการวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้านกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาและเมตาคอกนิชันของนักเรียนมัธยมศึกษาผู้ชำนาญการ และไม่ชำนาญการในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัย พบว่า 1) นักเรียนผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีคะแนนในตัวแปรทั้ง 3 ด้าน สูงกว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญในระดับชั้นเดียวกัน 2) นักเรียนผู้ชำนาญและผู้ไม่ชำนาญ ที่เรียนในระดับชั้นที่สูงกว่า มีคะแนนในตัวแปรทั้ง 3 ด้านสูงกว่านักเรียนในกลุ่มเดียวกัน ที่เรียนในระดับชั้นที่ต่ำกว่าตัวแปรทั้ง 3 ด้าน คือ ความรู้เฉพาะด้าน ทั้งในด้านความคิดรวบยอดและด้านการดำเนินการ 2) กระบวนการในการคิดแก้ปัญหาในด้านการทำความเข้าใจปัญหา การสร้างตัวแทนปัญหา การวางแผน การดำเนินการแก้ปัญหาและการตรวจสอบการแก้ปัญหา และ 3) ความรู้ในเมตาคอกนิชัน ด้านบุคคล ด้านงานและด้านยุทธวิธี ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญ และระดับชั้นเรียน มีผลต่อความรู้ในระบุนค่าที่ช่วยในการแก้ปัญหา การจำแนกประเภทปัญหา การทำความเข้าใจปัญหา การตรวจสอบการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในเมตาคอกนิชันด้านงานและด้านยุทธวิธี

ณัฐรี เจริญเกียรติบวร (2539 : 58 - 65) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างพฤติกรรมการสอนของครูตามการรับรู้ของนักเรียนและความตระหนักในเมตาคอกนิชันกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กรุงเทพมหานคร ผลการวิจัย พบว่า ความตระหนักในเมตาคอกนิชันมีความสัมพันธ์ทางบวกกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และพฤติกรรมการสอนของครูตามการรับรู้ของนักเรียน และความตระหนักในเมตาคอกนิชันมีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

อัคริภรณ์ จิวสกุล (2541 : 100 – 110) ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมการสอนของครูที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาและความตระหนักในเมตาคอกนิชัน ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนจากครูที่มีพฤติกรรมการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาสูง มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการสอนจากครูที่มีพฤติกรรมการสอนที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาปานกลาง และต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนที่มีความตระหนักในเมตาคอกนิชันสูง มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่มีความตระหนักในเมตาคอกนิชันต่ำ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สมยศ ชิดมงคล (2545 : 154 – 165) ได้ทำการวิจัย การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมผลการเรียนทางคณิตศาสตร์และความตระหนักรู้ในการรู้คิดของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น โดยใช้การผสมผสานแนวคิดการประมวลสารสนเทศและการรู้คิด มีขั้นตอนการสอน 8 ขั้น คือ ขั้นเร้าความสนใจและทำให้ตระหนักถึงประโยชน์ ขั้นกำหนดเป้าหมายการเรียน ขั้นนำเสนอสาระหรือสถานการณ์การเรียนรู้และวิเคราะห์จัดระบบ ขั้นกระตุ้นความรู้เดิมและวางแผนปฏิบัติ ขั้นสร้างเสริมความเข้าใจ ขั้นสรุปข้อความรู้ ขั้นประยุกต์ความรู้และขั้นให้ข้อมูลป้อนกลับ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้เรียนโดยใช้กระบวนการเรียนการสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์และความตระหนักรู้ในการคิดหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

มัตติกา กันทะเตียน (2548 : 99 - 105) ได้ทำการศึกษา การใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ด้วยกลวิธีอภิปัญญา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนใช้กลวิธีอภิปัญญาในขั้นตอนต่าง ๆ ของกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยในครั้งที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่ใช้กลวิธีอภิปัญญาขั้นการทำความเข้าใจ โจทย์ปัญหาระดับปานกลาง ใช้กลวิธีอภิปัญญาขั้นการวางแผนการแก้ปัญหา และขั้นการลงมือทำตามแผนในระดับน้อย และไม่ได้ใช้กลวิธีอภิปัญญาขั้นการตรวจสอบวิธีการและคำตอบ และในครั้งที่ 2, 3, 4 และ 5 นักเรียนใช้กลวิธีอภิปัญญาเพิ่มขึ้น และนักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการของคะแนนความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้นทุกครั้งที่มีการทดสอบ โดยมีนักเรียนบางคนมีคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาได้ถึงร้อยละ 100 ในการทดสอบครั้งที่ 4 หรือครั้งที่ 5

ณัฐรัฐ นัฐ เถติมสุข (2550 : 89 - 95) ได้ทำการศึกษา การสร้างแบบวัดการคิดแบบเมตาคอกนิชันของนักเรียนช่วงชั้นที่ 4 จังหวัดสระบุรี : กรณีศึกษา ผลการวิจัยพบว่า แบบวัดการคิดแบบเมตาคอกนิชันด้านการตระหนักรู้มีค่าอำนาจจำแนกระหว่าง .402-.731 ด้านการวางแผน มีค่าอำนาจจำแนกระหว่าง .279-.561 ด้านการประเมินตนเอง มีค่าอำนาจจำแนกระหว่าง .290-.745 ค่าความเที่ยงตรงเชิงโครงสร้าง โดยการวิเคราะห์องค์ประกอบด้านการตระหนักรู้ มีค่าน้ำหนักองค์ประกอบอยู่ระหว่าง .480-.799 ด้านการวางแผน มีค่าน้ำหนักองค์ประกอบอยู่ระหว่าง .394-.712 มีค่าความเชื่อมั่นด้านการตระหนักรู้ .861 ด้านการวางแผน .816 ด้านการประเมินตนเอง .842 ค่าความเชื่อมั่นทั้งฉบับ .940 และพบว่า นักเรียนหญิงมีการคิดแบบเมตาคอกนิชันสูงกว่านักเรียนชาย และนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 มีการคิดแบบเมตาคอกนิชันสูงกว่านักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ระดับนัยสำคัญ .01 และไม่พบปฏิสัมพันธ์ระหว่างเพศและระดับชั้น

กาญจนา สามเตี้ย (2551 : 80 - 86) ได้ทำการพัฒนารูปแบบการสอน PRIPARE เพื่อพัฒนาความสามารถเมตาคอกนิชันของเด็กปฐมวัย โดยมีขั้นตอน 3 ระยะ คือ ระยะที่ 1 สร้างรูปแบบการสอน PRIPARE เพื่อพัฒนาความสามารถเมตาคอกนิชันของนักเรียน โดยการสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัย ตรวจสอบโดยผู้เชี่ยวชาญ 5 ท่าน ปรับปรุงแล้วนำไปใช้ทั้งในด้านกิจกรรม สื่อการสอน และระยะเวลาที่ทำกิจกรรมแต่ละวัน ระยะที่ 2 เป็นการศึกษาประสิทธิผลของการใช้รูปแบบการสอน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอนตามรูปแบบการสอน PRIPARE จะมีความสามารถเมตาคอกนิชันหลังการทดลองสูงกว่า

ก่อนการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และความคิดเห็นของครูมีความเห็นว่า รูปแบบการสอน สามารถพัฒนาความสามารถเมตาคอกนิชันของเด็กปฐมวัย มีความเหมาะสมในระดับมากที่สุดในทุกด้าน และสามารถนำไปใช้ได้

จันทร์ขจร มะลิจันทร์ (2554 : 139 – 150) ได้ทำการศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้ที่เน้นกระบวนการคิดเชิงเมตาคอกนิชัน ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์ ความตระหนักในการรู้คิด และการกำกับตนเองในการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง การเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ ผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการคิดเชิงเมตาคอกนิชันสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และนักเรียนมีความตระหนักในการรู้คิดหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อภิสิทธิ์ โคตรนรินทร์ (2555 : 335 – 356) ได้ทำการวิจัยเพื่อพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้ยุทธวิธีเมตาคอกนิชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการเรียน โดยใช้รูปแบบการสอนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน กระบวนการหรือทักษะเชิงเมตาคอกนิชัน สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 และมีเจตคติที่ดีต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับมาก และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากการขยายผลและการประเมินประสิทธิภาพของรูปแบบการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ โดยใช้ยุทธวิธีเมตาคอกนิชัน ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่า สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2.2 งานวิจัยต่างประเทศ

เลสเตอร์ กาโลฟาโรและโคล (Lester, Galofalo and Kroll. 1989 : 112 – 122) ได้ศึกษาบทบาทของความตระหนักในการคิดในการแก้ปัญหา ใช้ทั้งการวิเคราะห์เชิงคุณภาพ และการวิเคราะห์เชิงปริมาณ การวิเคราะห์พฤติกรรมเกี่ยวกับการตระหนักในการคิด และผลของการสอนในเชิงตระหนักในการคิดของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า ผู้แก้ปัญหาที่ประสบความสำเร็จส่วนมากสามารถสำรวจตรวจตรา และควบคุมกิจกรรมการแก้ปัญหาของตนเองได้ดีกว่า ผู้แก้ปัญหาที่แก้ปัญหาไม่ได้หรือไม่ได้ดี ผู้แก้ปัญหาที่ดีมีแนวทางโน้มในการพัฒนาความเข้าใจอย่างมีความหมายเกี่ยวกับเงื่อนไข และคำถามของปัญหา ในทางตรงกันข้ามผู้แก้ปัญหาที่ดีจะเน้นลักษณะเชิงโครงสร้างของปัญหาขณะที่ผู้แก้ปัญหาที่แก้ปัญหาไม่ดียังเน้นที่ลักษณะของปัญหาเพียงผิวเผิน ในการพิจารณาการจัดระบบการ

วางแผนพฤติกรรมและการเลือกการกระทำ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ใช้การวางแผนอย่างมีความหมายมีการทำความเข้าใจที่ดีเกี่ยวกับว่านักเรียนกำลังทำอะไร นักเรียนมีเป้าหมายที่ไหนดก่อนที่ตัวเองจะดำเนินการตามแผน แสดงว่านักเรียนที่ประสบผลสำเร็จในการแก้ปัญหาจะเข้าใจขั้นตอนแก้ปัญหาเริ่มต้นเป็นสำคัญ นักเรียนที่มีปัญหาจะไม่เคยสังเกตการณ์ตรวจสอบผลการคิดคำนวณของตนเอง นั้นของการประเมินความถูกต้อง นักเรียนไม่มีการอ่านปัญหาซ้ำ หรือนักเรียนที่ล้มเหลวในการพัฒนาความเข้าใจ ไม่มีการย้อนกลับเพื่อประเมินความเข้าใจของตนเอง จากงานวิจัยสามารถจำแนกการปฏิบัติเพื่อการประเมินออกเป็น 3 ประเภท คือ 1.ประเมินแผนการโดยการดำเนินการให้สำเร็จและตรวจสอบ 2.ประเมินความเหมาะสมของแผน 3.ความสัมพันธ์ที่ดีเยี่ยมของวิธีการที่นักเรียนเคยใช้

สแวนซัน (Swanson, 1990 : 306-314) ได้ทำการวิจัย ผลของความรู้ด้านเมตาคอกนิชันและความถนัดทางการเรียนที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนชั้นประถมศึกษาที่มีความถนัดทางการเรียนสูง กับนักเรียนที่มีความถนัดทางการเรียนต่ำ และที่มีความสามารถด้านเมตาคอกนิชันสูงกับที่มีความสามารถด้านเมตาคอกนิชันต่ำ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนจำนวน 56 คน แบ่งออกเป็น 4 กลุ่ม ในการวัดความรู้ด้านการคิดเมตาคอกนิชัน ได้ใช้แบบสอบถามปลายเปิดและการคิดออกเสียง มีการให้คะแนนเป็น 5 ระดับ ผู้ที่ได้คะแนนสูงสุดจะถือว่ามีความรู้ในการคิดเมตาคอกนิชันสูง ส่วนการวัดความถนัดทางการเรียนนั้น ใช้แบบทดสอบความสามารถทางสติปัญญา ซึ่งผลการวิจัยพบว่าความรู้ด้านเมตาคอกนิชัน เป็นตัวทำนายความสามารถในการแก้ปัญหา ได้ดีกว่าความถนัดทางการเรียน คือ ผู้ที่มีความรู้ด้านเมตาคอกนิชันสูงแต่มีความถนัดทางการเรียนต่ำ สามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่าผู้ที่มีความถนัดทางการเรียนสูงแต่มีความรู้ด้านเมตาคอกนิชันต่ำ และได้เสนอแนะว่าการฝึกความรู้ด้านเมตาคอกนิชัน สามารถนำไปใช้กับผู้ที่มีความสามารถด้านการเรียนต่ำ เพื่อช่วยเสริมสร้างให้มีความสามารถในการแก้ปัญหาเพิ่มขึ้น

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจโมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3.1 งานวิจัยในประเทศ

ปราโมทย์ บุญญสิริ (2546 : 98-101) ได้ทำการศึกษาการจัดการเรียนการสอนในวิชาคณิตศาสตร์ ที่เน้นการปฏิบัติ ทำให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ดีและสามารถสรุปโมโนทัศน์ได้ด้วยตนเอง เช่น ในการทดลองกิจกรรมการวัดอุณหภูมิเพื่อให้ได้ข้อสรุปเกี่ยวกับจำนวนเต็ม โดยนักเรียนทำการทดลองวัดอุณหภูมิของน้ำ น้ำแข็ง และน้ำแข็งปนเกลือ ทำให้

นักเรียนได้ข้อค้นพบเกี่ยวกับจำนวนเต็มว่า จำนวนเต็มมีทั้งที่เป็นจำนวนเต็มบวก ศูนย์และจำนวนเต็มลบ และยังทำให้นักเรียนมีเจตคติทางบวกต่อวิชาคณิตศาสตร์อีกด้วย

อลิสรา ชมชื่น (2550 : 158 – 167) ได้ทำการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน โดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารและการให้เหตุผล เพื่อเสริมสร้างสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยพิจารณาจากสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย ความรู้ด้านมโนทัศน์ ความรู้ด้านการดำเนินการ ความสามารถในการแก้ปัญหา ความสามารถในการสื่อสารและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัย พบว่า ความรู้ด้านมโนทัศน์ ความรู้ด้านการดำเนินการ ความสามารถในการแก้ปัญหา การสื่อสารและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนสูงขึ้นกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เวชฤทธิ์ อังกะนภัทรขจร (2551 : 187 -202) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบการสอนแนะให้รู้จักคิด (CGI) ที่ใช้ทักษะการให้เหตุผลและการเชื่อมโยงโดยบูรณาการสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลกับสิ่งแวดล้อมศึกษา สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ ทักษะการให้เหตุผล ทักษะการเชื่อมโยง มีคะแนนเฉลี่ยจากการทำแบบทดสอบหลังการทดลองสูงกว่าการทดลองที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สิริณัฐ ประจิมทิส (2553 : 49 – 174) ได้ทำการศึกษาความเข้าใจโมเดลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนเต็ม โดยใช้สถานการณ์จริงและโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ใช้สถานการณ์จริงและใช้โปรแกรม GSP มีความเข้าใจโมเดล เรื่อง การบวกและการลบจำนวนเต็มในระดับการจัดกระทำ ระดับกระบวนการ และมีบางคนที่มีความเข้าใจในระดับโครงสร้าง กล่าวคือ สามารถเชื่อมโยงมโนคติที่เกี่ยวข้องเพื่อหาคำตอบที่ถูกต้องได้

3.2งานวิจัยต่างประเทศ

พิลคา (Pinzka, 1999 : 1491A) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างความเข้าใจมโนทัศน์ เรื่อง ฟังก์ชัน กับความเข้าใจและการประยุกต์ใช้มโนทัศน์เรื่องอนุพันธ์ ในวิชาแคลคูลัสของนักศึกษาระดับอุดมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีความเข้าใจ เรื่อง ฟังก์ชันและมโนทัศน์ เรื่อง อนุพันธ์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นักเรียนมี

กระบวนการและแนวคิดในแต่ละมโนทัศน์แตกต่างกัน นอกจากนี้นักเรียนมีความเข้าใจมโนทัศน์ เรื่อง อนุพันธ์เกี่ยวกับเรขาคณิต สามารถตีความหมายและอธิบายกราฟของฟังก์ชัน สามารถเชื่อมโยงการนำเสนอรูปแบบต่าง ๆ ของฟังก์ชันเข้าใจถึงการใช้เครื่องหมายกระบวนการ โดเมนของฟังก์ชัน และสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของฟังก์ชัน

ริตติล จอห์นสัน (Rittle-Johnson. 1999 : 121-123) ได้ทำการศึกษาคำแนะนำเสนอรูปแบบซ้ำเพื่อความเข้าใจในการพัฒนาความรู้ด้านมโนทัศน์และความรู้ด้านการดำเนินการ และรวมไปถึงการเปลี่ยนแปลงการนำเสนอปัญหา ผลการวิจัย พบว่า ความรู้ด้านมโนทัศน์ที่มีอยู่ก่อนของนักเรียนจะสนับสนุนประโยชน์ของความรู้ด้านการดำเนินการ และความรู้ด้านการดำเนินการก็ส่งเสริมการปรับปรุงความรู้ด้านมโนทัศน์ด้วย ดังนั้น การนำเสนอปัญหาที่ถูกต้องจึงเป็นสื่อสัมพันธ์ระหว่างความรู้ด้านมโนทัศน์ และความรู้ด้านการดำเนินการที่ได้รับการปรับปรุง ผลการทดลองนักเรียนเกรด 6 พบว่า มีการเชื่อมโยงการนำเสนอปัญหาที่ได้รับการปรับปรุง ไปสู่ความรู้ด้านการดำเนินการที่ปรับปรุงแล้ว นักเรียนที่ได้รับการส่งเสริมให้แสดงออกจะนำเสนอปัญหาที่ถูกต้องมากกว่าและได้รับประโยชน์จากความรู้ด้านการดำเนินการมากกว่าด้วย

ทีชี (Teachey. 2003 : 88 – 93) ได้ทำการศึกษา ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันและพหุนาม ของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ โดยประเมินทั้งความรู้ด้านมโนทัศน์และความรู้ด้านการดำเนินการ และศึกษาผลของความเชื่อทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ผลการวิจัย พบว่านักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยงระหว่างมโนทัศน์ต่างๆ ที่สัมพันธ์กับฟังก์ชันและพหุนามได้อย่างหลากหลายและสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ และจากการศึกษาความเชื่อทางคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน พบว่า ความเชื่อทางคณิตศาสตร์มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.1 งานวิจัยในประเทศ

อนันต์ โพธิกุล (2543 : 77-84) ได้ทำการศึกษา การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนแบบบูรณาการเชิงวิธีการกับการสอนตามคู่มือครู ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทาง

การเรียนรู้และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

ปรีชา เนาวีเย็นผล (2544 : 98 -130) ได้ทำการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยแบ่งขั้นตอนการจัดกิจกรรมเป็น 4 ขั้นตอน คือ ขั้นการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มใหญ่ ขั้นการแก้ปัญหาร่วมกันในกลุ่มย่อย ขั้นนำเสนอผลการปฏิบัติของกลุ่มย่อยต่อกลุ่มใหญ่ ขั้นปฏิบัติรายบุคคล ผลการวิจัย พบว่า

1. กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาลายเปิดมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ ผลการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาค่อนเรียน นักเรียนส่วนใหญ่ในกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาค่อนข้างต่ำ ในระหว่างเรียนความสามารถในการแก้ปัญหของนักเรียนค่อย ๆ พัฒนาขึ้นจากการแก้ปัญหที่ต้องใช้การถามกระตุ้นแนวทางในการแก้ปัญหอย่างละเอียด

2. ผลการประเมินพฤติกรรมกรคิดแก้ปัญห พบว่า พฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหาค่อนเรียนในทุกด้าน ได้แก่ การสำรวจศึกษา การใช้ยุทธวิธีแก้ปัญห ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ ความคิดยืดหยุ่น ความคิดริเริ่มและการสื่อความคิดในการแก้ปัญหของนักเรียนทุกคนในกลุ่มทดลองอยู่ในระดับ “ต้องแก้ไข” พฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหาระหว่างเรียนในทุกด้านของนักเรียนส่วนใหญ่พัฒนาขึ้นไปอยู่ในระดับ “ดี” และ “ดีมาก” และในการทำแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหหลังเรียน พบว่า พฤติกรรมกรคิดแก้ปัญหในทุกด้านของนักเรียนอยู่ในระดับ “ดี”

3. ผลการประเมินเจตคติหลังเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

4. ผลการเปรียบเทียบคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนรายวิชา ค 101 คณิตศาสตร์ 1 ของนักเรียนในกลุ่มทดลองกับเกณฑ์ปกติของโรงเรียน โดยการทดสอบค่า Z พบว่า นักเรียนในกลุ่มทดลองมีคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูงกว่าคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนตามเกณฑ์ปกติของโรงเรียน

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์ (2545 : 83-90) ได้ทำการศึกษาผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการสอน โดยเน้นการพัฒนาความ

เข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนที่ได้รับการสอนแบบปกติมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ราตรี เกตบุตรดา (2546 : 98 - 115) ได้ทำการศึกษา ผลของการเรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่เรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้ คือ สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาที่เรียนแบบใช้ปัญหาเป็นหลักมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่เรียนแบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เบญจมาศ ฉิมมาลี (2550 : 113 – 132) ได้ทำการศึกษา ผลของการจัดกิจกรรมคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามระดับสูงประกอบแนวทางการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์ของพรายวิไลสิทธิ์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการคิดอย่างมีวิจารณญาณของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมโดยใช้คำถามระดับสูงมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนด ร้อยละ 50 และนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรม โดยใช้คำถามระดับสูงมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4.2 งานวิจัยต่างประเทศ

สุพัตรา พัทธีวิสาร (Suppattra Pativisan. 2006 : 51 - 82) ได้ทำการศึกษาระบบการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษของประเทศไทย มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาธรรมชาติของระบบการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์ และศึกษามาตราคอกนิชันของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ จำนวน 5 คน ทำการทดลองโดยให้นักเรียนทำโจทย์ปัญหาที่ผู้วิจัยได้เตรียมไว้ให้ โดยการให้นักเรียนคิดออกเสียงก่อน จากนั้นให้ลงมือเขียนและแสดงวิธีการคิดลงไปในการกระดาษ พร้อมกับผู้วิจัยได้สัมภาษณ์ในสิ่งที่ต้องการข้อมูลเพิ่มเติม ผลการวิจัยพบว่า

นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษมีกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นวางแผน การแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจสอบคำตอบ

คลาร์กสัน (Clarkson. 1979 : 4104 - A) ได้ทำการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทักษะการแปลความหมาย โจทย์คณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า การแปลความหมาย โจทย์คณิตศาสตร์ทั้งสามแบบมีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และนักเรียนที่มีความสามารถในการแปลความหมายต่างกันจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ และทักษะการแปลความหมาย โจทย์เป็นองค์ประกอบที่สำคัญอย่างหนึ่งในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

เฮาส์ (House. 1981 : 195-199) ได้ศึกษาพฤติกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ พบว่า นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษจะเป็นบุคคลที่ใฝ่รู้และสามารถเข้าใจถึงแง่มุมในเชิงปริมาณของสิ่งต่าง ๆ มีความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผล มีความสามารถในการแก้ปัญหา และคิดในรูปของสัญลักษณ์ที่เกี่ยวกับสัมพันธ์ภาพเชิงปริมาณ และเชิงมิติสัมพันธ์ สามารถรับรู้และสร้างข้อสรุปเกี่ยวกับรูปแบบ โครงสร้าง ความสัมพันธ์ มโนทัศน์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ สามารถใช้เหตุผลเชิงวิเคราะห์ นිරนัย และอุปนัย สามารถค้นหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วและเป็นเหตุเป็นผล

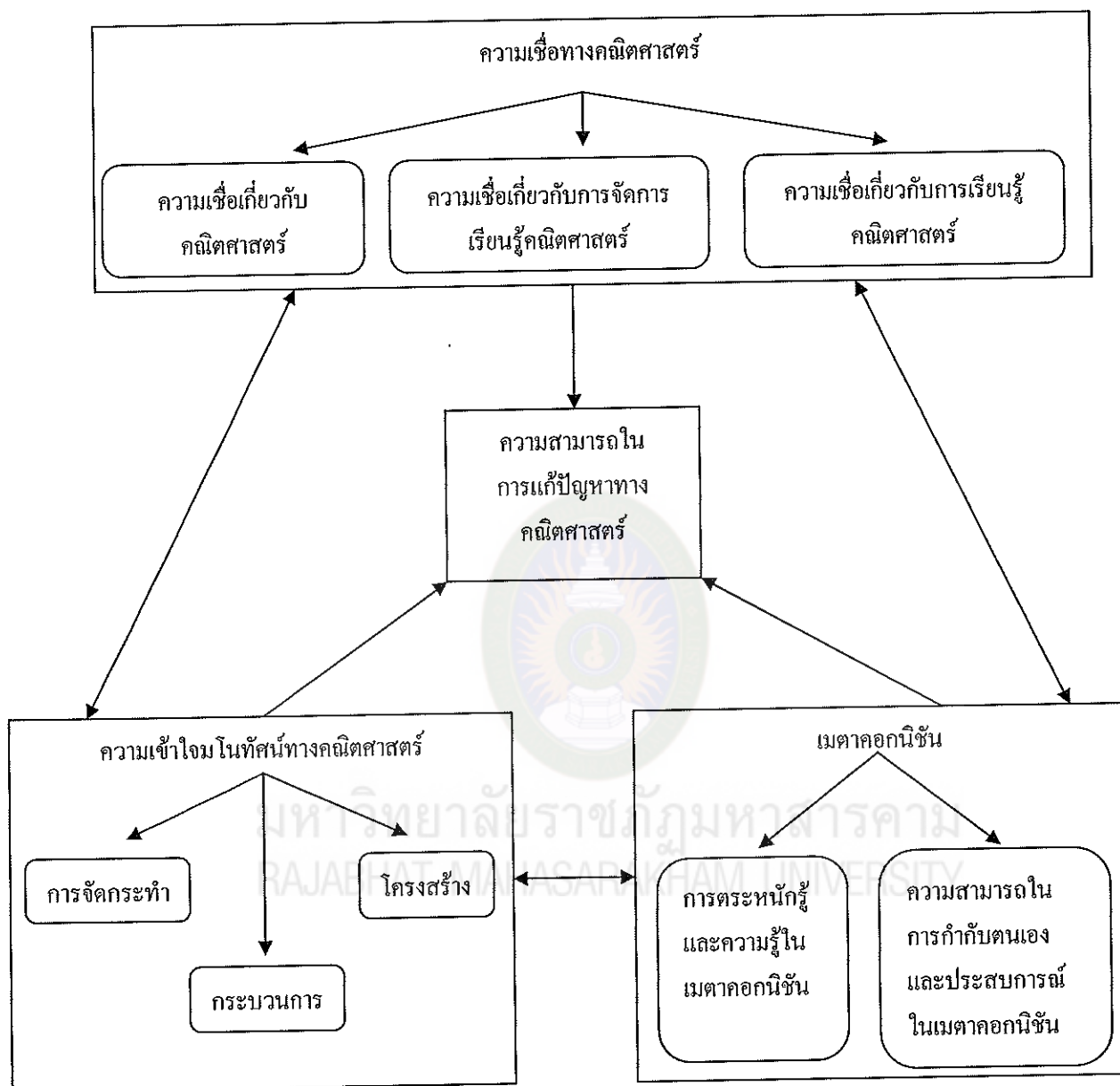
มูราสกี (Muraski. 1979 : 4104A) ได้ทำการศึกษาผลของการสอนอ่านทางคณิตศาสตร์กับความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์กับนักเรียนเกรด 6 ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนอ่านทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ไม่ได้รับการสอนอ่านทางคณิตศาสตร์อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

ลินน์ (Lynn. 1993 : 167-169) ได้ทำการศึกษาปัจจัยที่เป็นอุปสรรคและปัจจัยที่ส่งผลต่อการแสดงพฤติกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนเกรด 7 จำนวน 12 คน ซึ่งได้รับการสอนแบบเป็นกลุ่มย่อย กลุ่มละ 3 คน แต่ละกลุ่มจะถูกบันทึกวิดีโอขณะร่วมกันแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า ปัจจัยที่เป็นอุปสรรคต่อการแสดงพฤติกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ การขาดประสบการณ์เกี่ยวกับกรอบของปัญหานั้น ๆ การกำหนดข้อจำกัดที่มากเกินไป การขาดการกำกับความสามารถด้าน

สติปัญญาของตนเอง และการขาดความเชื่อ นอกจากนี้ยังพบว่าปัจจัยที่ส่งผลและสนับสนุน การแสดงพฤติกรรมกรรมการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้แก่ ความร่วมมือช่วยกันภายในกลุ่ม การกำกับภายในกลุ่ม และแนวปฏิบัติ บรรทัดฐานของสังคมในการแก้ปัญหาเป็นกลุ่มย่อย จากผลการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องของตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กับความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน พบว่า ความเชื่อทางคณิตศาสตร์ เมตาคอกนิชัน ความเข้าใจใจ โนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ด้วยเหตุผลดังกล่าวผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษา ความสัมพันธ์ระหว่างความเชื่อ เมตาคอกนิชัน ความเข้าใจใจ โนทัศน์ และความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย

กรอบแนวคิดที่ใช้ในการวิจัย

จากการสังเคราะห์เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า ความเชื่อทางคณิตศาสตร์ เมตาคอกนิชัน ความเข้าใจใจ โนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยได้พัฒนากรอบแนวคิดในการวิจัยครั้งนี้ จากแนวคิดของชอเอนเฟิน Schoenfeld's (1985 A) ; ไบเนส (Byrnes. 1996 : 155 – 156) ; ฟลาวเวล (Flavell. 1985 : 103-110) แมค ลอด (McLeod. 1992 : 109 - 122) ; นอร์วูด (Norwood. 1997 : 62-67) ; อันเดอร์ฮิลล์ (Underhill. 1998 : 55 - 59) ; ออฟ เอลเดลและอื่น ๆ (Op't Eynde et al. 2002 : 13 - 37) ; เบเกอร์ และบราวน์ (Baker and Brown. 1984 : 21 - 24) ; ดิกินสัน (Dickinson. 1987 : 34) ; เวลล์ (Wells. 2000 : 6 – 13) ; ชาร์ลส์ และเลสเตอร์ (Charles and Lester. 1982 : 11 – 12) ; รีส์ และคณะ (Rey et al. 1992 : 313) ; ชาญณรงค์ (2552) ดังภาพที่ 4



แผนภาพที่ 4 กรอบแนวคิดในการวิจัย

จากภาพที่ 4 จะเห็นว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น ศูนย์กลางของความเชื่อทางคณิตศาสตร์ เมตาคอกนิชันและความเข้าใจ โนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยตัวแปรทั้งสามตัวนี้จะส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และยังพบว่าความเชื่อทางคณิตศาสตร์ เมตาคอกนิชันและความเข้าใจ โนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กัน ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นักเรียนต้องได้รับการส่งเสริมให้มีความเชื่อทางคณิตศาสตร์ โดยที่ความเชื่อทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 3 ด้าน คือ ความเชื่อเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ ความเชื่อเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ความเชื่อเกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ สอดคล้องกับแนวคิดของชอเอลเฟิน (Schoenfeld, 1985 : 113) ที่ว่า ความเชื่อทางคณิตศาสตร์จะมีอิทธิพลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ นอกจากความเชื่อทางคณิตศาสตร์จะส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แล้ว คูเปอร์ (Cooper, 1998 : 30-31) ยังได้กล่าวว่า การนำเมตาคอกนิชันมาช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะทำให้ผู้เรียนเป็นนักแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี โดยที่เมตาคอกนิชัน ประกอบด้วย 1. การตระหนักรู้และความรู้ในเมตาคอกนิชัน และ 2. ความสามารถในการกำกับตนเองและประสบการณ์ในเมตาคอกนิชัน จะเห็นได้ว่าทั้งความเชื่อทางคณิตศาสตร์และเมตาคอกนิชันจะส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และจากการศึกษางานวิจัยของพิตคา (Pinzka, 1999 : 1491A) พบว่า ความเข้าใจ โนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนั้น การพัฒนาให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ โนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาที่เรียนเป็นส่วนสำคัญทำให้นักเรียนพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ชาญณรงค์ เชียงราช (2552 : 1 - 25) ได้จำแนกความเข้าใจ โนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 3 ระดับ ตามกรอบทฤษฎี APS ประกอบด้วย ความเข้าใจในระดับการจัดกระทำ ความเข้าใจในระดับกระบวนการ และความเข้าใจในระดับโครงสร้าง ซึ่งวิธีการสร้างความเข้าใจจะเกิดจากการใช้ความรู้ความเข้าใจเดิมที่มีอยู่ใน โครงสร้างทางปัญญา แล้วมาจัดกระทำสร้างความเข้าใจหรือสร้างความหมายกับข้อมูลสารสนเทศหรือประสบการณ์ใหม่ที่รับเข้ามาจากสิ่งเร้าภายนอกซึ่งก่อให้เกิดการพัฒนาความเข้าใจในระดับต่างๆ สรุปได้ว่า การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนต้องได้รับการส่งเสริมความเชื่อทางคณิตศาสตร์ เมตาคอกนิชันและความเข้าใจ โนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งตัวแปรทั้งสี่ตัวนี้มีความสัมพันธ์กัน