

## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษา เอกสาร แนวคิด หลักการ ทฤษฎี และผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้องและได้นำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เรขาคณิตวิเคราะห์และการทดสอบ
3. โน้ตทัศน์ที่คลาดเคลื่อน
4. ข้อผิดพลาด
5. การวิเคราะห์โน้ตทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด
6. แบบทดสอบ
7. ข้อสอบอัตนัย
8. แบบสัมภาษณ์
9. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
  - 9.1 งานวิจัยในประเทศ
  - 9.2 งานวิจัยต่างประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค31202 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

#### 1. ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์คิดอย่างมีเหตุผลเป็นระบบมีแบบแผนสามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถูกต้อง รอบคอบช่วยให้คาดการณ์วางแผนตัดสินใจแก้ปัญหาและนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง เหนาะสูน นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษา

ทางด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและศาสตร์อื่น ๆ คณิตศาสตร์ซึ่งมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้นและสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่น ได้อย่างมีความสุข

## 2. เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มุ่งให้เยาวชนทุกคนได้เรียนรู้คณิตศาสตร์ อายุต่อเนื่องตามศักยภาพ โดยกำหนดสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียนทุกคนดังนี้

จำนวนและการดำเนินการความคิดรวบยอดและความรู้สึกเชิงจำนวนระบบจำนวนจริงสมบูรณ์เกี่ยวกับจำนวนจริงการดำเนินการของจำนวนอัตราส่วน ร้อยละ การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

การวัดความยาวระยะทางน้ำหนักพื้นที่ปริมาตรและความจุเงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่าง ๆ การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ

เรขาคณิต รูปเรขาคณิตและสมบูติของรูปเรขาคณิตหนึ่งมิติสองมิติและสามมิติการนีกภาพแบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเดือนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation)

พื้นคณิตแบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์ฟังก์ชันเขตและการดำเนินการของเขต การให้เหตุผล นิพจน์สมการระบบสมการ สมการกราฟลำดับเลขคณิตลำดับเรขาคณิตอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็นการกำหนดประเด็น การเขียนข้อคำตาม การกำหนดวิธีการศึกษา การเก็บรวบรวมข้อมูลการจัดระบบข้อมูลการนำเสนอข้อมูล ถ้ากลาง และการกระจายของข้อมูล การวิเคราะห์และการแปลงความข้อมูลการสำรวจความคิดเห็น

ความน่าจะเป็นการใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆและช่วยในการตัดสินใจในการดำเนินชีวิตประจำวัน

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเขียนอย่างความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์ และการเขื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และความคิดสร้างสรรค์

### 3. คุณภาพผู้เรียน

#### 3.1 ฉบับนัยน์ศึกษาปีที่ 3

3.1.1 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ในชีวิตจริงได้

3.1.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พิริมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาวพื้นที่ และปริมาตร ได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้

3.1.3 สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูประขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและตันตรงอธิบายลักษณะและสมบัติของรูประขาคณิตสามมิติซึ่งได้แก่ ปริซึม พิริมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลม ได้

3.1.4 มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านี้ไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา ได้มีความเข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต (Geometric transformation) ในเรื่องการเดือนขนาน (Translation) การสะท้อน (Reflection) และการหมุน (Rotation) และนำไปใช้ได้

3.1.5 สามารถนิ่งภาพและอธิบายลักษณะของรูประขาคณิตสองมิติและสามมิติ สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟในการแก้ปัญหาได้

3.1.6 สามารถกำหนดประเด็น เปียนข้อคำถามเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษาเก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูล โดยใช้แผนภูมิรูปวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้

3.1.7 เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม ของข้อมูล

ที่ยังไม่แยกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ

3.1.8 เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3.1.9 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน

3.1.10 เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดสร้างสรรค์

### 3.2. จบชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

3.2.1 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับระบบจำนวนจริง ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง จำนวนจริงที่อยู่ในรูปกราฟ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะหาค่าประมาณของจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกราฟ และจำนวนจริงที่อยู่ในรูปเลขยกกำลัง โดยใช้วิธีการคำนวณที่เหมาะสมและสามารถนำสมบัติของจำนวนจริงไปใช้ได้

3.2.2 นำความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติไปใช้คิดคะเนระยะทาง ความสูง และแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัดได้

3.2.3 มีความคิดรวบยอดในเรื่องเซต การดำเนินการของเซตและใช้ความรู้เกี่ยวกับแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์แสดงเซตไปใช้แก้ปัญหา และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของการให้เหตุผลเข้าใจและสามารถใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัยและนิรนัยได้

3.2.4 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน สามารถใช้ความสัมพันธ์และฟังก์ชันแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3.2.5 เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต และสามารถหาพจน์ทั่วไปได้เข้าใจความหมายของผลบวกของ  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต และหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตร และนำไปใช้ได้รู้และเข้าใจการแก้สมการ และสมการตัวแปรเดียวคือ  $x$  ไม่เกินสองรวมทั้งใช้กราฟของสมการอสมการ หรือฟังก์ชันในการแก้ปัญหา

3.2.6 เข้าใจวิธีการสำรวจความคิดเห็นอย่างง่าย เลือกใช้ค่ากลาง ได้หมายความ กับข้อมูลและตดุประสงค์ สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน และเปอร์เซ็นไทล์ของข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และนำผลจากการวิเคราะห์ข้อมูลไปช่วยในการตัดสินใจ

3.2.7 เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของ เหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ ประกอบการตัดสินใจ และแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

3.2.8 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้ เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดสร้างสรรค์

#### 4. คำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม. 4 ภาคเรียนที่ 2

ศึกษา ฝึกทักษะการคิดคำนวณ จัดการเรียนรู้โดยใช้ประสบการณ์หรือสถานการณ์ ในชีวิตประจำวันที่ใกล้ตัวผู้เรียนให้ผู้เรียนได้ศึกษากันกว่าโดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุป รายงานและฝึกทักษะกระบวนการในสาระต่อไปนี้

ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ สัญลักษณ์ของเมทริกซ์ สมบัติของเมทริกซ์ คีโอล์ฟินันต์ การใช้เมทริกซ์แก้ระบบสมการเชิงเส้น การแก้สมการเชิงเส้น โดยใช้คีโอล์ฟินันต์ การแก้ระบบสมการ โดยวิธีการคำนениการตามแบบเบื้องต้น

เราคณิตวิเคราะห์ เส้นตรง ระยะระหว่างจุดสองจุด จุดกึ่งกลางระหว่างจุดสอง จุด ความชันของเส้นตรง เส้นขนาน เส้นตั้งฉาก ความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง ระยะห่าง ระหว่างเส้นตรงกับจุด ภาคตัดกรวย วงกลม พาราโบลา วงรี ไฮเปอร์โบลา

ฟังก์ชัน ฟังก์ชันโพลีโนมีเนียล ฟังก์ชันคอมโพสิต ฟังก์ชันอินเวอร์ส พีชคณิตของ ฟังก์ชันเพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจ มีทักษะในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และสามารถนำไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆและใช้ ชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถ ทำงานอย่างมีระบบ ระเบียบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณและมีความเชื่อมั่นในตนเอง

## 5. ผลการเรียนรู้

- 5.1 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเมทริกซ์และการดำเนินการดำเนินการของเมทริกซ์
- 5.2 หาดีเทอร์มินันต์ของเมทริกซ์  $n \times n$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มไม่เกินสี่
- 5.3 วิเคราะห์และหาค่าตอบของระบบสมการเชิงเส้นได้
- 5.4 หาระยะห่างระหว่างจุดสองจุด ระยะห่างระหว่างเส้นตรงกับจุดและสามารถนำไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้
- 5.5 หาจุดกึ่งกลางระหว่างจุดสองจุดและสามารถนำไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้
- 5.6 หากาความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุดสองจุดได้และสามารถนำไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้
- 5.7 เผยแพร่องสมการต่างๆ โดยอาศัยการเลื่อนแกนทางขวาพร้อมบวกพิกัดได้
- 5.8 จงหาความสัมพันธ์ซึ่งมีกราฟเป็นวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(0,0)$  และจุด  $(h,k)$  พร้อมทั้งเขียนกราฟได้
- 5.9 เผยแพร่องกราฟและบวกส่วนต่างๆ ของพลาโนลาเมื่อกำหนดความสัมพันธ์ของกราฟพาราโบลาให้ได้
- 5.10 เผยแพร่องกราฟและบวกส่วนต่างๆ ของวงรีเมื่อกำหนดความสัมพันธ์ของกราฟวงรีให้ได้
- 5.11 เผยแพร่องกราฟและบวกส่วนต่างๆ ของไฮเพอร์โบลาเมื่อกำหนดความสัมพันธ์ของกราฟไฮเพอร์โบลาให้ได้
- 5.12 มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับฟังก์ชัน เผยแพร่องกราฟของฟังก์ชัน และสร้างฟังก์ชันจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

## เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย

### 1. เรขาคณิตวิเคราะห์

สรุปเนื้อหาสำคัญ : เรขาคณิตวิเคราะห์และเส้นตรง

#### 1.1 โปรเจกشن (Projection)

โปรเจกشنของจุด  $P(x,y)$  บนแกน  $x$  คือ  $(x,0)$

โปรเจกشنของจุด  $P(x,y)$  บนแกน  $y$  คือ  $(0,y)$

ไปรerequisite ของจุด  $P(x,y)$  บนเส้นตรง  $x = y$  คือจุด  $\left(\frac{x+y}{2}, \frac{x+y}{2}\right)$

### 1.2 จุดกึ่งกลาง

จุดกึ่งกลางระหว่างจุด  $(x_1, y_1)$  และจุด  $(x_2, y_2)$  คือจุด  $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

### 1.3 การหาพื้นที่รูปสามเหลี่ยม

#### 1.3.1 รูปสามเหลี่ยม

$\Delta ABC$  ซึ่งจุดยอดอยู่ที่จุด  $A(x_1, y_1)$   $B(x_2, y_2)$   $C(x_3, y_3)$  หากันที่ได้จาก

สูตรพื้นที่

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_4 & y_4 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} [(x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1) - (x_2y_1 + x_3y_2 + x_1y_3)]$$

ใช้หลักคุณลักษณะเป็นบวก คุณลักษณะเป็นลบ และถ้าได้ผลลัพธ์เป็นลบก็ให้หักลบ

เป็นค่าบวก

#### 1.3.2 รูปสามเหลี่ยม

คิดถึงคุณลักษณะเดียวกันกับรูปสามเหลี่ยม เพียงแต่เพิ่มจำนวนจุดยอดเข้าไป จะได้จุดยอดทวนหรือตามเข็มนาฬิกาไปได้ จะได้เครื่องหมายต่างกันเท่านั้น แต่ห้ามได้จุดยอดซ้ำกัน

### 1.4 ความชัน (Slope)

1.4.1 ความชันของเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(x_1, y_1)$  และจุด  $(x_2, y_2)$  คือ  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

1.4.2 ความชันของเส้นตรงหาได้จากมุม  $\theta$  ที่เส้นตรงทำกับแกน  $x$  คือบวก

ซึ่งเรียกมุมเอียงของเส้นตรงหาได้จากมุม  $m = \tan \theta$  และ  $0 \leq \theta \leq 180^\circ$

1.4.3 เส้นตรง 2 เส้น ที่มีความชัน  $m_1$  และ  $m_2$

1) ขนานกันเมื่อ  $m_1 = m_2$

2) ตั้งฉากกันเมื่อ  $m_1 \cdot m_2 = -1$

### 1.5 สมการเส้นตรง

1.5.1 สมการเส้นตรงที่มีความชัน  $m$  ผ่านจุด  $(x_1, y_1)$  คือ  $y - y_1 = m(x - x_1)$

1.5.2 สมการเส้นตรงที่ผ่านจุด  $(x_1, y_1)$  และ  $(x_2, y_2)$

$$\text{คือ } y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

1.5.3 สมการเส้นตรงที่มีความชัน  $m$  และรูปแบบ  $y = mx + c$

1.5.4 สมการเส้นตรงที่มีรูปแบบ  $x/a + y/b = 1$

1.5.5 สมการทั่วไปของเส้นตรง คือ  $Ax + By + C = 0$   
โดย  $A, B, C$  เป็นค่าคงที่และ  $A, B$  ไม่เป็น 0 พร้อมกัน

## 1.6 การหาระยะทาง

1.6.1 ระยะทางระหว่าง 2 จุด

$$\text{ระยะระหว่างจุด } (x_1, y_1) \text{ และ } (x_2, y_2) \text{ คือ } d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

1.6.2 ระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง

ระยะจากจุด  $(x_1, y_1)$  ไปยังเส้นตรง  $Ax + By + C = 0$  คือ

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

1.6.3 ระยะระหว่างเส้นสองเส้น  $Ax + By + C = 0$  และ  $Ax + By + C_2 = 0$  คือ

$$d = \frac{|C_1 + C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

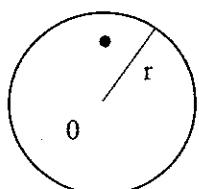
## 2. ภาคตัดกรวย

สรุปเนื้อหาสำคัญ

### 2.1 วงกลม (Circle)

นิยาม วงกลม คือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากจุดหนึ่งบน

ระนาบเป็นระยะทางเท่ากัน



1. จุดคงที่นี้เรียกว่า จุดศูนย์กลาง ของวงกลม (จุด O)

ระยะทางที่เท่ากันเรียกว่า ความยาวรัศมี ของวงกลม  
( ระยะ r )

2. สมการวงกลมซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด  $(h, k)$

และความยาวรัศมี  $r$  คือ  $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

3. สมการทั่วไปของวงกลมคือ  $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$  โดย D,E และ F เป็น

ค่าคงที่ จุดศูนย์กลางคือ  $\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right)$  และความยาวรัศมี  $r = \frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$

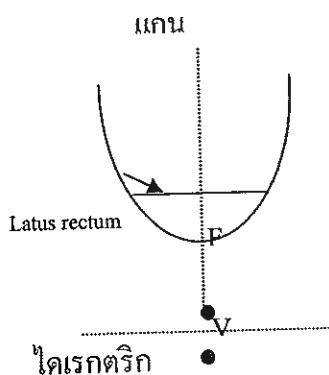
4. ความยาวส่วนสัมผัสที่ลากจากจุดภายนอก  $(x_1, y_1)$  มาสัมผัสวงกลม

$$x_1^2 + y_1^2 + Dx_1 + Ey_1 + F = 0 \text{ คือ } d = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + Dx_1 + Ey_1 + F}$$

5. เส้นตรงที่แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับครอฟของวงกลมใด จะผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมนี้

## 2.2 พาราโบลา (Parabola)

2.2.1 นิยาม พาราโบลา คือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบ ซึ่งอยู่ห่างจากเส้นตรงที่เส้นหนึ่ง



และจุดคงที่ๆหนึ่ง นอกเส้นตรงนี้เป็นระยะทางเท่ากันเสมอเส้นตรงนี้เรียกว่า ไดเรกตริกซ์ (Directrix) ของพาราโบลาจุดคงที่นี้

เรียกว่า จุดโฟกัส (Focus) ของพาราโบลา (จุด F) เส้นตรงซึ่งผ่านโฟกัสและตั้งฉากกับไดเรกตริกซ์เรียกว่า แกน (Axis) ของพาราโบลา จุดที่พาราโบลาตัดกับแกนของพาราโบลา เรียกว่า จุดยอด (Vertex) (จุด V)

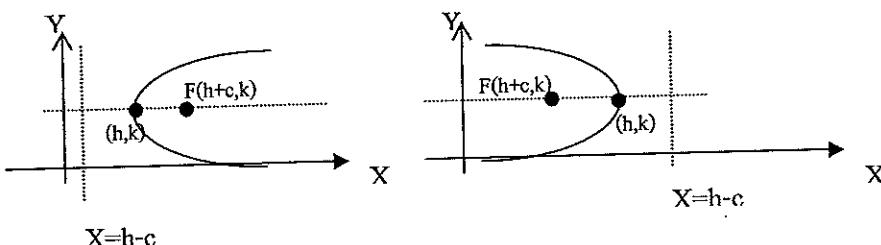
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHANDI MAHASARAKHAM UNIVERSITY

### 2.2.2 พาราโบลาที่มีแกนสมมาตรนานกั้นแกน x

$$\text{สมการ } (y-k)^2 = 4c(x-h)$$

จุดยอด  $(h,k)$  จุดโฟกัส  $(h+c, k)$

ไดเรกตริกซ์  $x = h-c$  แกนสมมาตร  $y = k$



$$c > 0$$

$$(y-k)^2 = 4c(x-h)$$

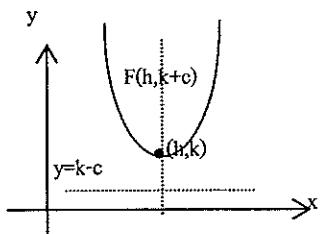
$$c < 0$$

พาราโบลาที่แกนสมมาตรขนานกับแกน y

$$\text{สมการ } (x-h)^2 = 4c(y-k)$$

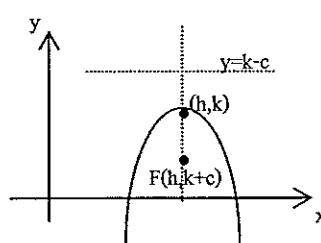
จุดยอด  $(h,k)$  จุดโฟกัส  $(h, k+c)$

ไฮดริกซ์  $y = k - c$  แกนสมมาตร  $x = h$



$$c > 0$$

$$(x-h)^2 = 4c(y-k)$$



$$c < 0$$

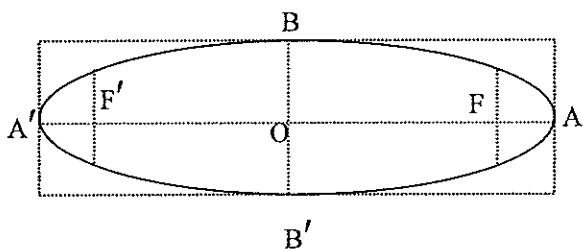
3. สมการทั่วไปของพาราโบลาที่มีแกนสมมาตรขนานกับแกน x คือ

$$y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

4. Latus rectum ของพาราโบลา คือ ส่วนของเส้นตรงซึ่งตั้งฉากกับแกนของพาราโบลาที่จุดโฟกัส และมีจุดปลายทั้งสองอยู่บนพาราโบลา ส่วนของเส้นตรงนี้มีความยาว  $|4c|$

### 2.3 วงรี (Ellipse)

2.3.1 นิยาม วงรี คือ เซตของจุดทุกจุดบนระนาบซึ่งผลบวกของระยะทางจากจุดใดๆ ในเซตนี้ไปยังจุดคงที่ 2 จุด มีค่าคงตัว โดยค่าคงตัวนั้นมากกว่าระยะห่างระหว่างจุดคงที่ทั้งสอง



1) จุดคงที่นี้เรียกว่า โฟกัส (Focus) ของวงรี (จุด F และจุด F')

2) จุดคงกลางระหว่าง โฟกัสทั้งสอง เรียกว่า จุดศูนย์กลางของวงรี (จุด o)

3) ส่วนของเส้นตรงที่ลากผ่าน โฟกัสทั้งสอง และมีจุดปลายอยู่บนวงรี เรียกว่า

แกนเอก (Major Axis) ของวงรี (ส่วนของเส้นตรง AA')

4) ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายอยู่บนวงรีและตั้งฉากกับแกนเอก ที่จุดศูนย์กลาง  
เรียกว่า แกนโท (Minor Axis) ของวงรี (ส่วนของเส้นตรง  $BB'$ )

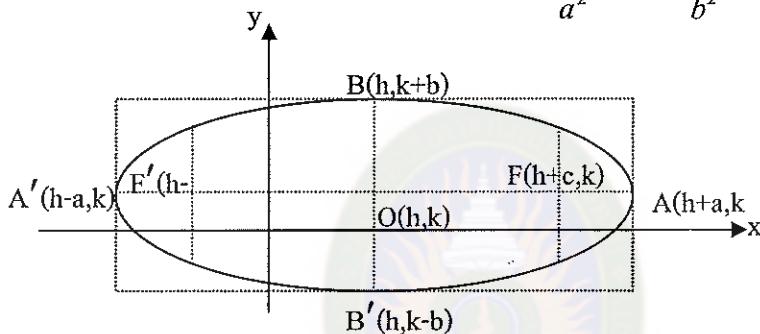
### 2.3.2 วงรีที่มีแกนเอกชานกับแกน X

$$\text{สมการ } \frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \text{ โดยที่ } a > b \quad a^2 = b^2 + c^2$$

จุดศูนย์กลาง  $(h,k)$  จุดโฟกัส  $(h-c,k)$  และ  $(h+c,k)$

จุดยอด  $(h-a,k)$  และ  $(h+a,k)$

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

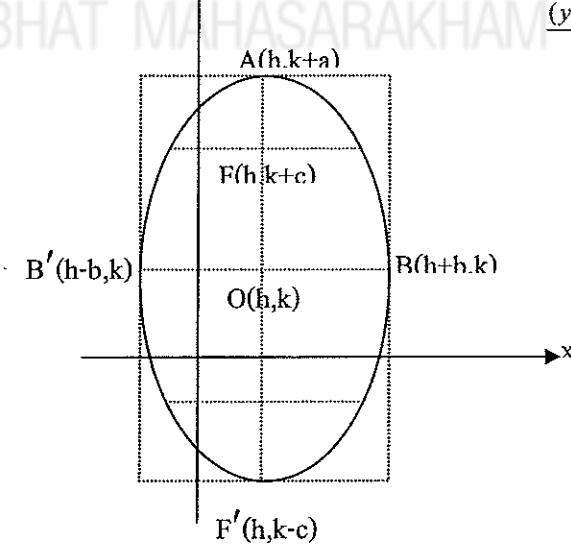


$$\text{วงรีที่มีแกนเอกชานกับแกน y } \text{ สมการ } \frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

โดยที่  $a > b \quad a^2 = b^2 + c^2$  จุดศูนย์กลาง  $(h,k)$  จุดโฟกัส  $(h,k-c)$  และ  $(h,k+c)$

จุดยอด  $(h,k-a)$  และ  $(h,k+a)$

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} + \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$



2.3.3 ผลบวกของระยะทางจากจุดใหญ่ บนวงรีไปยังจุดโฟกัสทั้งสองเท่ากับ  $2a$

2.3.4 แกนเอกยาว  $2a$  และแกนโทยาว  $2b$

2.3.5 สมการหัวไปของวงรี คือ  $Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$

โดยที่  $AB > 0$  และ  $A \neq B$

2.3.6 Latus rectum ของวงรี คือส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายอยู่บนวงรี และ

ตั้งฉากกับแกนเอกที่จุดโฟกัส ซึ่งมีความยาว  $\frac{2b^2}{a}$

2.3.7 eccentricity ของวงรีเป็นตัวเลขที่บอกว่าวงรีนี้รีมากน้อยเพียงใด โดยนิยาม

ให้  $e = \frac{c}{a}$  จะได้  $0 < e < 1$  ถ้า  $e$  เป้าใกล้ 0 วงรีนั้นจะใกล้เคียงกับวงกลม แต่ถ้า  $e$  เป้าใกล้ 1

วงรีนั้นจะรีมาก

#### 2.4 ไฮเพอร์โบลา (Hyperbola)

2.4.1 นิยาม ไฮเพอร์โบลา คือ เซตของจุดทุกจุดในรูปแบบ ซึ่งผลต่างของระยะทางจากจุดใหญ่ ในเซตนี้ไปยังจุดคงที่ สองจุดมีค่าคงตัวซึ่งมากกว่าคูณบี้ แต่น้อยกว่าระยะห่างระหว่างจุดคงที่ทั้งสอง

- 1) จุดคงที่นี้เรียกว่า โฟกัส(Focus) ของไฮเพอร์โบลา (จุด  $F$  และจุด  $F'$ )
- 2) จุดคงที่นี้เรียกว่า จุดศูนย์กลางของไฮเพอร์โบลา

(จุด O)

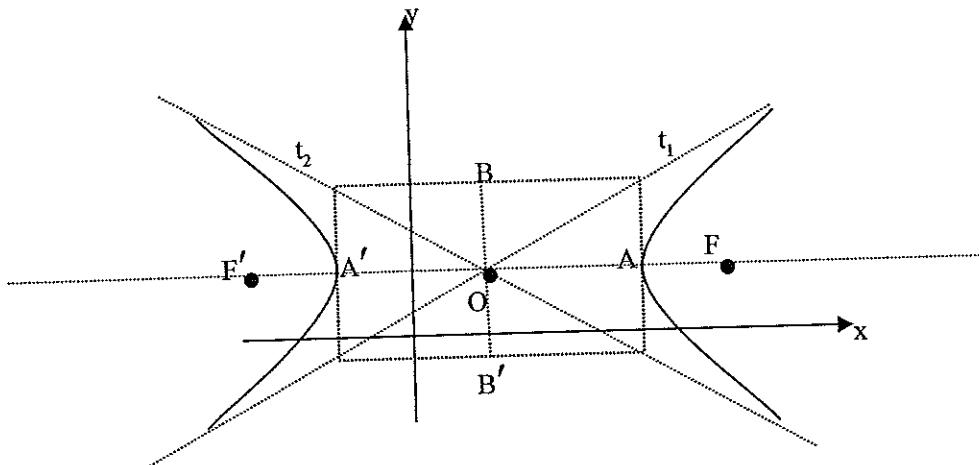
- 3) เส้นตรงที่ตั้งฉากกับไฮเพอร์โบลา เรียกว่า Asymtote ( $L_1$  และ  $L_2$ )

- 4) ส่วนของเส้นตรงที่อยู่ในแนวโฟกัสทั้งสองและมีจุดปลายอยู่บน

ไฮเพอร์โบลาเรียกว่า แกนตามยาว (TransverseAxis) ของไฮเพอร์โบลา(ส่วนของเส้นตรง  $AA'$ )

- 5) ส่วนของเส้นตรงที่ตั้งฉากกับแกนตามยาวที่จุดศูนย์กลางเรียกว่าและประกอบกันเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่กำหัน ไฮเพอร์โบลา เรียกว่า แกนสัมผุก (Conjugate Axis)

(ส่วนของเส้นตรง  $BB'$ )



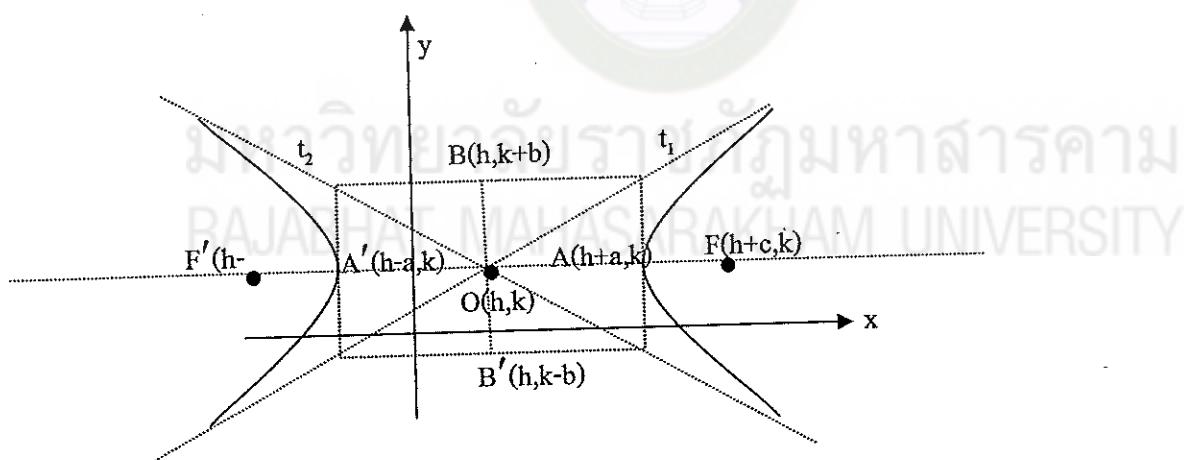
2.4.2 ไฮเพอร์โบลาที่มีแกนตามขวางขนาดกับแกน X

$$\text{สมการ } \frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \text{ โดยที่ } c > a \quad c^2 = a^2 + b^2$$

จุดศูนย์กลาง  $(h, k)$

จุดโฟกัส  $(h-c, k)$  และ  $(h+c, k)$

จุดยอด  $(h-a, k)$  และ  $(h+a, k)$

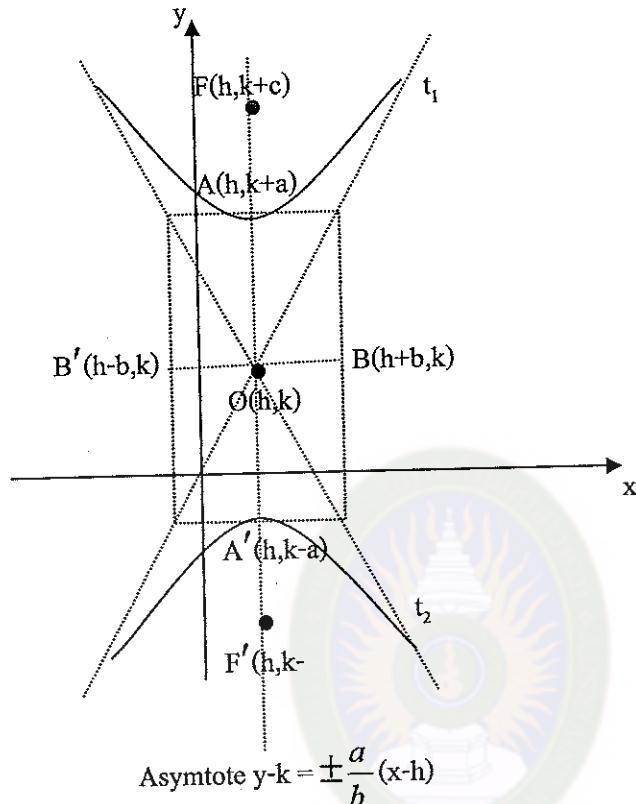


$$\text{Asymtote } y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h) \quad y - k = \pm \frac{b}{a}(x - h)$$

ไฮเพอร์โบลาที่มีแกนตามขวางขนาดกับแกน y

$$\text{สมการ } \frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1 \text{ โดยที่ } c > a \quad c^2 = a^2 + b^2$$

จุดศูนย์กลาง  $(h, k)$   
จุดโฟกัส  $(h, k-c)$  และ  $(h, k+c)$   
จุดยอด  $(h-k-a)$  และ  $(h, k+a)$



#### 2.4.3 ผลต่างของระยะทางจากจุดใดๆ บนไฮเพอร์โบลาไปยังจุดโฟกัสทั้งสอง

เท่ากับ 2a

#### 2.4.4 แกนตามยาว 2a และแกนสั้นกว้าง 2b

#### 2.4.5 สมการทั่วไปของไฮเพอร์โบลา คือ $Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$

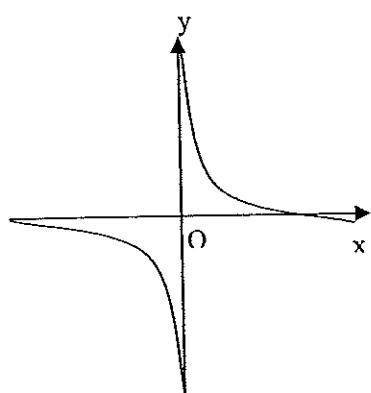
โดยที่  $AB < 0$

#### 2.4.6 Latus rectum ของไฮเพอร์โบลา คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลายอยู่บน

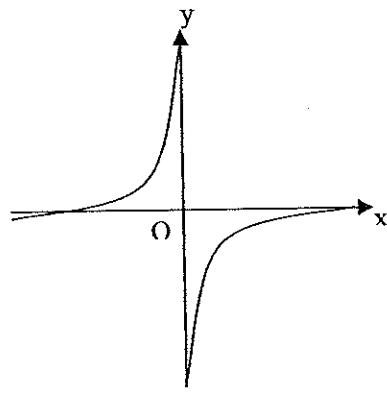
ไฮเพอร์โบลา และนานกับแกนสั้นกว่าที่จุดโฟกัส ซึ่งมีความยาว  $\frac{2b^2}{a}$

#### 2.4.7 ไฮเพอร์โบลามุมฉาก หมายถึง ไฮเพอร์โบลาซึ่ง $a = b$

2.4.8 สมการ  $xy = k$  โดยที่  $k \neq 0$  เป็นสมการของไฮเพอร์โบลามุมฉากเสมอ



$$xy = k, \quad k > 0$$



$$xy = k, \quad k < 0$$

## 2.5 สมการภาคตัดกรวยในรูปทั่วไป

สมการภาคตัดกรวยทุกสมการสามารถจัดให้อยู่ในรูป

$Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$  ได้เทอม  $Cxy$  เกิดจากมุมแgnดังนี้ทั่วไปแล้วอาจ เช่น ให้ว่า  $Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$  โดยมีหลักพิจารณาว่าเป็นกราฟรูปใด ดังนี้

2.5.1 เป็นวงกลมเมื่อ  $A = B$

2.5.2 เป็นพาราโบลาเมื่อ  $A$  หรือ  $B$  เป็น 0 เพียงตัวเดียวเท่านั้น

2.5.3 เป็นวงรีเมื่อ  $AB > 0$  และ  $A \neq B$

2.5.4 เป็นไฮเพอร์โบลามเมื่อ  $AB < 0$

บางครั้งพบว่าจัดรูปสมการแล้ว อาจจะไม่มีกราฟอยู่จริงก็ได้

## มโนทัศน์ที่คิดผลลัพธ์

### 1. ความหมายของมโนทัศน์

มโนทัศน์ (Concept) ซึ่งนักจิตวิทยาและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ชื่อภาษาไทยไว้หลายชื่อที่แตกต่างกัน เช่น ใช้ชื่อว่า สังกป มนโภต มนภพ มโนทัศน์ และความคิดรวบยอด

ธรรมชาตย ชัยจิรญาภุตร (2523 : 42) กล่าวว่า “นักการศึกษาและนักภาษาของไทยได้พยายามหาคำแปลให้กับทัศรับและมีความหมายตรงกันคำว่า Concept มากที่สุด จึงมีคำว่าสังกป และมโนทัศน์เกิดขึ้น ขณะนั้นคำว่าความคิดรวบยอด สังกป และมโนทัศน์ จึงเป็นคำที่เปลี่ยนจาก Concept ทั้งสิ้น”

จากการศึกษาจะเห็นว่ามีคำหลายคำที่แปลความหมายมาจากการคำว่า Concept แต่การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้คำว่า มโนทัศน์ เพื่อให้สอดคล้องกับเรื่องที่ทำการวิจัย มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของ มโนทัศน์ ไว้ดังนี้

แมคโดนัลด์ (McDonald. 1959 : 184) ได้ให้ความหมายว่า มโนทัศน์ คือกลุ่มของสิ่งเร้าหรือเหตุการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะร่วมกัน มนโนทัศน์ไม่ใช่เหตุการณ์ในตัวมันเอง แต่เป็นมนโนทัศน์ในกลุ่มเร้า เหตุการณ์หรือลักษณะจำเพาะที่แน่นอน ดังนั้นมโนทัศน์จึงเป็นความเข้าใจและความคิดขึ้นสุดท้ายของคนหนึ่งๆ ที่มีต่อสิ่งหนึ่ง ความคิดและความเข้าใจนั้นเป็นนามธรรมและเป็นข้อสรุปเกี่ยวกับเรื่องนั้นในระดับหนึ่งหรือตลอดไปก็ได้”

มาโตเรลลา และคูเปอร์ (Martorella & Cooper. 1986 33 :186) ได้กล่าวถึงความหมายของ มโนทัศน์ ไว้ว่า สองความหมายในเวลาเดียวกันว่า

1. มโนทัศน์เป็นการดำเนินชั้นของประสบการณ์ที่เป็นระเบียบ
2. มโนทัศน์เป็นข่ายงานของความเกี่ยวพันทางปัญญา ที่นำมาจัดลำดับชั้นหรือจัดประเภท ซึ่งไม่เพียงแต่จะจำแนกวัตถุเหตุการณ์ที่เราประสบ ถึงแม่เราจะเผชิญกับสิ่งใหม่ๆ หรือประสบการณ์เก่าๆ เราจะนำความคิดรวบยอดทั้งเก่าและใหม่มาประสานสัมพันธ์ใน การแก้ปัญหา

เอกเคน และคอกชาค (Eggen & Kauchak. 1992 : 368) ได้ให้ความหมาย มโนทัศน์ ว่า “มโนทัศน์มีลักษณะเป็นนามธรรม เป็นการจัดลำดับชั้นกลุ่มของวัตถุเหตุการณ์หรือความคิด”

ยงยศ พุทธให้ (2543 : 11) ได้ให้ความหมายของ โน้ตศน์ไว้ว่า “ความคิดรวบยอดหมายถึง ความคิดความเข้าใจซึ่งเป็นความสามารถทางสมองอย่างหนึ่งที่จะทำให้บุคคลสามารถชี้บอกรสึกเร้า แล้วจัดเข้าเป็นพวาก โดยอาศัยลักษณะร่วมกันบางประการ สิ่งเรียนนั้นอาจเป็นวัตถุ เหตุการณ์ หรือบุคคลก็ได้”

สุริยา รัตนพลดี (2545 : 9) ได้ให้ความหมายของ โน้ตศน์ไว้ว่า “มโน้ตศน์ หมายถึง ความคิดความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการ ได้รับประสบการณ์ที่เกี่ยวกับสิ่งนั้นๆ หลายๆ แบบแล้วใช้ลักษณะของสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันและสามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวากได้”

พรพิมล ยังคง (2546 : 9) ได้ให้ความหมายว่า “มโน้ตศน์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนที่เข้าใจลักษณะร่วมกัน สามารถจำแนกหรือสรุปรวมเป็นกลุ่มหรือเป็นพวากได้ซึ่งเกิดจากการ ได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นๆ”

ปัญญานุช ภูลเพชร (2552 : 8) ได้ให้ความหมาย “มโน้ตศน์” หมายถึง ความรู้ความเข้าใจ ความคิด ได้รับจากประสบการณ์ต่างๆ แล้วสามารถสรุปและแยกประเภทของความสัมพันธ์ ของเรื่องต่างๆ เหล่านั้นเป็นหมวดหมู่ได้ และสามารถนำความรู้ความเข้าใจที่ได้รับนั้นไปใช้แก้ปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างถูกต้อง

จากความหมายข้างต้นพอจะสรุปได้ว่า โน้ตศน์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจขึ้น สุดท้ายที่ได้รับจากประสบการณ์ที่เกี่ยวกับสิ่งนั้นๆ และสามารถแยกประเภทของความสัมพันธ์ ของเรื่องนั้นๆ เป็นหมวดหมู่ได้แล้วนความรู้นั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ต่างๆ ได้

## 2. ความหมายของ โน้ตศน์ทางคณิตศาสตร์

ยงยศ พุทธให้ (2543 : 12) ได้ให้ความหมายของ โน้ตศน์ทางคณิตศาสตร์ ว่า เป็นความคิดขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นข้อสรุปหรือคำจำกัดความเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

สุริยา รัตนพลดี (2545 : 13) ได้ให้ความหมายของ โน้ตศน์ทางคณิตศาสตร์ ว่า ความคิดขั้นสุดท้ายซึ่งเป็นการสรุปกฎเกณฑ์ นิยามหรือสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ อันเกิดจากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นซึ่งมีอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

พรพิมล ยังคง (2546 : 10) ได้ให้ความหมายของ โน้ตศน์ทางคณิตศาสตร์ ว่า เป็นข้อสรุปที่ได้รับการ ได้รับประสบการณ์ ซึ่งข้อสรุปนี้นำไปสู่ความสามารถในการจำแนก หรือจัดกลุ่มของสิ่งต่างๆ และนำไปใช้ในวิชาคณิตศาสตร์

ปัญญานุช ภูลเพชร (2552 : 9) ได้ให้ความหมายของ โน้ตศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความรู้ความเข้าใจ ความคิดทางการเรียนคณิตศาสตร์ อันเกิดจากการที่ผู้เรียน ได้รับ

ประสบการณ์ต่างๆแล้วสามารถสรุปและแยกประเภทความสัมพันธ์ของเรื่องต่างๆเหล่านี้เป็นกฎนิยาม หรือ คำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ความเข้าใจที่ได้รับนั้นไปใช้แก่ปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆได้ถูกต้อง

จากความหมายข้างต้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ชื่อสรุปความรู้ความเข้าใจที่ได้รับจากการเรียนคณิตศาสตร์ แล้วสรุปแยกประเภทของความสัมพันธ์ต่างๆเป็นกฎนิยาม หรือคำจำกัดความที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์และสามารถนำความรู้นั้นไปใช้ในการปัญหาตามสถานการณ์ต่างๆได้

### 3. ประเภทของมโนทัศน์

ยงยศ พุทธให้ (2543 : 14) ได้สรุปประเภทของ มโนทัศน์ เป็น มโนทัศน์แสดง การแบ่งจำพวกโดยพิจารณาจากลักษณะที่ร่วมกันเป็นประเภท ความคิดรวบยอดแสดง ความสัมพันธ์ ความคิดรวบยอดเชิงวิเคราะห์ซึ่งเป็นความรู้สึกภายใน เช่น อารมณ์ ค่านิยม เป็นต้น

สุริยา รัตนพลที่ (2545 : 9) ได้สรุปประเภทของ มโนทัศน์ ไว้ว่า คือ ความคิดความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่ง อันเกิดจากการได้ประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นๆหลายๆแบบ แล้วใช้ลักษณะของสิ่งนั้นมาประมวลเข้าด้วยกันและสามารถจำแนกออกเป็นกลุ่มเป็นพวกได้

พรพิมล ยังนิม (2546 : 12) ได้แบ่งประเภทของ มโนทัศน์ ที่เป็น มโนทัศน์ที่เป็นลักษณะร่วม มโนทัศน์ที่มีความสัมพันธ์ มโนทัศน์แบบแยกลักษณะ มโนทัศน์เชิงวิเคราะห์

ปุญญนุช ฤทธิเพชร (2552 : 12) ได้สรุปประเภทของ มโนทัศน์ ไว้ว่าประเภทของ ความคิดรวบยอดถูกแบ่งตามลักษณะเฉพาะของแต่ละประเภท และนำประเภทของ มโนทัศน์ที่คล้ายกันมาจัดไว้เป็นหมวดหมู่เดียวกัน เช่น ความคิดรวบยอดเชิงวิเคราะห์ ความสัมพันธ์ ความคิดรวบยอดทางสัญลักษณ์ ตัวเลข ความคิดรวบยอดในด้านการวิเคราะห์ เป็นต้น

จากที่ได้ศึกษาประเภทของ มโนทัศน์ สรุปได้ว่า ประเภทของ มโนทัศน์ คือ ความเข้าใจที่จะสรุปเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งที่เกิดจากประสบการณ์นั้นๆหลายๆแบบแล้วใช้ลักษณะของสิ่งนั้นมาจำแนกออกได้เป็น 3 ประเภท คือ มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน มโนทัศน์ที่เป็นเชิงสัมพันธ์ และ มโนทัศน์ที่เป็นเชิงวิเคราะห์

### 4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนตรงกับคำว่า Misconceptions ในภาษาอังกฤษ และ มโนทัศน์ที่มีความหมายใกล้เคียงกัน เช่น Alternative conception, Croneous idea, Alternative

framework และมีผู้ให้ความหมายของโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนไว้ดังนี้

บงยศ พุทธไห (2543 : 17) กล่าวว่า โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความคิด ความเข้าใจไม่ถูกต้อง ความเข้าใจอันผิดอันเนื่องมาจากการรับรู้จากประสบการณ์และความรู้ที่ไม่สมบูรณ์ ครุณเครือ

พรพิมล บังฉิม (2546 : 17) กล่าวว่า โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความเข้าใจที่ไม่ถูกต้องหรือคุณเครือ เกี่ยวกับความคิดรวบยอดต่างๆ ที่ได้รับจากการเรียนรู้

นุสุยนุช ภูลเพชร (2552 : 19) กล่าวว่า โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจในการเรียนรู้ของผู้เรียนที่ไม่ถูกต้อง ผิดพลาดจากความจริง จึงส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถศึกษาในระดับสูง ได้ถูกต้อง

ดิวส์ (Drews. 2005 : 11-17) ได้กล่าวว่า โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความเชื่อและความเข้าใจที่ได้มาจากการแสวงหาความคิดหรือความรู้ที่แตกต่างไปจากข้อตกลงที่เป็นที่ยอมรับ โดยทั่วไป โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดขึ้นก่อนหรือหลังการเรียนรู้ โดยที่นักเรียนไม่รู้ว่าตนเองมี โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอย่างไร และครูเองก็ไม่มีเวลาพอที่จะวินิจฉัย นักเรียนเป็นรายบุคคล ได้ทุกๆ เนื้อหา หรือทุกๆ หัวข้อ

เอสช็อก (Ashlock, R.B. 2010 : 121) ได้ให้ความหมาย โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ว่า การเข้าใจผิดอาจเกิดจากความผิดพลาดของกฎ หรือตามลักษณะที่ว่าไปหรือผลของการตีความที่สอดคล้องทางเดียวกันของความคิดทางคณิตศาสตร์ เด็กยังมีบางสิ่งที่ยังไม่ได้เข้าใจอย่างชัดเจน เกี่ยวกับการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ค็อกเบรน และ ลิตเตลล์ (Cockburn & Littler. 2010 : 6 - 10) กล่าวว่า โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอาจเกิดจากการใช้สูตร กฎ ผิด สรุปเกินหรือน้อยกว่าความเป็นจริง การแปลความความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ผิด หรือเข้าใจสิ่งที่เรียนไปชัดเจน

จากการศึกษาความหมายข้างต้น สรุปได้ว่า โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน หมายถึง ความรู้ ความเข้าใจที่เกิดจากการเรียนรู้ของผู้เรียน ไม่ถูกต้อง ผิดจากความเป็นจริง จึงส่งผลให้ผู้เรียน เข้าใจในสิ่งที่ไม่ถูกต้องและนำไปใช้ไม่ถูกต้อง

## 5. ประเภทของโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

ไพบูลย์ และ เวสท์ (Pines & West. 1983 : 47-51) ได้แบ่งประเภท โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนออกเป็น 3 ประเภทตามสถานการณ์การเรียนรู้ที่แตกต่างกันดังนี้

5.1. โนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน

(Misconception Derived From Conflicting Learning Situation) แบ่งเป็น 3 ระยะ คือ ระยะของ

การรับรู้(Awareness Phase) ระยะของการไม่สมดุล (Disequilibrium Phase) และ ระยะจัดระบบใหม่ (Reformulation Phase) ซึ่งในกระบวนการรับรู้นั้น ครูต้องจัดเตรียมกิจกรรมต่าง ๆ อันเป็นการซักนำสิ่งที่มีอยู่ในตัวนักเรียนให้ปรากฏออกมานะครูต้องทุ่มเทเวลาให้กับช่วงนี้ เนื่องจากนักเรียนจะเสาะหา ทำความรู้จักกับความรู้ใหม่ๆ ภายในขอบเขตของตนเอง และเมื่อไม่พบสิ่งที่พอดำรงเข้าอาจก่อให้เกิดแนวความคิดที่ผิดพลาดขึ้น ได้ ครูต้องหาแนวทางแก้ไขความคิดที่ผิดพลาดนี้

### 5.2 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้องกัน

(Misconception Derived From Congruent Learning Situation) เช่น การขยายความหมายของคำแบบหง่ายๆ(Intuitive Meaning) สู่ความหมายใหม่ หรือการลงทะเบียนแบ่งความหมายของความหมายของ การหยั่งรู้เพื่อคงไว้ซึ่งแบ่งบูนใหม่ๆ ที่ตนพอใจ ก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงความหมายของคำอันกล้ายิ่งเป็นปรากฏการณ์ธรรมชาติของเด็ก เช่น มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับกระบวนการสังเคราะห์แสงและอาหารของพืช ซึ่งนักเรียนจะนำความหมายของคำว่าอาหารโดยทั่วไป เชื่อมโยงกับความหมายของคำว่าแหล่งอาหารของพืช ทำให้เกิดความสับสนและเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนว่า อาหารของพืชมาจากการที่พืชดูอาหารจากดิน

### 5.3 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนอันเกิดจากสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยสัญลักษณ์

(Misconception Derived From a Symbolic Knowledge Situation ) ความรู้จากสัญลักษณ์ต่างๆ นี้เห็นชัดในวิชาเคมี เช่น ความรู้เกี่ยวกับการทำปฏิกิริยาของเบนซินและอนุพันธ์ต่างๆ ของเบนซิน ปฏิกิริยาใบรมิชั่นหรือสารประกอบไฮโดรเจนคลอโรฟอร์ม เป็นต้น นักเรียนไม่สามารถมองเห็นภาพจริงของปฏิกิริยาและสารประกอบเหล่านี้ ไม่สามารถนำความรู้จากสัญลักษณ์ ให้มาสัมพันธ์กับความรู้จริง (Real World Knowledge) ได้

ยงยศ พุทธ์ไห (2543 : 18) ได้สรุปว่า ประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบ่งได้ตามสถานการณ์การเรียนรู้ 3 รูปแบบ คือ สถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน และสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์

พรพิมล ยังพิน (2546 : 18) ได้สรุปว่า ประเภทของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนแบ่งตามสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน และสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ไม่สามารถมองเห็นภาพจริงได้

บุญยนุช ภูษเพชร (2552 : 20) ได้จำแนก มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนได้ 3 ประเภท คือ ประการที่ 1 มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนที่เกิดจากสถานการณ์ที่เกิดการขัดแย้งกัน

ประการที่ 2 มนต์ทศน์ที่ค่าด้วยเดือนที่เกิดจากสถานการณ์ที่สอดคล้อง  
คล้ายคลึงกัน

ประการที่ 3 มนต์ทศน์ที่ค่าด้วยเดือนที่เกิดจากสถานการณ์การเรียนรู้ที่ใช้  
สัญลักษณ์ หรือสถานการณ์ที่เป็นนามธรรม

จากการศึกษาประเภทของมนต์ทศน์ที่ค่าด้วยเดือน สรุปได้ว่า “มนต์ทศน์ที่  
ค่าด้วยเดือนแบ่งได้เป็น สถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน และสถานการณ์  
การเรียนรู้ที่เป็นนามธรรม

## 6. สาเหตุของมนต์ทศน์ที่ค่าด้วยเดือน

### 6.1 สาเหตุของมนต์ทศน์

ตามแนวคิดของนักวิชาการต่างประเทศ (Simson & Marek. 1988 : 142 ;  
Fisher. 1985 : 250 ; Halloun & Hestenes. 1985 : 142 ; Pines and west. 1983 ; อ้างอิงจากศิริ  
เดช สุจิรา. 2538) สรุปสาเหตุของมนต์ทศน์ที่ค่าด้วยเดือนได้ดังนี้

6.1.1 ทำอธิบายของผู้ใหญ่ที่ขาดความเข้าใจในมนต์ทศน์นั้นอย่างดีพอ

6.1.2 การเรียนรู้จากการอธิบายที่เป็นนามธรรม ทำให้ต้องใช้จินตนาการจนอาจ  
เกิดมนต์ทศน์ที่ค่าด้วยเดือนได้

6.1.3 การแปลความหมายเกี่ยวกับประสบการณ์ในธรรมชาติ ตามความเชื่อ  
ของนักปรารถนาในอดีต

6.1.4 ประสบการณ์ที่ขัดแย้งกันไม่ว่าจะเป็นประสบการณ์ในโรงเรียนที่ขัดแย้ง  
กันระหว่างครูผู้สอนหรือประสบการณ์ในโรงเรียนกับประสบการณ์ในชีวิตจริง

6.1.5 สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน เช่น การขยายคำไปสู่ความหมายใหม่ที่ต้อง  
เรียนรู้ หรือการใช้วิธีการแก้ปัญหาที่เคยใช้ได้ผลในบางสถานการณ์มาเป็นข้อสรุปในวิธีการ  
แก้ปัญหาของตนเองตามสถานการณ์ทั่วไป

6.1.6 สถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ เช่น สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ทำให้  
เกิดความค่าด้วยเดือนง่ายส่วนนักวิชาการไทย

6.2 สรุปสาเหตุของมนต์ทศน์ที่ค่าด้วยเดือนไว้ 4 ประการ คือ

6.2.1 คำารีบยน

6.2.2 พัฒนาการค้านสติปัญญา

6.2.3 ภาษา

6.2.4 ครูผู้สอน

**6.3 สรุปสาเหตุของโน้ตศน์ที่คณาจารย์ได้สอนในวิชาวิทยาศาสตร์ไว้ดังนี้  
(ศิริวีร์ สงบัญ. 2538 : 8)**

- 6.3.1 การสอนของครูไม่ชัดเจน
- 6.3.2 ครูมีโน้ตศน์ที่คณาจารย์ได้สอน
- 6.3.3 ความรู้ ความเข้าใจเดิมของนักเรียนที่คณาจารย์ได้สอน
- 6.3.4 นักเรียนเข้าใจความหมายของคำบางคำผิดพลาด โดยนำคำที่ใช้ในชีวิตประจำวันใช้แทนคำที่เฉพาะทางวิทยาศาสตร์
- 6.3.5 คำบางเล่มเปลี่ยนไม่ชัดเจน
- 6.3.6 นักเรียนขาดประสบการณ์ตรง

ศิริเดชา สุชีวงศ์ (2538 : 15) ได้สรุปสาเหตุของการเกิดโน้ตศน์ที่คณาจารย์ได้สอนว่า นโน้ตศน์ที่คณาจารย์ได้สอนอาจเกิดจากความเชื่อตามผู้ทรงคุณวุฒิในอดีตเนื่องจากที่ค่อนข้างเป็นนามธรรมทำให้เกิดจินตนาการที่ผิด คำราเรียนที่เปลี่ยนไม่ชัดเจนหรือให้ความรู้ที่ไม่ถูกต้อง ปัญหาเรื่องภาษาและสัญลักษณ์ภาษาและพัฒนาการทางปัญญาของผู้เรียน ตลอดจนตัวผู้สอนเอง

**6.4 สรุปถึงสาเหตุของการเกิดโน้ตศน์ที่คณาจารย์ได้สอน  
ทศนีย์ คงบัญ (2544 : บทคัดย่อ) ได้สรุปถึงสาเหตุของการเกิดโน้ตศน์ที่คณาจารย์ได้สอนไว้ดังนี้**

- 6.4.1 ครูสอนไม่ชัดเจน
- 6.4.2 นักเรียนสรุปตามความเข้าใจของตนเอง
- 6.4.3 นักเรียนไม่เข้าใจภาษาที่สื่อสารและสัญลักษณ์
- 6.4.4 นักเรียนขาดประสบการณ์ตรง
- 6.4.5 นักเรียนเข้าใจตามคนที่ตนเองให้ความเชื่อถือ
- 6.4.6 คำราเรียนมีเนื้อหาเป็นนามธรรม

จากการศึกษาสาเหตุ โน้ตศน์ที่คณาจารย์ได้สอนข้างต้น พอกสรุปได้ว่าสาเหตุ โน้ตศน์ที่คณาจารย์ได้สอนคือ ความผิดพลาดที่เกิดจากหนังสือคำราเรียน ครูผู้สอนที่มีมโน้ตศน์ที่คณาจารย์ได้สอน ระดับสติปัญญาของผู้เรียนและการใช้สัญลักษณ์และภาษา

## ข้อผิดพลาด

ข้อผิดพลาด ตรงกับคำในภาษาอังกฤษว่า (Error) และมีคำอื่นที่มีความหมายใกล้เคียง กัน เช่น error code, error correcting code, error message, error rate ความผิดพลาด คือ ผลของ การเข้าใจผิด ความประมาท การขาดข้อความสัญลักษณ์ ประสบการณ์ที่เกี่ยวข้อง หรือความรู้ เกี่ยวกับหัวข้อทางคณิตศาสตร์ การขาดแนวคิดเกี่ยวกับวัตถุประสงค์การเรียนรู้ความตระหนักรถึงคำตอบหรือการตรวจสอบคำตอบว่าสมเหตุสมผลหรือไม่ และมีผู้ให้ความหมายของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน ไว้ดังนี้

นิวเเมน (Newman. 1977 : 154 ; Cited by Marinas and Clements. 1990 : 15) ได้ให้ความหมายของความผิดพลาดหมายถึงสาเหตุที่เป็นปัญหาหรืออุปสรรคที่ทำให้นักเรียนไม่ประสบความสำเร็จ

คริว (Drew. 2005 : 14 - 21) กล่าวว่า ข้อผิดพลาดอาจเกิดจากหลายสาเหตุ เช่น เป็นผลจากการขาดความระมัดระวัง การแปลความสัญลักษณ์ หรือข้อความ ผิด การขาดประสบการณ์ หรือขาดความรู้ในเรื่องที่เรียน วัตถุประสงค์ หรือมองทัศน์ในเรื่องนั้น การขาดความตระหนักรถึงความสามารถในการตรวจสอบคำตอบ หรือผลที่เกิดจากมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

เอชล็อก (Ahlock. 2010 : 18) กล่าวว่า ข้อผิดพลาดเกิดจากการขาดความเอาใจใส่ ได้รับข้อมูลมากเกินไป พลาดที่จะจดจำประเด็นสำคัญหรือให้เหตุผลที่ขาดการไตร่ตรอง จากความผิดเหล่านี้นักเรียนทราบสาเหตุของความผิด และไม่เป็นอุปสรรคต่อการเรียนรู้

มูลนิธิการสอนคณิตศาสตร์ (Nateanal Center for the Excellence in Mathematics Teachey. 2010 : Website) กล่าวถึงข้อผิดพลาดว่า เกิดจากการที่ครูให้ประสบการณ์ใน การเรียนรู้ที่ไม่เหมาะสมสมกับวุฒิภาวะและพัฒนาการทางปัญญาของผู้เรียน หรือเกิดจากการที่ครูใช้สื่อ อุปกรณ์การสอนหรือแหล่งการเรียนรู้ในบริบทที่ไม่เหมาะสม

จากคำกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่า ข้อผิดพลาด หมายถึง การเข้าใจไม่ตรงตามความเป็นจริงซึ่งอาจเกิดจากภาระสื่อสารสื่อความหมายและการถ่ายทอดวิชาความรู้ของผู้สอนซึ่งขาดความระมัดระวัง เช่น การใช้เทคนิคเวิล์ดล็อกหรือวิธีการต่างๆซึ่งอาจจะบิดเบือนจากความเป็นจริง ทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจผิดและก็จะดำเนินไปใช้

## 1. สัญญาณของผิดพลาดทางคณิตศาสตร์

### 1.1 สรุปรูปสัญญาณของผิดพลาดทางการเรียน

ทรูแรน (Truran, 1987 : 92) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์ความผิดพลาด และเทคนิคการสอนเพื่อแก้ไขความผิดพลาดนั้น” สรุปรูปสัญญาณของผิดพลาดทางการเรียนโดย ขยายทฤษฎีของนิวแมน (Newman) ในการหาสาเหตุที่ผิดและแบ่งระดับความผิดพลาดที่ นักเรียนทำไว้ 9 ด้าน คือ

1.1.1 รูปแบบของคำถ้า

1.1.2 การอ่านคำถ้า

1.1.3 ความเข้าใจในคำถ้า

1.1.4 กลยุทธ์ในการเลือกใช้ความรู้

1.1.5 ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้

1.1.6 ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้

1.1.7 การเสนอคำถ้า

1.1.8 ความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอน ได้เนื่องจากขาดความ

ประเมิน

1.1.9 ความผิดพลาดซึ่งครุจากราบ ได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน

### 1.2 วิเคราะห์ข้อผิดพลาดของนักเรียนในวิชาพีชคณิต

โมฟโชวิตย์- ยาดาร์, ชาฟสลาฟสกี้ และอินบาร์ (Movshovitz – Hadar, Zaslavsky & Inbar, 1987 : 3 - 14) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์รูปแบบข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษา” โดยได้ศึกษาตามแนวคิดของ เร ไซฟ (Radiz) ซึ่งวิเคราะห์ข้อผิดพลาดของนักเรียนในวิชาพีชคณิตและจัดกลุ่มข้อผิดพลาดได้ 6 ด้านดังนี้

1.2.1 การใช้ข้อมูลผิด

1.2.2 ข้อผิดพลาดในการใช้ภาษา

1.2.3 การอ้างอิงวิธีการคิดหากเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์

1.2.4 การบิดเบือนทฤษฎีและนิยาม

1.2.5 ขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

1.2.6 ความผิดพลาดในเทคนิคการทำ

### 1.3 สรุปข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตวิเคราะห์

แบลโน โอด และคนอื่นๆ (Blando et al. 1989 : 301 – 308) ได้ทำการวิจัยเรื่อง “การวิเคราะห์และหารูปแบบความผิดพลาดทางเลขคณิต” ได้สรุปข้อผิดพลาดทางการเรียนเลขคณิตไว้ 4 ด้าน คือ

#### 1.3.1 ความผิดพลาดในการมีลำดับความสำคัญมากกว่าหรือการมีลำดับ

ขึ้นตอน เช่น บวกก่อนคูณบวกก่อนหาร ลบก่อนหาร ละเลยความสำคัญของวงเล็บ เป็นต้น

#### 1.3.2 ความผิดพลาดอื่นๆ เช่นการปฏิเสธที่จะแก้ปัญหา

#### 1.3.3 ความผิดพลาดอื่นๆ เช่นการปฏิบัติที่จะแก้ปัญหา

#### 1.3.4 ความผิดพลาดที่ไม่มีรูปแบบแน่นอนเนื่องจากขาดความระมัดระวัง

ในการคำนวณ เช่น ขาดความระมัดระวังในการบวก (บวกผิด) เป็นต้น

ยงยศ พุทธให้ (2543 : 19) ได้สรุปลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า อาจเกิดมาจากการและนักเรียน ข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากครูเนื่องมาจากการ รูปแบบคำถาน การใช้ภาษาการให้ข้อมูลผิดพลาด เป็นต้น ส่วนข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากนักเรียนมี ด้วยกันหลายสาเหตุ เช่น การอ่านคำถาน ความเข้าใจในคำถาน กลบข้อและทักษะในการ เลือกใช้ความรู้ การบิดเบือนทฤษฎีและนิยาม ขาดความระมัดระวังในการคำนวณ เป็นต้น

สุริยา รัตนพลที (2545 : 15) ได้สรุปลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า อาจเกิดมาจากการและนักเรียน ลักษณะข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์จากครูเนื่องมาจากการ การใช้ภาษา การใช้คำถาน การให้ข้อมูลผิดพลาด เช่นการอธิบายหรือการให้นิยามโดยการตัด ข้อความบางตอนออกเพื่อให้สั้นและกะทัดรัดจนทำให้ความหมายผิดไปจากเดิม เป็นต้น ส่วน ลักษณะความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดจากตัวนักเรียนเนื่องมาจากการขาดประสานการณ์ การรับรู้ ข้อมูลที่ผิดพลาด ความจำคลาดเคลื่อน และมีการหาเหตุผลที่ผิดพลาด (ซึ่งอาจเนื่องมาจากการ ลักษณะส่วนตัวของผู้นั้น เช่น มีความจำอ่อนแอกล้าม หรือมีความคิดเห็นเอียงไปด้านใดด้านหนึ่ง หรือ เพราะความไม่รับกัน หรือมีข้อมูลน้อยเกินไป) จึงทำให้สรุปข้อมูลที่ได้มาอย่างไม่ ถูกต้อง

บุญยนุช ภูลเพชร (2552 : 22) กล่าวว่าลักษณะของข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ มีสาเหตุมาจากการหลักค่านักคิด อาจเกิดจากตัวผู้เรียนเองคือ อ่านคำถานไม่เข้าใจ เข้าใจ คำถานผิดจากที่ครุตาน ไม่เข้าใจสัญลักษณ์ หรือการใช้คำถานในรูปธรรม เช่นไม่เข้าใจกฎ นิยาม สูตร เป็นต้น หรือบางครั้งครุผู้สอนเองทำให้ผู้เรียนเกิดข้อผิดพลาดทางการเรียน

จากการศึกษาพบว่าลักษณะข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์เกิดจากหลายสาเหตุ เช่น อาจเกิดจากหนังสือตำราเรียน ตัวผู้สอนผู้เรียนเกิดความไม่เข้าใจใจที่ปัจจัยใดๆ ก็ได้ สิ่งที่ต้องการหาคำตอบ ในบางครั้งเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เป็นนามธรรมมากเกินไป จึงทำให้นักเรียนไม่เข้าใจคำตามของโจทย์และเกิดความเข้าใจผิด

## 2. ประเภทของความผิดพลาด

พรพิมล ยังกิม (2546 : 18) ได้สรุปว่า ประเภทของความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด แบ่งตามสถานการณ์ที่ขัดแย้งกัน สถานการณ์ที่สอดคล้องกัน และสถานการณ์ที่ให้ความรู้โดยใช้สัญลักษณ์ไม่สามารถมองเห็นภาพจริงได้ และไม่มีการวัดใดที่มีความถูกต้องสมบูรณ์แบบ ไม่ว่าอย่างไรก็ตามการวัดจะต้องมีความผิดพลาดอยู่เสมอ ความผิดพลาดแบ่งออกได้เป็น 3 แบบ หลักๆ คือ

### 2.1 ความผิดพลาดบุคคล (Human Error)

สาเหตุ : ส่วนใหญ่มาจากบุคคลผู้ทำการวัดเอง เช่น การอ่านค่าผิด การปรับแต่งหรือใช้เครื่องมือผิดหรือการคำนวณผิด

การป้องกัน : แก้ไขหรือทำให้ลดลง ได้โดยการศึกษาเครื่องมือวัดให้เข้าใจ และใช้อย่างถูกต้อง

### 2.2 ความผิดพลาดระบบ (Systematic error)

แบ่งได้เป็น 2 ประเภท คือ

Instrument error : เป็นข้อบกพร่องของเครื่องมือวัด

Environment error : เกิดจากสภาพแวดล้อมที่ทำการวัด

### 2.3 ความผิดพลาดในเครื่องมือ (Instrument error)

สาเหตุ : ความผิดพลาดจากชิ้นส่วนทางกายภาพ เช่น ทางกลไกสีกหรอ หรือผิด ความผิดปกติของสปริงหรือคุณสมบัติของวัสดุประกอบ

การป้องกัน : เลือกเครื่องมือวัดที่เหมาะสมกับการวัด ใส่ค่า Factor หรือ Weight เพื่อซัดเชยก่าที่เบี่ยงเบนไปและปรับเทียบมาตรฐาน (Calibrate)

ความผิดพลาดจากสิ่งแวดล้อม (Environment error)

สาเหตุ : จากเงื่อนไขภายนอก เช่น การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิ ความชื้น ความกดอากาศ สนามแม่เหล็ก หรือสนามไฟฟ้า

การป้องกัน : วัดในห้องที่มีการปรับอุณหภูมิ ผนึกเครื่องมือวัดอย่างแน่นหนา เพื่อป้องกันความชื้น และห่อหุ้มด้วยวัสดุที่ป้องกันสนามแม่เหล็ก

### ความผิดพลาดไม่แน่นอน (Random error)

สาเหตุ : ไม่สามารถบอกสาเหตุที่แน่นอนได้ การวัดสิ่งใดๆ ก็ตาม ได้ค่าแตกต่างกันไปแม้เครื่องมือวัดจะถูกปรับแต่งอย่างดีและใช้งานภายใต้สิ่งแวดล้อมที่เหมาะสมก็ตาม

การป้องกัน : เพิ่มจำนวนครั้งในการวัดแล้วหาค่าเฉลี่ยทางสถิติเพื่อให้ได้ค่าประมาณที่จัดว่าเป็นค่าที่ดีที่สุด

### 3. รูปแบบข้อผิดพลาด

รูปแบบข้อผิดพลาด มี 3 แบบคือ

3.1 Syntax Error คือข้อผิดพลาดจากการใช้ไวยากรณ์ภาษาที่ผิด หรือ อาจเกิดจาก การสะกดคำผิด

3.2 Run-time Error คือ ข้อผิดพลาดในระหว่างการปฏิบัติงาน (Execution) นัก เกิดจากความรู้เท่าไม่ถึงกัน

3.3 Logical Error คือข้อผิดพลาดที่หาและแก้ได้ยากที่สุด ต้องทำการไล่โปรแกรม ทีละคำสั่งเพื่อหาข้อผิดพลาดนั้น

### 4. วิธีการตรวจสอบข้อผิดพลาด

วิธีการตรวจสอบข้อผิดพลาด มีดังนี้

4.1 การตรวจสอบด้วยตนเอง (Self Checking) เปียน โปรแกรมลงกระดาษแล้ว ให้ เช็คตรวจสอบการทำงานทีละขั้น ด้วยตนเองว่า จะมีการทำงานที่ถูกต้องตามความต้องการ หรือไม่

4.2 ตรวจสอบด้วยการแปลงโปรแกรม (Translating) การแปลงเป็นภาษาเครื่อง ตรวจสอบข้อผิดพลาดของโปรแกรม

### การวิเคราะห์โน้ตค์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

การวิเคราะห์โน้ตค์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเป็นการแยกแยะระหว่างโน้ตค์ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเพื่อพิจารณาออกเป็นส่วนย่อยที่มีความสัมพันธ์กัน เพื่อทำ ความเข้าใจและส่วนให้ชัดเจน รวมทั้งการสืบค้นความสัมพันธ์ของส่วนต่างๆ เพื่อคุ้ม ความเข้าใจต่อส่วนต่างๆ ให้ชัดเจน สำหรับส่วนที่ไม่สัมพันธ์กัน ให้เรียกว่า ซึ่งจะช่วยให้ เกิดความเข้าใจต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใดอย่างแท้จริง

## 1. การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คิดเคลื่อน

โนร์ชิวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and others. 1987 : 4-17) กล่าวว่า การวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คิดเคลื่อนและข้อผิดพลาดมีทั้งหมด 5 ด้าน และมีการรวมด้าน ย่อยๆ เพื่อให้การวิเคราะห์ข้อมูลมีความชัดเจน เหมาะสมกับเนื้อหา ระดับชั้นของนักเรียน และบริบทของชั้นเรียน ดังนี้

### 1.1 ด้านการใช้ข้อมูลผิด (Misused Data) มีมโนทัศน์ที่คิดเคลื่อนดังนี้

1.1.1 ละเลยการใช้ข้อมูลที่จำเป็นในขั้นตอนการแก้ปัญหา

1.1.2 ทำผิดคำสั่ง โดยหากำตองในสิ่งที่ไม่ต้องการ

1.1.3 คัดลอกโจทย์ผิด

### 1.2 ด้านการตีความด้านภาษา (Misinterpreted Language) มีมโนทัศน์ที่คิดเคลื่อน คือ ตีความจากประ迤คภาษาไม่เป็นประ迤คคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง

### 1.3 ด้านการบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ (Distorted Theorem or Definition) มีมโนทัศน์ที่คิดเคลื่อนดังนี้

1.3.1 ขาดความเข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติ

1.3.2 จำทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม และสมบัติผิด

### 1.4 ด้านขาดการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา (Unverified Solution)

#### มีมโนทัศน์ที่คิดเคลื่อนดังนี้

1.4.1 ขั้นตอนถูกต้อง แต่คำตอบผิดจากที่โจทย์กำหนด หรือคำตอบไม่เป็นผลสำเร็จ

1.4.2 ขั้นตอนผิด แต่คำตอบถูก

### 1.5 ด้านข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ (Technical Error) มีมโนทัศน์ที่คิดเคลื่อนคือขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณ

## 2. การเกิดมโนทัศน์ที่คิดเคลื่อนและข้อผิดพลาด

โลกกว้างที่จะกล่าวอ้างถึงความจริงเชิงตรรกะ การใช้คำฟุ่มเฟือย เรามีความเข้าใจผิดเกี่ยวกับตรรกะเกี่ยวกับโลกมาก ที่เรานั่งหัวที่จะแสดงความเห็นกว่าโดยธรรมชาติของเราระบบทางคิดต้องมาก ดังสิบตัวอย่างที่ส่วนใหญ่เกิดมโนทัศน์ที่คิดเคลื่อนและข้อผิดพลาด ดังนี้

2.1 ความเข้าใจพิจทางคณิตศาสตร์ กี่วันกับการใส่ผลค่า ผลที่ พิจคำแห่ง เด็ก ไม่รู้ว่าแต่ละจำนวนควรจะอยู่ตำแหน่งไหน

2.2 ความเข้าใจพิจทางคณิตศาสตร์ กี่วันกับเศษส่วน 1หารด้วย  $\frac{1}{2}$  ตอบอย่างทันที ว่าเป็น  $\frac{1}{2}$  ผล ค่าตอบที่ถูกคือ 2 1 หารด้วย 2 ได้ เป็น  $\frac{1}{2}$  เพราะว่าจำนวนเต็มหารด้วยเศษส่วนจะได้เศษส่วนเสมอ แต่เมื่อคูณหารโดย  $\frac{1}{2}$ , ตัวหารเป็น  $\frac{1}{2}$  มีค่าน้อยกว่า 1 และ  $\frac{1}{4}$  มีค่าน้อยกว่า 2 การทำคำตอบ 4 ครั้งเป็นใหญ่ หรือการประยุกต์ใช้วิธีอื่น โดยการหาร 1 โดย  $\frac{1}{2}$  หมายถึงการตัดจำนวนหลัก (1 ในกรณีนี้) ออกเป็น 2 ส่วนครึ่งหนึ่งซึ่งเป็น 2 ทั้งหมด ตอนนี้สิ่งที่หารด้วย  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$  ก็ยังคงไม่  $\frac{1}{2}$  เพราะตอนนี้คูณแบ่งครึ่งของ 4 ส่วน

2.3 ความเข้าใจพิจทางคณิตศาสตร์ กี่วันกับความน่าจะเป็นของการแบ่งส่วนของ วงกลมหมุนจากจุดศูนย์กลางที่แบ่งออกเป็นสามส่วน ครึ่งหนึ่งของวงกลมเป็นสีแดงอีก ครึ่งหนึ่งแบ่งออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กันคือสีน้ำเงินและ สีเขียว ในการหมุนหนึ่งครั้งความน่าจะเป็นที่จะได้สีน้ำเงินเป็นเท่าไร คนส่วนมากจะตอบทันทีว่า  $\frac{1}{3}$  ซึ่งเป็นคำตอบที่ผิด เรายกถ้า ว่าครึ่งวงกลมเป็นสีแดงอีกครึ่งหนึ่งแบ่งออกเป็นสองส่วนเท่า ๆ กัน ที่ทำให้แต่ละส่วนเหล่านี้  $\frac{1}{4}$  ของวงกลมทั้งหมด ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้สีน้ำเงิน เป็น  $\frac{1}{4}$

2.4 ความเข้าใจพิจทางคณิตศาสตร์ กี่วันกับความน่าจะเป็น ของการหยิบไป ใน การสุ่มใน 1 ลิตรน้ำให้หาความน่าจะเป็นของเชื้อหรือหัวใจเป็นอะไรมากที่สุดที่คิดคือ มีสีเอช และ 13 หัวใจ 4 และ 13 เป็น 17 ผลลัพธ์ที่มีในไปได้ในการหยิบไป 52 ในเท่ากับ  $\frac{17}{52}$  จึงผิด ความจริงคือมี 4 เอชก็ยังเป็นจริงที่มี 13 หัวใจและมันเป็นความจริงที่แน่นอนของพวกราชคือ ผลรวม 17 ซึ่งผิดเพราะ คุณนับแต้มของหัวใจสองครั้ง คำตอบที่ถูกต้องคือ  $\frac{16}{52}$

2.5 ความเข้าใจพิจทางคณิตศาสตร์ แนวคิดของทฤษฎีพีทาโกรัสที่มีชื่อเดียวกัน ส่วนใหญ่คิดว่าพีทาโกรัสมัน :  $a^2 + b^2 = c^2$  ผิดนี้จะสามารถเป็นจริงหากเส้นขนงของ สามเหลี่ยมนูนจากจะแทนด้วย B และ C ตามลำดับและคิดเป็นค้านตรงข้ามกันนูนจาก แต่ถ้า ตัวอักษรเหล่านี้จะหันไปรอบ ๆ เพื่อที่หนึ่งของเส้นขนงจะแสดงเป็น C และสูตรจะไม่ถือ จริง ใส่เพียงผลรวมของกำลังสองของความยาวของขาจะเท่ากับกำลังสองของความยาวของ ค้านตรงข้ามกัน

2.6 ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์มาໄกสีเคียงกับค่าของพายเมื่อได้ก็ตามที่มีค่านามค่าของพายจะเข้าใจทันทีว่าพายมีค่าเป็น, 3.14, ซึ่งเป็นความเข้าใจที่ผิด! ค่าของพายจะถูกกำหนดโดยการเปรียบเทียบขอบเขตที่มีขนาดเด่นผ่าศูนย์กลาง ดังนั้น เท่ากับ  $\frac{c}{d}$  การวัดที่แม่นยำยิ่งขึ้นถ่ายเป็นที่ถูกต้องมากขึ้น

2.7 ความเข้าใจผิดเกี่ยวกับเรื่องรูปเรขาคณิต

2.8 ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน เช่น  $\frac{1}{3}$  ของบวก  $\frac{1}{3}$  เด็กจะตอบ  $\frac{1}{5}$  ผิด!

2.9 ความเข้าใจผิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเรื่องจำนวนจินตภาพ เช่น راكที่สองของ -1 เด็กจะตอบ -1 ซึ่งผิด! คำตอบ : راكที่สองของ -1 เป็นจินตภาพ

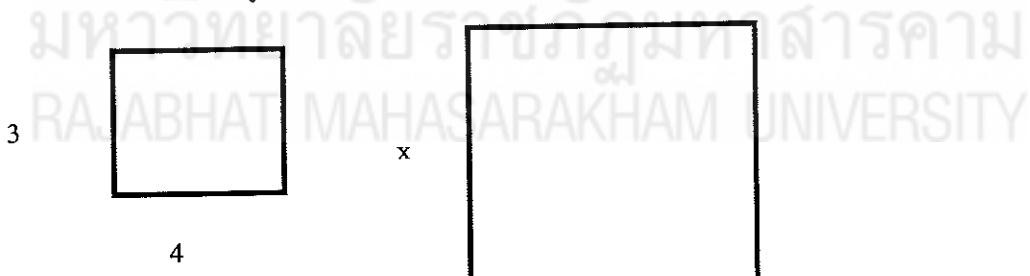
2.10 ความเข้าใจผิดวิธีการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับเลขอนุกรม เช่นการหาผลบวกตั้งแต่ 1 ถึง 100 CarlFriedrichGauss, เขายาผลรวมมาถึงที่จำนวน 5,050 ซึ่งเป็นผลรวมของลำดับหรือผลรวม = จำนวนครั้ง (ครั้งแรก + ล่าสุด) หารด้วย 2 หรือ  $S = N(F + L) / 2$ , ครูที่น่าแป๊กใจของเขากล่าวให้การปฏิเสธ

ตัวอย่าง มโนทัศน์ที่คาดเดือนและข้อผิดพลาดทางเรขาคณิตและการวัด

(Misconceptions and Error Patterns :GEOMETRY and MEASUREMENT)

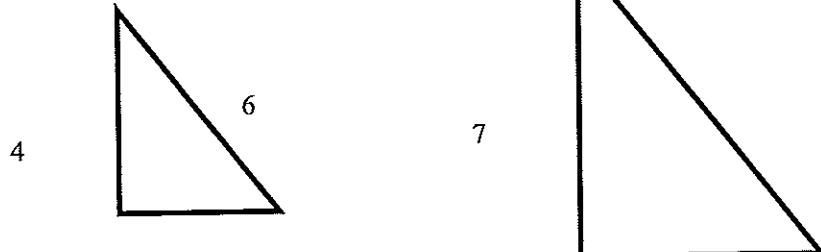
มาเลิซึ่งเป็นนักเรียนมีความเข้าใจปัญหาเกี่ยวกับการทำแบบฝึกหัดดังต่อไปนี้

1. สี่เหลี่ยมผืนผ้าสองรูปที่คล้ายกัน จงหาความยาวของ X



ตอบ  $x = 9$

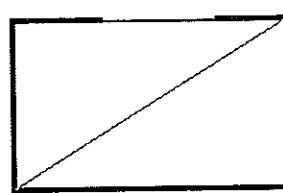
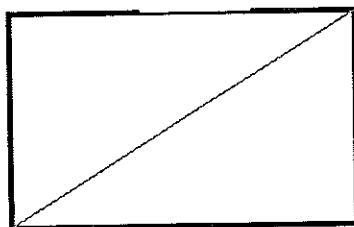
2. สามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน รูปสามเหลี่ยมรูปใหญ่มีความยาวด้านตรงข้างมุมฉากยาวเท่ากันเท่าไร



### ตอบ 9 เซนติเมตร

3. ลี่เหลี่ยมผืนผ้าสองรูปที่คล้ายกัน จงหาความยาวของเส้นทั้งหมดของรูปลี่เหลี่ยมรูปเด็ก

ตอบ 24 เซนติเมตร



### 2. สาเหตุของการเกิดโนนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

มาลีมีวิธีการ โดยหาผลต่างของด้านที่โจทย์กำหนดให้ของรูปที่คล้ายกันแล้วนำค่าที่ได้มาคำนวณหาด้านที่โจทย์ต้องการ โดยการลบ หรือบวก กับด้านที่คล้ายกัน ซึ่งกระบวนการคิดของมาลีมีข้อพิเศษดังนี้

### 3. แนวทางในการแก้ไข

ดังนั้นจึงมีวิธีการช่วยให้น้าเดี๋ยวใจได้อย่างถูกต้อง คือ จะเริ่มจากการหาโจทย์ที่เหมาะสมกับวัยของมาลีโดยเป็นแบบฝึกหัดที่ไม่ง่ายไม่ยากเกินไปและจะสอนให้รู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ของรูปที่คล้ายกัน จากนั้นก็กำหนดเป็นสัดส่วนที่เท่ากันเพื่อหาสิ่งที่โจทย์ต้องการที่สำคัญครูผู้สอนต้องพยายามให้คำแนะนำกับนักเรียนอย่างใกล้ชิด และสอนวิธีคิดที่ถูกต้องเหมาะสม

การวิเคราะห์โนนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนและข้อพิเศษ หมายถึง การแยกแยะระหว่างความเข้าใจผิดและถูกน้ำใจ นำไปใช้ที่ไม่ถูกต้องตามกฎ กฎ กติกา บทนิยาม การแก้ปัญหาและการแปลภาษาจากสิ่งที่กำหนดให้ เรื่อง เรขาคณิตวิเคราะห์และภาคตัดกรวย

### แบบทดสอบ

#### 1. ความหมายของแบบทดสอบ

มีนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของแบบทดสอบไว้ที่แตกต่างกัน ดังนี้  
บุญธรรม กิจปรีดาบริสุทธิ์ (2542 : 72) ให้ความหมายแบบทดสอบว่า เป็นวิธีการเชิงระบบที่ใช้ในการเปรียบเทียบพฤติกรรมของบุคคลตั้งแต่สองคนขึ้นไป ณ เวลาหนึ่ง หรือของบุคคลเดียวหรือหลายคนในเวลาต่างกัน

สมนึก กัทพิยชนี (2546 : 72) ได้ให้ความหมายไว้ว่า แบบทดสอบ หมายถึง เครื่องมือวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย และมีบทบาทสำคัญมาก เพราะเป็นเครื่องมือที่มีลักษณะคี หลากหลาย แต่ควรใช้ควบคู่กับเครื่องมือชนิดอื่นๆอย่างหลากหลาย

ไพบูล วรคำ (2552 : 227) ได้ให้ความหมายไว้ว่า แบบทดสอบ (Test) หมายถึง ชุดของข้อคำถามที่ใช้วัดค่าของตัวแปรใดตัวแปรหนึ่ง โดยมีคำตอบที่ถูกต้องแน่นอน และมี กฎเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนอย่างสมเหตุสมผลและแน่นอน

จากการศึกษาข้างต้นสรุปได้ว่า แบบทดสอบ หมายถึง สิ่งที่ใช้วัดพฤติกรรมด้าน พุทธิพิสัย ซึ่งจะมีคำตอบที่ถูกต้องแน่นอนและมีเกณฑ์การให้คะแนนที่ชัดเจนและ สมเหตุสมผล

## 2. ประเภทของแบบทดสอบ

แบบทดสอบสามารถจำแนกได้หลายประเภทขึ้นอยู่กับเกณฑ์ในการจำแนก ซึ่งการจำแนกประเภทของแบบทดสอบที่สำคัญมีดังนี้

2.1 จำแนกตามคุณลักษณะที่ต้องการวัด ซึ่งเป็นคุณลักษณะทางจิตภาพ แบบทดสอบจึงทำหน้าที่เป็นแบบวัด เพราะใช้วัดคุณลักษณะต่างๆซึ่งสามารถจำแนก แบบทดสอบออกเป็น 4 ประเภทดังนี้

2.1.1 แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน (Achievement test) เป็น แบบทดสอบที่ใช้วัดความรู้และทักษะ

2.1.2 แบบทดสอบวัดบุคลิกภาพ (Personality test) เป็นแบบทดสอบที่ใช้วัด คุณลักษณะของคนเกี่ยวกับความรู้สึกนึกคิดและเขตคติ ลักษณะของแบบทดสอบมีทั้งแบบสอน ภาคปฏิบัติและแบบถามตอบ การทดสอบวัดบุคลิกภาพแบ่งได้ 2 ประเภท คือ แบบวัดที่ใช้การ ฉายออก (Projective test) และแบบวัดที่ไม่ใช้การฉายออก (Non-projective test) แบบวัดที่ใช้ การฉายออกจะมีลักษณะเป็นแบบทดสอบ ส่วนแบบวัดที่ไม่มีการฉายออกจะมีลักษณะเป็น แบบสอบถามหรือรายงานตนเอง ซึ่งมักจะมีปัญหารื่องการตอบคือ ผู้ตอบจะตอบในแนวทางที่ ให้ตนเองดูดี คำตอบที่ได้จึงไม่ตรงตามความจริง

2.1.3 แบบวัดความถนัด (Aptitude test) เป็นการวัดศักยภาพ (Potential) ผู้ตอบ เพื่อใช้ในการท่านายความสามารถในการปฏิบัติงาน กิจกรรมหรือการศึกษาในอนาคต แบบวัด ความถนัดมีชื่อรีบิกหลายอย่างตามลักษณะที่ต้องการวัด เช่น แบบวัดความถนัดทางการเรียน แบบวัดเชาว์ปัญญา และแบบวัดความสามารถทางสมอง เป็นต้น

2.1.4 แบบวัดความคิดสร้างสรรค์ (Creativity tests) เป็นแบบวัดเกี่ยวกับลักษณะของคนที่สัมพันธกับพฤติกรรมความคิดสร้างสรรค์ ซึ่งเป็นการคิดแบบอเนกนัย คือเป็นการค้นหาทางเลือกหลายทาง ซึ่งตรงข้ามกับการคิดแบบเอกนัย ที่ต้องการหาคำตอบที่ถูกเพียงคำตอบเดียว

2.2 จำแนกตามลักษณะการตรวจให้คะแนน จำแนกได้เป็น 3 ประเภท ได้แก่

2.2.1 แบบทดสอบปรนัย (Objective test) หมายถึง แบบทดสอบที่การตรวจให้คะแนนมีความเป็นปัจจัยสูง กล่าวคือ ไม่ว่าจะให้บุคคลใดเป็นผู้ตรวจก็จะสามารถให้คะแนนได้ถูกต้องตรงกันเสมอ เช่น แบบทดสอบแบบเลือกตอบ แบบทดสอบแบบจับคู่ แบบทดสอบแบบถูก-ผิด เป็นต้น

2.2.2 แบบทดสอบอัตนัย (Subjective test) หมายถึง แบบทดสอบที่การตรวจให้คะแนนมีความเป็นปัจจัยต่ำ หรือคะแนนที่ได้ขึ้นอยู่กับการพิจารณาของผู้ตรวจให้คะแนนแต่ละคน เช่น แบบทดสอบเรียงความ แบบทดสอบเติมคำ เป็นต้น

2.2.3 แบบทดสอบอัตนัยประยุกต์ (Modified Subjective Test) หมายถึง แบบทดสอบที่ทำการปรับปรุงมาจากแบบทดสอบอัตนัย โดยการปรับวิธีการตรวจให้คะแนนให้มีความเป็นปัจจัยมากขึ้น

2.3 จำแนกตามลักษณะการสร้างจำแนกได้เป็น 2 ประเภท คือ

2.3.1 แบบทดสอบมาตรฐาน (Standardize test) เป็นแบบทดสอบที่มีคณะผู้เชี่ยวชาญทางด้านจิตวิทยา ด้านการวัดและประเมินผล และนักวิชาการสาขาต่างๆร่วมกันพัฒนาขึ้นภายใต้กระบวนการสร้างที่มาตรฐาน และมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่องจนเป็นที่ยอมรับกันทั่วไปต่างประเทศ

2.3.2 แบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างเอง (Researcher-made test) เป็นแบบทดสอบที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย หรืออาจเป็นแบบทดสอบที่นิผู้วิจัยคนอื่นๆสร้าง ไว้แล้ว แบบทดสอบประเภทนี้ยังไม่ถือว่าเป็นแบบทดสอบมาตรฐาน

2.4 จำแนกตามลักษณะการนำผลที่ได้ไปใช้ประเมิน จำแนกเป็น 2 ประเภทคือ

2.4.1 แบบทดสอบแบบอิงเกณฑ์ (Criterion-referenced test) เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อวัดความรู้ความสามารถของแต่ละบุคคลว่ามีความรู้ความสามารถตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้หรือไม่ ส่วนใหญ่จะใช้ในการประเมินเพื่อพัฒนาผู้เรียน (Formative

evaluation) ดั่งนี้การวัดความรู้ความสามารถในแต่ละวัตถุประสงค์จะต้องมีข้อคำถามที่เพียงพอต่อการประเมิน

2.4.2 แบบทดสอบแบบอิงกลุ่ม (Norm-referenced test) เป็นแบบทดสอบที่สร้างขึ้นเพื่อวัดความรู้ความสามารถของแต่ละบุคคลว่ามีอยู่ในระดับใดเมื่อเทียบกับบุคคลอื่นๆ เกี่ยวกับเนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัด

### ข้อสอบอัตนัย

#### 1. ความหมายของแบบทดสอบอัตนัย

แบบทดสอบอัตนัยคือเป็นแบบวัดมีลักษณะผู้ตอบต้องเขียนบรรยายตอบผู้ตอบมีสิทธิจะเขียนตอบอย่างเสรีอาจจะมีคำตอบถูกหลากรูปแบบ คำตอบของข้อสอบข้อเดียวกันอาจจะมีความแตกต่างทั้งในด้านคุณภาพและความถูกต้องแบบทดสอบอัตนัยแบ่งได้หลายประเภท

สมนึก ภัททิยนี (2546 : 62-75) กล่าวไว้ว่า แบบทดสอบ (Test) เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดผลชนิดหนึ่งที่ใช้สำหรับวัดความรู้ทางด้านพุทธศาสนา แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เป็นแบบทดสอบที่วัดสมรรถนะด้านต่างๆ ที่นักเรียนได้รับการเรียนรู้มาแล้วว่ามีอยู่ท่าใด แบบทดสอบประเภทนี้แบ่งได้ 2 ชนิด คือ แบบที่ครูสร้าง และแบบมาตรฐาน แบบทดสอบที่คิดต้องมี ความเที่ยงตรง ความเชื่อมั่น ความยุติธรรม ความถูกต้องของคำถาม ความยื้อ ความจำเพาะเจาะจง ความเป็นปนนัย มีประสิทธิภาพ มีอำนาจจำแนก มีความยาก

#### 2. รูปแบบของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนประเภทที่ครูสร้างมีหลายรูปแบบ แต่ที่นิยมใช้มี 6 แบบ คือ แบบกาจูกัด แบบเติมคำ แบบตอบสั้นๆ แบบขับคู่ แบบเลือกตอบ และแบบอัตนัยหรือความเรียง

#### 3. แบบสอนแบบอัตนัยหรือความเรียง (Subjective or Essay Test)

ลักษณะทั่วไป เป็นข้อสอบที่มีเฉพาะคำถาม และทำให้นักเรียนเขียนตอบอย่างเสรี เขียนบรรยายความรู้ และข้อคิดเห็นของแต่ละคน

##### 3.1 หลักในการสร้าง

3.1.1 เขียนคำชี้แจงเกี่ยวกับวิธีการตอบให้ชัดเจน ระบุจำนวนข้อคำถาม เวลาที่ใช้สอบ และคะแนนเต็มของแต่ละข้อ

3.1.2 เมื่อจากข้อสอบแบบนี้มีเฉพาะคำถาม และแต่ละข้อ มักจะให้คะแนนมากดังนั้นควรเขียนคำถามให้ชัดเจนเพื่อไม่ให้ไขว้เข้าในการตอบ

3.1.3 ไม่ควรตั้งคำตามเฉพาะประเภทความรู้ความจำหรือตามปัญหาที่มีค่าตอบในหนังสือ ซึ่งเป็นการให้ตอบแบบจำกัด (Restricted response) แต่พยายามถามประเภทสูงกว่าความรู้ความจำ คือ ถามให้ใช้ความคิด ซึ่งเป็นการให้ตอบแบบขยาย (Unrestricted response) มักขึ้นต้นด้วยคำว่า จงอธิบาย จงอภิปราย จงบรรยาย จงเปรียบเทียบ จงวิเคราะห์ ให้ประมาณค่าให้บอกรความสัมพันธ์ วิเคราะห์ เป็นต้น

3.1.4 กำหนดเวลาให้ตอบนานพอสมควร เพราะผู้ตอบต้องใช้เวลารวบรวมความคิด จัดระบบความคิด และเขียนคำตอบด้วยถ้อยคำของตัวเอง หากกำหนดเวลาไม่ถูก สามารถใช้พลังความคิดได้เต็มความสามารถ

3.1.5 เลือกถามเฉพาะจุดที่สำคัญของเรื่อง เพราะไม่สามารถได้ทุกๆ เนื้อหาที่เรียน

3.1.6 ไม่ควรให้มีการเลือกตอบเพียงบางข้อ เช่น 7 ข้อให้เลือกทำ 6 ข้อ หรือ 4 ข้อให้เลือกทำ 3 ข้อ เหตุผลมีดังนี้

- 1) ไม่สามารถวัดเรื่องที่สำคัญได้ทุกเรื่อง
- 2) คำถามแต่ละข้อมีความยากง่ายไม่เท่ากัน จะมีปัญหาในการจัดลำหนั่งผู้เข้าสอบว่าใครจะเก่งกว่ากัน โดยเฉพาะการประเมินผลแบบอิงกลุ่ม

3.1.7 การตรวจให้คะแนน ควรปฏิบัติคังนี้

- 1) เผยแพร่แนวคิดอย่างไรก่อน และระบุคะแนนว่า ประเด็นใดตอนใดควรได้กี่คะแนน
- 2) ควรตรวจเฉพาะข้อใดบวกกับครบทุกคน และตรวจข้อต่อไป

3) ไม่ควรซื้อผู้สอบ เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดอคติในการให้คะแนน

3.2 ข้อคิดของข้อสอบแบบอัตนัยหรือบรรยาย

3.2.1 สามารถวัดพฤติกรรมต่างๆ ได้ทุกด้าน โดยเฉพาะพฤติกรรมด้าน

การสังเคราะห์

3.2.2 ผู้ตอบได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น หรือเจตนาของตน

3.2.3 โอกาสในการตอบเดา โดยไม่มีความรู้ในเรื่องนั้นแล้วได้คะแนน

น้อยมาก

3.2.4 วัดความสามารถในการเขียนและส่งเสริมการใช้ภาษาได้เป็นอย่างดี

### 3.3 ข้อจำกัดของข้อสอบแบบอัตนัยหรือบรรยาย

3.3.1 ออกคำถามวัดได้น้อยข้อ เนื่องจากแต่ละข้อจะต้องใช้เวลาตอบนานจึงวัด

ได้ไม่คุณหลักสูตร หรือเนื้อหาสาระที่สำคัญๆ

3.3.2 การตรวจให้คะแนนมักจะมีความคาดคะถื่อนมากควบคุมให้เกิดความ

ยุติธรรมได้ยาก

3.3.3 ไม่เหมาะสมที่จะใช้สอบกับนักเรียนจำนวนมากๆ เพราะใช้เวลาใน  
การตรวจลายมือของผู้ตอบและประสิทธิภาพในการเขียนบรรยายอาจจะมีผลต่อคะแนน

### 3.4 แบบทดสอบแบบอัตนัย

ชาญชัย ยมคิมร์ (2548 : 34-38) กล่าวว่าแบบทดสอบแบบอัตนัยเป็น  
แบบทดสอบที่ให้ผู้ตอบได้แสดงความคิดเห็น หมายความว่าการวัดความรู้ขึ้นสูงกว่าความจำ  
และความเข้าใจ ข้อสอบแบบอัตนัยแบ่งเป็น 2 แบบ คือ แบบไม่จำกัดตอบ (Extended response)  
และแบบจำกัดตอบ (Restricted response) ซึ่งขึ้นอยู่กับการให้อิสระแก่นักเรียนในการตอบ  
จากการศึกษาพบว่าเด็กดับเบิลปั๊บมีความสามารถในการเขียนตอบแบบกำหนดโครงสร้างให้ตอบได้ ส่วน  
นักเรียนในระดับสูงเขียนตอบแบบไม่กำหนดโครงสร้างให้ตอบได้

3.4.1 แบบไม่จำกัดตอบ (extended response) ข้อสอบแบบอัตนัยแบบไม่จำกัด  
กำหนดนี้ให้อิสระแก่นักเรียนอย่างเต็มที่ ในการอภิปรายแสดงความคิดเห็นและรวบรวม  
ข้อมูลเท็จจริงต่างๆ มาใช้ในการสอน โดยทั่วไปข้อสอบแบบนี้จะให้นักเรียนแสดง  
ความสามารถ ซึ่งจำเป็นต้องอาศัยการสังเคราะห์และการประเมินผล ข้อสอบนี้นับว่ามีคุณค่า  
อย่างยิ่งในการวัดขั้นตอนการทางสมองที่สูงขึ้น ตามขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ระลึกถึงความรู้ที่เรียนไป เช่น จังหวะบทคุณภูมิฯ นิคชนาชาติไทยมา 1  
พุทธิ จงอธิบายเกี่ยวกับการสอนแบบบรรยายกับการสอนแบบสืบสาน โดยให้บอกถึงหลัก  
สำคัญที่ใช้ในการสอนแต่ละวิชے และข้อดี-ข้อเสียของการสอนทั้งสองแบบ

ขั้นที่ 2 ประเมินค่าความรู้ที่จำได้ เช่น จงเปรียบเทียบข้อดี-ข้อเสียของการ  
ประเมินผลแบบอิงเกณฑ์และแบบอิงคุณภาพย่างละเอียดเพราเหตุใดเอคิสันจึงได้รับการยก<sup>\*</sup>  
ย่องเป็นอย่างมากของทดลองเรื่องอาหารมีโอน้ำ

ขั้นที่ 3 รวบรวมความรู้และความคิดให้เป็นระบบ เช่น จงกล่าวถึงความ  
ค้ายคลึงกันในการที่สหรัฐอเมริกาเข้าไปมีส่วนพัวพันกับความขัดแย้งในประเทศกาหลี  
และเวียดนามมา 3 ประการ

ขั้นที่ 4 แสดงความคิดเห็นของนายย่างมีเหตุผล เห็นใจเปรียบเทียบและ  
อธิบายเหตุผลการปักครองระบบที่ประชารัฐไปโดยของยังคงกับสหราชอาณาจักร  
ข้อสื่อของข้อสอบประเภทนี้คือมีความเชื่อมั่นค่อนข้างต่ำ แต่มีข้อดีคือ นักเรียนมี  
โอกาสแสดงความคิดเห็นได้อย่างเสรี

3.4.2 แบบจำกัดตอบ (Restricted response) ข้อสอบแบบนี้มักจะกำหนดขอบเขต  
แบบฟอร์มและ เนื้อที่เฉพาะให้นักเรียนไม่มีอิสระเสรีในการตอบมากนัก แบบทดสอบนี้ให้ตอบ  
สั้นกว่าแบบแรก คำตอบอยู่ภายใต้ขอบเขตที่กำหนดไว้ในวงจำกัด โดยทั่วไปแล้วจะกำหนด  
ข้อมูลและความยาวในการตอบไว้ด้วยตัวอย่าง เช่น 1) ลักษณะภูมิศาสตร์การปักครอง  
อาชีพของพลเมือง 2) จงอธิบายสาเหตุของการเกิดสังคมโลกครั้งที่ 2 มา 3 ประการ  
3) จงยกตัวอย่างการกระทำที่แสดงถึงความรักชาตินา 5 ข้อ

ส่วนดีของข้อสอบแบบนี้คือ ง่ายในการตรวจ มีความยุติธรรมและมีความเชื่อมั่น<sup>สูงกว่าข้อสอบประเภทไม่จำกัดคำตอบอีกด้วย</sup>

### 3.5 การวางแผนการสร้างแบบทดสอบอัตนัย

สมบูรณ์ ตันยะ (2545 : 24-29) กล่าวว่า จุดอ่อนของแบบทดสอบอัตนัยก็คือ<sup>การสร้างโดยขาดการวางแผนที่ดี การวางแผนการสร้างแบบทดสอบอัตนัยก็มีความสำคัญ</sup>  
เช่นเดียวกับการวางแผนการสร้างแบบทดสอบปัจจุบันนี้ จำเป็นต้องมีวิธีการสร้างและบรรยายต่อไปนี้  
ก็ตาม สิ่งที่ผู้ออกแบบข้อสอบจะต้องคำนึงถึงในการออกแบบข้อสอบแบบอัตนัย มีดังนี้

3.5.1 จุดมุ่งหมายของกลุ่มสาระนั้น ๆ หมายรวมกันแบบทดสอบอัตนัย  
หรือไม่

3.5.2 ผู้เข้าสอบมีพื้นฐานพื้นฐานทั่วไปด้านความเรียง และเนื้อหาวิชาเพียงพอที่จะ<sup>เขียนตอบแบบอัตนัยหรือไม่ เช่น เด็กเล็กๆ ไม่ควรใช้ข้อสอบอัตนัยทดสอบย่างเด็ดขาด</sup>

3.5.3 ข้อสอบนั้นเปิดโอกาสให้ผู้ตอบมีอิสระในการตอบ เปิดโอกาสให้แสดง  
ความคิดเห็นหลายมุมหรือไม่ หรือจำกัดความคำตอบให้ตอบแค่แนวๆ เพียงด้านเดียว เช่น  
ถามแต่ความจำในเนื้อหาที่ครุสอนไป ก็ไม่ควรใช้ข้อสอบอัตนัย

3.5.4 กำหนดเวลาที่ใช้ในการสอบมากเพียงพอหรือไม่ เพื่อการสอบแบบ  
อัตนัยนั้นต้องใช้เวลาในการเขียนตอบนานมากกว่าแบบทดสอบปัจจุบัน

### 3.6 หลักในการสร้างแบบทดสอบอัตนัย

3.6.1 การสร้างข้อสอบควรคำนึงถึงลำดับความสำคัญของจุดมุ่งหมายที่วางแผนไว้  
ตามที่ปรากฏในตารางการวิเคราะห์หลักสูตร จุดมุ่งหมายหรือพฤติกรรมใดมีน้ำหนัก

ความสำคัญมากก็คือข้อสอบเพื่อวัดพฤติกรรมนั้นมากให้ได้สัดส่วนตามตารางวิเคราะห์หลักสูตรเพราะแบบทดสอบแบบนี้ค่า ได้น้อยข้อ เมื่องจากต้องเตียบลากอบนาน

3.6.2 พิจารณาให้รอบคอบว่าจะสร้างแบบข้อสอบให้คลุมเนื้อหาอะไรบ้าง เช่น จะสอนเฉพาะเนื้อหาที่ครูบรรยายอย่างเดียว หรือจะครอบคลุมไปถึงส่วนที่นักเรียนร่วมอภิปราย ทำรายงานหรืออ่านนอกเวลาด้วยและควรแจ้งให้ผู้สอนทราบล่วงหน้า เพื่อจะได้เตรียมตัวศึกษาค้นคว้าอย่างลึกซึ้ง

3.6.3 ไม่ควรให้มีการเลือกตอบเป็นบางข้อ เพราะอาจมีการได้เปรียบ เสียเปรียบกัน อันเนื่องมาจากข้อสอบมีความยากง่ายไม่เท่ากัน คะแนนที่ได้จึงนำมาเปรียบเทียบกันไม่ได้ เพราะตั้งอยู่บนพื้นฐานของการวัดที่ไม่เท่ากันเช่นคำสั่งให้ชัดเจนว่าข้อสอบนั้นๆ ต้องการให้ผู้สอบทำอย่างไร มีเกณฑ์ในการพิจารณาให้คะแนนอย่างไร ควรให้นักเรียนอ่านคำสั่งให้เข้าใจอย่างถ่องแท้เสียก่อนที่จะลงมือปฏิบัติ ควรบอกให้ชัดเจนด้วยว่ามีการแบ่งส่วนคะแนนอย่างไร เพื่อผู้สอบจะได้วางแผนการตอบได้เหมาะสม

3.6.4 ตามปัญหาที่แสดงว่านักเรียนมีความรู้จริง ๆ สามารถตอบปัญหาได้โดยพยาามน้ำก庾เกณฑ์ หรือความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ ไม่ควรเป็นคำตามที่นักเรียนเคยพบ หรือเคยทำมาก่อน เพราะจะกลยุปเป็นการวัดความจำไป

3.6.5 พยายามใช้คำตามหลาย ๆ แบบ มิใช่มีแต่คำตามประเภท โครงอะไรมี ไหน เมื่อไร เท่านั้น เพราะคำตามประเภทนี้มีลักษณะไปทางวัดความจำมากกว่าวัดสมรรถภาพ อื่น คำตามที่ใช้วัดสมรรถภาพที่สูงขึ้นควรจะเป็นคำตามประเภท ทำไม อย่างไร หรือให้บรรยาย อธิบายเปรียบเทียบ หากความสัมพันธ์ ความขัดแย้ง ตีความ วิเคราะห์เหตุผล วิจารณ์ และประเมินผล เป็นต้นเช่นคำตามให้ชัดเจนว่าต้องการให้ตอบอย่างไร พยายามเขียนตอบให้เฉพาะเจาะจงลงไป คำตามประเภทให้แสดงความคิดเห็น เป็นคำตามที่กว้างไป

3.6.6 ใช้คำตามที่สามารถบอกได้ว่าคำตอบได้คือคำตอบใด คำตามนั้น ๆ เมื่อนักเรียนตอบแล้ว คนที่มีความรู้ทั้งหลายควรเห็นพ้องกันว่าเป็นคำตอบที่ดี คำตอบใดเป็นคำตอบที่ไม่ดี

3.6.7 เมื่อเขียนคำตามแล้วควรเขียนคำตอบที่ต้องการไว้ด้วยเลยเพื่อเป็นการตรวจสอบดูว่าคำตามนั้นชัดเจนดีแล้วหรือยัง คำตามนั้นมีอ่านแล้วจะต้องตอบตามที่คิดไว้ หรือไม่ หากยังไม่ตรงจะได้แก้ไขก่อนนำไปใช้ได้

3.6.8 ถ้าเป็นคำตามที่เกี่ยวกับประเด็นขัดแย้งที่ยังหาข้อยุติไม่ได้ ข้อสอบนั้น ควรมุ่งให้หากัดฐานมาอีกนั้น หรือมาสนับสนุนมากกว่าที่จะทดสอบอย่างอื่น เช่น ข้อความที่

ยังหาข้อมูลยุติไม่ได้ควรหลีกเลี่ยง การถามว่าถูกหรือผิด ใช่หรือไม่ใช่ แต่ควรจะทดสอบการหาสาเหตุมาสนับสนุนประเด็นนั้น ๆ

3.6.9 พยายามสร้างข้อคำถามหลาย ๆ ข้อ ให้พอเหมาะสมกับเวลาที่สอบ และควรกำหนดความยาวของข้อสอบ และความซับซ้อนของข้อสอบ ให้พอเหมาะสมกับความสามารถของผู้สอบ

3.6.10 พยายามให้ข้อสอบมีจำนวนมากข้อ เพื่อจะได้ออกให้ครอบคลุมเนื้อหาซึ่งเกี่ยวข้องกับค่าความเชื่อมั่นของข้อสอบด้วย เราอาจเพิ่มข้อสอบใหม่มากข้อ โดยกำหนดให้ตอบสั้น ๆ

3.6.11 ถ้าข้อสอบมีหลายข้อ ควรจะเรียงลำดับจากง่ายไปยาก เพื่อย้ำๆ ให้อยากตอบยิ่งขึ้น

### 3.7 การตรวจให้คะแนนคำถามอัตนัย

เยาวดี วิบูลย์ศรี (2545 : 132-138) การสร้างข้อสอบแบบอัตนัยวัดความสามารถของนักเรียนมิได้จบสิ้นลงเพียงนำเสนอข้อสอบไปทดสอบนักเรียนเท่านั้น แต่ยังนำเอกสารรายคำตอบมาตรวจสอบให้คะแนนตามวิธีการตรวจที่มีระบบ เพื่อให้คะแนนที่ได้มีความเที่ยงตรงและเชื่อถือได้หลังจากเราพอใช้กับคำถามหรือข้อสอบซึ่งทดสอบล้วงกับบุคคลมุ่งหมายของการสอนและแบบทดสอบที่สร้างอย่างดีแล้ว งานขั้นต่อไปคือการตรวจให้คะแนน กระดาษคำตอบของนักเรียน ปัญหาในขั้นนี้คือ จะตรวจกระดาษคำตอบของนักเรียนด้วยวิธีการอย่างไร

3.7.1 จึงจะจำจัดความลำเอียงลงไปให้น้อยที่สุด

3.7.2 สนใจแต่เฉพาะคำตอบที่สำคัญและเกี่ยวข้องกับคำถามเท่านั้น

3.7.3 ระวังอิทธิพลอันเกิดจากความคิดเห็นส่วนตัวเข้าไปมีส่วนเกี่ยวข้องกับ

#### การให้คะแนน

3.7.4 นำวิธีการที่เป็นมาตรฐานให้การตรวจเป็นไปอย่างเสมอต้นเสมอปลายแก่นักเรียนทุกคนสำหรับการตรวจที่จะทำให้เกิดความยุติธรรมเป็นไปอย่างคงเส้นคงวา นั่นก็คือ เป็นปัญหาที่สำคัญของกระบวนการตรวจข้อสอบแบบนี้ ถ้าหากการตรวจขาดความคงเส้นคงวา เราจะไม่สามารถนำคะแนนมาเปรียบเทียบกันได้ มีวิธีการตรวจข้อสอบแบบอัตนัยที่นิยมใช้กันมากที่สุดในปัจจุบันมี 2 วิธี คือ

วิธีที่ 1 การตรวจแบบวิธีเทียบเกณฑ์ (Analytical Method หรือ Point Method) การตรวจข้อสอบอัตนัย โดยวิธีเทียบเกณฑ์นั้น ครูต้องกำหนดแนวทางตอบไว้ก่อน

โดยแยกแนวคำตอบออกเป็นตอนย่อย ๆ ตามความสำคัญ ฉะนั้น ในการตรวจให้คะแนนโดยวิธีนี้ ผู้ตรวจจะต้องกำหนดรายละเอียดของคำตอบไว้ก่อนที่จะทำการตรวจในการตรวจให้คะแนน ผู้ตรวจจะนำเอกสารมาเทียบกับเกณฑ์ หรือแนวคำตอบที่ได้กำหนดแนวคำตอบนั้น ครุ่นซึ่งข้อสอบควรจะทำไว้พร้อม ๆ กับการเขียนข้อคำถามเลย ไม่ควรจะมากำหนดแนวการตอบ เมื่อจะเริ่มตรวจการให้คะแนนแบบนี้หมายความว่ารับข้อสอบแบบกำหนดขอบเขตของการตอบมากกว่าแบบไม่กำหนดขอบเขตของการตอบ

#### **ข้อดีของการตรวจข้อสอบโดยวิธีเทียบเกณฑ์**

1. คะแนนที่ได้จากการตรวจมีความเชื่อถือได้มากขึ้น
2. การกำหนดรายละเอียดในการตอบเพื่อทำแนวคำตอบนั้น ช่วยทำให้ผู้ออกข้อสอบมองเห็นข้อบกพร่องของคำถามที่เขียนขึ้น เช่นใช้คำพูดกำกับ คำ답นยากรเกินไปหรือเวลาที่กำหนดให้น้อยเกินไป
3. การกำหนดแนวคำตอบทำให้จ่ายแก่การอธิบายให้นักเรียนฟังได้ว่าทำไม่นักเรียนจึงได้คะแนนเท่านั้น

#### **ข้อจำกัดของการตรวจข้อสอบอัตนัยโดยวิธีเทียบเกณฑ์**

1. ทำให้ครุต้องทำงานหนักขึ้นและเสียเวลามากขึ้น การที่ผู้ตรวจพยายามมองหาคำตอบที่สอดคล้องกับเกณฑ์ อาจทำให้เกิดการมองข้ามหรือไม่ได้อ่านข้อความสำคัญไปบ้าง
2. การตรวจโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพการตรวจข้อสอบอัตนัยโดยวิธีจัดอันดับคุณภาพนั้น ผู้ตรวจจะอ่านกระดาษคำตอบของ ผู้เข้าสอบทุกคนเสียก่อนที่จะข้อ แล้วจึงนำคำตอบนั้นมาจัดเป็นกลุ่ม ๆ ตามความสามารถ เช่น กลุ่มคีมาก ดี ปานกลาง พอใช้ หรือใช้ไม่ได้ แล้วจึงตรวจสอบคุณภาพของคำตอบในแต่ละกลุ่มอีกที เช่นในกลุ่มตอบคีมานั้น ต้องพิจารณาถ้า อีกทีว่า ใจตอบคีกว่ากัน ให้เรียงอันดับของกระดาษคำตอบให้ติดต่อกันไป แล้วจึงให้คะแนน โดยอยู่อันดับแรกก็ได้คะแนนสูงสุดคนน้อยลงไปตามลำดับ การตรวจแบบนี้จะทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากยิ่งขึ้น

#### **ข้อเสนอแนะในการตรวจแบบทดสอบอัตนัย**

1. ให้ตรวจคำตอบที่ละเอียดข้อ นั่นคือ ถ้าจะตรวจคำตอบข้อ 1 ก็ให้ตรวจข้อ 1 ของนักเรียน ทุกคนจนจบ แล้วจึงเริ่มตรวจข้อ 2 ครุ่นไม่ควรตรวจข้อสอบให้เสร็จเป็นคน ๆ เดียว ทุกคนจะต้องตรวจคำตอบที่ละเอียดทุกคน
2. ให้มีความคงเด่นคงไว้ในการตรวจ เกณฑ์ในการให้คะแนนจะเหมือนกัน สำหรับทุก ๆ คำตอบ ครุบ้างคนอาจจะให้คะแนนค่อนข้างน้อย สำหรับคำตอบแผ่นแระ แต่จะให้คะแนนมากขึ้นสำหรับคำตอบแผ่นหลัง ๆ ทั้ง ๆ ที่คำตอบเหล่านั้นเป็นแนวเดียวกัน

3. เวลาตรวจไม่ควรคุชชื่อนักเรียน เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดอคติในเวลาตรวจ
4. ถ้าสามารถให้มีผู้ตรวจ 2 คน ในแต่ละคำตอบแล้วหาก่าแนวตีของคะแนนนำมาเป็นคะแนนที่คำตอบนั้น ๆ ควรจะได้จริง ๆ จะทำให้คะแนนมีความเชื่อมั่นมากขึ้น

5. ควรหยັບຮຽນຄາຍคำตอบມາຕຽນແບບສຸນ ไม่ควรคุชชื่อຜູ້ตอบໃນการตรวจ  
ຮຽນຄາຍคำตอบ

6. ในเวลาตรวจนີ້ຄຽງໄມ່ຄວນນຳເອາເວື່ອງ “ລາຍມື້ອ” ຂອງຜູ້ตอบມາເປັນສ່ວນໃນ  
ການໃຫ້ຄະແນນ

7. ພາຍາມตรวจຂໍ້ອຳນົງໃຫ້ເສື່ອຈົດເຮົາເວື່ອງ ໄມ່ຄວຮໝຸດພັກຈົນກວ່າຈະตรวจຂໍ້ອຳ  
ນີ້ເສົ້າແລ້ວ

8. ພາຍາມເພີ່ມຂໍ້ອຳນົງນຳແລະແກ້ໄຂຄວາມພິດໃນຮຽນຄາຍคำตอบ ເພື່ອໃຫ້ຜູ້ตอบຮູ້ວ່າ  
ຕົນບົກພ່ອງຕຽນໄທ່

#### ປະໂຍບນີ້ຂອງແບບທົດສອນອັດນີ້

1. ຂໍ້ສອນອັດນີ້ເປັນຂໍ້ສອນທີ່ສ້າງຈ່າຍກວ່າຂໍ້ສອນແບບເລື່ອກຕອນ ແລະໃຊ້ເວລາ  
ເຕີຍມີຂໍ້ສອນນີ້ຍກວ່າຂໍ້ສອນປົກກົງ

2. ຂໍ້ສອນອັດນີ້ສາມາດໃຊ້ວັດເຈັດຕີ ອຸນຄ່າແລະຄວາມຄືດເກີ່ນ ຮວມທັງ  
ຄວາມສາມາດດ້ານການສັງເກະະທີ່ໄດ້ເປັນອ່າງດີ

3. ຂໍ້ສອນອັດນີ້ສາມາດຊ່ວຍສ້າງປະສົບການເຈີນທີ່ດີ ເພົ່າມາຮັບຮູ້ວ່າ  
ຕອບຂໍ້ສອນອັດນີ້ນີ້ ນັກເຮືອນໄດ້ມີໂຄສະນາສຶກສົນການເຈີນແລະແສດງຄວາມຄືດນີ້  
ອອກມາຍ່າງນີ້ເຫຼຸດຜົນ

4. ຂໍ້ສອນອັດນີ້ສາມາດຊ່ວຍສ່າງເສີມການເຈີນແລະການໃຊ້ພາສາໄທຢູ່ເປັນຍ່າງດີ  
ແບບທົດສອນອັດນີ້ ມາຍຄື່ນ ແບບຄຳດາມ

#### ເກມທີ່ການໃຫ້ຄະແນນແບບຮູບຮົກ (Scoring Rubrics)

ຮູບຮົກ (Rubrics) ເປັນເຄື່ອງນີ້ໃຫ້ຄະແນນໜີ້ໃຫ້ໃຊ້ໃນການປະເມີນການ  
ປົງປັດຕິການຫຼືອພລງານຂອງນັກເຮືອນ ຮູບຮົກປະກອບດ້ວຍ 2 ສ່ວນ ອື່ນ ເກມທີ່ໃຫ້ປະເມີນ  
ການປົງປັດຕິຫຼືອພລັດພິທະຍານ ແລະຮະດັບຄຸນພາພຫຼືອຮະດັບຄະແນນ ເກມທີ່ຈະບອກຜູ້ສອນ  
ຫຼືອຜູ້ປະເມີນວ່າການປົງປັດຕິການຫຼືອພລງານນີ້ຈະຕ້ອງພິຈາລາສົ່ງໄດ້ນັ້ງ ຮະດັບຄຸນພາຫຼືອ  
ຮະດັບຄະແນນຈະບອກວ່າ ການປົງປັດຕິຫຼືອພລງານທີ່ສົນກວາຈະໄໄຮ້ຮັບຄຸນພາພຫຼືອຮະດັບຄະແນນ  
ນີ້ຈະກຳນົດການປົງປັດຕິຫຼືອພລັດພິທະຍານທີ່ສົນກວາຈະໄໄຮ້ຮັບຄຸນພາພຫຼືອຮະດັບຄະແນນ  
ດີກຳລັກມະເລີກພາບ(Specification) ຂອງການປົງປັດຕິຫຼືອພລັດພິທະຍານນີ້ໃນເງິນຄຸນພາພຫຼືອເງິນມາຄ

หรือทั้งสองประการรวมกัน ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับเป้าหมายของการประเมิน (กิจกรรมงานสิริสุคนธ์,

2550 : 2)

### การใช้รูบrikมีประโยชน์สำหรับครูและนักเรียนหลายประการ ดังนี้

1. รูบrik เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพมากทั้งในการเรียนและการสอน การประเมินช่วยปรับปรุงพัฒนาการปฏิบัติหรือการแสดงออกของนักเรียน ในขณะเดียวกันก็ช่วยควบคุมการปฏิบัตินั้นๆ ด้วยโดยครูต้องกำหนดความต้องการหรือความคาดหวังในผลงานของนักเรียนอย่างชัดเจน และแสดงให้นักเรียนทราบว่าจะทำให้ถึงความคาดหวังนั้นได้อย่างไร ซึ่งมักปรากฏในผลงานและการเรียนรู้ของนักเรียนพัฒนาขึ้นอย่างเห็นชัดเจน

2. รูบrik ช่วยให้นักเรียนตัดสินใจคัดสินคุณภาพผลงานของตนเองและของคนอื่นๆ อย่างมีเหตุผล เมื่อรูบrik เป็นแนวทางการประเมินนักเรียนจะสามารถที่จะแน่และแก้ปัญหาเกี่ยวกับผลงานของตนเองและผู้อื่น ได้ตรงๆ คุณ

3. รูบrik ช่วยลดเวลาครูในการประเมินงานของนักเรียนผลงานที่ผ่านการประเมินโดยเข้าใจผลงานของตนเองและโดยกลุ่มตัวเองยึดเกณฑ์หรือรูบrik เป็นหลักนั้น ทำให้ข้อบกพร่องมีน้อยมากเมื่อมามีถึงมือครู หากมีสิ่งใดต้องปรับปรุงบอกล่าวกัน ครูก็เพียงแต่งประเด็นนั้นในรูบrik นอกจากนี้รูบrik ยังช่วยให้ข้อมูลข้อมูลแก่นักเรียนมากขึ้น เกี่ยวกับจุดเด่นและสิ่งที่ต้องปรับปรุง

4. รูบrik มีความยืดหยุ่น คือ มีระดับคุณภาพตั้งแต่คี่เยี่ยงจนถึงต้องปรับปรุง ทำให้ครูนำไปใช้กับนักเรียนที่ความสามารถได้ คือ นำไปใช้กับนักเรียนที่เรียนเก่งเก่งจนถึงนักเรียนที่เรียนอ่อน โดยใช้เกณฑ์สะท้อนผลงานของเข้า

5. รูบrik ใช้ง่ายและอธิบายได้ง่าย นักเรียนจะรู้ชัดเจนว่าเขาเรียนรู้อะไรบ้าง ในปลายปีเขาก็จะประเมินได้อย่างถูกต้อง ผู้ปกครองก็เกิดความกระตือรือร้น และรู้ชัดเจนว่าถูกหลานจะต้องทำอย่างไรเพื่อให้ประสบความสำเร็จ

### ชนิดของรูบrik

รูบrik มี 2 ชนิด คือ แบบภาพรวม (Holistic) และแบบแยกส่วน (Analytic)

#### 1. รูบrik แบบภาพรวม

นิทโก (Nitko, 2001 : 56) กล่าวว่า รูบrik แบบภาพรวมจะเหมาะสมกับการปฏิบัติที่ต้องการให้นักเรียนสร้างสรรค์การตอบสนอง และไม่มีคำตอบที่ถูกต้องชัดเจน จุดเน้นของการรายงานคะแนนที่ใช้รูบrik แบบภาพรวมคือ คุณภาพโดยรวม ความคล่องแคล่ว หรือความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้หาสาระเฉพาะและทักษะซึ่งเป็นการประเมินระดับมิติเดียว

(Mertler. 2001) การใช้รูบrikแบบภาพรวมทำให้กระบวนการให้คะแนนเร็วกว่าการใช้รูบrikแบบแยกส่วน (Nitko. 2001) ดังนั้น ครุจึงต้องอ่านพิจารณาและตรวจสอบการปฏิบัติของนักเรียนโดยตลอด เพื่อให้รู้สึกวันรู้ถึงภาพรวมว่า นักเรียนทำอะไร ได้และยังใช้เป็นการประเมินสรุปได้ด้วย แต่นักเรียนจะได้รับทราบผลลงทะเบียนกันบันทึกมาก ดังทัวอย่างรูบrikแบบภาพรวมต่อไปนี้

ตารางที่ 1 เกณฑ์การให้คะแนนแบบรูบrik

คะแนน	รายละเอียด
5	แสดงความเข้าใจปัญหาอย่างสมบูรณ์ คำตอบประกอบด้วยทุกประเด็นที่ต้องการ
4	แสดงความเข้าใจปัญหางานส่วน คำตอบประกอบด้วยประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการ
3	แสดงความเข้าใจปัญหางานส่วน คำตอบประกอบด้วยประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการ
2	แสดงความเข้าใจปัญหาเพียงเล็กน้อย ประเด็นส่วนใหญ่ที่ต้องการไม่ปรากฏ
1	แสดงความไม่เข้าใจปัญหา
0	ไม่ตอบ / ไม่ทำงาน

## 2. รูบrikแบบแยกส่วน

นิยมใช้เมื่อต้องการเน้นชนิดหรือลักษณะเฉพาะของการตอบสนอง (Nitko. 2001 : 142) นั่นคือ ใช้สำหรับการปฏิบัติงานที่ยอมรับการตอบสนอง 1 หรือ 2 ลักษณะ และความคิดสร้างสรรค์ไม่ได้เป็นระดับสำคัญเกี่ยวกับการตอบสนองของนักเรียนนอกจากนี้ ผลลัพธ์ขั้นต้นจะมีคะแนนหลายตัว ตามด้วยคะแนนรวมซึ่งใช้เป็นตัวแทนการประเมินหลายมิติ (Mertler. 2001 : 59) การใช้รูบrikแบบแยกส่วนทำให้กระบวนการให้คะแนนช้า เนื่องจากเป็นการประเมินหลายหัวข้อหรือหลายคุณลักษณะเป็นรายบุคคล ทำให้ครุต้องใช้เวลาตรวจสอบงานหลายครั้ง การสร้างและการใช้รูบrikแบบแยกส่วนจึงใช้เวลามาก ซึ่งมีภาระทั่วๆ ไปว่าผลงานของแต่ละคนต้องพิจารณาแยกแต่ละด้านในแต่ละครั้งตามเกณฑ์การให้คะแนน (Metler. 2001 : 164) ดังนั้นการใช้รูบrikแบบแยกส่วนจึงได้ผลค่อนข้างสมบูรณ์ ผลลงทะเบียนกันบันทึก

ของตนตามเกณฑ์การให้คะแนน ซึ่งถ้าใช้รูบrikแบบภาพรวมจะไม่ปรากฏรายละเอียดนี้ (Nitko, 2001 : 159) ครูที่ใช้รูบrikแบบแยกส่วนจึงสามารถที่จะสร้างเส้นภาพ (Profile) ชุดเด่น – ชุดเด่นของนักเรียนแต่ละคนได้ ดังต้นแบบรูบrikแบบแยกส่วน ต่อไปนี้

ตารางที่ 2 การให้คะแนนรูบrikแบบแยกส่วน

ระดับ เกณฑ์\ ระดับ	ระดับ เริ่มต้น	ระดับ พัฒนา	ระดับสมบูรณ์	ระดับเป็น ตัวอย่างได้	คะแนน
เกณฑ์ที่ 1	คำบรรยาย สะท้อนระดับ เริ่มต้นของ การปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนการ เคลื่อนไหว ไปสู่ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อน ผลสัมฤทธิ์ของ ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนระดับ ความสูงสุด ของการ ปฏิบัติ	
เกณฑ์ที่ 2	คำบรรยาย สะท้อนระดับ เริ่มต้นของ การปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนการ เคลื่อนไหว ไปสู่ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อน ผลสัมฤทธิ์ของ ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนระดับ ความสูงสุด ของการ ปฏิบัติ	
เกณฑ์ที่ 3	คำบรรยาย สะท้อนระดับ เริ่มต้นของ การปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนการ เคลื่อนไหว ไปสู่ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อน ผลสัมฤทธิ์ของ ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย สะท้อนระดับ ความสูงสุด ของการ ปฏิบัติ	

ตารางที่ 2 (ต่อ)

ระดับ เกณฑ์	ระดับ เริ่มต้น	ระดับ พัฒนา	ระดับสมบูรณ์	ระดับเป็น ตัวอย่างได้	คะแนน
เกณฑ์ที่ 4	คำบรรยาย ละเอียดท่อนระดับ เริ่มต้นของ การปฏิบัติ	คำบรรยาย ละเอียดท่อนการ เคลื่อนไหว ไปสู่ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย ละเอียดท่อน ผลลัพธ์ของ ระดับ ความสำเร็จ ของการปฏิบัติ	คำบรรยาย ละเอียดท่อนระดับ ความสูงสุด ของการ ปฏิบัติ	

จากตัวอย่างรูปที่ 2 แบบ จะเห็นว่า ระดับการปฏิบัติที่หลากหลายของนักเรียน  
สามารถบรรยายได้ทั้งในด้านปริมาณหรือคุณภาพ บางครั้งครูอาจต้องการใช้ด้านปริมาณและ  
คุณภาพหากครูมี 4 ระดับ ทางด้านปริมาณก็มักใช้ 1 ถึง 4 ทางด้านคุณภาพก็มักใช้คำที่  
ยืดหยุ่น ได้มาก คำที่ใช้กันทั่วๆไปคือ เชี่ยวชาญ ชำนาญ ขั้นฝึกหัด นั่นคือ ใช้คำอธิบายที่  
เหมาะสมกับงาน

ข้อสังเคราะห์การหนึ่งในการให้คะแนนงานของนักเยน โดยใช้รูปวิเคราะห์ คือ การแบ่ง  
เป็นเกรด ไม่ควรคิดถึงรูปวิเคราะห์โดยนำไปเทียบกับคะแนนร้อยละ เช่น ถ้ารูปวิเคราะห์ 6 ระดับ ระดับ 3  
ไม่ควรถือว่าเท่ากับ 50% กระบวนการเปลี่ยนแปลงคะแนนรูปวิเคราะห์เป็นเกรดนั้นเป็นกระบวนการ  
ทางตรรกศาสตร์กว่ากระบวนการทางคณิตศาสตร์ และน่าว่า ระบบการให้คะแนนรูปวิเคราะห์  
พิจารณาจากค่าเฉลี่ย คือ คะแนนอยู่ที่ค่าเฉลี่ยหรือสูงกว่าค่าเฉลี่ย  
(ซึ่งที่ค่าเฉลี่ยจะแปลงเป็นเกรด C) หากกว่ากล่าวถึงคะแนนที่ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย ตัวอย่างเช่น  
ถ้ารูปวิเคราะห์ประกอบด้วย 9 ลำดับขั้น การปรับเกรดและลำดับขั้น ดังนี้

ตารางที่ 3 การให้คะแนนรูปวิเคราะห์แบบแยกส่วน

คะแนนรูปวิเคราะห์	เกรด	ลำดับขั้น
8	A+	ดีเยี่ยม
7	A	ดีเยี่ยม
6	B+	ดี

### ตารางที่ 3 (ต่อ)

คะแนนรูบrik	เกรด	คำอธิบาย
5	B	ดี
4	C+	พอใช้
3	C	พอใช้
2	U	ไม่น่าพอใจ
1	U	ไม่น่าพอใจ
0	U	ไม่น่าพอใจ

เมื่อเปลี่ยนคะแนนรูบrikกลับไปเป็นเกรด (โดยเฉพาะในระดับมัธยมศึกษา) หรือเปลี่ยนคะแนนรูบrikเป็นการบรรยายภาพผลลัพธ์ท่อนกลับ (ในระดับประถมศึกษา) แล้ว ต้องจำไว้ว่าแนวทางที่จะทำให้สำเร็จนั้น ไม่ได้มีเพียงทางเดียว ครุภะต้องหาหรือจัดทำระบบของตนเองที่จะเปลี่ยนรูบrikเป็นเกรด ได้อย่างเหมาะสมลงตัว ตลอดจนระบบการรายงานผลการปฏิบัติของตนเอง

#### ขั้นตอนการออกแบบรูบrik มี 7 ประการ ดังนี้

ขั้นที่ 1 ตรวจทานคุณประสิทธิภาพเรียนรู้ที่ต้องใช้ในการทำงาน เป็นการขันคู่แนวทางการให้คะแนนกับคุณประสิทธิภาพที่ใช้ในการสังเกตเป็นพิเศษซึ่งกรุต้องการเห็น(และที่ไม่ต้องการเห็น) นักเรียนแสดงออกในผลผลิตกระบวนการหรือการปฏิบัติ นั่นคืออธิบายคุณลักษณะทักษะหรือพฤติกรรมที่กรุต้องการเห็น รวมทั้งข้อพิจพลดاثทั่วๆไปที่ไม่ต้องการเกิด

ขั้นที่ 3 หาวิธีการต่างๆที่จะอธิบายลักษณะการปฏิบัติที่สูงกว่าระดับค่าเฉลี่ย และต่ำกว่าระดับค่าเฉลี่ยสำหรับแต่ละคุณลักษณะที่สังเกตจากขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 สำหรับรูบrikแบบภาระนั้น เขียนคำบรรยายลักษณะงานที่ดีและงานที่ไม่ดี โดยรวมทุกเกณฑ์เข้าด้วยกันเป็นข้อความเดียว สำหรับรูบrikแบบแยกส่วน เขียนคำบรรยายลักษณะงานที่ดีและงานไม่ดี โดยแยกต่างหากแต่ละเกณฑ์

ขั้นที่ 5 สำหรับแบบภาระนั้น เขียนรายละเอียดการปฏิบัติที่อยู่ในระหว่างกลางของระดับสูงกว่าค่าเฉลี่ย ระดับค่าเฉลี่ยและระดับต่ำกว่าค่าเฉลี่ย เพื่อให้รูบrikสมบูรณ์สำหรับรูบrikแบบแยกส่วน เขียนรายละเอียดสำหรับการปฏิบัติที่อยู่ระหว่างกลางของทุกเกณฑ์

- ข้อที่ 6 รวบรวมตัวอย่างผลงานของนักเรียน ซึ่งเป็นตัวแทนของแต่ละระดับ ซึ่งจะช่วยการให้คะแนนของครูในอนาคต  
 ข้อที่ 7 ทบทวนรูปบริบทที่ทำแล้ว (ถ้าจำเป็น)

## การสัมภาษณ์

### 1. ความหมายของการสัมภาษณ์

การสัมภาษณ์ (Interview) คือ การสนทนาระหว่างผู้ให้ตอบกับผู้ที่ถามนี้ จุดมุ่งหมาย เพื่อค้นหาความรู้ ความจริง ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ล่วงหน้า การสัมภาษณ์ เป็นวิธีการที่สำคัญวิธีหนึ่งในการรวบรวมข้อมูล เพราะการสัมภาษณ์นอกจากจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้วยังทราบข้อเท็จจริงเกี่ยวกับผู้ให้สัมภาษณ์ในด้านบุคคลิกอีกด้วย และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง การหานอนทัศน์ คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนจะได้ผลดี และได้ข้อมูลใกล้เคียงกับความเป็นจริง นั้นจะต้องมีเครื่องมือในการรวบรวมข้อมูลที่น่าเชื่อถือ ซึ่ง nokken ออกแบบทดสอบทางการเรียนแล้ว การสัมภาษณ์ก็เป็นเครื่องมืออีกชนิดหนึ่งที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อเท็จจริง เพราะการสัมภาษณ์นักเรียนจะทำให้ผู้สัมภาษณ์ได้ข้อมูลที่ต้องการแล้วซึ่งได้ทราบเกี่ยวกับบุคคลิกของผู้ให้สัมภาษณ์อีกด้วย และที่สำคัญทำให้ทราบความเข้าใจในการเรียนของนักเรียนอย่างแท้จริง ดังที่มีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความสำคัญของการสัมภาษณ์ไว้ดังนี้

วัฒนา พัชราวนิช (2540 : 127 - 128) กล่าวว่า การสัมภาษณ์นี้เป็นการค้นหาข้อเท็จจริงและทำให้ทราบความต้องการของเด็ก เป็นการช่วยให้เกิดความสนิทสนมและคุ้นเคยกันมากยิ่งขึ้น ทำให้ผู้มาขอรับคำปรึกษา กล้าพูดและกล้าบอกความเป็นจริง โดยไม่มีการปิดบัง คำพูดและยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจตนเอง สามารถปรับตัวให้อยู่ในสภาพแวดล้อมได้

นิภา เมธราเวชัย (2543 : 32) กล่าวว่า การสัมภาษณ์เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับวัดความคิดเห็นของบุคคล โดยการสนทนากับเด็ก ให้ตอบ ระหว่างบุคคล ลักษณะตัวต่อตัว การสัมภาษณ์ดีกว่าการสังเกต เพราะผู้สัมภาษณ์สามารถใช้ตัว หู และปาก ในขณะที่สัมภาษณ์ ได้ผู้สัมภาษณ์ควรสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองกับผู้สูงสัมภาษณ์ โดยสร้างความเชื่อถือ รักษาอารมณ์ให้มั่นคง แสดงความสนใจขณะสัมภาษณ์ และบันทึกผลการสัมภาษณ์อย่างตรงไปตรงมา

จากการศึกษาข้อมูลข้างต้นสรุปได้ว่า การสัมภาษณ์ หมายถึง วิธีการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยการสนทนากับคุย ซักถามเพื่อหาข้อเท็จจริงและทราบให้ทราบเกี่ยวกับปัญหาที่เกิดจากผู้ให้สัมภาษณ์และนำปัญหาเหล่านั้นไปวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางแก้ไขต่อไป

## 2. ประเภทของการสัมภาษณ์

ระวีวรรณ ชินะตระกูล (2547 : 119 - 120) ได้แบ่งประเภทของการสัมภาษณ์เป็น

### 2 ประเภท คือ

2.1 การสัมภาษณ์แบบมีโครงสร้าง (Structured form) การสัมภาษณ์วิธีนี้เป็นการสัมภาษณ์วิธีนี้เป็นการกำหนดข้อความไว้อย่างแน่นอนว่าจะสัมภาษณ์อะไรบ้าง วิธีการสัมภาษณ์ตามแบบฟอร์มของข้อคำถามที่กำหนดไว้ซึ่งผู้อุทกสัมภาษณ์จะตอบข้อคำถามเหมือนกันทุกข้อ คำถามที่จะสัมภาษณ์จะต้องสร้างและจัดเตรียมข้อคำถามเป็นอย่างดี ก่อนที่จะทำการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ควรทำความเข้าใจกับคำถามทุกข้อให้ตรงกันเสียก่อน เพื่อที่จะได้ข้อมูลที่มีความน่าเชื่อถือได้ดียิ่งขึ้น

2.2 การสัมภาษณ์แบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured form) แบ่งออกเป็น 3 ประเภท

#### 2.2.1 การสัมภาษณ์แบบไม่จำกัดคำตอบ (Non – directive interview)

การสัมภาษณ์วิธีนี้เป็นแบบที่ไม่ต้องเตรียมคำถาม เป็นการพูดคุยกันอย่างธรรมชาติ ไม่มีกฎเกณฑ์ที่แน่นอนว่าจะเริ่มต้นสิ่งใดก่อน จนกระทั่งจะจบคำสั่งใด ผู้สัมภาษณ์จะต้องนั่งลงมาคุยกัน การสัมภาษณ์จะต้องพယายามให้ผู้ให้ข้อมูลสามารถพูดคุยกันได้โดยไม่ต้องมีความรู้สึกนิ่งคิดของตนเกี่ยวกับเรื่องค่างๆ ของมาเอง ผู้สัมภาษณ์จะรับฟังและตอบโต้ด้วยความเข้าใจในความรู้สึกนิ่งคิดที่ผู้อุทกสัมภาษณ์แสดงออกมา ผู้อุทกสัมภาษณ์จะมีความรู้สึกว่ามีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องต่างๆ ในการสัมภาษณ์แบบนี้เป็นการสัมภาษณ์ที่ยืดหยุ่นมากผู้สัมภาษณ์มีอิสระในการคัดแปลงแก้ไขให้เป็นไปตามวัตถุประสงค์ของการสัมภาษณ์ โดยส่วนมากการสัมภาษณ์ประเภทนี้มักเป็นการสัมภาษณ์เกี่ยวกับสภาพทางอารมณ์ ค่านิยมทางการดำเนินงาน การดำเนินชีวิตและอุดมการณ์ ดังนั้นการสัมภาษณ์วิธีนี้จึงจำเป็นและนิยมใช้กันมากในหมู่นักจิตวิทยา นักสังคมสงเคราะห์และแพทย์ ผู้สัมภาษณ์จำเป็นต้องสร้างบรรยากาศที่เป็นกันเองมากที่สุด เพื่อให้ผู้ตอบอยู่ในอารมณ์ที่สบายอกสบายใจ

2.2.2 การสัมภาษณ์แบบมีจุดสนใจโดยเฉพาะ (Focuses interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ผู้สัมภาษณ์มีจุดมุ่งหมายหรือมีความสนใจในบางเรื่องอยู่แล้ว จึงพยายามจะตะล่อมให้ผู้อุทกสัมภาษณ์ให้แสดงออกมาย่างมีอิสระในการแสดงความคิดเห็นในเรื่องนั้นๆ

2.2.3 การสัมภาษณ์แบบหยั่งลึก (In – depth interview) เป็นวิธีการสัมภาษณ์ที่ต้องการล้วงเอาความจริงใจจากผู้สูงสัมภาษณ์ให้มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ เป็นการซักถามเพื่อต้องการทราบถึงเหตุการณ์ต่างๆที่ก่อให้เกิดข้อเท็จจริงไม่ใช่เป็นการถามเดี่ยวกับคำถาม “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” แต่เป็นคำถามที่ถามว่า เพราะเหตุใดหรือทำไว้ ฯลฯ การสัมภาษณ์แบบนี้ ผู้สัมภาษณ์จะต้องทำความคุ้นเคยและมีความมั่นใจแล้วว่าบรรยายกาศที่จะทำให้การสัมภาษณ์เหมาะสม

### 3. ลักษณะของการสัมภาษณ์

ลักษณะของการสัมภาษณ์แบ่งออกเป็น 2 ชนิด คือ

3.1 การสัมภาษณ์รายบุคคล หรือการสัมภาษณ์แบบเผชิญหน้ากัน (Face-to-face) ระหว่างผู้สัมภาษณ์กับผู้ให้ข้อมูลเพื่อรับรวมข้อมูลที่ต้องการคำตอบที่เจาะลึกในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง การสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลมีข้อดี คือ ผู้สัมภาษณ์ได้ซักถามเป็นการส่วนตัว คำถามที่ใช้ข้อบุกเบิกผู้สัมภาษณ์ ผู้ให้ข้อมูลสามารถตอบได้อย่างอิสระ อาจมีการปรับปรุงหรือเปลี่ยนแปลงคำถามให้เหมาะสมกับผู้ให้ข้อมูลแต่ละคน เนื่องจากผู้ให้ข้อมูลแต่ละคนอาจมีวัฒนธรรมที่ต่างกัน จึงจำเป็นต้องมีการสร้างบรรยายกาศให้มีความเป็นกันเอง เพื่อที่จะให้ได้ข้อมูลตามที่ต้องการ นอกจากนี้การสัมภาษณ์แบบนี้ สารบันทึกเทปหรือสังเกตการแสดงออกต่อการตอบสนองคำถามด้วยท่าทาง น้ำเสียง และสภาพแวดล้อมได้อีกด้วยการสัมภาษณ์เป็นรายบุคคลเป็นการลงทุนค่อนข้างสูงและใช้เวลานาน บางครั้งคำถามที่ถามอาจทำให้ผู้ตอบไม่ค่อยยกตอบ เช่น ถามเกี่ยวกับรายได้ หรือคำถามที่ก่อให้เกิดความรู้สึกที่ขัดแย้งต่อบุคลิกภาพของผู้ให้สัมภาษณ์นอกจากนี้คำตอบที่ได้อาจมีความลำเอียง

3.2 การสัมภาษณ์เป็นกลุ่ม (Group interview) เป็นการสัมภาษณ์อีกแบบหนึ่งที่ผู้สัมภาษณ์ทำการสัมภาษณ์กับผู้ร่วมสนทนารือเป็นกลุ่ม เพื่อสนทนาระบบที่มีความคิดเห็นซึ่งกันและกัน โดยผู้สัมภาษณ์ เป็นผู้กำหนดหัวข้อร่วมสนทนาจะไม่มีความรู้สึกว่าถูกซักถาม ปัญหาแต่คิดว่าเป็นการسئวนานในเรื่องที่ผู้สัมภาษณ์สนใจอยู่รู้เรื่องต่างๆการสัมภาษณ์เป็นกลุ่ม ช่วยให้ประยับคเวลา ลงทุนน้อย เหมาะสมสำหรับการระดมความคิดเพื่อเป็นแนวทางในการหาข้อสรุป แต่อาจทำให้บางคนมีความรู้สึกอึดอัดในการตอบ หรือมีความรู้สึกไม่อยากตอบ เนื่องจากผู้ให้ข้อมูลบางคน ไม่สามารถเปิดเผยข้อมูล ได้อย่างอิสระ

### 4. หลักการสัมภาษณ์

วัฒนา พัชราวนิช (2540 : 127 - 128) ได้กล่าวไว้ว่า “การสัมภาษณ์” ได้ดังนี้

4.1 เตรียมการสัมภาษณ์ เตรียมหัวข้อที่จะสัมภาษณ์ กำหนดเวลาในการสัมภาษณ์ เตรียมสถานที่ในการสัมภาษณ์

4.2 เริ่มต้นการสัมภาษณ์ด้วยการสร้างมิตรภาพ ทำให้ผู้มารับกาสัมภาษณ์รู้สึกเป็น กันเองและให้ความไว้วางใจผู้สัมภาษณ์

4.3 ผู้สัมภาษณ์ต้องแสดงตนเป็นเป็นผู้รับฟังที่ดี ไม่แสดงอาการเบื่อหน่ายต้อง แสดงว่ามีความสนใจและตั้งใจฟัง

4.4 ผู้สัมภาษณ์ต้องใช้คำที่เข้าใจง่าย ถ้าซ้ำๆและพูดอย่างชักดือยชักคำไม่ป้อน คำตามรวดเร็วเกินไปจนผู้ตอบงงและสงสัย

4.5 ผู้สัมภาษณ์ไม่ควรจะพูดหรือคุยมากเกินไป ต้องพยายามเป็นผู้รับฟังให้โอกาส ผู้สูงสัมภาษณ์พูดให้มากที่สุด

4.6 ไม่ควรบันทึกคำพูดของเด็กในระหว่างการสัมภาษณ์จะทำให้เด็กเกิดความ วิตกกังวลหวาดระแวง

4.7 ใน การยุติการสัมภาษณ์ ผู้สัมภาษณ์ต้องสร้างบรรยายภาพที่ดี ทำให้ผู้รับการ สัมภาษณ์พึงพอใจที่จะกลับมาอีกครั้งหนึ่ง

4.8 การบันทึกการสัมภาษณ์ต้องทำทันทีเมื่อเสร็จสิ้นการสัมภาษณ์ไม่ควรทิ้งไว้ นานๆ เพราะอาจลืมรายละเอียดได้

## 5. แนวทางการสัมภาษณ์

แฮมมิล และบาร์เทล (Hammill & Bartel) ได้ให้แนวในการสัมภาษณ์นักเรียน เกี่ยวกับการสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับวิชาคณิตศาสตร์ ดังนี้ (มาลา ป่าจุwang. 2542 : 30 - 31)

5.1 ให้เดือกด้วยบัญหาที่ถูกต้อง และให้ลำดับก่อนหลัง

5.2 เริ่มต้นด้วยปัญหาต่างๆก่อน เพราะจะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ

5.3 บันทึกการสัมภาษณ์ด้วยเทปเสียงหรือในสมุดบันทึก

5.4 ให้นักเรียนเพียงวิธีการแก้ปัญหาและอธิบายโดยการพูด

5.5 ให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างอิสระ โดยใช้วิธีการของนักเรียนเอง โดยที่ครูไม่ ต้องให้คำแนะนำหรือเสนอแนะว่านักเรียนกำลังทำผิด

5.6 หลีกเลี่ยงการเร่งให้นักเรียนทำงานเร็วๆ เพราะอาจจะเป็นการสร้าง ความกดดันหรือสกัดกั้นความคิดของนักเรียน การสัมภาษณ์ เช่นนี้ควรใช้เวลา 15 - 45 นาที

นิวแมน (Newman. 1983 : 13-14) ได้เสนอวิธีการในการสัมภาษณ์นักเรียนหลังจาก การทำแบบทดสอบและวิธีการใช้คำถามในการสัมภาษณ์ไว้ว่าวิธีการสัมภาษณ์นักเรียนผู้

สัมภาษณ์จะต้องทำการสัมภาษณ์หลังจากการทำแบบทดสอบเสร็จแล้วทันทีโดยต้องแยกสัมภาษณ์ที่จะคนระหว่างการสัมภาษณ์นั้นกีความมีการบันทึกไว้ด้วยส่วนต่างๆ แวดล้อมรอบข้าง ความมีสภาพที่ไม่รบกวนผู้สัมภาษณ์และนักเรียนมากนักถ้าสังเกตเห็นว่านักเรียนเกิดอาการเกร็ง หรือไม่มีสมาธิที่จะให้สัมภาษณ์ต่อไปได้ก็ควรหยุดสัมภาษณ์ทันทีและนอกจากนี้ผู้สัมภาษณ์ ต้องระวังในเรื่องของการพูดด้วย เพราะอาจจะทำให้นักเรียนไขว้เข้าหรือเปลี่ยนความคิดได้และที่สำคัญผู้สัมภาษณ์ไม่ควรบ่นกับนักเรียนว่าโจทย์ที่นำมาสัมภาษณ์นั้นเป็นข้อที่นักเรียนเคยทำผิดมาแล้วส่วนวิธีการใช้คำตามในการสัมภาษณ์นั้นนิวัฒน์เสนอว่าคำตามดังต่อไปนี้จะเป็นแนวทางไปสู่การวิเคราะห์ความผิดพลาดของนักเรียนจากการเขียนตอบในแบบทดสอบ คณิตศาสตร์ได้

#### ตารางที่ 4 คำตามในการวิเคราะห์ความผิดพลาด

ขั้นที่	การวิเคราะห์ความผิดพลาด	คำตามที่ใช้
1	ความผิดพลาดจากการอ่าน (Reading errors)	นักเรียนลองอ่านคำตามให้ครุพัฟ
2	ความผิดพลาดจากการเข้าใจ (Comprehension errors)	บอกครุว่า คำตามต้องการให้เชอทำอะไร
3	ความผิดพลาดจากการเปลี่ยนรูป (Transformations errors)	บอกครุเกี่ยวกับแนวคิดที่เชอจะใช้หาคำตอบ
4	ความผิดพลาดจากการใช้ทักษะกระบวนการ(Proces skill errors)	ลองแสดงวิธีที่เชอใช้คำนวนหาคำตอบพร้อมอธิบายตามไปด้วย
5	ความผิดพลาดจากการสรุปตอบ (Encoding errors)	ที่นี่ ให้เชอเขียนคำตอบของคำตาม

#### 6. วิธีการบันทึกการสัมภาษณ์

วิธีการบันทึกการสัมภาษณ์ลงในแบบบันทึกการสัมภาษณ์ของนิวัฒน์มีวิธีการบันทึกดังต่อไปนี้

##### 6.1 การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการอ่าน (Reading recognition)

การสัมภาษณ์นักเรียนในขั้นนี้ผู้ศึกษาจะให้นักเรียนอ่านโจทย์ปัญหาจากแบบทดสอบถ้าหากนักเรียนอ่านได้ถูกต้องผู้ศึกษาจะจะวงกลมตัวมีกรอบอักษร C (Correct) ในช่อง

ของ Word แต่ถ้านักเรียนอ่านคำใดคำหนึ่งผิดหรืออ่านไม่ได้ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E (Errors) ในส่วนของ Word เช่นกันพร้อมกับบันทึกรายละเอียดของการอ่านผิดอย่างย่อๆ ในส่วนของการอ่านสัญลักษณ์ที่อยู่ในโจทย์ปัญหานั้นถ้านักเรียนอ่านสัญลักษณ์ได้ถูกต้องผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C ในส่วนของ Symbol แต่ถ้านักเรียนอ่านผิดหรืออ่านไม่ได้ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E ในส่วนของ Symbol เช่นกันพร้อมทั้งบันทึกรายละเอียดของ การอ่านสัญลักษณ์ที่ผิดอย่างย่อๆ

#### 6.2 การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการทำความเข้าใจ (Comprehension)

การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการทำความเข้าใจคำศัพท์เฉพาะ(Comprehension (a)) เมื่อผู้ศึกษาให้นักเรียนบอกความหมายของคำสำคัญ (Key words) หรือสัญลักษณ์ที่อยู่ในโจทย์ปัญหาแล้วผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของ Terms ถ้านักเรียนสามารถบอกได้ถูกต้องผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิดหรือบอกไม่ได้ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อๆ

การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการทำความเข้าใจ โจทย์ (Comprehension (b)) เมื่อผู้ศึกษาให้นักเรียนบอกสิ่งที่โจทย์ปัญหาต้องการให้นักเรียนทำแล้วผู้ศึกษาจะบันทึกผลลงในส่วนของGeneral โดยถ้านักเรียนบอกได้ถูกต้องผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้า นักเรียนบอกผิดหรือบอกไม่ได้ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ ผิดอย่างย่อๆ

6.3 การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการเปลี่ยนรูป (Transformation) ในขั้นนี้ถ้า นักเรียนสามารถบอกแนวคิดหรือวิธีที่จะใช้หาคำตอบฯ ได้ถูกต้องผู้ศึกษาจะบันทึกผลโดย วงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้านักเรียนบอกผิดหรือบอกไม่ได้ผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E และบันทึกรายละเอียดของสิ่งที่ผิดอย่างย่อๆ

6.4 การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการใช้ทักษะกระบวนการ (Process skills) ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณหาคำตอบฯ ได้ถูกต้องผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร C แต่ถ้า นักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณผิดหรือแสดงวิธีคิดคำนวณไม่ได้ผู้ศึกษาจะบันทึกสิ่งที่ผิดลงใน ส่วนต่างๆของขั้น Process skills ดังนี้

6.4.1 ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณซึ่งเป็นการเดาคำตอบที่ผิดผู้ศึกษาจะ บันทึกผลลงในส่วนของการเดาคำตอบโดยวงกลมรอบอักษร E ในแควของ R (Random response)

6.4.2 ถ้าพบว่านักเรียนเลือกการกระทำการทำทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการคำนวณไม่ถูกต้องไม่เหมาะสมหรือไม่ตรงกับ โจทย์ที่ต้องการแล้วผู้ศึกษาจะบันทึกผลการตรวจกลมรอบอักษร E ในแบบของ WO (Wrong Operation)

6.4.3 ถ้าพบว่านักเรียนได้นำการกระทำการทำทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องตรงกับที่โจทย์ต้องการให้ทำแล้วมาใช้คำนวณอย่างผิดๆ ผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบ E ในแบบของ FA (Faulty Algorithm)

6.4.4 ถ้าพบว่านักเรียนคิดคำนวณผิดผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในแบบของ FC (Faulty Computation)

6.4.5 ถ้าพบว่านักเรียนไม่แสดงวิธีคิดคำนวณหรือทำได้โดยผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในแบบของ E ในแบบของ NR (No Response) ทั้งนี้ถ้านักเรียนแสดงวิธีคิดคำนวณผิดหมวดทุกกรณีดังกล่าวข้างต้นแล้วผู้ศึกษาจะบันทึกความผิดพลาดโดยวงกลมล้อมรอบอักษร E ในแบบสุดท้ายในข้อนี้

6.5 การบันทึกผลการสัมภาษณ์ในขั้นการสรุปคำตอบ (Encoding ability) ถ้า นักเรียนสรุปคำตอบในรูปข้อความหรือภาษาได้ถูกต้องผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบ C ในส่วนของ Words ถ้าสรุปผิดผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร E ในส่วนของ Words เช่นเดียวกัน

ถ้านักเรียนสรุปคำตอบในรูปสัญลักษณ์ได้ถูกต้องผู้ศึกษาจะวงกลมรอบอักษร C ในส่วนของ Symbols ถ้าสรุปผิดผู้ศึกษาจะวงกลมล้อมรอบอักษร E ในส่วนของ Symbols เช่นเดียวกัน

เพียง ไชยศร (2546 : 100) กล่าวถึงวิธีการบันทึกเรื่องที่สัมภาษณ์ไว้ 2 วิธี ดังนี้  
 วิธีแรก คือ การจดบันทึก วิธีนี้เป็นวิธีที่นิยมเป็นอย่างมาก เพราะเป็นวิธีการที่ประยุกต์แต่ก็ยังมี ข้อที่ถูกถียงกันว่าควรจะมีการจดบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์หรือหลังการสัมภาษณ์ แบบใดจะ เหมาะสมที่สุด เพราะและแบบมีทั้งข้อดีและข้อเสียต่างกันไป ถ้าการสัมภาษณ์เพื่อหา ข้อเท็จจริงที่มีรายละเอียดมาก ยากแก่การเข้าใจ ก็อาจจะจดบันทึกในขณะที่สัมภาษณ์ แต่ถ้าเป็น เรื่องที่ประเด็นใหญ่ๆ หรือเป็นเหตุการณ์ที่ไม่ต้องรายละเอียด ก็อาจจะจดบันทึกหลังการ สัมภาษณ์เสร็จสิ้นแล้วก็ได้ ส่วนวิธีการวิธีที่สองคือ การบันทึกเทป โดยปกติแล้วจะจัดในห้อง สัมภาษณ์ที่มีลักษณะพิเศษและช่องทางไปโดยไม่ให้ผู้ถูกสัมภาษณ์รู้ตัว แต่ถ้าใช้บันทึกเทป แบบธรรมดาก็ต้องขออนุญาตซึ่งเหตุผลหรือจุดมุ่งหมายในการบันทึกเทปการสัมภาษณ์ใน ครั้งนี้ให้ผู้ถูกสัมภาษณ์เข้าใจ และถ้าผู้ถูกสัมภาษณ์อนุญาตให้บันทึกเทปได้ ผู้สัมภาษณ์จะ ทำการบันทึกเทปได้

จากการศึกษาเกี่ยวกับวิธีการสัมภาษณ์นักเรียนในการค้นหาข้อมูลของทางการเรียนสามารถสรุปได้ว่าในการสัมภาษณ์นั้นผู้สัมภาษณ์จะต้องมีการวางแผนการสัมภาษณ์ก่อนการสัมภาษณ์ไม่ว่าจะเป็นในส่วนของคำตามเครื่องมือที่ใช้ในการบันทึกหรือแม้กระทั่งสิ่งที่ต้องการจากการสัมภาษณ์ในแต่ละครั้ง

### งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการทำวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์โน้ตค้นที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ ดังรายละเอียดดังไปนี้

#### 1. งานวิจัยในประเทศไทย

สมนึก ศรีนกร (2540 : 38-42) ได้ทำการวิจัยเรื่องการวินิจฉัยข้อมูลของใน การเรียนคณิตศาสตร์เรื่องเศษส่วนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดสงขลา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อมูลพื้นฐานเรื่องเศษส่วนจำนวน 332 คนคิดเป็นร้อยละ 85.13 และไม่มีข้อมูลพื้นฐาน 58 คนคิดเป็นร้อยละ 14.87 ซึ่งนักเรียนมีข้อมูลพื้นฐานเรื่องเศษส่วนมากที่สุดจำนวน 309 คนคิดเป็นร้อยละ 93.07 รองลงมาเป็นข้อมูลพื้นฐานเรื่องเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ข้อมูลพื้นฐานเรื่องเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ข้อมูลพื้นฐานเรื่องเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน และข้อมูลพื้นฐานเรื่องเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากันตามลำดับ

มาล่า ป่าจุwang (2542 : 67-70) ได้ทำการวิจัยเรื่องข้อมูลของทางเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจักรคำภัทร ผลการวิจัยสรุปได้ว่า ข้อมูลของทางการเรียนที่นักเรียนมีมากที่สุดคือข้อมูลพื้นฐานเรื่องค่านแทนเทคนิคการแก้ปัญหาโดยที่ซึ่งนักเรียนไม่ใช้รูปธรรมช่วยในการแก้ปัญหาโดยที่ไม่รู้จักภาคคณิตศาสตร์ คำตอนของนักเรียนไม่เห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลกับปัญหาที่ต้องการแก้ไม่มีการกำหนดชั้นตอนของการแก้ปัญหาร่องลงมาได้แก่ ข้อมูลกับปัญหาที่ต้องการแก้ไม่มีการกำหนดชั้นตอนของการแก้ปัญหาร่องลงมาได้แก่ ข้อมูลกับปัญหาที่ต้องการแก้ไม่มีการกำหนดชั้นตอนของการแก้ปัญหาร่องลงมาได้แก่ คำตอนต่อตอนชั้นตอนของการแก้โดยที่ปัญหาและมีความรู้พื้นฐานที่จะใช้ในการเรียนเนื้อหา นั้นๆ ไม่เพียงพอและข้อมูลพื้นฐานเรื่องค่านแทนคณิตศาสตร์ที่มีความเข้าใจ และใช้กฎนิยามสูตรหรือทฤษฎีบางไม่ถูกต้องส่วนข้อมูลพื้นฐานเรื่องค่านแทนคณิตศาสตร์ที่พึ่งคือ นักเรียน ไม่ให้ความร่วมมือในการตอบคำถามและขาดความกระตือรือร้นในการเรียน

กรรมการ ปวนกาน (2543 : 35-38) ได้ทำการวิจัยเรื่องการใช้กระบวนการวิเคราะห์ความพิเศษของนิวเมเนเพื่อวิเคราะห์ความพิเศษในการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์เรื่องสมการกำลังสองของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเมืองป่านวิทยา จังหวัดลำปางซึ่งสรุปผลได้ดังนี้ความพิเศษในการแก้โจทย์ปัญหาสามารถกำลังสองของนักเรียนมีทั้งหมด 80 ความพิเศษความพิเศษในการแก้โจทย์ปัญหาสามารถกำลังสองของนักเรียนเป็นความพิเศษประเภทความเข้าใจร้อยละ 45 ความพิเศษประเภทเปลี่ยนรูปร้อยละ 48.75 ความพิเศษประเภทการใช้ทักษะกระบวนการร้อยละ 5 และความพิเศษประเภทการสรุปคำตอบร้อยละ 1.25

ยงยศ พุทธไให้ (2543 : 71-72) ได้ศึกษาความคิดรวบยอดที่พิเศษทางคณิตศาสตร์เรื่อง “เซต” ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสามยาญญา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความคิดรวบยอดที่พิเศษมากที่สุดในเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องเซต การเขียนเซตบวกแบบบวกเงื่อนไขสามชิก เพนเวอร์เซต สับเซต เซตที่เท่ากัน คอมพลีเมนต์ ยูเนียน และอินเตอร์เซกชัน ผลต่าง ตามลำดับ ความคิดรวบยอดที่พิเศษทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซต ระหว่างนักเรียนที่ได้รับการอบรมเดี่ยงคูแบบเข้มงวด กว่าขั้น แต่กต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความคิดรวบยอดที่พิเศษทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์เรื่อง เซต ระหว่างนักเรียนที่มีภูมิหลังด้านการศึกษาของผู้ปกครอง ระดับต่ำกว่าปฐมญาตรีกับนักเรียนที่มีภูมิหลังการศึกษาของผู้ปกครองระดับปฐมญาตรีหรือสูงกว่า แต่กต่างกันอย่างไม่มีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เมตตา นาเวียง (2544 : 56) ได้ทำการวิจัยเรื่องการศึกษาข้อมูลพร่องในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องสมบัติของจำนวนนับของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยขอนแก่น สรุปได้ว่านักเรียนมีลักษณะของข้อมูลพร่องอยู่ 12 ลักษณะ โดยเรียงลำดับลักษณะข้อมูลพร่องอยู่ 3 ลำดับจากมากไปหาน้อยดังนี้นักเรียนทำไม่ครบขั้นตอนหรือลำดับขั้นตอนผิดเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคคณิตศาสตร์ไม่ได้และบอกกฎหมายหรือนิยามของจำนวนนับไม่ได้และเมื่อรวมลักษณะข้อมูลพร่องอยู่เป็นลักษณะ 4 ลักษณะเรียงลำดับความถี่ที่พบต่อจำนวนความถี่ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากมากไปน้อยคือการตรวจสอบการแก้ปัญหาร้อยละ 56.00 การใช้กฎสูตรและนิยามร้อยละ 36.89 การตีความหมายร้อยละ 29.00 และลำดับสุดท้ายคือการคิดคำนวณร้อยละ 23.00

เวชฤทธิ์ อังกันนະภัทรขจร (2546: 31-42) ได้ทำการวิจัยเรื่องการสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คณาจารย์เคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ วัดถุประสงค์ในการวิจัยเพื่อสังเคราะห์งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คณาจารย์เคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ พ.ศ. 2521 ถึง พ.ศ. 2546 ซึ่งเป็นการสังเคราะห์เชิงคุณลักษณะ กลุ่มตัวอย่างเป็น งานวิจัยในประเทศไทยซึ่งทำโดยอาจารย์หรือผู้เชี่ยวชาญที่เป็นนักคณิตศาสตร์ กลุ่มนักคณิต หน่วยงาน หรือสถาบันการศึกษาและวิทยานิพนธ์ที่เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาของ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตรมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคามและมหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่คณาจารย์เคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ ตั้งแต่ พ.ศ. 2521 ถึง พ.ศ. 2546 จำนวน 58 เล่ม ผลการวิจัยพบว่า ในแต่ละช่วงชั้นนักเรียนมี มโนทัศน์ที่คณาจารย์เคลื่อนทั้ง 4 ด้านที่ทำการศึกษา ได้แก่ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ นิยามและสมบัติ ด้านการคิดคำนวณและด้านการตรวจสอบแก้ปัญหา

งกล ทำส่วน (2547 : 66-67) ได้ทำการวิจัยเรื่องการวินิจฉัยข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยฝ่ายมัธยมและผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อผิดพลาดทางการเรียนมากที่สุดในด้านการคำนวณ รองลงมาเป็นด้านการใช้ทฤษฎีบทสูตรกฎนิยามและสมบัติและด้านการตีความจากโจทย์ ตามลำดับส่วนข้อผิดพลาดในแต่ละส่วนประกอบของแต่ละด้านมีร้อยละดังนี้ ด้านการคิดคำนวณนักเรียนมีข้อผิดพลาดในส่วนสรุปผล ไม่ถูกต้องร้อยละ 62.89 ขาดความระมัดระวังในการคิดคำนวณร้อยละ 21.65 ขาดทักษะในหลักพีชคณิตเบื้องต้นในการแก้สมการและอสมการ ร้อยละ 8.25 และทำผิดขั้นตอนที่ถูกต้องในการคิดคำนวณร้อยละ 7.21 ด้านการใช้ทฤษฎีบทสูตรกฎนิยามและสมบัตินักเรียนมีข้อผิดพลาดในความเข้าใจขั้นพื้นฐานเกี่ยวกับทฤษฎีบทสูตรกฎนิยามและสมบัติไม่ถูกต้องร้อยละ 36.62 จำกัดทฤษฎีบทสูตรกฎนิยามและสมบัติที่เหมาะสมร้อยละ 11.27 และขาดทักษะในการเลือกใช้ทฤษฎีบทสูตรกฎนิยามและสมบัติที่เหมาะสมร้อยละ 1.41 และด้านตีความจากโจทย์นักเรียนมีความผิดพลาดในการแปลความหมายจากภาษาไปเป็นภาษาไทย ตัวอย่างที่ร้อยละ 76.74 และนำข้อมูลมาใช้ผิดร้อยละ 23.26

เวชฤทธิ์ อังกันนະภัทรขจร (2552 : 25-33) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษามโนทัศน์ที่คณาจารย์เคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิตพิบูลบำเพ็ญ

ผลการวิจัย พนบวฯ ในเนื้อหาเรขาคณิตวิเคราะห์และเนื้อหาภาคตัดกรวย นักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนทั้ง 4 ด้านที่ทำการศึกษา ได้แก่ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ

ศศินา กะลະปุก (2552 : 57) ได้ทำการศึกษากระบวนการวิเคราะห์ความผิดพลาดของนิวัฒน์วิเคราะห์ความผิดพลาดและสาเหตุของความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการของนักเรียนชนผู้ลา虎 เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษา ได้แก่ แบบทดสอบโจทย์ปัญหาสมการแบบเขียนตอบ ตารางบันทึกคำตอบจากแบบทดสอบ แบบบันทึกการสัมภาษณ์ และแบบวิเคราะห์ความผิดพลาดรายคน จากผลการศึกษาพบว่า ความผิดพลาดในการแก้โจทย์ปัญหามากที่สุดคือ ในขั้นการเปลี่ยนรูปโดยพบว่า สาเหตุเกิดจากการที่นักเรียนไม่เห็นความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นในโจทย์ปัญหาทำให้ไม่สามารถนำข้อมูลที่มีในโจทย์ปัญหาสัมพันธ์กันหรือเชื่อมเป็นสมการ ได้อย่างถูกต้อง รองลงมาคือการทำความเข้าใจพื้นที่เฉพาะ การอ่านและทำความเข้าใจพื้นที่เฉพาะเกิดจากปัญหาด้านการใช้ภาษาไทยในการตีสาร รองลงมาอีกคือ ขั้นการใช้ทักษะกระบวนการเกิดจากการคิดคำนวณเพียงเพื่อต้องการให้ได้คำตอบตรงที่คาดคะเนเอาไว้ การนำกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาใช้ผิด การตรวจสอบคำตอบผิด การคิดคำนวณที่ไม่ถูกต้องและท้ายสุดคือความสร้างสรรค์ของนักเรียนเอง

ธีรยุทธ จันทะคัด (2554 : 94) ได้ทำการศึกษาวิเคราะห์มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน และข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์เรื่อง การบวกและการลบพหุนาม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผลการวิจัย พนบวฯ แบบรูปของมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนมี 1. แบบรูป คือ การบิดเบือนทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยามและสมบัติ และแบบรูปของข้อผิดพลาดมี 2. แบบรูป คือข้อผิดพลาดในเทคนิคการทำ และการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหาสาเหตุของการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ ขาดความเข้าใจในหลักการบวกและการลบพหุนาม และสาเหตุของการเกิดข้อผิดพลาด คือ ขาดความรอบคอบในการคิดคำนวณ ขาดการไตร่ตรอง และขาดการรอบคอบในการตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหาซึ่งมีแนวทางการแก้ไขการเกิดมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน คือ สอนซซ้อมเสริม การฝึกทักษะด้วยวัสดุ ด้วยการเสริมแรง และแนวทางการแก้ไขการเกิดข้อผิดพลาด คือ สร้างความตระหนัก และฝึกทักษะ

จากผลงานวิจัยต่างประเทศที่ได้ศึกษามาทำให้ผู้วิจัยสรุปได้ว่าลักษณะของข้อผิดพลาดทางคณิตศาสตร์มีสาเหตุมาจากหลาย อาจเกิดจากตัวผู้เรียนเอง คืออ่านคำตามไม่เข้าใจ ตีโจทย์ผิด ไม่เข้าใจในสัญลักษณ์ กฎ นิยาม สูตร เป็นต้น หรือบางครั้งของครูผู้สอนทำให้ผู้เรียนเกิดข้อผิดพลาดทางการเรียน

## 2. งานวิจัยต่างประเทศ

เดวิส (Davis. 1979 : 121-130) ได้ทำการวิจัยเรื่องการวิเคราะห์ข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาโดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาข้อผิดพลาดของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างของสาเหตุ ข้อบกพร่องพร้อมทั้งวิธีการแก้ไขผลการวิจัยพบข้อผิดพลาดในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับเลขคณิตพีชคณิตเรขาคณิตและแคลคูลัส 7 อย่างคือข้อผิดพลาดที่เกี่ยวกับการสุ่ม กฏเกณฑ์คำดับโครงสร้างการตีความด้านภาษาการสรุปประโยคแสดงที่เกี่ยวกับกริยาการให้ เหตุผลและการใช้กฎที่ผิดคำดับขั้นตอน

โมว์โซวิทซ์ และคณะ (Movshovitz and other. 1987 : 58-67) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การวิเคราะห์รูปแบบข้อบกพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนมัธยมศึกษาตัวอย่าง ประชากรเป็นนักเรียนเกรด 11 จำนวน 110 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยคือลักษณะข้อบกพร่อง จำนวน 6 ด้านและแบบสอบถามคณิตศาสตร์แบบอัตนัยผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีข้อบกพร่อง ตามลักษณะข้อบกพร่องเรียงตามลำดับความถี่จากมากไปหาน้อยในด้านต่าง ๆ ดังต่อไปนี้คือ การบิดเบือนทฤษฎีกฏสูตรและนิยามการใช้เทคนิคในการทำผิดการใช้ข้อมูลผิดข้อผิดพลาดใน การใช้ภาษาการอ้างอิงวิธีการคิดหาเหตุผลที่ไม่สมบูรณ์และไม่มีการ ตรวจสอบในระหว่างการแก้ปัญหา

ทรูแรน (Truran. 1987 : 58-60) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการวิเคราะห์ความ ผิดพลาดและเทคนิคการแก้ไขในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยทำการศึกษากับกลุ่มนักเรียนที่มีอายุระหว่าง 7-15 ปีที่มีอุปสรรคในการเรียนคณิตศาสตร์เครื่องมือที่ทำการวิจัย เป็นแบบทดสอบและการสัมภาษณ์ซึ่งมีการบันทึกเสียงไว้แล้วนำมาสรุปผลการหาสาเหตุของ ข้อผิดพลาดของนักเรียนแต่ละคนตามระดับความผิดพลาดที่เกิดขึ้นซึ่งพิจารณาโดยใช้รูปแบบ ความผิดพลาด 9 ด้านของคาเซย์คือรูปแบบของคำนการอ่านคำนความเข้าใจคำนก บุทในการเลือกใช้ความรู้ทักษะการเลือกใช้ความรู้ทักษะการประยุกต์ใช้ความรู้การเสนอ คำตอบความผิดพลาดซึ่งไม่สามารถระบุสาเหตุที่แน่นอนได้เนื่องมาจากความระมัดระวังและ ความผิดพลาดซึ่งครุจากราบได้จากการสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนผลการศึกษาพบ ข้อผิดพลาดตามรูปแบบนี้แล้วนำเสนอวิธีการแก้ไขคือให้ใช้ประโยชน์จากสิ่งที่เป็นนามธรรม มาช่วยทึ้งในส่วนบุคคลและในชั้นเรียนให้นักเรียนใช้สมุดจดคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ที่พับใหม่ พร้อมทั้งความหมายใช้ทักษะการอ่านในการแก้โจทย์ปัญหาตามลำดับขั้นต่อไปนี้วิเคราะห์ ประโยชน์อ่านเข้าข้อความที่ไม่เข้าใจค้นหาคำนการซึ่งต้องการคำตอบคืนหาว่าตอนเร่องกำลังศึกษา

โจทย์ถึงขั้นได้อ่านประโยคดังๆ ถ้ายังไม่เข้าใจปรับระดับและสไตล์การอ่านให้ตรงกับเนื้อหางาน เข้าใจในเนื้อหาของคำตามแล้วเปลี่ยนความหมายของสิ่งที่อ่านไปสู่การคำนวณจากนิ้วคร่าว ช่วยเหลือนักเรียนแก้ปัญหาของบทเรียนโดยการอธิบายในขั้นเรียนก่อนที่จะให้นักเรียนลงมือทำ

ฟลอร่าแคนอร์ (1992 : 124 Cited by Clements and Ellerton. 1996 : 52) ทำ การวิเคราะห์ความผิดพลาดจากนักเรียนพยาบาลที่เข้าฟังวิชา Calculus ซึ่งเป็นวิชาที่ไม่คิด คะแนนในโรงพยาบาลใน Melbourne ประเทศออสเตรเลียที่คล้ายกับงานของนิวแม่นซึ่ง การศึกษารังนี้เป็น 1 ใน 2 – 3 งานของนิวแม่นที่เคยรายงานถึงผลการสัมภาษณ์ผู้ใหญ่และผลที่ได้แสดงให้เห็นว่าความผิดพลาดของนักเรียนพยาบาลเหล่านี้เป็นเรื่องของการทำความเข้าใจ การเปลี่ยนรูปซึ่งยืนยันบทสรุปแรกเริ่มที่ว่า “ทักษะกระบวนการไม่ใช่พื้นฐานเกือบทั้งหมดในการคำนวณอยู่ในชีวิตประจำวัน”

ครีเมนท์แลล เอลเตอร์ตัน (Clements and Ellerton. 1995 : 9) ได้ศึกษางานครั้งแรกโดยทำการศึกษากับนักเรียนเกรด 8 อายุ 16 ปีจำนวน 8 คนในโรงเรียน 5 แห่งของรัฐนิวเซาท์เวลส์และรัฐวิกตอเรียของออสเตรเลียโดยให้นักเรียนตอบคำถามโดยการเขียนซึ่งเป็นคำถามที่ครุภัติศาสตร์ของ 2 ใน 5 โรงเรียนดังกล่าวเห็นด้วยว่าไม่มีคำถามใดที่ยากเกินไป สำหรับนักเรียนของพวกเข่าซึ่งครึ่งหนึ่งของคำถามเป็นรูปแบบเลือกตอบคำตอบเดียวและอีกครึ่งหนึ่งเป็นรูปแบบให้ตอบสั้นและเมื่อนำรูปแบบการสัมภาษณ์ของนิวแม่นมาใช้พบว่า 80% ของความผิดพลาดจัดเป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการอ่านการทำความเข้าใจและการเปลี่ยนรูป และมีเพียง 6% ของความผิดพลาดที่เกิดขึ้นเป็นประเภทเกิดจากการใช้ทักษะคิดคำนวณ

บาร์เซลโลส (Barcellos. 2005 : Abstract) ได้ทำการวิจัยเรื่อง ความคิดรวบยอดที่ผิดพลาดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พิชณิตของนักเรียนในระดับมหาวิทยาลัย ผู้วิจัยได้ทำการศึกษากลุ่มตัวอย่างที่อยู่ในชั้นเรียนที่เรียนพิชณิตเบื้องต้น จำนวนครึ่งหนึ่งที่สอบผ่านเท่านั้น โดยสัมภาษณ์หัวข้อเกี่ยวกับ ข้อมูลพร่องทางการเรียนคณิตศาสตร์ที่ทำให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดที่ผิดพลาด ระหว่างความผิดพลาดในระดับวิธีการและความสะเพร่า เล็กๆน้อยๆตามปกติ พบว่า มีความผิดพลาด 4 ประการ ได้แก่ กรณีที่ 1 คือการไม่เข้าใจในการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากันและอีก 3 กรณีเป็นการใช้สมบัติการแจกแจง นักเรียนที่ไม่เข้าใจการใช้เครื่องหมายแสดงการเท่ากันมีสาเหตุมาจากการเขียนข้อมูลที่สมบูรณ์กับข้อความ ก่อนหน้าหรือมีสาเหตุมาจากกระบวนการพรองเกี่ยวกับสัญลักษณ์ที่จะใช้เขียนเพื่ออธิบายขั้นตอน

การแก้ปัญหาส่วนความไม่เข้าใจเกี่ยวกับสมบัติแยกแจงมีสาเหตุมาจากความไม่เข้าใจเนื้อหาของการดำเนินการที่ถูกต้อง ข้อค้นพบดังกล่าวมาจากการหั้งความเข้าใจที่ผิดพลาดที่พบมาก (การใช้กระบวนการโดยไม่ถูกต้อง) และความเข้าใจผิดพลาดที่พบเป็นส่วนน้อย สิ่งที่นักเรียนแนะนำ คือจำนวนจริงที่ติดกรอบที่ไม่สามารถตอบได้เป็นกรณีพิเศษที่สามารถตอบได้โดยการดำเนินการของจำนวนจริงคังกล่าว

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ สรุปได้ว่า การวิเคราะห์โน้ตหนังสือที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดทางการเรียนคณิตศาสตร์แสดงให้เห็นถึง สิ่งสำคัญที่ทำให้การเรียนการสอนคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพ การศึกษาในเรื่องโน้ตหนังสือที่ คลาดเคลื่อน ได้ทราบเกี่ยวกับการความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนจากสิ่งที่ถูกต้อง และข้อผิดพลาด จะทำให้หาข้อมูลเกี่ยวกับข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นกับนักเรียนในการคิด กระบวนการแก้ปัญหา การตรวจสอบระหว่างการแก้ปัญหา ข้อมูลเหล่านี้ เป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่อการพัฒนา กระบวนการเรียนการสอน ซึ่งจะต้องมีการทำแนวทางในการช่วยเหลือให้กับนักเรียนมีความ เข้าใจในสิ่งที่ถูกต้องและเกิดทักษะกระบวนการคิดการแก้ปัญหาและการตรวจสอบคำตอบ ซึ่งผู้วิจัยได้ยืนยันว่าการที่นักเรียนแสดงโน้ตหนังสือที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดของมนนั่น หมายถึงนักเรียนกำลังเกิดการเรียนรู้แต่เป็นการเรียนรู้ที่ยังไม่ถูกต้อง ผู้สอนควรใช้มโน้ตหนังสือ ที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดเหล่านี้ไปใช้ในการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนให้มี ประสิทธิภาพ เช่น การฝึกทักษะ การใช้สื่อการเรียนการสอนที่เป็นรูปธรรมและหลากหลาย ตามความเหมาะสมของนักเรียน เพื่อช่วยลดโน้ตหนังสือที่คลาดเคลื่อนและข้อผิดพลาดที่กันพบ

**มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม**  
**RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY**