

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ในทัศน์ที่ค่าเฉลี่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และการตัดกรวย ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนร่องคำ โดยผู้วิจัยได้วิเคราะห์ สาเหตุ แบบรูป และแนวทางการแก้ไข ในทัศน์ที่ค่าเฉลี่อนและ ข้อผิดพลาด ดังรายละเอียดต่อไปนี้

ศึกษาแบบรูป สาเหตุและแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่ค่าเฉลี่อนและ ข้อผิดพลาด

การศึกษาแบบรูป สาเหตุการเกิดและแนวทางการแก้ไขของการเกิดมโนทัศน์ที่ ค่าเฉลี่อนและข้อผิดพลาดมีลำดับขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. นำแบบทดสอบที่นักเรียนทำผิดมาวิเคราะห์แยกประเภทข้อที่ผิดเป็นมโน ทัศน์ที่ค่าเฉลี่อนหรือเกิดข้อผิดพลาด ปรากฏผลการวิเคราะห์ดังตารางที่ 8

ตารางที่ 8 การวิเคราะห์แบบทดสอบข้อที่นักเรียนทำผิดที่เกิดจาก มโนทัศน์ที่ค่าเฉลี่อนและ ข้อผิดพลาด

ข้อที่	จำนวน นักเรียน ที่ตอบถูก (คน)	จำนวนนักเรียนที่ตอบผิดเนื่องจาก				จำนวน นักเรียนที่ ไม่ตอบ (คน)	รวม		
		มโนทัศน์ที่ ค่าเฉลี่อน		มีข้อผิดพลาด					
		จำนวน (คน)	ร้อยละ (%)	จำนวน (คน)	ร้อยละ (%)				
1	32	8	6.67	33	27.50	47	120		
2	44	24	20.00	35	29.17	17	120		
3	38	16	13.33	37	30.83	29	120		
4	57	13	10.83	13	10.83	37	120		
5	23	23	19.17	32	26.67	42	120		

ตารางที่ 8 (ต่อ)

แบบ ทดสอบ ชื่อที่	จำนวน นักเรียนที่ ตอบถูก (คน)	จำนวนนักเรียนที่ตอบผิดเนื่องจาก มีในทัศน์ที่ คลาดเคลื่อน				จำนวน นักเรียนที่ ไม่ตอบ (คน)	รวม		
		มีข้อผิดพลาด							
		จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ (คน)				
6	55	12	10.00	41	34.17	12	120		
7	40	26	21.67	21	17.50	33	120		
8	22	29	24.17	45	37.50	24	120		
9	34	34	28.33	31	25.83	21	120		
10	29	42	35.00	23	19.17	26	120		
11	35	19	15.83	21	17.50	45	120		
12	35	29	24.17	22	18.33	34	120		
13	25	33	27.50	24	20.00	38	120		
14	37	27	22.50	13	10.83	43	120		
15	22	35	29.17	29	24.17	34	120		

จากตารางที่ 8 พนวจข้อที่ทำให้นักเรียนเกิด โน้ตศน์ที่คลาดเคลื่อนเรียงลำดับจากมากไปหาน้อยได้ดังนี้ ข้อ 10 จำนวน 42 คนคิดเป็นร้อยละ 35.00 ข้อ 15 จำนวน 35 คนคิดเป็นร้อยละ 29.17 ข้อ 9 จำนวน 34 คนคิดเป็นร้อยละ 28.33 ข้อ 13 จำนวน 33 คน คิดเป็นร้อยละ 27.50 ข้อ 6 จำนวน 22 คนคิดเป็นร้อยละ 29.17 ข้อ 12 จำนวน 29 คน คิดเป็นร้อยละ 24.17 ข้อ 8 จำนวน 29 คนคิดเป็นร้อยละ 24.17 ข้อ 14 จำนวน 27 คนคิดเป็นร้อยละ 22.50 ข้อ 7 จำนวน 26 คน คิดเป็นร้อยละ 21.67 ข้อ 2 จำนวน 24 คน คิดเป็นร้อยละ 20.00 ข้อ 5 จำนวน 23 คน คิดเป็นร้อยละ 19.17 ข้อ 11 จำนวน 19 คน คิดเป็นร้อยละ 15.83 ข้อ 3 จำนวน 16 คน คิดเป็นร้อยละ 13.33 ข้อ 4 จำนวน 13 คน คิดเป็นร้อยละ 10.83 ข้อ 6 จำนวน 12 คน คิดเป็นร้อยละ 10.00 และ ข้อ 1 มีจำนวน 8 คน คิดเป็นร้อยละ 6.67

ข้อที่ทำให้นักเรียนเกิดข้อผิดพลาดเรียงลำดับจากมากไปหาน้อยได้ดังนี้ ข้อ 8 จำนวน 45 คน คิดเป็นร้อยละ 37.50 ข้อ 8 จำนวน 45 คน คิดเป็นร้อยละ 37.50 ข้อ 8 จำนวน 45 คน คิดเป็นร้อยละ 37.50

45 ข้อ กิตเป็นร้อยละ 37.50 ข้อ 3 จำนวน 37 คน กิตเป็นร้อยละ 30.83 ข้อ 1 จำนวน 33 คน
 กิตเป็นร้อยละ 27.00 ข้อ 5 จำนวน 32 คน กิตเป็นร้อยละ 26.67 ข้อ 9 จำนวน 31 คน กิตเป็น
 ร้อยละ 27.50 ข้อ 15 จำนวน 29 คน กิตเป็นร้อยละ 24.17 ข้อ 13 จำนวน 24 คน กิตเป็นร้อยละ
 20.00 ข้อ 10 จำนวน 23 คน กิตเป็นร้อยละ 19.17 ข้อ 12 จำนวน 22 คน กิตเป็นร้อยละ 18.33 ข้อ
 11 จำนวน 21 คน กิตเป็นร้อยละ 17.50 ข้อ 7 จำนวน 21 คน กิตเป็นร้อยละ 17.50 ข้อ 14 จำนวน
 13 คน กิตเป็นร้อยละ 10.83 และข้อ 4 จำนวน 13 คน กิตเป็นร้อยละ 10.83

2. นำมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนจากข้อมูลในตารางที่ 8 มาวิเคราะห์แบบรูป สามเหลี่ยมและแนวทางการแก้ไข ซึ่งสรุปได้ดังนี้

2.1 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 10 สามารถสรุปแบบรูป สามเหลี่ยมการก่อ กระแสไฟฟ้า
 การแก้ไขของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูป ดังแผนภาพที่ 2

การวิเคราะห์แบบรูป

$$\begin{aligned}
 & \text{จ. 10. อย่างง่ายห่างระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลาง } 3x + 4y - 5 = 0 \text{ กับเส้นตรง } 3x + 4y - 10 = 0 \text{ คือ} \\
 & A = 3, B = 4, C_1 = -5, C_2 = -10 \\
 & \text{ตามทฤษฎี } d = \sqrt{A^2 + B^2} \quad \text{ดังนี้} \\
 & = \sqrt{3^2 + 4^2} \\
 & = \sqrt{|3(3) + 4(4) + (-15)|} - \sqrt{|9+16+(-15)|} = \sqrt{25} = 5
 \end{aligned}$$

แผนภาพที่ 2 พบว่า นักเรียนใช้สูตรในการคำนวณหาระยะห่างระหว่างคู่ข่านานไม่ถูกต้อง
 ทำให้ได้คำตอบที่ไม่ถูก ดังนั้นแบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อที่ 10 คือ
 การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 42 คนที่ทำ
 แบบทดสอบข้อที่ 10 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : ใจที่ต้องการให้นักเรียนหาอะไรไว้ก่อน

นักเรียน : ให้หาระยะห่างระหว่างเส้นตรงที่ข่านานกัน

ผู้วิจัย : แล้วมีแนวคิดอย่างไรก่อนที่จะลงมือในการแก้โจทย์ปัญหานี้

นักเรียน : ผิดคิดว่าแทนค่าในสูตรเลขรับ

ผู้วิจัย : แล้วนูก็คิดว่าสูตรที่หนูแทนลงไปถูกต้องหรือเปล่ากัน

นักเรียน : อือ.....น่าจะใช่นะครับ

ผู้จัด : ลองค้นดูอีกครั้งนะครับ

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่องของการวิเคราะห์โจทย์ และข้อสรุปที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาอย่างมีการจำข้อมูลที่คลาดเคลื่อน

2.1.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและผล การทำแบบทดสอบเป็นดังนี้

- 1) เข้าใจผิดเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ
- 2) ขาดการฝึกทักษะ

2.1.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบรูป : การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ นิยามและสมบัติของข้อที่ 10 เป็นดังนี้

- 1) ส่งเสริมในเรื่องของการวิเคราะห์โจทย์
- 2) ฝึกทักษะป้องๆ ในเรื่องของแก้โจทย์ปัญหาของเรขาคณิตวิเคราะห์ใน

ทุกๆ โจทย์ทุกๆ เรื่อง

3) เพื่อให้เห็นชัดเจนควรใช้ The Geometry sketchpad program (GSP) ช่วยในการหาคำตอบ เพราะโปรแกรมนี้จะสามารถหาคำตอบในเรื่องเรขาคณิตได้ สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 42 คน ที่เกิดมโนทัศน์ คลาดเคลื่อนในข้อที่ 10 ได้แบบรูป : การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ คือ นักเรียนเข้าใจในทัศน์ของการใช้สูตรในการหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงสองเส้นที่ขนานกัน

2.2 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 15 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทาง

การแก้ไขของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ได้ 1 แบบรูป ดังแผนภาพที่ 3

การวิเคราะห์แบบรูป

15. จงหาค่าคงที่ในตัวที่มีอยู่ให้สอดคล้องกับ (-2, -6) และ (-2, 4) บนเส้นและหัวใจทั้งสอง 6 หน่วย

ตอบ $\frac{y+1}{2} = \frac{-6+4}{2} \Rightarrow (-2, -1) \Rightarrow h = -2, k = -1$

หัวใจลงที่หัวใจ $3a = b \Rightarrow a = 3$

ณ C บนเส้นหัวใจหัวใจ $\sqrt{(x-h)^2 + (y-k)^2} = r$
 $\sqrt{(x+2)^2 + (y+1)^2} = 5$

แล้ว $b^2 = c^2 - a^2 \Rightarrow b^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow b = 4$

บนเส้นหัวใจหัวใจ $x = -2$

จึงได้ $(y-k)^2 + (x-h)^2 = 1$

$\frac{(y+1)^2}{16} + (x+2)^2 = 1$

$16(y^2 + 2y + 1) + (x^2 + 4x + 4) = 16$

$16y^2 + 32y + 16 + 9x^2 + 36x + 16 = 16$

$9x^2 + 36x + 32y^2 + 36x + 32 = 0$

แผนภาพที่ 3 พนบว่า นักเรียนใช้สูตรในการหาสมการไฮเพอร์โบลาไม่ถูกต้อง โดยที่โจทย์กำหนดจุดโฟกัสและค่าคงตัวมาให้แต่นักเรียนนำค่าที่ได้ไปแทนในโจทย์ที่มีความคลาดเคลื่อน ดังนั้นแบบรูปของนักศึกษาที่คลาดเคลื่อนข้อที่ 15 คือ การบิดเบือนทุณภูมิ กฎ สูตร บทนิยามและสมบูรณ์

หลังจากตรวจสอบแล้วผู้จัดได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 35 คนที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 15 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้จัด : โจทย์ต้องการให้นักเรียนหาค่าของอะไรค่ะ

นักเรียน : ให้หาสมการของไฮเพอร์โบลาค่ะ

ผู้จัด : หนูทำได้หรือเปล่าค่ะ

นักเรียน : หนูก็คิดว่าหนูทำได้นะค่ะ

ผู้จัด : แล้วหนูคิดว่าสูตรที่หนูแทนลงไปถูกต้องหรือเปล่าค่ะ

นักเรียน : น่าจะใช่นะค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พนบว่า นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่องของการวิเคราะห์โดยจากการสัมภาษณ์ พนบว่า นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่องของการวิเคราะห์โดยและการใช้สูตรที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา ยังมีการจำสูตรที่คลาดเคลื่อน

2.2.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คณิตศาสตร์

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คณิตศาสตร์ จากการสัมภาษณ์นักเรียนและผลการทำแบบทดสอบ คือ นักเรียนเข้าใจผิดเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ

2.2.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คณิตศาสตร์แบบรูป :

การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ นิยามและสมบัติของข้อที่ 15 เป็นดังนี้

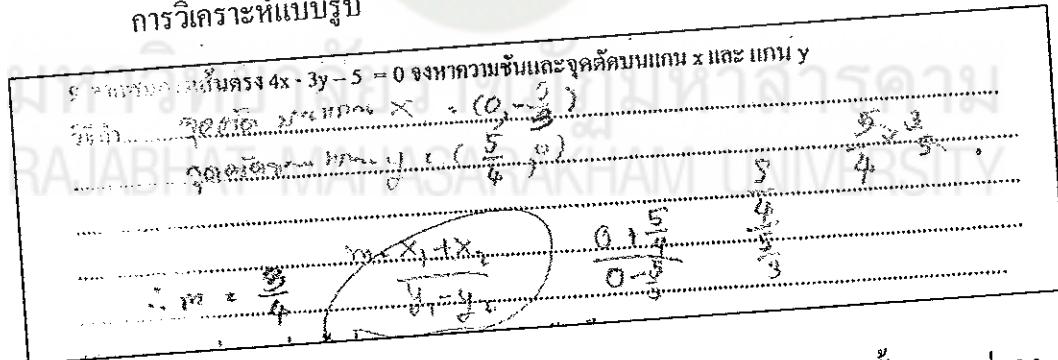
1) ฝึกทักษะป้องๆ ในเรื่องของการหาสมการของไฮเพอร์โบลาโดยฝึกทำโจทย์ที่หลากหลายเพื่อให้เกิดความเข้าใจที่ถูกต้อง

2) ใช้ The Geometry Sketchpad Program (GSP) ช่วยในการหาสมการไฮเพอร์โบลาเพื่อช่วยให้เข้าใจมากขึ้น

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 35 คน ที่เกิดมโนทัศน์คณิตศาสตร์ในข้อที่ 15 ได้แบบรูป : การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติ คือ นักเรียนเข้าใจผิดเกี่ยวกับการหาสมการไฮเพอร์โบลา

2.3 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 9 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของมโนทัศน์ที่คณิตศาสตร์ได้ 1 แบบรูป ดังแผนภาพที่ 4

การวิเคราะห์แบบรูป



แผนภาพที่ 4 พนวณ นักเรียนมีการใช้สูตรในการหาความชันไม่ถูกต้อง ดังนั้นแบบรูปของมโนทัศน์ที่คณิตศาสตร์ในข้อที่ 9 คือด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 34 คนที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 9 ดัง

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ต้องการให้นักเรียนหาอะไรค่ะ

นักเรียน : ต้องการให้หาความชันและจุดตัดบนแกน x และแกน y

ผู้วิจัย : แล้วหนูมีวิธีการหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบอย่างไร

นักเรียน : ในการหาจุดตัดบนแกน x หนูก็ให้ $y = 0$ แล้วหาจุดตัดบนแกน y หนูก็ให้ $x = 0$ หลังจากนั้นการหาความชันหนูก็แทนตามสูตรที่หนูทำในชื่อสอนค่ะและหนูก็คิดว่าสูตรที่ใช้หาความชันน่าจะถูกนะครับ

ผู้วิจัย : เดียวเราลองมาทำความเข้าใจเรื่องสูตรกันอีกครั้งนะคะ

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนด้านการนำสูตรมาใช้ในการหาความชันของสิ่งที่โจทย์ต้องการหา

2.3.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและการตรวจสอบข้อสอบ เป็นดังนี้

1) มีความเข้าใจผิดในสูตรที่นำมาใช้ในการหาความชัน

2) ขาดการฝึกทักษะในการทำแบบฝึกหัด

2.3.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบบูรณาภรณ์ : การใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ โจทย์ของข้อที่ 9 เป็นดังนี้

1) ให้นักเรียนฝึกการทำโจทย์ที่มีลักษณะคล้ายๆกันแล้วค่อยๆเพิ่มการทำโจทย์ที่หลากหลายและแตกต่างกันออกไป

2) ในการทำแบบฝึกหัดควรварะให้คำชี้แจงให้กับนักเรียนอย่างใกล้ชิดแล้วค่อยๆลองให้นักเรียนฝึกเอง โดยรีบเริ่มจากโจทย์ง่ายๆไปหาโจทย์ที่ยากตามลำดับ

สรุปผลการตรวจแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 34 คน ที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อที่ 9 ได้แบบบูรณาภรณ์ : การใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ คือ การนำสูตรที่เข้าใจคลาดเคลื่อนมาใช้ในการคำนวณหาความชันโดยใช้ความเข้าใจผิดของ การใช้สูตรและการจำสูตร

**2.4 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 13 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทาง
การแก้ไขของโน้ตศัพท์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูป ดังแผนภาพที่ 5**

การวิเคราะห์แบบรูป

13. จงหาจุดบต ให้กับ ไฮเพอร์บولا แกนพาราใบลาก ความกว้างของค่าส่างกัน หัวเรื่องห้องเรียนกราฟจาก	
สมการ $y^2 - 6y - 20x + 109 = 0$	วิธีทำ.....
$y^2 - 6y - 20x + 109 = 0$ $y^2 - 6y = 20x - 109$ แกนพาราไปขวาหักกัน $y^2 - 6y + 9 = 20x - 109 + 9$ หักน้ำด้านซ้าย $y^2 - 6y + 9 = 20x - 100$ ค่าส่างกัน $= 20$ $(y - 3)^2 = 20(x - 5)$ ไฮเพอร์บولا $x = 2$ $(y + 3)^2 = 4(5)(x - 5)$ $x = h - c = 3 - 5 = -2$
จุดบตคือ $V(h, k)$ คือ $(3, -5)$, $h = 3$, $k = -5$	

แผนภาพที่ 5 พนวณ นักเรียนใช้สูตรในการหาสมการของพาราใบลากไม่ถูกต้อง และใช้สมบัติของกำลังสองสมบูรณ์ผิด ดังนี้แบบรูปของโน้ตศัพท์ที่คลาดเคลื่อนข้อที่ 13 คือด้านการบิดเมือนทฤษฎีบท กฏ สูตร นิยามและสมบัติ

หลังจากตรวจสอบแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 33 คนที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 13 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : หนูมีกระบวนการหาคำตอบอย่างไรเอ่ย

นักเรียน : помнัจฐานของสมการก่อนครับ โดยจัดให้อยู่ในรูปของกำลังสองสมบูรณ์

สมบูรณ์

ผู้วิจัย : แล้วรูปแบบที่จัดให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ตรงกับรูปแบบที่นำมาใช้แก่ปัญหาหรือไม่

นักเรียน : ใช่นะครับ เพราะสูตรในการหากำลังสองสมบูรณ์ก็คือ

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

ผู้วิจัย : เนพาระสูตรนี้สูตรเดียวหรือคือ

นักเรียน : ครับครู...ที่ผ่านมาผมก็ใช้สูตรนี้มาตลอด

จากการสัมภาษณ์ พบร้า นักเรียนมีความคิดเห็นด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฏสูตร นิยามและสมบัติคือนักเรียนนำสูตรที่ผิดมาใช้ในการหาคำตอบบัซซ์เก็ตจากความเข้าใจ คลาดเคลื่อนทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง

2.4.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและการ ตรวจข้อสอบ เป็นดังนี้

- 1) มีความเข้าใจผิดในการนำสูตรกำลังสองสมบูรณ์มาใช้
- 2) ขาดการฝึกทักษะในการทำแบบฝึกหัดที่หลากหลาย

2.4.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบรูป : การใช้ ทฤษฎีบท กฏ สูตร นิยามและสมบัติ โจทย์ของข้อที่ 13 เป็นดังนี้

- 1) ให้ความรู้เพิ่มเติมในเรื่องสูตรกำลังสองสมบูรณ์
- 2) ให้นักเรียนฝึกการทำโจทย์ที่มีลักษณะคล้ายๆกันแล้วค่อยๆเพิ่มการทำ

โจทย์ที่หลากหลายและแตกต่างกันออกไป

สรุปผลการตรวจแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 33 คน ที่เกิดมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนในข้อที่ 13 ได้แบบรูป : การบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร นิยามและสมบัติ คือ โจทย์ต้องการหาจุดโฟกัส จุดยอด และสมการไдрอติกซ์ สำหรับปัสมการผิดก็จะทำให้ค่า ต่างๆที่ต้องการหาไม่มีความคลาดเคลื่อนไปด้วย

2.5 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 8 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไข ของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูป แผนภาพที่ 6

การวิเคราะห์แบบรูป

8. จงหาเส้นตรงที่ผ่านจุด $(5, -2)$ และมีความชัน $m = \frac{2}{3}$

วิธีทำ..... คุณครูแนะนำ.....

$$\begin{aligned} y_1 - y &= m(x_1 - x) \\ -2 - y &= \frac{2}{3}(5 - x) \\ -2 - y &= \frac{10}{3} - \frac{2x}{3} \\ 3(-2 - y) &= 10 - 2x \\ -6 - 3y &= 10 - 2x \\ 2x - 3y - 16 &= 0. \end{aligned}$$

แผนภาพที่ 6 พบว่า นักเรียนนำสูตรการหาสมการเส้นตรงที่ไม่ถูกต้องมาใช้ในการคำนวณ ดังนี้แบบรูปของโน้ตคนที่คลาดเคลื่อนข้อที่ 8 คือด้านการบิดเบือนทฤษฎี บท กฏ สูตร นิยามและสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 29 คนที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 8 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ต้องการให้นักเรียนหาอะไรครับ

นักเรียน : สมการเส้นตรงครับ

ผู้วิจัย : แล้วโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างครับ

นักเรียน : จุดใดๆและความชัน

ผู้วิจัย : แล้วหนูมีวิธีการที่จะหาคำตอบอย่างไร

นักเรียน : หากแทนตามสูตรเลยครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร นิยามและสมบัติคือนักเรียนสามารถหาค่าได้แต่ไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้

2.5.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์โน้ตคนที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและการตรวจข้อสอบ เป็นดังนี้

1) มีความเข้าใจผิดในการนำสูตรไปใช้แก้โจทย์ปัญหา

2) ขาดการฝึกทักษะในการทำแบบฝึกหัด

2.5.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบรูป : ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ ของข้อที่ เป็นดังนี้

1) กฎอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับสูตรการหาความชันของเส้นตรงพร้อมทั้ง

บอกที่มาของสูตรจนนักเรียนเกิดความเข้าใจ

2) ในการทำแบบฝึกหัดครุควร ให้คำชี้แนะให้กับนักเรียนอย่างใกล้ชิดแล้ว

ค่อยๆ ลองให้นักเรียนฝึกเอง โดยเริ่มจากโจทย์ง่ายๆ ไปทางโจทย์ที่ยากตามลำดับ

3) ฝึกทำแบบฝึกหัดบ่อยๆ ได้เข้าใจและจำสูตรได้

สรุปผลการตรวจแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 29 คน ที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อที่ 8 ได้แบบรูป : ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ คือ นักเรียนสามารถหาค่าໄล์แต่ไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้

2.6 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 12 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทาง การแก้ไขของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูป ดังแผนภูมิที่ 7

การวิเคราะห์แบบรูป

12. จงหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ทุก $(1, -3)$ และมีรัศมี 5 หน่วย
รีชีฟ์.....

$$\text{จากสูตร } (x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2 \quad \text{ถ้า } (h, k) = (1, -3) \quad r = 5$$

$$4:16 \quad (x+1)^2 + (y+4)^2 = 5^2$$

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$$

$$(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 6y + 9) = 25$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y + 10 - 25 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 6y - 15 = 0$$

$$\therefore \text{ดูรูปที่ } 12 \quad \{(x, y) | x^2 + y^2 + 2x - 6y - 15 = 0\}$$

แผนภูมิที่ 7 พบว่า นักเรียนใช้สูตรในการหาสมการของวงกลมไม่ถูกต้องตามทฤษฎี ดังนี้
แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อที่ 12 คือด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ
สูตร นิยามและสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 29 คนที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 12 ดัง

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ต้องการให้นักเรียนหาอะไรคือ

นักเรียน : สมการวงกลมครึ่ง

ผู้วิจัย : แล้วโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างค่ะ

นักเรียน : จุดศูนย์กลางและรัศมีครึ่ง

ผู้วิจัย : แล้วหนูมีวิธีการที่จะหาคำตอบอย่างไร

นักเรียน : หากตามสูตรเลยครับ

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฏสูตร นิยามและสมบัติคือนักเรียนนำสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้แทนค่าในสูตรการหาสมการ สูตร นิยามและสมบัติคือนักเรียนนำสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้แทนค่าในสูตรการหาสมการ วงกลมที่ไม่ถูกต้องจึงทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง

2.6.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและ การตรวจข้อสอบ เป็นดังนี้

1) มีความเข้าใจผิดในการนำโจทย์มาใช้

2) ขาดการฝึกทักษะ

2.6.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบรูป : ด้าน การบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร นิยามและสมบัติ ของข้อที่ 12 เป็นดังนี้

1) ในการทำแบบฝึกหัดครูควรให้คำชี้แจงให้กับนักเรียนอย่างใกล้ชิดและ แนะนำการใช้สูตรที่ถูกต้องแล้วค่อยๆ ลองให้นักเรียนฝึกเองโดยเริ่มจากโจทย์ง่ายๆ ไปหาโจทย์ ที่ยากตามลำดับ

2) ฝึกทำแบบฝึกหัดบ่อยๆ จะได้เข้าใจและจำสูตรได้

สรุปผลการตรวจแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 29 คน ที่เกิดมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนในข้อที่ 12 ได้แบบรูป : ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร นิยามและสมบัติ คือ นักเรียนนำสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้แทนค่าในสูตรการหาสมการวงกลมที่ไม่ถูกต้องจึงทำให้ คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง

**2.7 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 14 สามารถสรุปแบบรูป สถานที่การเกิด และแนวทางการแก้ไข
ของโน้นที่ศัลย์เดือนได้ 1 แบบรูป แผนภาพที่ 8**

การวิเคราะห์แบบรูป

14. กำหนดให้ว่าเรื่องให้กัดตื้นที่ชุด(3,0)และ(-3,0)และบนวงขอระยะจากชุดใหญ่ไปซึ่งให้กัดที่สองเท่ากับ 8 หน่วย จงหาสมการวงรี

$$\begin{aligned}
 & \text{จุดที่กัดตื้นที่ชุด } (3,0) \text{ และ } (-3,0) \text{ อยู่ต. } 8 \text{ หน่วย } (0,0) \\
 & \text{จุดที่กัดตื้นที่ชุด } (4,0) \text{ และ } (-4,0) \\
 & \text{ดังนั้น } b^2 = a^2 + c^2 \quad \therefore a^2 = b^2 - c^2 = 16 - 9 = 7 \\
 & b^2 = 25 \quad \therefore b = 5
 \end{aligned}$$

แผนภาพที่ 8 พบว่า นักเรียนใช้สูตรในการหาสมการของวงรีไม่ถูกต้อง ดังนี้แบบรูปของ
โน้นที่ศัลย์เดือนข้อที่ 14 คือค้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร นิยาม
และสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 27 คนที่ทำ
แบบทดสอบข้อที่ 14 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ต้องการให้นักเรียนหาอะไรค่ะ

นักเรียน : สมการครัน

ผู้วิจัย : แล้วโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างค่ะ

นักเรียน : จุดโฟกัสและระยะห่างระหว่างชุดโฟกัสและชุดใหญ่

ผู้วิจัย : แล้วหนูมีวิธีการที่จะหาคำตอบอย่างไร

นักเรียน : แทนค่าตามสูตรเลขครับ

ผู้วิจัย : แล้วสูตรที่หนูนำมาคำนวณถูกหรือเปล่าค่ะ

นักเรียน : กิดว่าจะถูกนะครับเพราผมก็จำมาแบบนี้

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ
สูตร นิยามและสมบัติคือนักเรียนสามารถหาค่าได้แต่ไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้

2.7.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและ การตรวจข้อสอบ เป็นดังนี้

- 1) เข้าใจผิดเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ
- 2) ขาดการฝึกทักษะ

2.7.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบรูป : ด้านการใช้ ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ ของข้อที่ 14 เป็นดังนี้

- 1) ให้นักเรียนฝึกการทำโจทย์ที่มีลักษณะคล้ายๆกันแล้วค่อยๆเพิ่มการจำ โจทย์ที่หลากหลายและแตกต่างกันออกไป
- 2) ในการทำแบบฝึกหัดครูควรให้คำชี้แนะให้กับนักเรียนอย่างใกล้ชิดแล้ว ค่อยๆลองให้นักเรียนฝึกเอง โดยเริ่มจากโจทย์ง่ายๆไปหาโจทย์ที่ยากตามลำดับ
- 3) ฝึกทำแบบฝึกหัดบ่อยๆจะได้เข้าใจและจำสูตรได้

สรุปผลการตรวจแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 27 คน ที่เกิดมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนในข้อที่ 14 ได้แบบรูป : ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ ก็อ นักเรียนสามารถหาค่าได้แต่ไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้

2.8 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 7 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทาง การแก้ไขของ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูป ดังแผนภาพที่ 9

การวิเคราะห์แบบ

7. ถ้าเส้นตรงที่ผ่านจุด $A(k,7)$ และ $B(-3,-2)$ ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $C(3,2)$ และ $D(1, -4)$ จะหาค่า k
วิธีทำ $m_{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
$\frac{-4 - 2}{1 - 3} = \frac{-6}{-2} = 3$
$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
$\frac{7 - (-2)}{k - (-3)} = \frac{9}{k + 3}$
$\frac{9}{k + 3} = 3$
$9 = 3(k + 3)$
$9 = 3k + 9$
$9 - 9 = 3k$
$0 = 3k$
$0 = k$

แผนภาพที่ 9 พบว่านักเรียนแทนค่าในสูตรการหาความชันไม่ถูกต้อง ดังนี้แบบรูปของ มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อที่ 7 ก็อ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม และสมบัติ

หลังจากตรวจสอบแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 26 คนที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 7 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : ใจที่ต้องการให้นักเรียนหาค่า R คือ

นักเรียน : ใจที่ต้องการหาค่า k คือ

ผู้วิจัย : แล้วใจที่กำหนดจะ “ R ” มาให้นำมาคือ

นักเรียน : เส้นตรงเส้นหนึ่งที่ผ่านจุดสองจุดและตั้งฉากกับเส้นตรงอีกเส้นหนึ่งที่กำหนดจุดให้ติดค่า “ k ” เปรียเทียบ

ผู้วิจัย : แล้วหนูมีวิธีการที่จะหาคำตอบอย่างไร

นักเรียน : หนูก็หาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุดสองจุดแล้วนำความชันที่ได้ไปแทนค่าในสูตรการหาความชันเพื่อที่จะหาค่า “ k ” เปรียเทียบ

ผู้วิจัย : แล้วค่าความชันที่หนูนำไปแทนถูกต้องหรือเปล่าค่า

นักเรียน : กิดว่าถูกนะค่ะ เพราะความชันที่หนูนำไปแทนเป็น -1 แล้ว

ผู้วิจัย : ลองกลับไปดูทฤษฎีความชันของเส้นตรงสองเส้นที่ตั้งฉากกันนะเข้าว่าอย่างไร

นักเรียน : ค่ะ....เดียวหนูจะลองกลับไปทบทวนใหม่อีกรอบ

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนมีความคิดเห็นด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติคือนักเรียนสามารถหาค่าได้แต่ไม่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้

2.8.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและการ

ตรวจข้อสอบ เป็นดังนี้

- 1) เช้าใจผิดเกี่ยวกับหลักการและการนำสูตรไปใช้
- 2) ขาดการฝึกทักษะในการทำโจทย์ที่หลากหลาย

2.8.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบรูป : ด้านการใช้ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ ของข้อที่ 7 เป็นดังนี้

1) ควรใช้ The Geometry Sketchpad Program (GSP) อธิบายเกี่ยวกับ

การการหาความชันของเส้นตรงสองเส้นที่ตั้งฉากกัน

2) ฝึกทำแบบฝึกหัด吉祥ที่หลากหลายโดยแยกๆ ครุยว大道ย่างไกส์ชิดและ

ค่อยให้คำปรึกษา

สรุปผลการตรวจแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 26 คน ที่เกิดในโน้ตคนที่คลาดเคลื่อนในข้อที่ 7 ได้เบนรูป : ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ คือ นักเรียนใช้สูตรในการคำนวณที่ไม่ถูกต้อง

2.9 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 2 สามารถสรุปแบบรูป สามเหลี่ยมการเกิด และแนวทางการแก้ไขของโน้ตคนที่คลาดเคลื่อน ให้ 1 แบบรูป ดังแผนภาพที่ 10

การวิเคราะห์แบบรูป

2. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง $3x - 4y = 0$ กับจุด $(2, -3)$
วิธีทำ.....
$\begin{aligned} \text{จากสูตร } d &= Ax + By + C \\ &\quad \sqrt{A^2 + B^2} \\ &= 3(2) + 6(-3) + 0 \\ &\quad \sqrt{3^2 + (-4)^2} \\ &= b + (+12) = 18 \\ &\quad \sqrt{a^2 + b^2} \end{aligned}$

แผนภาพที่ 10 พบว่า นักเรียนเขียนนำสูตรที่ใช้ในการคำนวณหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุดพิเศษ ดังนี้แบบรูปของโน้ตคนที่คลาดเคลื่อนข้อที่ 2 คือด้านการบิดเบือนทฤษฎี กฎ สูตร นิยามและสมบัติพิเศษ

ผลลัพธ์จากการตรวจแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 24 คนที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 2 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โดยที่ต้องการให้นักเรียนหาอะไรค่ะ

นักเรียน : โดยที่ต้องการหาระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุดครับ

ผู้วิจัย : แล้วโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างค่ะ

นักเรียน : สมการเส้นตรงและพิกัดมาให้ 1 จุด

ผู้วิจัย : แล้วหนูมีวิธีการหาอย่างไร

นักเรียน : นำค่าแต่ละตัวแทนลงไปในสูตรเลยครับ

ผู้วิจัย : แล้วสูตรที่หนูเขียนมาถูกต้องหรือยังครับ

นักเรียน : น่าจะถูกนะครับ

ผู้วิจัย : ถ้าไม่แน่ใจลองเปิดหนังสือดูซีกค่า

นักเรียน : ครับผม...(นักเรียนเปิดหนังสือดู)ครูครับ...ผมจำสูตรพิเศษรับไม่น่าเลย
แค่นิดเดียวเองผมท่องมาตลอดเลยว่าต้องเป็นสูตรนี้....เชงเลย

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนด้านการจำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติพิเศษ คือโจทย์กำหนดระยะทางและพิกัดมาให้ถ้าแทนค่าลงไปในสูตรที่ถูกต้องก็จะสามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้

2.9.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและ การตรวจสอบ เป็นดังนี้ คือ มีความเข้าใจผิดในการนำสูตรมาใช้

2.9.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบรูป : การจำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติพิเศษของข้อที่ 2 เป็นดังนี้ คือ ควรฝึกทำแบบฝึกหัดคร่าวๆให้คำชี้แนะให้กับนักเรียนอย่างใกล้ชิดแล้วค่อยๆลอง

ให้นักเรียนฝึกเอง โดยเริ่มจากโจทย์ง่ายๆไปหาโจทย์ที่ยากตามลำดับ

สรุปผลการตรวจแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 24 คน ที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อที่ 2 ได้แบบรูป : การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติพิเศษ คือ โจทย์กำหนดระยะทางและพิกัดมาให้ถ้าแทนค่าลงไปในสูตรที่ถูกต้องก็จะสามารถหาคำตอบที่ถูกต้องได้

2.10 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 5 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทาง การแก้ไขของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูป ดังแผนภาพที่ 11

การวิเคราะห์รูปแบบ

<p>3. กำหนด $A(-2,-2), B(4,-2), C(x,y)$ และ $D(-2,2)$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่เท่ากัน ให้ AB เป็นฐานชี้ทาง เป็นสองเท่าของความยาว CD จงหาความสัมบูรณ์ของ BC</p> <p>วิธีที่ 1 (หัวข้อที่ 1) \Rightarrow $\sqrt{(-2-4)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + (y+2)^2}$</p> $\begin{aligned} &= \sqrt{(-3-4)^2 + (-2-2)^2} \\ &= \sqrt{(-6)^2 + 0^2} \\ &= \sqrt{36 + 0} \\ &= \sqrt{36} = 6 \end{aligned}$ <p>วิธีที่ 2 (หัวข้อที่ 2) \Rightarrow $\sqrt{(-2-4)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{(-2-x)^2 + (-2-y)^2}$</p> $\begin{aligned} &= \sqrt{(-6)^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{36 + 16} \\ &= \sqrt{52} = \sqrt{4 \cdot 13} = 2\sqrt{13} \end{aligned}$

แผนภาพที่ 11 พบว่า นักเรียนนำข้อมูลที่ผิดหรือโจทย์ไม่ได้กำหนดมาใช้ในการคำนวณ
ดังนั้นแบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อที่ 5 คือด้านการตีความจากโจทย์

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 23 คนที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 5 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ต้องการให้นักเรียนหาอะไรค่ะ

นักเรียน : โจทย์ต้องการหาความชันของ BC ครับ

ผู้วิจัย : แล้วโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างค่ะ

นักเรียน : พิกัดของจุดสามจุดมาให้ครับ

ผู้วิจัย : แล้วหนูมีวิธีการที่จะหาอย่างไร

นักเรียน : หากพิกัดของจุดที่เหลือโดยการหาระยะทางระหว่างจุดสองจุด
แล้วก็นำพิกัดของ B และ C มาหาความชัน ก็เป็นคำตอบ

ผู้วิจัย : แล้วสามารถทำได้หรือเปล่าค่ะ

นักเรียน : พอทำมาได้ถึงตรงนี้แล้วผมทำต่อไปไม่ได้ครับ

ผู้วิจัย : แล้วคิดว่าวิธีการแบบนี้จะหาคำตอบได้หรือเปล่าอ่ย

นักเรียน : ก็น่าจะได้นะครับแต่ผมไม่รู้ว่าจะทำต่ออย่างไร

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนด้านการตีความจากโจทย์ คือ ในโจทย์ข้อนี้สามารถหาได้จากการทำความเข้าใจและวิเคราะห์จากสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้แล้ว ใช้การคาดคะพ์จะสามารถหาคำตอบได้อย่างง่าย

2.10.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและการตรวจข้อสอบ เป็นดังนี้ คือ วิเคราะห์โจทย์ผิด นำสิ่งที่โจทย์ไม่ได้กำหนดมาใหม่มาใช้ในการคำนวณซึ่งทำให้ได้คำตอบไม่ตรงตามที่โจทย์ต้องการ

2.10.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบรูป : การตีความจากโจทย์ของข้อที่ 5 เป็นดังนี้ คือ ให้นักเรียนฝึกการทำโจทย์ที่มีลักษณะคล้ายๆกันแล้วค่อยๆเพิ่มการจำโจทย์ที่หลากหลายและแตกต่างกันออกไป และในการทำแบบฝึกหัดจะหุ่งครึ่งครุ่น ควรให้คำชี้แจงกับนักเรียนอย่างใกล้ชิดแล้วค่อยๆลองให้นักเรียนฝึกเอง โดยเริ่มจากโจทย์ง่ายๆไปหาโจทย์ที่ยากตามลำดับ

สรุปผลการตรวจแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 23 คน ที่เกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในข้อที่ 5 ได้แบบรูป : การตีความจากโจทย์ คือ โจทย์ข้อนี้สามารถหาได้จาก

การทำความเข้าใจและวิเคราะห์จากสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้แล้วใช้การวิเคราะห์จะสามารถหาคำตอบได้อย่างง่าย

2.11 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 11 สามารถสรุปแบบรูป สามเหลี่ยมการเกิด และแนวทางการแก้ไขของโน้ตศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูป ดังแผนภาพที่ 12 การวิเคราะห์แบบรูป

$$\begin{aligned}
 & 11. ถ้าเดื่องลงมาไปโดยใช้จุด(-2,3)เป็นจุดกำเนิดใหม่ ซึ่ง A(0,2), B(-5,4), C(4,-1) และ D(-3,-5) เป็นพิกัดของ \\
 & จุดเดื่องเดิมกับแบบพิกัดเดิม จะเดินกราฟตามภาพที่เดื่องที่เดิมกับแบบพิกัดใหม่ \\
 & วิธีการ \text{จุดเดื่องเดิม } h, k \text{ จุด } (-2,3) \\
 & \text{จุด }(x', y') \text{ จุด } X = x - h, Y = y - k \\
 & A(0,2) \rightarrow A'((0-2), (2-3)) = (-2, -1) \\
 & B(-5,4) \rightarrow B'(-5-2), (4-3) = (-7, 1) \\
 & C(4,-1) \rightarrow C'(4-2), (-1-3) = (2, -4) \\
 & D(-3,-5) \rightarrow D'(-3-2), (-5-3) = (-5, -8)
 \end{aligned}$$

แผนภาพที่ 12 พนว่า นักเรียนนำข้อมูลที่พิจารณาให้โจทย์ไม่ได้กำหนดมาใช้ในการคำนวณ ดังนั้นแบบรูปของโน้ตศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อที่ 11 คือค้านการตีความจากโจทย์

แบบทดสอบข้อที่ 11 พิจ
หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 19 คนที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 11 ดังนี้

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ต้องการให้นักเรียนหาอะไรค่ะ

นักเรียน : โจทย์ต้องการหาพิกัดใหม่ที่ได้จากพิกัดเดิม

ผู้วิจัย : แล้วโจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้างค่ะ

นักเรียน : พิกัดเดิมค่ะ

ผู้วิจัย : แล้วหนูมีวิธีการที่จะเดื่องแทนอย่างไร

นักเรียน : หนูก็เริ่มจากอยู่ที่พิกัดเดิม คือ พิกัด (-2,3) แล้วก็เดื่องไปที่ลักษณะ

ผู้วิจัย : หนูลองดูใหม่ซึ่งค่าจุดพิกัด (-2,3) คือจุดอะไร

นักเรียน : (นักเรียนเงียบ)...อ้าว...คุณครูถ้าเงื่อนหนูก์ทำผิดซึ่งค่ะ

ผู้วิจัย : เห็นไหมค่ะ เราจุดพิกัดไปแล้วนิดเดียวก็จะทำให้กระบวนการทาง

คำตอบของเราระบุทั้งหมดเลย

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนมีความคิดเห็นด้านการตีความจากโจทย์คือ โจทย์กำหนดพิกัดใหม่มาให้แต่นักเรียนมีความคิดเห็นว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือพิกัดเดิม แล้วหาพิกัดใหม่ของทั้งสี่จุด

2.11.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและ การตรวจข้อสอบ คือมีความเข้าใจผิดในการตีความจากโจทย์

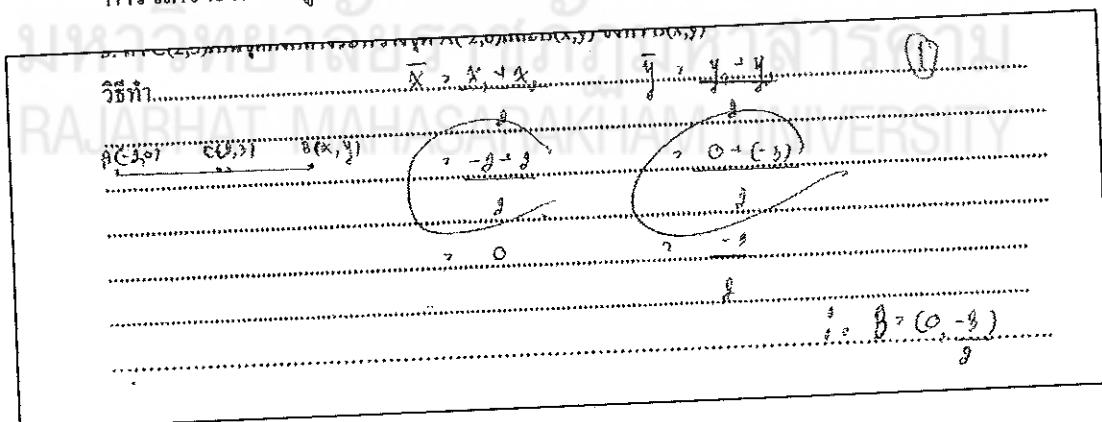
2.11.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบรูป : การ ตีความจากโจทย์ของข้อที่ 11 เป็นดังนี้ คือ การใช้ The Geometry sketchpad program (GSP) มาช่วยในการวาดกราฟเพื่อที่จะได้เห็นเป็นรูปธรรมมากยิ่งขึ้น

สรุปผลการตรวจแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 19 คน ที่เกิดมโนทัศน์ที่ คลาดเคลื่อนในข้อที่ 11 ได้แบบรูป : การตีความจากโจทย์ คือ โจทย์กำหนดพิกัดใหม่มาให้แต่ คลาดเคลื่อนในข้อที่ 11 ได้แบบรูป : การตีความจากโจทย์ คือ โจทย์กำหนดพิกัดใหม่มาให้แต่ นักเรียนมีความคิดเห็นว่าสิ่งที่โจทย์กำหนดให้คือพิกัดเดิมแล้วหาพิกัดใหม่ของทั้งสี่จุด

2.12 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 3 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทาง การแก้ไขของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูป ดังแผนภาพที่ 13

การวิเคราะห์แบบรูป



แผนภาพที่ 13 พบว่า นักเรียนนำข้อมูลที่พิเคราะห์หรือสิ่งที่โจทย์ไม่ได้กำหนดมาใช้ในการคำนวณ ดังนี้แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อที่ 3 คือด้านการตีความจากโจทย์

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 13 คนที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 3 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

- | | |
|----------|---|
| ผู้วิจัย | : หนูหาอะไรจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ |
| นักเรียน | : หา จุดกึ่งกลางของทั้งสองจุดที่โจทย์กำหนดให้ |
| ผู้วิจัย | : แต่จุดกึ่งกลางโจทย์กำหนดให้แล้วนะ |
| นักเรียน | : อ้าว....ผมลืมดูโจทย์ |
| ผู้วิจัย | : ครั้งต่อไปตรวจสอบโจทย์ดีนะจะ |

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่เข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่องของการตีความจากโจทย์และนำข้อมูลที่ผิดหรือโจทย์ไม่กำหนดมาใช้ในการคำนวณ

2.12.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและผลการทำแบบทดสอบเป็น เป็นดังนี้ คือ เข้าใจผิดในการตีความจากสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้และขาดการฝึกทักษะ

2.12.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบรูป : การตีความจากโจทย์ของข้อที่ 3 เป็นดังนี้

1) ส่งเสริมในเรื่องการวิเคราะห์โจทย์ และการนำสูตรที่เกี่ยวข้องมาใช้

2) ทำแบบฝึกทักษะบ่อยๆ โดยครูอยู่ใกล้คำแนะนำอย่างใกล้ชิด

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 16 คน ที่เกิดมโนทัศน์ คลาดเคลื่อนในข้อที่ 3 ได้แบบรูป : การตีความจากโจทย์ คือ นักเรียนมีความเชื่อว่าการที่โจทย์กำหนดจุดมาให้สองจุดต้องหาจุดกึ่งกลางก่อนเสมอ

2.13 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 4 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 1 แบบรูป ดังแผนภาพที่ 14

การวิเคราะห์แบบรูป

4. ถ้าเส้นตรงที่ลากผ่านจุด A(2,k) และ B(5,6) มีความชันเท่ากับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด C(-2,1) และ D(1,5)

หาค่า k
วิธีทำ.....

.....	$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	$m_{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
.....	$= \frac{6 - k}{5 - 2}$	$= \frac{5 - 1}{1 - (-2)}$
.....	$= \frac{6 - k}{3}$	$= \frac{4}{3}$
.....	$= \frac{-3}{k-3}$	$= \frac{3}{4}$
.....		$-12 = 3(k-3)$
		$-12 = 3k - 9$
		$3k = 3$
		$k = 1$

แผนภาพที่ 14 พนว่า นักเรียนนำจุดแต่ละคู่มาหาความชันแล้วใช้สูตรในการหาความชันไม่ถูกต้องดังนี้แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนข้อที่ 4 คือการบิดเบือน
ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติ

หลังจากตรวจสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 13 คนที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 4 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : ใจที่ต้องการให้นักเรียนหาค่าของอะไรค่ะ

นักเรียน : ให้หาค่า k ที่เกิดจากจุดสองจุดที่มีความชันเท่ากัน

ผู้วิจัย : แล้วมีแนวคิดอย่างไรก่อนที่จะลงมือในการแก้โจทย์ปัญหานี้

นักเรียน : ผนคิดว่าต้องหาความชันของจุดทั้งสองก่อนแต่ผมจำสูตร
การหาความชันแบบนี้มาตลอดเลยก็เลยทำให้ผิดท่า
แบบทดสอบข้อนี้ผิดไปครับ

ผู้วิจัย : ในครั้งต่อไปก็พยายามนำสูตรมาใช้ให้ถูกต้องนะค่ะ

จากการสัมภาษณ์ พนว่า นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่องของการวิเคราะห์ใจที่
จากการจำสูตรมาใช้ในการแก้ปัญหาผิดเนื่องจากใช้การจำไม่ได้มีความเข้าใจ

2.13.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คณิตศาสตร์

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คณิตศาสตร์เกี่ยวกับ การสัมภាយณ์นักเรียนและผล การทำแบบทดสอบเป็นดังนี้

- 1) เข้าใจผิดในการนำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ
- 2) ขาดการฝึกทักษะ

2.13.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คณิตศาสตร์เกี่ยวกับแบบรูป :

การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ นิยามและสมบัติของข้อที่ 4 เป็นดังนี้

- 1) สร้างเสริมในเรื่องการวิเคราะห์โจทย์ และการนำสูตรที่เกี่ยวข้องมาใช้
- 2) ฝึกทักษะอย่างต่อเนื่องของแก้โจทย์ปัญหาของเรขาคณิตวิเคราะห์ในทุกๆ โจทย์ทุกรายการ

3) เพื่อให้เห็นชัดเจนควรใช้ The Geometry sketchpad program (GSP)

ช่วยในการหาคำตอบ เพราะ โปรแกรมนี้จะสามารถหาคำตอบในเรื่องเรขาคณิตได้

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภាយณ์นักเรียนทั้ง 13 คน ที่เกิดมโนทัศน์ คณิตศาสตร์เกี่ยวกับในข้อที่ 4 ได้แบบรูป : การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บញนิยามและสมบัติ คือ

นักเรียนเข้าใจผิดในการใช้สูตรในการหาความชันของเส้นตรงเมื่อกำหนดจุดสองจุดให้

2.14 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 6 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทาง

การแก้ไขของมโนทัศน์ที่คณิตศาสตร์ได้ 1 แบบรูป ดังแผนภาพที่ 15

การวิเคราะห์แบบรูป

6. จงแสดงว่าจุด A(2,3), B(4,5) และ C(6,7)อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน	$A(-x) + (y-x)^2$	$B(-x) + (y-x)^2$	$C(-x) + (y-x)^2$
วิธีทำ... A	$(2-x) + (y-x)^2$	$(4-x) + (y-x)^2$	$(6-x) + (y-x)^2$
	$(2-x)^2 + (y-x)^2$	$(4-x)^2 + (y-x)^2$	$(6-x)^2 + (y-x)^2$
	$(-2)^2 + (-2)^2$	$(-4)^2 + (-2)^2$	$(-6)^2 + (-2)^2$
	$4 + 4$	$16 + 4$	$36 + 4$
	8	20	40
	\neq	\neq	\neq

แผนภาพที่ 15 พนวณ นักเรียนนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุดซึ่งสูตรที่นำมาใช้ไม่ถูกต้อง ดังนั้นแบบรูปของมโนทัศน์ที่คณิตศาสตร์เกี่ยวกับในข้อที่ 6 คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บញนิยามและสมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 12 คนที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 6 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โจทย์ต้องการให้นักเรียนหาค่าของอะไรค่ะ

นักเรียน : ให้ตรวจสอบว่าจุดสามจุดที่กำหนดให้อยู่บนเส้นตรงเดียวกันหรือไม่

ผู้วิจัย : แล้วมีแนวคิดอย่างไรก่อนที่จะลงมือในการแก้โจทย์ปัญหานี้

นักเรียน : ผนคิดว่าโจทย์กำหนดจุดมาให้สามจุดต้องหาจุดกึ่งกลาง

ผู้วิจัย : แล้วหนูคิดว่าสูตรที่นำมาใช้หมายความว่าอะไรกับวิธีการหาค่าของโจทย์นี้หรือไม่

นักเรียน : ก็คงจะเป็นสูตรนี้แหละครับที่สามารถหาคำตอบได้

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่องของการวิเคราะห์โจทย์ และการเลือกสูตรมาใช้ในการแก้ปัญหา

2.14.1 สาเหตุการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและผลการทำแบบทดสอบเป็นดังนี้

1) เข้าใจผิดในการจำทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยามและสมบัติ

2) ขาดการฝึกทักษะ

2.14.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบรูป :

การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ นิยามและสมบัติของข้อที่ 6 เป็นดังนี้

1) ฝึกทักษะบ่อยๆ ในเรื่องของการหาความชันของเส้นตรง โดยเริ่มฝึกจากโจทย์ที่ง่ายๆ ไปยากโดยการฝึกทุกรูปแบบการให้นำเสนออย่างใกล้ชิด

2) หลังจากที่เรียนเสร็จแล้วควรสรุปความเข้าใจในรูปของแผนผังความคิด (Mind mapping) ติดไว้ตามผนังห้องเพื่อที่จะได้ดูและนำไปใช้ได้ถูกต้อง

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 12 คน ที่เกิดมโนทัศน์

คลาดเคลื่อนในข้อที่ 6 ได้รูปแบบรูป : การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติ คือ

นักเรียนเข้าใจผิดในการใช้สูตรในการหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดมาใช้ในการหาระยะห่าง

ระหว่างจุดสองจุด

2.15 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 1 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการ
ป้องกันภัยในทันที คลาดเคลื่อน ได้ 1 แบบรูป ดังแผนภาพที่ 16

การวิเคราะห์แบบรูป

1. วงกลมวงนี้มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(2,3)$ และวงกลมนี้ผ่านจุด $(5,7)$ จงหาความกว้างของเส้นผ่าศูนย์กลางนี้

$$\text{เส้นผ่าศูนย์กลาง} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(5 - 2)^2 + (7 - 3)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

แผนภาพที่ 16 พบว่า นักเรียนใช้สูตรในการหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด โดยไม่คำนึงว่า
จุดที่กำหนดให้มีอยู่ไรและโจทย์ต้องการหาอะไร ดังนั้นแบบรูปของโน
ทัศน์ที่คาดคะเนล้วนข้อที่ 1 คือการบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยามและ
สมบัติ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้วผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 8 คนที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 1 ผิด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

นักเรียน : ให้ท้าความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางคือคุณครู

ผู้จัด : แล้วมีแนวคิดอย่างไรก่อนที่จะลงมือในการแก้โจทย์ปัญหานี้

นักเรียน : หนนคิดว่าโจทย์กำหนดจุดมาให้สองจุดต้องหาจุดกึ่งกลาง

ก่อนแล้วตรวจสอบว่าจุดปลายแต่ละข้างห่างจากชุดศูนย์

ເຫັນໄວ້ແລ້ວນຳມານວກກັນກີຈະໄດ້ເສັ້ນຜ່ານສູນຍົກລາງຄະໜາ

แล้วหนุนคิดว่าสูตรที่นำมาใช้เหมาะสมกับวิธีการหาค่าของโจทย์

ស្រុក : សាសនា ខេត្ត ពោធិ៍
សង្កាត់ ឃីរីក្របី

ก็คงจะเป็นสูตรนี้แหล่งที่สามารถหาคำตอบได้

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนเข้าใจคลาดเคลื่อนในเรื่องของการวิเคราะห์โจทย์ และการเลือกสูตรมาใช้ในการแก้ปัญหา

2.15.1 สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน จากการสัมภาษณ์นักเรียนและผลการทำแบบทดสอบ เป็นดังนี้

- 1) เข้าใจผิดเกี่ยวกับการนำสูตรการหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด
- 2) ขาดการฝึกทักษะ

2.15.2 แนวทางการแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบบรูป :

การบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ นิยามและสมบัติของข้อที่ 1 เป็นดังนี้

1) ทำแบบฝึกทักษะในเรื่องของการหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด โดยฝึกจากโจทย์ที่หลากหลายและโจทย์ที่คล้ายกันหลายข้อเพื่อให้เกิดความแม่นยำและเข้าใจหลักการ

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 8 คน ที่เกิดมโนทัศน์คลาดเคลื่อนในข้อที่ 1 ได้แบบรูป : การบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยามและสมบัติ คือ นักเรียนเข้าใจในทัศน์ของการใช้สูตรในการหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดมาใช้ในการหาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด

สรุป จากการวิเคราะห์แบบทดสอบ และสัมภาษณ์ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ใน การทำแบบทดสอบ ร่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย พบร่วมกัน แบบรูปของมโนทัศน์ที่ คือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยามและสมบัติ และ การตีความด้านคลาดเคลื่อน คือ ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยามและสมบัติ และ การตีความด้านภาษา

3. นำข้อผิดพลาดจากข้อมูลในตารางที่ 8 มาวิเคราะห์หาแบบรูป สาเหตุและแนวทางการแก้ไข ซึ่งสรุปได้ดังนี้

3.1 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 8 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดข้อผิดพลาด ได้ 1 แบบรูปดังแผนภาพที่ 17

การวิเคราะห์แบบรูป

8. จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(5,-2)$ และมีความชัน $m = \frac{2}{3}$

วิธีทำ.....

$$\text{ตอบ } (y - y_1) = m(x - x_1)$$

$$\text{จด } y - 2 = \frac{2}{3}(x - 5)$$

$$y - 2 = \frac{2}{3}x - \frac{10}{3}$$

~~ต้องห้าม~~

แผนภาพที่ 17 พบว่า นักเรียนขาดเทคนิคในการตอบคำ답จากโจทย์โดยนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ถาม ไม่ครบ ดังนั้นแบบรูปของข้อผิดพลาด ข้อที่ 8 คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

หลังจากตรวจสอบแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 45 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 8 ผิดพลาด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : ในโจทย์ข้อนี้เขาต้องการให้นักเรียนหาอะไรค่ะ

นักเรียน : ให้หาสมการของเส้นตรงเมื่อกำหนดจุดและความชันมาให้

ผู้วิจัย : แล้วหนูคิดจะหาอย่างไร

นักเรียน : นำสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้แทนลงในสูตรครับแต่ผมทำไม่เสร็จทำต่อไม่ได้ครับ

ผู้วิจัย : แล้วค่า y_1 ที่หนูแทนถูกหรือเปล่าค่ะ ถูกๆ ในเรื่องของเครื่องหมายนะ

นักเรียน : ก็เป็นเครื่องหมายลบอยู่แล้วนะครับ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้นำมาในสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้ตอบสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ครบ และการแทนค่าในโจทย์โดยโจทย์กำหนดค่า y_1 เป็นจำนวนเต็มลบ ถ้านำไปแทนในสูตรจะได้ $y = (-2)$ ซึ่งในเรื่องนี้จะพบมาก

3.1.1 สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากการทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์ นักเรียน เป็นดังนี้ คือ นักเรียนขาดความรอบคอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ

3.1.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดข้อที่ 3 แบบรูป : ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำเป็นดังนี้

1) ควรส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความตระหนักในความสำคัญ ความรอบคอบในการตรวจสอบคำตอบ ลำดับขั้นตอนการแสดงวิธีทำ หลักจากตอบคำถามในข้อน้ำยาเสื่อมสัน

2) ฝึกการทำงานให้เป็นระบบ มีระเบียบ รอบคอบ มีวิจารณญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเอง โดยการทำแบบฝึกหัดมีกระบวนการตรวจสอบอย่างละเอียดและให้คำชี้แนะกับนักเรียน

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 45 คน ที่เกิดข้อผิดพลาดในข้อที่ 8 ได้รูปแบบ : ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ คือ นักเรียนหาในสิ่งที่โจทย์ต้องการไม่ครบ และไม่ได้คำตอบที่ถูกต้องซึ่งขาดทักษะในการแก้ปัญหา

3.2 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 6 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดข้อผิดพลาดได้ 1 แบบรูปดังภาพที่ 18

การวิเคราะห์แบบรูป

<p>6. จงแสดงว่าจุด A(2,3), B(4,5) และ C(6,7)อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน วิธีทำ...</p> <p>$x = \frac{(2+4+6)}{3} = \frac{12}{3} = 4$</p> <p>$y = \frac{(3+5+7)}{3} = \frac{15}{3} = 5$</p> <p>(4,5)</p>
--

แผนภาพที่ 18 พนวณ นักเรียนขาดเทคนิคในการตอบคำถามจากโจทย์โดยนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ได้ตามดังนี้แบบรูปของข้อผิดพลาด ข้อที่ 6 คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 41 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 6 ผิดพลาด
ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้จัด : ในโจทย์ข้อนี้เราต้องการให้นักเรียนหาอะไรมะ

นักเรียน : หาว่าจุดสามจุดนี้อยู่บนเส้นตรงเดียวกันรึเปล่า

ผู้จัด : แล้วหนูคิดว่าการที่จุดสามจุดอยู่บนเส้นตรงเดียวกันต้องเป็นอย่างไร

นักเรียน : ไม่ทราบครับ

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มาหาในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการทราบ ซึ่งนักเรียนทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ได้ถ้า

3.2.1 สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากการทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์ นักเรียน เป็นดังนี้คือนักเรียนขาดความตื่رตระหนักริการวิเคราะห์โจทย์และการอ่านทำความเข้าใจโจทย์ซึ่งทำให้ได้คำตอบที่ไม่ถูกต้อง

3.2.2 แนวทางแก้ไข

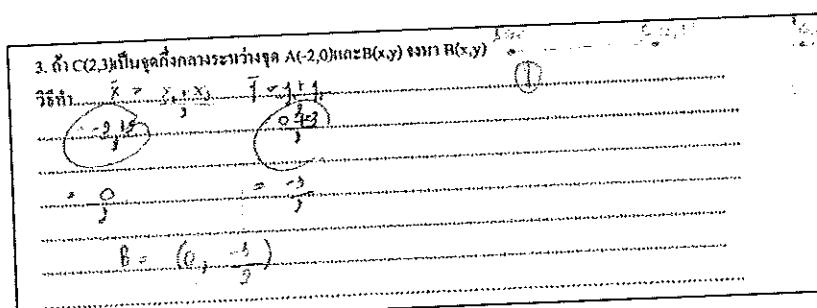
แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดข้อที่ 3 แบบรูป : ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำเป็นดังนี้คือ ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความตระหนักริการความสำคัญ ความรอบคอบในการตรวจสอบคำตอบ ล้ำด้วยขั้นตอนการแสดงวิธีทำ หลักจากตอบคำถามในข้อหน้าเสร็จสิ้น

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 41 คน ที่เกิดข้อผิดพลาดในข้อที่ 6 ได้รูปแบบ : ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ คือ นักเรียนหาในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการทราบ ซึ่งนักเรียนทำผิดคำสั่งโดยหาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ได้ถ้า

3.3 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 3 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทาง

การแก้ไขของ การเกิดข้อผิดพลาด ได้ 1 แบบรูปดังแผนภูมิที่ 19

การวิเคราะห์แบบรูป



แผนภูมิที่ 19 พบว่า นักเรียนขาดเทคนิคในการตอบคำถามจากโจทย์โดยนำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มามาวาหารในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการ ดังนั้นแบบรูปของข้อผิดพลาดข้อที่ 3 คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 37 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 3 ผิดพลาด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : ในโจทย์ข้อนี้เราต้องการให้นักเรียนหาอะไรค่า

นักเรียน : หาจุด (x, y) ค่า

ผู้วิจัย : แล้วจุด (x, y) คือส่วนใดของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

นักเรียน : ไม่ทราบค่าแต่หนูรู้ว่ากำหนดคุณมาให้สองจุดแล้วหาอีกจุดที่เหลือต้องหาโดยใช้สูตรการหาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุด

ผู้วิจัย : แล้วโจทย์ต้องการทราบจุดกึ่งกลางหรือเปล่าค่า

นักเรียน : เดี๋ยวหนูโจทย์ใหม่ก่อนนะครับ...คุณครูค่าจุดกึ่งกลางเขากำหนดมาให้แล้วครับ...งั้นหนูจะใช้ข้อมูลพิเศษค่าคุณครู

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้คือจุดปลายอีกข้างหนึ่ง และจุดกึ่งกลางของเส้นตรงแต่นักเรียนส่วนใหญ่นำสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาหาจุดกึ่งกลาง ซึ่งนักเรียนทำผิดคำสั่งโดยหากำตอบในสิ่งที่โจทย์ไม่ได้ตาม

3.2.1 สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากการทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์นักเรียน เป็นคันธึ่คือ ขาดความรอบคอบในการวิเคราะห์โจทย์และการตรวจสอบคำตอบ

3.2.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดข้อที่ 3 แบบรูป : ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำเป็นดังนี้คือ ฝึกให้นักเรียนรักการอ่าน และการวิเคราะห์โจทย์ แล้วแยกสิ่งที่โจทย์กำหนดคามาให้และสิ่งที่โจทย์ถามนอกจากนี้ การฝึกทำโจทย์ปอยๆ ก็จะทำให้มีความรอบคอบมากขึ้น

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 37 คน ที่เกิดข้อผิดพลาดในข้อที่ 3 ได้รูปแบบ : ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ คือ นักเรียนหาในสิ่งที่โจทย์กำหนดให้มาคำนวณหาในสิ่งที่โจทย์ไม่ต้องการทราบ

3.4 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 2 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดข้อผิดพลาดได้ 1 แบบรูปดังแนบท้ายที่ 20

การวิเคราะห์แบบรูป

2. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นตรง $3x - 4y = 0$ กับจุด $(2, -3)$

$$\begin{aligned}
 & \text{วิธีทำ} \quad d = \sqrt{|Ax + By + C|} \\
 & \quad \quad \quad A^2 + B^2 \\
 & \Rightarrow \sqrt{(2)(3) + (-1)(-4) + 0} \\
 & \quad \quad \quad \sqrt{3^2 + 4^2} \\
 & \Rightarrow \sqrt{6 + 16 + 0} \\
 & \quad \quad \quad \sqrt{12} \\
 & \quad \quad \quad 2\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

แผนภาพที่ 20 พบว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการตอบคำ답จากโจทย์และขาดความระมัดระวังในการหาคำตอบซึ่งเกี่ยวกับการหารากที่สองของจำนวน ดังนั้น แบบรูปของข้อผิดพลาดข้อที่ 2 คือ ขาดการตรวจสอบในการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจสอบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 35 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 2 ผิดพลาด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : หนูมีความเข้าใจของความหมายในเรื่องเครื่องหมายกราฟที่

นักเรียน : ก็คือจำนวนใดๆ ก็กำลังสองแล้วได้จำนวนนั้นๆ

ผู้วิจัย : แล้วโจทย์ข้อนี้หนูสามารถหาคำตอบได้หรือเปล่าค่ะ

นักเรียน : ได้ค่ะ.....อืย...คุณครูหนูลืมนำเครื่องหมายกราฟที่สองออก

ผู้วิจัย : นี่คือความผิดพลาดเล็กๆ น้อยที่เราไม่ให้ความรอบคอบและ การตรวจสอบคำตอบนะคะ

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการหาคำตอบทำให้ขาดความรอบคอบในการหาค่าที่ติดเครื่องหมายกราฟที่สอง

3.4.1 สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากการทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์ นักเรียน เป็นดังนี้คือ นักเรียนขาดความรอบคอบและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบที่คำนวณได้

3.4.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดข้อที่ 2 แบบรูป : การตรวจสอบระหว่างการแก้ปัญหา เป็นดังนี้

1) ผู้เรียนให้นักเรียนเกิดความตระหนักในความสำคัญของการบูรณาการคิดตามลำดับขั้นตอนการแสดงวิธีทำ หลักจากตอบคำถามในข้อนี้ฯลฯ แล้วก็ควรตรวจคำตอบ เช่น ครูใช้คำนั้นนักเรียนทุกรึ่งก่อนเริ่มการเรียนการสอน

2) ฝึกให้มีการทบทวนบ่อยๆ ครั้งเพื่อให้นักเรียนได้ใจจำได้

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 35 คน ที่เกิดข้อผิดพลาดในข้อที่ 1 ได้รูปแบบ : การตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา คือ นักเรียนขาดความรอบคอบในกระบวนการหาคำตอบ

3.5 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 1 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดข้อผิดพลาด ได้ 1 แบบรูปดังแผนภาพที่ 21

การวิเคราะห์แบบรูป

$$\begin{aligned}
 & 1. \text{ วงกลมหนึ่งมีศูนย์กลางอยู่ที่จุด}(2,3) \text{ และวงกลมนี้ผ่านจุด}(5,7) \text{ จงหาความยาวของเส้นผ่านศูนย์กลางนี้} \\
 & \text{วิธีทำ} \quad \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\
 & \quad \sqrt{(5^2 - 2^2)} \\
 & \quad \sqrt{9 + 16} \\
 & \quad = 25 \\
 & \therefore \text{ เส้นผ่านศูนย์กลาง } 25 \text{ หน่วย}
 \end{aligned}$$

แผนภาพที่ 21 พนวณว่า นักเรียนขาดความระมัดระวังในการหาคำตอบที่อยู่ภายใต้เครื่องหมายรากที่สองดังนั้นแบบรูปของข้อผิดพลาดข้อที่ 1 คือ ขาดความรอบคอบในการตรวจสอบคำตอบ

แบบทดสอบข้อที่ 1 ผิดพลาด หลังจากตรวจสอบแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 33 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 1 ผิดพลาด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : โดยที่ต้องการให้นักเรียนหาอะไรค่ะ

นักเรียน : ต้องการให้หาเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมค่ะ

ผู้วิจัย : แล้วคำตอบที่หนูมาได้ ได้มาอย่างไรค่ะ

นักเรียน : หนูก็นำค่าที่ได้จากกันที่เป็นคำตอบ

ผู้วิจัย : แล้วตรงคำตอบเครื่องหมายรากที่สองหายไปไหนค่ะ

นักเรียน : หนูเข้าใจว่าถ้าบวกกันเรียนร้อยแล้วก็ต้องเครื่องหมายรากที่สองออก

จากการสัมภาษณ์ พนวจ นักเรียนขาดการตรวจสอบในการหาคำตอบทำให้ขาดความรอนคอบในการหาค่าที่ติดเครื่องหมายรากที่สองและขาดการตรวจสอบคำตอบ

3.5.1 สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากการทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์ นักเรียน เป็นดังนี้คือ นักเรียนขาดความตระหนักรและความรอนคอบในการตรวจสอบคำตอบ นักเรียน เป็นดังนี้คือ นักเรียนขาดความตระหนักรและความรอนคอบในการตรวจสอบคำตอบ

3.5.2 แนวทางแก้ไข

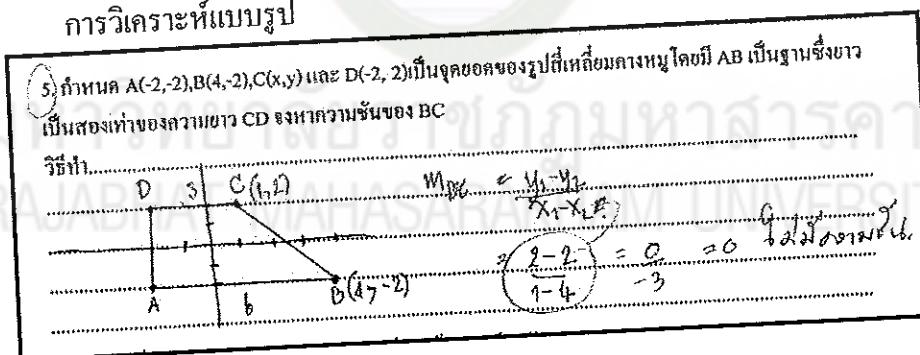
แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดข้อที่ 1 แบบรูป :

การตรวจสอบระหว่างการแก้ปัญหา เป็นดังนี้คือ จัดกิจกรรมเสริมสร้างให้นักเรียนมีเจตคติที่ดี ต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ ฝึกการทำงานให้เป็นระบบ มีระเบียบ รอนคอบ มีวิจารณญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเอง

สรุปจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 33 คน ที่เกิดข้อผิดพลาดใน ข้อที่ 1 ได้รูปแบบ : การตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา คือ นักเรียนขาดความรอนคอบในการตรวจสอบคำตอบ

3.6 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 5 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทาง การแก้ไขของการเกิดข้อผิดพลาด ได้ 1 แบบรูปคั่งแผนภูมิที่ 22

การวิเคราะห์แบบรูป



แผนภูมิที่ 22 พนวจ นักเรียนขาดการตรวจสอบในการแทนค่าในสูตรและขาดความรับรู้ในกระบวนการคิด ดังนั้นแบบรูปของข้อผิดพลาดข้อที่ 5 คือ ขาดการตรวจสอบในการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจสอบแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 32 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 5 ผิดพลาด ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้จัด : หนูแทนค่าในสูตรถูกหรือเปล่าค่า

นักเรียน : ถูกครับคุณครู

ผู้จัด : หนูลองดูอีกรอบนะว่าสูตรหนูถูกต้องแต่ว่าค่า y ที่นำไปแทนในสูตรเครื่องหมายถูกต้องหรือไม่

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการหาคำตอบ นักเรียนรึบเร่งจนขาดความรอบคอบในการทำงานขั้นตอนของการหาคำตอบและไม่ได้คำนึงถึงหลักการบวกลบจำนวนเต็มลงทำให้เกิดข้อผิดพลาด

3.6.1 สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากการทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์ นักเรียน เป็นดังนี้คือขาดความระมัดระวังในการทำงาน

3.6.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดข้อที่ 5 แบบรูป : การตรวจสอบระหว่างการแก้ปัญหา เป็นดังนี้

- 1) เสริมสร้างความระมัดระวังในการทำงานด้วยการเสริมแรงและฝึกทักษะ
- 2) จัดกิจกรรมสร้างเสริมให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ กระหนกในคุณค่าของคณิตศาสตร์ ฝึกการทำงานอย่างเป็นระบบ มีระเบียบวินัย รอบคอบ มีวิจารณญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเอง สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 32 คน ที่เกิดข้อผิดพลาด ในข้อที่ 5 ได้รูปแบบ : การตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา คือ นักเรียนรึบเร่งขาดความรอบคอบในการตรวจสอบคำตอบ

3.7 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 9 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดข้อผิดพลาด ได้ 1 แบบรูปดังแผนภาพที่ 23

การวิเคราะห์แบบรูป

9. จงสมการเส้นตรง $4x - 3y - 5 = 0$ ของความชันและอุคต์บนแกน x และแกน y

วิธีทำ...

$$\text{ความชัน } m = \frac{A}{B} = \frac{4}{3} \quad \text{ตัดแกน } x \text{ ที่ } (5, 0)$$

$$\text{ตัดแกน } y \text{ ที่ } (0, -\frac{5}{3}) = (0, F \frac{5}{3})$$

แผนภาพที่ 23 พบว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการแทนค่าในสูตรและขาดความ
ระมัดระวังในเรื่องของการคูณจำนวนเต็มครบ ดังนั้นแบบรูปของข้อผิดพลาด
ข้อที่ 9 คือ ขาดการตรวจสอบในการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 31 คน ที่ทำ
แบบทดสอบข้อที่ 9 ผิดพลาด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : หนูคิดว่าหนูจำสูตรการหาความชันได้หรือเปล่าค่ะ

นักเรียน : จำได้ครับ

ผู้วิจัย : แล้วนำค่าไปแทนถูกหรือเปล่าใส่เครื่องหมายถูกหรือไม่

นักเรียน : อ้าว.....คูณครูผิดลืมงานได้ใส่เครื่องหมายผิด

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการหาคำตอบ นักเรียนรับเร่ง
ขาดความระมัดระวังในการทำงานขั้นตอนของการหาคำตอบและไม่ได้คำนึงถึงหลักการ
บวกจำนวนเต็ม

3.7.1 สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากการทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์
นักเรียน เป็นดังนี้คือ นักเรียนขาดความตระหนักและความรอบคอบในการหาคำตอบจากโจทย์

3.7.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดข้อที่ 9 แบบรูป : การตรวจสอบ
ระหว่างการแก้ปัญหา เป็นดังนี้คือ

- 1) สร้างความตระหนักรถึง ความรอบคอบในการตรวจสอบ ลำดับ
ขั้นตอนการแสดงวิธีทำ หลังจากตอบคำถามในข้อนี้ฯเสร็จสิ้น

2) บททวนการฝึกทักษะปอยๆครั้งเพื่อให้นักเรียนระลึกและจำได้
สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 31 คน ที่เกิดข้อผิดพลาดใน
ข้อที่ 9 ได้รูปแบบ : การตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา คือ นักเรียนขาดความรอบคอบใน
การแทนค่าและตรวจสอบคำนวณ

3.8 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 15 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทาง การแก้ไขของการเกิดข้อผิดพลาด ได้ 1 แบบรูปดังแนบท้ายที่ 24

การวิเคราะห์แบบรูป

15. จากสมการ $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ จงหาคุณสมบัติทาง จุดยอด โน้ตส์ จุดโฟกัส แกนตั้งตื้น ความกว้างตัวสีเรเดียลลัม
สมการกำลังสอง หรืออนุพันธ์ชื่อเรียนรวม
วิธีทำ.....

ตอกย้ำเรท $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$

$a^2 = 25 ; a = 5$
 $b^2 = 16 ; b = 4$
 $c^2 = a^2 + b^2$ จึง $c^2 = 25 + 16 = 41$
 $c = \sqrt{41}$

จุดยอด $(0, \pm 5)$ จุดโฟกัส $(\pm \sqrt{41}, 0)$ ความกว้างตัวสีเรเดียลลัม $2c = 2\sqrt{41}$
 จุดโฟกัสอยู่ที่ $(5, 0)$ และ $(-\sqrt{5}, 0)$ จุดโฟกัสอยู่บนแกนตั้งตื้น.
 จุดโฟกัสอยู่ที่ $F(\sqrt{5}, 0)$ และ $F(-\sqrt{5}, 0)$ จุดโฟกัสอยู่บนแกนตั้งตื้น.

แผนภาพที่ 24 พบว่า นักเรียนแทนค่าในสูตรผิด หาคำตอบไม่ครบตามที่โจทย์ถามและขาดความระมัดระวังในการหาคำตอบ ดังนั้นแบบรูปของข้อผิดพลาดข้อที่ 15 คือ ขาดการตรวจสอบในการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 29 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 15 ผิดพลาด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้จัด : 25-16 เหลือเท่าไรค่ะ

ນັກເຮີຍນ : 9 ມະນຸລັງກວ

ผู้จัด : แล้วหนูตอบเพ่าไหร์เอ่ย

จากการสัมภาษณ์ พนง.ว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการหาคำตอน นักเรียนรับเร่ง
จนขาดความระมัดระวังในการทำตามข้อตอนของการหาคำตอนและไม่ได้คำนึงถึงหลักการ
บุกคลุบจำนวนเต็มซึ่งเป็นปัญหาเล็กน้อยถ้ามองข้ามก็จะทำให้ผิดทันที

3.8.1 สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากการทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์ นักเรียน เป็นดังนี้คือนักเรียนรีบเร่ง ขาดความตระหนักและความรอบคอบในการทำงาน

3.8.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดข้อที่ 15 แบบรูป :

การตรวจสอบระหว่างการแก้ปัญหา เป็นดังนี้

1) การส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความตระหนักในความสำคัญ ความรอบคอบในการตรวจสอบคำตอบ ลำดับขั้นตอนการแสดงวิธีทำ หลักจากตอบคำตามในข้อที่ ๗ เศรีษฐีน

2) ฝึกให้มีการทบทวนบ่อยๆครั้งเพื่อให้นักเรียนได้ใจจำได้

3) จัดกิจกรรมเสริมสร้างให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์ ฝึกการทำงานให้เป็นระบบ มีระเบียบ รอบคอบ มีวิจารณญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเอง

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 29 คน ที่เกิดข้อผิดพลาด ในข้อที่ 15 ได้รูปแบบ : การตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา คือ นักเรียนขาดความรอบคอบในการตรวจสอบคำตอบ

3.9 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 13 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดข้อผิดพลาด ได้ 1 แบบรูปดังแผนภูมิที่ 25

การวิเคราะห์แบบรูป

$13. \text{ จงหาคุณสมบัติ } \text{ ให้แก้ } \text{ ໄวเดอร์ } \text{ ไครอกริกซ์ } \text{ แทนหาราในล่า } \text{ ความยาวของลักษณะเด่น } \text{ พร้อมทั้งเขียนกราฟจากสมการ } y^2 - 6y - 20x + 109 = 0$ <p>วิธีทำ.....</p> $\begin{aligned} & y^2 - 6y - 20x + 109 = 0 \\ & y^2 - 6y + 9 - 20x + 109 = 0 \\ & (y - 3)^2 - 20x + 109 + 9 = 0 \\ & (y - 3)^2 = 20x - 118 \end{aligned}$ <p style="text-align: right;">✓</p>
--

แผนภูมิที่ 25 พนว่า นักเรียนหาตอบไม่ถูกต้องเนื่องจากใช้สมบัติการบวกเข้าทั้งสองข้าง ไม่ถูกต้องดังนั้นแบบรูปของข้อผิดพลาดข้อที่ 13 คือ ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 24 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 13 ผิดพลาด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : หนูมีแนวคิดอย่างไรกับการจัดรูปแบบของสมการ

นักเรียน : หนูจัดกลุ่มโดยการย้ายข้างไปเลยก่อน

ผู้วิจัย : แล้วหนูลืมอะไรหรือเปล่า

นักเรียน : เดี๋ยวจะ....ลืมค่าหนูลืมเปลี่ยนเครื่องหมาย

จากการสัมภาษณ์ พบร่วมกันว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการหาคำตอบ นักเรียนรับร่วมกันขาดความระมัดระวังในการทำงานขั้นตอนของการหาคำตอบและไม่ได้คำนึงถึงหลักการ และการนำคุณสมบัติมาใช้

3.9.1 สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากการทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์ นักเรียน เป็นดังนี้คือนักเรียนขาดความตระหนักรและความรอบคอบในการทำงานและการฝึกทักษะ

3.9.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดข้อที่ 13 แบบรูป :

การตรวจสอบระหว่างการแก้ปัญหา เป็นดังนี้

- 1) ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความตระหนักรในความสำคัญ ความรอบคอบในการตรวจสอบคำตอบ ลำดับขั้นตอนการแสดงวิธีทำ หลังจากตอบคำถามในข้อนั้นๆเสร็จสิ้น
- 2) ฝึกให้มีการทบทวนบ่อยๆครั้งเพื่อให้นักเรียนได้จดจำได้

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 24 คน ที่เกิดข้อผิดพลาดในข้อที่ 13 ได้รูปแบบ : การตรวจสอบระหว่างการแก้ปัญหา คือ นักเรียนขาดความรอบคอบในการตรวจสอบระหว่างขั้นตอนการทำแบบฝึกทักษะขาดการฝึกบ่อยๆ

3.10 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 10 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดข้อผิดพลาดได้ 1 แบบรูปดังแนบท้ายที่ 26

การวิเคราะห์แบบรูป

10. จงหาระยะห่างระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลาง $3x + 4y - 5 = 0$ กับเส้นตรง $3x + 4y - 10 = 0$

$$\text{วิธีที่ 1} \quad A = 3, B = 4, C_1 = -5, C_2 = -10.$$

$$\text{จากสูตร} \quad \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|-5 - (-10)|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|-5 + 10|}{\sqrt{25}}.$$

$$= \frac{5}{\sqrt{25}} = \frac{5}{5} = 1.$$

แผนภาพที่ 26 พบว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการแทนค่าในสูตรและขาดความระมัดระวังในการหาคำตอบ ดังนั้นแบบรูปของข้อผิดพลาดข้อที่ 10 คือขาดการตรวจสอบในการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจสอบแบบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 23 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 10 ผิดพลาด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : ก่อนที่จะหาค่าที่อยู่ในเครื่องหมายค่าสัมบูรณ์หนูลืมอะไรหรือเปล่า

นักเรียน : เครื่องหมายลบคือคุณครู....หนูลืม

จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการหาคำตอบ นักเรียนรับเรื่องน้ำดีในกระบวนการนี้ แต่ขาดความระมัดระวังในการทำตามขั้นตอนของการหาคำตอบและไม่ได้คำนึงถึงหลักการคูณจำนวนเดี่ยวลบกับจำนวนเดี่ยวลบ

3.10.1 สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากการทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์

นักเรียน เป็นดังนี้คือ ขาดการตรวจสอบในการหาคำตอบ นักเรียนรับเรื่องน้ำดีในกระบวนการ

ระมัดระวังในการทำตามขั้นตอนของการหาคำตอบ

3.10.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดข้อที่ 10 แบบรูป : การตรวจสอบระหว่างการแก้ปัญหา เป็นดังนี้

1) หากิจกรรมส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความตระหนักรในความสำคัญ ความรับชอบในการตรวจสอบคำตอบ ดำเนินขั้นตอนการแสดงวิธีทำ หลักจากตอบคำถามในข้อ

นั้นๆเสร็จ 2) ฝึกให้มีการทบทวนบอยๆครึ่งเพื่อให้นักเรียนระลึกได้จดจำได้

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 23 คน ที่เกิดข้อผิดพลาดใน
ข้อที่ 1 ได้รูปแบบ : การตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา คือ นักเรียนขาดความรอบคอบใน
ระหว่างการตรวจสอบคำตอบ

3.11 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 12 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทาง
การแก้ไขของการเกิดข้อผิดพลาดได้ 1 แบบรูปดังแผนภาพที่ 27

การวิเคราะห์แบบรูป

12. จงหาค่า a ให้นำเข้าในกราฟเป็นวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(1, -3)$ และมีรัศมี 5 หน่วย
วิธีทำ.....
$(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$
$(x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 6y + 9) = 25$
$x^2 + y^2 - 2x - 6y + 10 = 25$
$x^2 + y^2 - 2x - 6y + (10 - 25) = 0$
$x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$
จุดศูนย์กลาง $(1, -3)$ รัศมี 5

แผนภาพที่ 27 พบว่า นักเรียนขาดเทคนิคในการตอบคำ답นจากโจทย์โดยนำสิ่งที่โจทย์
กำหนดให้มาหาคำตอบและในสิ่งที่โจทย์ต้องการให้หาแต่นักเรียนไม่ได้
คำตอบดังนั้นแบบรูปของข้อผิดพลาดข้อที่ 12 คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิค

การทำ

หลังจากการตรวจสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 22 คน ที่ทำ
แบบทดสอบข้อที่ 12 ผิดพลาด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : ในโจทย์ข้อนี้เราต้องการให้นักเรียนหาอะไร ไร่ค่า

นักเรียน : สมการของวงกลมค่า

ผู้วิจัย : หนูทำย่างไรค่า

นักเรียน : หนูนำจุดศูนย์กลางและรัศมีมาแทนค่าในสูตรค่า

ผู้วิจัย : สูตรหนูถูกต้องหรือเปล่า

นักเรียน : ถูกค่า... (เงียบคิด)... ครูค่าหนูแยกกำลังสองสมบูรณ์ผิดค่า

จากการสัมภาษณ์ พบร้า นักเรียนนำข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มาแทนค่าในสูตรแต่ด้วยความไม่รอน kob ของนักเรียนทำให้ได้คำตอบที่ผิดเนื่องจากนักเรียนแยกกำลังสองสมบูรณ์ไม่ถูกต้อง

3.11.1 สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากการทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์ นักเรียน เป็นดังนี้คือ นักเรียนขาดความตระหนักรในการตรวจสอบคำตอบและขาดการฝึกทักษะ

3.11.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดข้อที่ 12 แบบรูป :

ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำเป็นดังนี้

1) สร้างความตระหนักรถึงความรอบคอบในการตรวจสอบการทำงาน

ด้วยการเสริมแรงลักษณะต่างๆ เช่น การให้คะแนน หรือ รางวัล

2) ฝึกทักษะโดยให้มีการบททวนบ่อยๆ ครั้งเพื่อให้นักเรียนได้จดจำได้

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 37 คน ที่เกิดข้อผิดพลาดใน

ข้อที่ 12 ได้รูปแบบ : ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ คือ นักเรียนแยกกำลังสองสมบูรณ์ผิด

3.12 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 11 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดข้อผิดพลาดได้ 1 แบบรูปดังแผนภาพที่ 28

การวิเคราะห์แบบรูป

11. данลีน-lien ไปโดยใช้จุด (-2,3) เป็นจุดกำเนิดใหม่ ซึ่ง A(0,2), B(-5,4), C(4,-1) และ D(-3,-5) เป็นพิกัดของ
จุดเมื่อถูกบีบตื้นยกเว้น จงเขียนกราฟและหาพิกัดของจุดที่อยู่ตื้นกว่าจุดเดิมที่สุด
(x_1, y_1) เป็นพิกัดของจุดเดิม (x_2, y_2) บนกราฟ $y = f(x)$ ให้ (x_2, y_2) ต้องอยู่ตื้นกว่า (x_1, y_1)
(x_1, y_1) ลงมา k หน่วย ให้ (x_2, y_2) ต้องอยู่ตื้นกว่า (x_1, y_1) หน่วย ทั้งนี้คือ $y_2 = y_1 - k$
$(h, k) = (-2, 3)$
$x' = x - h \Rightarrow x = x' + h$
$y' = y - k \Rightarrow y = y' + k$
ถ้า $A(0,2)$ จุด $x' = 0 - (-2) = 2$ $y' = 2 - 3 = -1 \Rightarrow A'(-2, -1)$
ถ้า $B(-5,4)$ จุด $x' = -5 - (-2) = -3$ $y' = 4 - 3 = 1 \Rightarrow B'(-3, 1)$
ถ้า $C(4,-1)$ จุด $x' = 4 - (-2) = 6$ $y' = -1 - 3 = -4 \Rightarrow C'(6, -4)$
ถ้า $D(-3,-5)$ จุด $x' = -3 - (-2) = -1$ $y' = -5 - 3 = -8 \Rightarrow D'(-1, -8)$

แผนภาพที่ 28 พบร้า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการตอบคำถามจากโจทย์และขาดความระมัดระวังในการหาคำตอบ ดังนี้แบบรูปของข้อผิดพลาดข้อที่ 11 คือ ขาดการตรวจสอบในการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 21 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 11 ผิดพลาด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : เรื่องการบวกลงจำนวนเต็มบวกเต็มลบหนูพอดีใหม่ค่ะ

นักเรียน : ก็พอได้ค่ะคุณครู

ผู้วิจัย : ลองคุยกันว่าจากแบบทดสอบนี้หนูทำถูกหรือเปล่า

นักเรียน : อือ....คุณครูหนูผิดเรื่องเครื่องหมายอีกแล้วหนูควรทำอย่างไรค่ะ

เครื่องหมายจะเป็นอุปสรรคต่อการทำแบบฝึกหัดของหนูมากเลยค่ะ

ผู้วิจัย : หนูต้องฝึกบ่อยๆนะคะ

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการหาคำตอบ นักเรียนรึ่งแรงจนขาดความระมัดระวังในการทำงานขั้นตอนของการหาคำตอบและไม่ได้คำนึงถึงหลักการบวกลงจำนวนเต็ม

3.12.1 สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากการทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์ นักเรียน เป็นดังนี้คือ นักเรียนขาดการตรวจสอบในการหาคำตอบ นักเรียนรึ่งแรงขาดความระมัดระวังในการทำงานขั้นตอนของการหาคำตอบและไม่ได้คำนึงถึงหลักการบวกลงจำนวนเต็ม

3.12.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดข้อที่ 11 แบบรูป : การตรวจสอบระหว่างการแก้ปัญหา เป็นดังนี้

- 1) ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความตระหนักรในความสำคัญ ความรอบคอบในการตรวจสอบคำตอบ ลำดับขั้นตอนการแสดงวิธีทำ หลักจากตอบคำถามในข้อนี้ฯลฯ เช่น สิ่งที่
- 2) ฝึกให้มีการทบทวนบ่อยๆครั้งเพื่อให้นักเรียนได้ใจจำได้
- 3) จัดกิจกรรมเสริมสร้างให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนเต็ม

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 21 คน ที่เกิดข้อผิดพลาดในข้อที่ 11 ได้รูปแบบ : การตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา คือ นักเรียนขาดความรอบคอบใน การตรวจสอบคำตอบและขั้นตอนการคูณจำนวนเต็มลงกับจำนวนเต็มลบ

**3.13 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 7 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทาง
การแก้ไขของการเกิดข้อผิดพลาด ได้ 1 แบบรูปดังแผนภูมิที่ 29**

การวิเคราะห์แบบรูป

7. ถ้าเส้นตรงที่ผ่านจุด $A(k,7)$ และ $B(-3,-2)$ ตั้งฉากกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $C(3,2)$ และ $D(1,4)$ จะหาค่า k

$$\text{รัศมี } m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 7}{1 - k} = \frac{-3}{1 - k}, \quad m_{CD} \times m_{AB} = -1$$

$$\therefore m_{CD} = -\frac{1}{m_{AB}} = \frac{1}{3}$$

$$= \frac{-4 - 2}{1 - k} = -6$$

$$1 - k = 2$$

$$= 2$$

$$\therefore \frac{-4 - 2}{1 - k} = -6 \Rightarrow -6 = -2 - 7 \Rightarrow -6 = -9 - k \Rightarrow k = -3$$

$$\therefore \frac{-4 - 2}{1 - k} = -6 \Rightarrow -6 = -2 - 7 \Rightarrow -6 = -9 - k \Rightarrow k = -3$$

8. จงหาสมการเส้นตรงที่ผ่านจุด $(5,-2)$ และมีความชัน $m = \frac{2}{3}$

แผนภูมิที่ 29 พนวณว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการตอบคำตามจากโจทย์และขาดความระมัดระวังในการหาคำตอบ ดังนั้นแบบรูปของข้อผิดพลาดข้อที่ 7 คือ ขาดการตรวจสอบในการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจสอบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 21 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 7 ผิดพลาด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : นักเรียนมีหลักการคูณไขว้อย่างไร

นักเรียน : ก็คือขึ้นตัวส่วนคูณเดียวเศษและก็ขึ้นตัวเศษคูณกับตัวส่วน

ผู้วิจัย : แล้วมีวิธีการคูณอย่างไรครับ

นักเรียน : เช่นจากแบบทดสอบ $\frac{-1}{3} = \frac{-9}{-3-k} = -3-k = -27$ ครับ

จากการสัมภาษณ์ พนวณว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการหาคำตอบ นักเรียนรับร่วงจากความระมัดระวังในการทำความเข้าใจตอนของการหาคำตอบและไม่ได้คำนึงถึงหลักการคูณจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ

3.13.1 สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากการทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์

นักเรียน เป็นดังนี้คือนักเรียนขาดการตรวจสอบในการหาคำตอบ นักเรียนรับร่วงจากความระมัดระวังในการทำความเข้าใจตอนของการหาคำตอบและไม่ได้คำนึงถึงหลักการคูณจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ

3.13.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดข้อที่ 7 แบบรูป : การตรวจสอบระหว่างการแก้ปัญหา เป็นดังนี้

1) ส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความตระหนักในความสำคัญ ความรอบคอบ
ในการตรวจสอบคำตอบ ลำดับขั้นตอนการแสดงวิธีทำ หลักจากตอบคำถูกในข้อนี้ฯลฯ เสร็จ
แล้ว

- 2) ฝึกให้มีการทบทวนบ่อยๆ ครั้งเพื่อให้นักเรียนได้จดจำได้
 - 3) จัดกิจกรรมเสริมสร้างให้นักเรียนได้ฝึกทักษะการบวก การลบ

การคุณและการหารจำนวนเต็ม

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 21 คน ที่เกิดข้อผิดพลาดในข้อที่ 7 ได้รูปแบบ : การตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา คือ นักเรียนขาดความรอบคอบในการตรวจสอบคำตอบและขั้นตอนการคูณจำนวนเต็มลงกับจำนวนเต็มลง

3.14 ผลการวิเคราะห์ ข้อ 14 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดข้อผิดพลาดได้ 1 แบบรูปดังแผนภาพที่ 30

การวิเคราะห์แบบปรปักษ์

<p>14. กำหนดให้หัวใจเป็นไปร์เซนต์ที่จุด $(3,0)$ และ $(-3,0)$ และผลบวกของระยะจากจุดใดๆ ไปปั้งไปร์เซนต์ของหัวใจกับ 8 หน่วย จะหาต้องการจะเขียน สมการ... สมการในรูปที่นี่คือ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$</p>
$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$
$b^2 = 4$ $b^2 = 4 - 3$ $b = \pm \sqrt{1}$
$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

แผนภาพที่ 30 พบว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการตอบคำถามจากโจทย์และขาดความระมัดระวังในการหาคำตอบอีกทั้งยังทำไม่เสร็จตามที่โจทย์ต้องการ ดังนั้นแบบรูปของข้อผิดพลาดข้อที่ 14 คือ ขาดการตรวจสอบในการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 13 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 14 พิคพลาด
ต่อไปนี้เป็นคัวอ้างการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : การที่จะหาค่ารากที่สองของจำนวนใดจำนวนหนึ่งทฤษฎีหลักการอย่างไร

นักเรียน : อ้าว....คุณครูท่านดีม ท่านขอโทษค่ะ

ผู้วิจัย : ครั้งต่อไปตรวจสอบให้คุณครูพิเศษคนเดียวที่ทำให้เราเสียคะแนนได้ทั้งหมดนะ

จากการสัมภาษณ์พบว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการหาคำตอบ นักเรียนรับเร่งขนาดความระมัดระวังในการทำงานตามขั้นตอนของการหาคำตอบ

3.14.1 สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากการทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์ นักเรียน เป็นดังนี้คือนักเรียนขาดการตรวจสอบในการตอบคำถามจากโจทย์และขาดความระมัดระวังในการหาคำตอบ

3.14.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดข้อที่ 4 แบบรูป : การตรวจสอบระหว่างการแก้ปัญหา เป็นดังนี้

1) ฝึกให้มีการทบทวนบ่อย ๆ ครั้งเพื่อให้นักเรียนได้จดจำได้

2) จัดกิจกรรมเสริมสร้างให้นักเรียนมีเขตคิดที่คือต่อคอมพิวเตอร์ ตระหนักรในคุณค่าของคอมพิวเตอร์ ฝึกการทำงานให้เป็นระบบ มีระเบียบ รอบคอบ มีวิจารณญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเอง

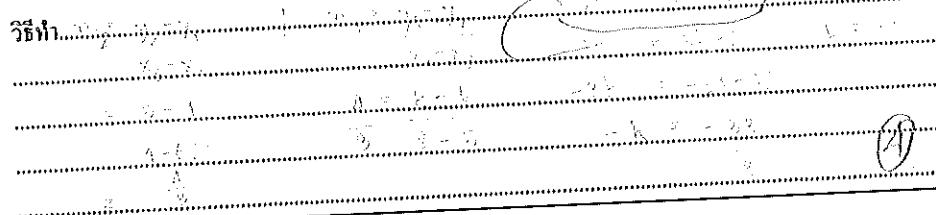
สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 13 คน ที่เกิดข้อผิดพลาด ในข้อที่ 14 ได้รูปแบบ : การตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา คือ นักเรียนขาดความรอบคอบในการคำนวณหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ

3.15 ผลการวิเคราะห์ ข้อ4 สามารถสรุปแบบรูป สาเหตุการเกิด และแนวทางการแก้ไขของการเกิดข้อผิดพลาดได้ 1 แบบรูปดังแผนภาพที่ 31

การวิเคราะห์แบบรูป

4. ถ้าสันนิจริงที่ลากผ่านจุดยอด A(2,4) และ B(5,6) มีความซ้อนเท่ากับเส้นตรงที่ลากผ่านจุด C(-2,1) และ D(1,5)

จะหาค่า k



แผนภาพที่ 31 พนวณว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการตอบคำถามจากโจทย์และขาดความระมัดระวังในการหาคำตอบ ดังนั้นแบบรูปของข้อผิดพลาดข้อที่ 4 คือ ขาดการตรวจสอบในการแก้ปัญหา

หลังจากตรวจแบบทดสอบแล้ว ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 13 คน ที่ทำแบบทดสอบข้อที่ 4 ผิดพลาด

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของการสัมภาษณ์

ผู้วิจัย : หนูมีความเข้าใจ การบวก การลบ จำนวนเต็มมากน้อยแค่ไหนค่ะ
และถ้าตัวตั้งน้อยกว่าตัวลบผลลัพธ์ที่ได้เป็นบวก ใจอ่อน

นักเรียน : อือ..ก็พอได้นะคะ....ขอเวลาซักครู่นะคะ...คำตอบติดลบค่ะ
จากการสัมภาษณ์ พบว่า นักเรียนขาดการตรวจสอบในการหาคำตอบ นักเรียนรับร่วงขาดความระมัดระวังในการทำตามขั้นตอนของการหาคำตอบ

3.15.1 สาเหตุการเกิดข้อผิดพลาด

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด จากการทำแบบทดสอบ และการสัมภาษณ์
นักเรียน สรุปได้ดังนี้ คือ นักเรียนขาดการตรวจสอบในการตอบคำถามจากโจทย์และขาดความระมัดระวังในการหาคำตอบ

3.15.2 แนวทางแก้ไข

แนวทางในการแก้ปัญหาการเกิดข้อผิดพลาดข้อที่ 4แบบรูป : การตรวจสอบระหว่างการแก้ปัญหา เป็นดังนี้

1) ควรส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความตระหนักในความสำคัญ ความรับชอบในการตรวจสอบคำตอบ ลำดับขั้นตอนการแสดงวิธีทำ หลักจากตอบคำถามในข้อ นั้นๆ เสร็จสิ้น

2) ฝึกให้มีการทบทวนบ่อยๆ ครั้งเพื่อให้นักเรียนได้จำได้

สรุปผลจากแบบทดสอบและการสัมภาษณ์นักเรียนทั้ง 13 คน ที่เกิดข้อผิดพลาดในข้อที่ 1 ได้รูปแบบ : การตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา คือ นักเรียนขาดความรอบคอบในการตรวจสอบคำตอบ

สรุป จากการวิเคราะห์แบบทดสอบ จำนวน 15 ข้อ และผลการสัมภาษณ์นักเรียนขึ้น มัชยมศึกษาปีที่ 4 ในการทำแบบทดสอบ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย พบร่วม แบบรูปของข้อผิดพลาด มี 2 แบบรูป คือ ข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ และ การตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

สรุปผลการวิเคราะห์เรื่องการวิเคราะห์โนนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย ของนักเรียนขั้น มัชยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนร่องคำเป็นดังนี้

1. แบบรูป

แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมี 2 แบบรูป คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฏ สูตร บทนิยาม และสมบัติและการตีความจากโจทย์

แบบรูปของข้อผิดพลาดมี 2 แบบรูป คือ ผิดพลาดในเทคนิคการทำและขาด การตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

2. สาเหตุ

สาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ จำสูตรผิด นำสิ่งที่โจทย์ไม่ได้ กำหนดให้มาใช้ในการหาคำตอบ ไม่เข้าใจความรู้พื้นฐานเรขาคณิต ขาดการฝึกทักษะและขาด ทักษะการอ่านจับใจความ

สาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด คือขาดความระมัดระวัง และความรอบคอบ ในการคิดคำนวณ ขาดความตื่رตระหนักในการวิเคราะห์โจทย์ มีความเร่งรีบ และขาดการ ตรวจสอบความถูกต้องของขั้นตอนการแก้ปัญหา

3. แนวทางการแก้ไข

แนวทางการแก้ไขการเกิดโมโนทิค์คลาดเคลื่อน คือ ให้นักเรียนสรุปกฎ สูตร ทฤษฎีบท บทนิยามและสมบัติ ที่ได้จากการเรียนออกมารูปแบบแผนผังความคิด (Mind mapping) ติดไว้ภายในห้องเรียน ครูให้ความรู้เพิ่มเติมในเรื่องที่นักเรียนเกิดความคลาดเคลื่อน ใช้โปรแกรม The Geometry Sketchpad Program (GSP) ช่วยเป็นสื่อในการจัดการเรียน การสอน และฝึกทักษะโดยให้นักเรียนฝึกอ่านโจทย์และทำโจทย์ลักษณะเดียวกันซ้ำๆ หลาย ๆ รอบ โดยเริ่มจากง่ายไปทางยาก

แนวทางการแก้ไขการเกิดข้อผิดพลาด คือ เสริมสร้างความระมัดระวัง ความรอบคอบในการทำงานด้วยการเสริมแรงและการฝึกทักษะอยู่เสมอส่งเสริมให้เกิดความตระหนักในกระบวนการคิดคำนวณ การหาคำตอบอย่างเป็นระบบ และจัดกิจกรรมที่เสริมสร้างให้นักเรียนตระหนักระมัดระวังและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY