

# บทที่ 1

## บทนำ

### ภูมิหลัง

ประเทศไทยต้องเผชิญกับกระแสการเปลี่ยนแปลงที่สำคัญทั้งภายนอกและภายในประเทศที่ปรับเปลี่ยนรวดเร็วและซับซ้อนมากยิ่งขึ้น ซึ่งเป็นทั้งโอกาสและความเสี่ยงต่อการพัฒนาประเทศ โดยเฉพาะข้อผูกพันที่จะเป็นประชาคมเศรษฐกิจอาเซียน ในปี 2558 (สำนักนายกรัฐมนตรี. 2555 : 2 – 50) ดังนั้นจึงจำเป็นต้องนำภูมิคุ้มกันที่มีอยู่ พร้อมทั้งเร่งสร้างภูมิคุ้มกันในประเทศให้เข้มแข็งขึ้น เพื่อนำมาใช้ในการเตรียมความพร้อมให้แก่คน สังคม และเศรษฐกิจของประเทศให้สามารถปรับตัวรองรับผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงได้อย่างเหมาะสม และสามารถพัฒนาประเทศให้ก้าวหน้าต่อไปเพื่อประโยชน์สุขที่ยั่งยืนของสังคมไทย ภายใต้สถานการณ์การเปลี่ยนแปลงนี้ การกำหนดยุทธศาสตร์การพัฒนาที่เหมาะสมจึงมีความจำเป็น ทั้งนี้เพื่อให้สามารถปรับตัวในการรองรับผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงในอนาคตได้อย่างมั่นคง โดยยึดแนวคิดการพัฒนาแบบบูรณาการเป็นองค์รวมที่มี “คนเป็นศูนย์กลางการพัฒนา” (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา. 2553 : 3 – 4) มุ่งพัฒนาคุณภาพคนไทยทุกช่วงวัยด้วยกระบวนการเรียนรู้ที่เสริมสร้างวัฒนธรรมการถือคุณพัฒนาทักษะให้คนมีการเรียนรู้ต่อเนื่องตลอดชีวิต ต่อยอดสู่การสร้างนวัตกรรมที่เกิดจากการฝึกฝนเป็นความคิดสร้างสรรค์ ดังนั้นการพัฒนาประเทศสู่ความสมดุลและยั่งยืนจะต้องให้ความสำคัญกับการเสริมสร้างทุนของประเทศ โดยเฉพาะทุนมนุษย์ที่มีอยู่ให้เข้มแข็งและมีพลังเพียงพอในการขับเคลื่อนกระบวนการพัฒนาประเทศ เพื่อเตรียมความพร้อมสู่ประชาคมเศรษฐกิจอาเซียน

การศึกษาถือได้ว่าเป็นสิ่งสำคัญยิ่งประการหนึ่งในการพัฒนาคนให้มีคุณลักษณะที่สามารถเผชิญปัญหาและแก้สถานการณ์ที่เกิดขึ้นจากการเปลี่ยนแปลงของสังคมได้ หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เป็นหลักสูตรที่พัฒนาขึ้นเพื่อจัดการศึกษาขั้นพื้นฐานให้สอดคล้องกับสภาพความเปลี่ยนแปลงทางเศรษฐกิจ สังคม และความเจริญก้าวหน้าทางวิทยาการ มุ่งเน้นพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานที่กำหนด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญที่สามารถนำไปใช้ในการดำเนินชีวิตในสังคมปัจจุบันได้เป็นอย่างดี ไม่ว่าจะเป็น ความสามารถในการสื่อสาร การคิด การแก้ปัญหา

การใช้ทักษะชีวิต และการใช้เทคโนโลยี (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551 : 6 – 7) ซึ่งในการพัฒนาคนให้เกิดสมรรถนะทั้ง 5 สมรรถนะนั้น คณิตศาสตร์นับว่าเป็นเครื่องมือสำคัญที่จะช่วยให้การพัฒนาคนบรรลุผลตามที่สังคมต้องการได้ ทั้งนี้เป็นเพราะ คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นภาษาอย่างหนึ่งซึ่งสามารถใช้สื่อความหมายได้ถูกต้องชัดเจน และกะทัดรัด เน้นการคิดอย่างมีเหตุผล ใฝ่รู้พยายามคิดค้นสิ่งแปลกใหม่เสมอ มีความเป็นวิทยาศาสตร์ สามารถสร้างเป็นแบบจำลองและใช้ศึกษาความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ต่าง ๆ ในธรรมชาติได้ มีลักษณะของตรรกวิทยาที่ว่าด้วยเหตุผล มีความสัมพันธ์เป็นเหตุเป็นผลต่อกันอย่างแยกไม่ออก และมีความเป็นศิลปะที่เกิดจากความเป็นระเบียบกลมกลืนที่เกิดขึ้นภายในทำให้คณิตศาสตร์มีความสวยงามไม่แพ้ศิลปะแขนงใด ๆ (สมทรง สุวพานิช. 2541 : 4 – 5) จากลักษณะเหล่านี้ของคณิตศาสตร์จะทำให้คนสามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม สามารถคิดและนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้รวมทั้งพยายามคิดค้นสิ่งใหม่ ๆ เพื่อแก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน ทำให้คนมีทักษะในการดำเนินชีวิต สามารถไตร่ตรองถึงเหตุและผลของการกระทำต่าง ๆ และยังสามารถใช้เทคโนโลยีซึ่งเป็นนวัตกรรมที่เข้ามามีบทบาทเป็นอย่างมากในการดำเนินชีวิตได้อย่างเหมาะสม ดังนั้นคณิตศาสตร์จึงมีสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม รวมทั้งเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552 : 1) นอกจากนี้วิชาคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือที่สำคัญในการพัฒนาผู้เรียนให้มีความสามารถในการสำรวจ ตั้งข้อคาดการณ์ และการให้เหตุผลที่สอดคล้องกับหลักตรรกวิทยา ซึ่งเป็นความสามารถที่ต้องใช้ควบคู่ไปกับวิธีการทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย ส่งผลต่อความสำเร็จในการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากบทเรียนหรือปัญหาที่พบในชีวิตประจำวันด้วย (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. 1989 : 5) จากความสำคัญดังกล่าวคณิตศาสตร์จึงถูกกำหนดให้เป็นหนึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้ของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วยสาระหลักที่จำเป็นสำหรับผู้เรียน 6 สาระ ได้แก่ จำนวนและการดำเนินการ การวัด เรขาคณิต พีชคณิต การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น และ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2551 : 56 – 57)

ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของประเทศไทยนั้น ยังเน้นการบอกหรือบรรยายเนื้อหาตามหลักสูตร เน้นการท่องจำสูตร กฎ นิยาม และวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้องในการแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีการที่แน่นอนวิธีเดียว ไม่ได้ให้ความสำคัญกับกระบวนการได้มาซึ่งคำตอบนั้น ๆ มากนัก และนักเรียนยังมีความรู้สึกว่าการคิดคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ไกลตัว และไม่มีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต (จงกล ทำสวน. 2553 : 4) นอกจากนี้การจัดการเรียนรู้ยังขาดการปลูกฝังให้นักเรียนเป็นคนที่รู้จักสังเกต ค้นคว้า สำรวจ ตั้งข้อคาดการณ์ การสร้างข้อสรุปที่มีความเป็นกรณีทั่วไป พร้อมทั้งให้เหตุผลและพิสูจน์สิ่งต่าง ๆ ด้วยตนเอง (วิชญ์ นภาพันธุ์. 2551 : 2) และสถานการณ์ปัญหาส่วนใหญ่มีความเกี่ยวข้องกับตัวนักเรียนค่อนข้างน้อย ทำให้นักเรียนส่วนมากไม่สามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มา ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ที่แตกต่างไปจากที่เรียนในห้องเรียนและสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ (กิตติ พัฒนตระกูลสุข. 2546 : 54 – 58, จรรยา ภูอุดม. 2545 : 23 – 24, สุรสาด ผาสุก. 2546 : 3) ผลจากการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ผ่านมา พบว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี แต่ยังคงขาดความสามารถเกี่ยวกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เช่น ความสามารถในการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างเหตุผลเพื่อแสดงความเป็นกรณีทั่วไป และการนำเสนอแนวความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น (สถาบันส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี. 2551 : 1) และจากผลการประเมินวิชาคณิตศาสตร์นานาชาติ โครงการ TIMSS (Third International Mathematics and Science Study) พบว่า นักเรียนไทยส่วนใหญ่ทำข้อสอบที่ต้องใช้ความสามารถในการคิดเชิงวิเคราะห์ การอ้างเหตุผลประกอบ หรือเขียนข้อความยาวๆ ไม่ได้ (สถาบันส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์และเทคโนโลยี. 2552 : 56) จากสภาพปัญหาที่กล่าวมาจะเห็นว่านักเรียนขาดทักษะทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญหลายทักษะ โดยเฉพาะความสามารถในการให้เหตุผล

การให้เหตุผลเป็นทักษะหนึ่งทางคณิตศาสตร์ ที่มีความสำคัญต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นอย่างมาก เพราะในกระบวนการให้เหตุผลนั้นผู้เรียนจะต้องใช้ความคิดในระดับสูง เช่น การคิดวิเคราะห์ สังเคราะห์ คิดไตร่ตรอง คิดอย่างมีวิจารณญาณ เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่มีความเป็นกรณีทั่วไปที่ถูกต้อง การให้เหตุผลเป็นหัวใจของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Streen. 1999 : 58 – 59, Russell. 1999 : 24 – 25, NCTM.1989 : 11, 2000 : 54) เป็นกระบวนการในการสร้างข้อสรุปทุกสิ่งทุกอย่างที่เราทำและคิด กล่าวคือเราจะต้องมีการสร้างข้อสรุปจากข้อมูลและความเชื่อของเราทุกครั้ง (Leighton. 2004 : 11)

นอกจากนั้นยังเป็นเครื่องมือในการสร้างความเข้าใจคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่เป็นนามธรรม วิชาคณิตศาสตร์อาศัยการให้เหตุผลอย่างเป็นระบบ ความงดงามของคณิตศาสตร์ส่วนหนึ่งเกิดจากการมีเหตุผลที่ดีเพื่อยืนยันสิ่งต่าง ๆ นักเรียนทุกคนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์จะต้องรับรู้ว่าการยืนยันเรื่องใดเรื่องหนึ่งต้องมีเหตุผลที่ถูกต้องเหมาะสมมารองรับเสมอ (NCTM. 2000 : 56) การให้เหตุผลเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เราไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้โดยปราศจากการให้เหตุผล การแสดงเหตุผลที่ดีมีคุณค่ามากกว่าการได้คำตอบที่ถูกต้อง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนเข้าใจหลักการอย่างมีเหตุผลเป็นสิ่งที่ดีกว่าการให้จำ เพราะนักเรียนจะสามารถนำความรู้ไปปรับใช้กับสถานการณ์ใหม่ได้ สามารถจดจำได้ดีและยาวนานกว่า การเป็นผู้รู้จักคิดอย่างมีเหตุผลจะเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้ตลอดชีวิต การเรียนคณิตศาสตร์ในลักษณะที่มีความเป็นเหตุเป็นผลจะส่งผลให้นักเรียนเกิดเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ เกิดความมั่นใจ และสามารถที่จะค้นพบสิ่งใหม่ ๆ ได้ด้วยตัวเอง (ปิยวดี วงษ์ใหญ่. 2548 : 93) ความสามารถในการให้เหตุผลช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถให้นอกเหนือไปจากการจดจำข้อเท็จจริง กฎ หรือขั้นตอนวิธีต่าง ๆ ได้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการให้เหตุผลจะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นว่าคณิตศาสตร์มีความหมายและสามารถนำไปใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้วิชาอื่น ๆ ได้อีกด้วย (Baroody. 1993 : 2 – 60) นอกจากนี้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และการแก้ปัญหาในชีวิตจริง หรือการประกอบอาชีพจะไม่มีใครคอยบอกว่าจะสิ่งใดถูกหรือผิด เราจะต้องพิจารณาและตัดสินใจด้วยเหตุและผลของเราเอง ดังนั้นการพัฒนานักเรียนให้มีความสามารถในการคิดอย่างมีเหตุผลจึงเป็นองค์ประกอบที่สำคัญและจำเป็นในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ทุก ๆ สาขา (Lappan and Schram. 1989 : 18)

พีชคณิตเป็นสาขาที่สำคัญสาขาหนึ่งของคณิตศาสตร์เปรียบเสมือนกระดูกสันหลังของวิชาคณิตศาสตร์และได้รับการยอมรับว่าเป็นประตูสู่ความสำเร็จของการศึกษาคณิตศาสตร์ทุกสาขา (Cai.2004: 1) พีชคณิตถูกจัดให้เป็นสาระหนึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 ที่มีความสำคัญและมีประโยชน์ต่อการนำไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตจริง เป็นพื้นฐานอันสำคัญในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูงและวิทยาการอื่น ๆ หลายแขนง และยังช่วยพัฒนาการคิดอย่างมีวิจารณญาณของเด็ก (Dessart and Suydam. 1986 : 26) ธรรมชาติของวิชาพีชคณิตเกี่ยวข้องกับลักษณะที่เป็นนามธรรมหรือกรณีทั่วไปของเลขคณิต เป็นภาษาของวิชาคณิตศาสตร์



(Kriegler. 2003 : ออนไลน์) ตัวแปร นิพจน์ และ โครงสร้างของการใช้สัญลักษณ์ ว่าด้วยเรื่องฟังก์ชัน ความสัมพันธ์ และการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งจะเกี่ยวข้องกับการค้นหาแบบรูปของสิ่งต่าง ๆ การนำเสนอความคิดในรูปของสมการ ตาราง และกราฟ และการแก้สมการเพื่อหาคำอธิบายของสถานการณ์ (Lew. 2004 : 88 – 95) การเรียนรู้พีชคณิตอย่างมีความหมายจึงเป็นเป้าหมายที่สำคัญของนักเรียนทุกคนในฐานะที่จะเป็นพลังอันสำคัญในการทำงานในอนาคต นักเรียนควรได้รับการปลูกฝังให้เห็นความสำคัญและประโยชน์ของพีชคณิต และให้ความสนใจในการสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับพีชคณิต เพราะพีชคณิตเป็นเครื่องมือในการสร้างสิ่งที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาของโลกจริง (Romberg and Spence. 1995 : 177, 186) ความสามารถทางพีชคณิตมีความสำคัญในการดำเนินชีวิตของบุคคล ทั้งในการประกอบอาชีพและการเตรียมตัวศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น นักเรียนทุกคนจึงต้องเรียนรู้พีชคณิต (NCTM. 2000 : 37) นั่นคือพีชคณิตมีความสำคัญโดยตรงในการประยุกต์ใช้ในโลกรจริง นอกจากนี้พีชคณิตยังทำหน้าที่เป็นภาษาที่ใช้ในการอธิบายความเป็นกรณีทั่วไปทางคณิตศาสตร์ (Generalization) ดังที่ ยูซิสกิน (Usiskin. 1999 : 5 – 13) กล่าวว่า พีชคณิตคือภาษาของคณิตศาสตร์เป็นภาษาแทนกรณีทั่วไปของเลขคณิต และเป็นภาษาที่มีลักษณะพิเศษเฉพาะที่เกี่ยวข้องกับตัวไม่ทราบค่า สูตร กรณีทั่วไป การแทนค่า และความสัมพันธ์ อย่างไรก็ตามผลการวิจัยพบว่า (Greenes and Findell. 1999: 127) ผู้เรียนยังขาดประสบการณ์ในการเชื่อมโยงความรู้พื้นฐานทางเลขคณิตและการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตเพื่อใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปได้

การให้เหตุผลเชิงพีชคณิต (Algebraic Reasoning) เป็นการให้เหตุผลประเภทหนึ่งของการให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวกับการสร้างความเป็นกรณีทั่วไป และการสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผลเกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องต่าง ๆ (O' Daffer and Thomquist. 1993 : 43) การให้เหตุผลเชิงคณิตศาสตร์เป็นการผนวกความหมายของการให้เหตุผลเข้ากับเนื้อหาคณิตศาสตร์สาขาต่าง ๆ ซึ่งแบ่งประเภทตามเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ เช่น การให้เหตุผลเชิงเรขาคณิต การให้เหตุผลเชิงสถิติ และการให้เหตุผลเชิงพีชคณิต เป็นต้น การให้เหตุผลเชิงพีชคณิต เป็นกระบวนการอธิบายหรือการแสดงหลักฐานในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปของสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต ซึ่งสร้างขึ้นจากการคิดที่อาศัยหลักตรรกวิทยาแล้วถ่ายทอดออกมาในรูปของภาษาหรือสัญลักษณ์ทางพีชคณิต และจะมีขอบข่ายที่ขึ้นอยู่กับแนวคิดในการจัดการเรียนรู้ในแต่ละระดับ การให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนเป็นหัวใจของการเรียนรู้คณิตศาสตร์สาขาต่างๆ วิชาอื่นๆ และเป็นพื้นฐานที่ดีต่อ

การทำงานในหลายสาขาอาชีพ (Greenes and Findell. 1999 : 127-129) ซึ่งปัจจัยสำคัญที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิต ก็คือการอ้างเหตุผลเพื่อนำไปสู่การสร้างความเป็นกรณีทั่วไปที่ถูกต้องและมีความสมเหตุสมผล ซึ่งการอ้างเหตุผลนั้นถือว่าเป็นองค์ประกอบที่สำคัญของการสร้างความเป็นกรณีทั่วไป ดังที่ ลินส์ (Lins. 2001 : 37) กล่าวว่า การอ้างเหตุผลเป็นหน้าต่างสำหรับการมองเห็นภาพกว้างของการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปและเป็นการมองเห็นอย่างลึกซึ้งเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อสรุปที่สมเหตุสมผล การอ้างเหตุผลเป็นการแสดงความคิด ความเข้าใจ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับสิ่งใดสิ่งหนึ่งของผู้เรียนในลักษณะต่าง ๆ (Townsend. 2005 : 11 – 18) ได้แก่ การอ้างเหตุผลเชิงบริบท (Contextual Justification) และการอ้างเหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Justification) เพื่อนำไปสู่การสร้างความเป็นกรณีทั่วไปที่ถูกต้องและมีความสมเหตุสมผล

การสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเป็นองค์ประกอบสำคัญของคณิตศาสตร์ เพราะทุกเนื้อหาในคณิตศาสตร์ต้องสามารถสรุปเป็นกรณีทั่วไปได้ (Healey and Hoyles. 1999 : 26, Stacey. 1989 : 12 – 13, Swafford and Langrall. 2000 : 45) นอกจากนั้นยังเป็นเป้าหมายที่สำคัญของการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพราะเมื่อนักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในความคิดรวบยอดของแต่ละเนื้อหาแล้วนักเรียนต้องสามารถสรุปเป็นกฎ กติกา หรือข้อตกลงทางคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งก็คือ การสร้างความเป็นกรณีทั่วไปของเนื้อหาสาระนั้น เพื่อนำไปใช้ในสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวัน (Townsend. 2005 : 27 – 28) ในขณะที่นักเรียนพยายามสร้างความเป็นกรณีทั่วไป ครูผู้สอนควรให้ความสนใจ และให้คำชี้แนะเมื่อนักเรียนไม่สามารถทำได้ และนำสิ่งที่ปัญหาของนักเรียนมาพิจารณาแก้ไข เพราะถ้านักเรียนไม่สามารถสร้างความเป็นกรณีทั่วไปจากการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้ ความคิดทางคณิตศาสตร์ก็จะไม่เกิดขึ้นเช่นกัน (Mason. 1996 : 65) กระบวนการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปทางคณิตศาสตร์เป็นการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ คุณลักษณะร่วมของทุกเหตุการณ์ แล้วขยายขอบเขตไปสู่ข้อสรุปในรูปแบบของกรณีทั่วไป เช่น กฎ โครงสร้าง และแบบรูป รวมทั้งการแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์เหล่านั้น (Kaput. 1999 : 138) ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตนั้น นักเรียนจะต้องมีความสามารถในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ คุณลักษณะร่วมของทุกเหตุการณ์ในพีชคณิต ด้วยกลวิธีต่าง ๆ แล้วนำไปสู่ข้อสรุปในรูปแบบของกรณีทั่วไปอย่างถูกต้อง เชื่อถือได้ตามหลักวิชา และเหมาะสมกับสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ

กลวิธีในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต เป็นวิธีการคิดในลักษณะต่าง ๆ เพื่อใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไป ประกอบด้วย 4 ลักษณะ (Lannin, Barker and

Townsend, 2006 : 3 – 28 ) คือ กลวิธีโดยปริยายของเหตุการณ์ (Explicit Strategy) เป็นกลวิธีที่ใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปโดยการพิจารณาค่าของตัวแปรต่าง ๆ กลวิธีการเปลี่ยนแปลงตามลำดับของเหตุการณ์ (Recursive Strategy) เป็นกลวิธีที่ใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปโดยการพิจารณาความสัมพันธ์ของแต่ละลำดับของเหตุการณ์ กลวิธีการเชื่อมโยงของเหตุการณ์ (Whole – object Strategy) เป็นกลวิธีที่ใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปโดยการพิจารณาความเชื่อมโยงของแต่ละเหตุการณ์และใช้หลักการคูณในการหาคำตอบที่ต้องการ และ กลวิธีการผสมผสานของเหตุการณ์ (Chunking Strategy) เป็นกลวิธีที่ใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปโดยการบูรณาการกลวิธีอื่น ๆ เข้ามาช่วยในการหาค่าต่าง ๆ เพื่อหาผลลัพธ์ที่ต่อเนื่องจากค่าที่มีอยู่แล้ว ซึ่งผลลัพธ์ที่ต้องการได้จากการนำค่าที่มีอยู่แล้วรวมกับค่าที่หาได้ใหม่ ในแต่ละกลวิธีสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในแต่ละสถานการณ์ได้แตกต่างกัน ซึ่งนักเรียนสามารถเลือกใช้เพียงกลวิธีเดียวหรือหลายกลวิธีที่มีความเหมาะสมกับความรู้ ความเข้าใจของนักเรียนก็ได้ กาพูท (Kaput, 1995 : 38) กล่าวว่าในการพิจารณาความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปของนักเรียนนั้น ไม่ได้พิจารณาเพียงความสามารถในการใช้กลวิธีเท่านั้นนักเรียนต้องแสดงให้เห็นว่ามีความสามารถในการใช้กลวิธีอย่างยืดหยุ่น

ความยืดหยุ่น เป็นความสามารถในการนำความรู้ในเนื้อหาไปแก้สถานการณ์ปัญหาด้วยกลวิธีที่หลากหลายและได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง ความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไป นักเรียนจะต้องแสดงให้เห็นถึงการนำความรู้ในเนื้อหาและกลวิธีที่ใช้อย่างหลากหลายภายใต้บริบทและเงื่อนไขที่กำหนดให้ เพื่อแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์เชิงพีชคณิต ในการนำเสนอสถานการณ์ การคำนวณ และการแก้สมการ ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญยิ่งสำหรับนักเรียน (RAND, 2003 : 44) สิ่งที่จะทำให้นักเรียนเกิดความยืดหยุ่น ได้แก่ ความรู้พื้นฐานของนักเรียน คุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหา และสภาพแวดล้อมทางสังคม ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะส่งผลต่อวิธีการและการสร้างโมเดลของสถานการณ์ปัญหาที่นักเรียนพบ ทำให้นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์ของปัญหาด้วยการใช้กลวิธีอย่างหลากหลาย (Lannin, Barker, and Townsend, 2006 : 33 ) เลวิส (Lewis, 1981 : 85 – 110) กล่าวว่า นักเรียนที่สามารถใช้กลวิธีที่หลากหลายในการแก้สถานการณ์ปัญหาใด ๆ หรือหลายสถานการณ์ปัญหา ถือว่าเป็นผู้ที่มีความยืดหยุ่นในระดับสูง ถ้าสามารถใช้กลวิธีได้เพียง 2 กลวิธี ถือว่าเป็นผู้ที่มีความยืดหยุ่นในระดับปานกลาง และสามารถใช้เพียงกลวิธีเดียวหรือไม่สามารถแก้สถานการณ์ปัญหาได้ ถือว่าเป็นผู้ที่มีความยืดหยุ่นในระดับต่ำ ความยืดหยุ่นในการใช้กลวิธีเพื่อสร้าง

ความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต มี 2 ประเภท (Townsend, 2005 : 42 – 43) ได้แก่ ความยืดหยุ่นแบบภายในสถานการณ์ปัญหา (Within – task Flexibility) และความยืดหยุ่นแบบไขว้สถานการณ์ปัญหา (Cross – task Flexibility) ซึ่งในการแก้สถานการณ์ปัญหาเพื่อสร้างความ เป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตจำเป็นต้องใช้ความยืดหยุ่นแต่ละชนิดเข้ามาช่วยในการให้เหตุผล หรือบางสถานการณ์อาจต้องใช้ความยืดหยุ่นทั้งสองชนิดในการแก้สถานการณ์ปัญหา ทาวน์เซนด์ (Townsend, 2005 : 77 – 139) ได้ตรวจสอบการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ในประเทศนอร์เวย์ ความยืดหยุ่นและกลวิธีที่ใช้ในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตผ่านการสร้างความ เป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับเกรด 10 จากสองโรงเรียนชนบทแถบมิดเวสต์ โดยใช้สถานการณ์ปัญหาที่แตกต่างจากบทเรียนและเป็นสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงให้นักเรียนได้ดำเนินการสร้างความ เป็นกรณีทั่วไปเพื่อแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีกลวิธีที่ใช้ในการสร้างความ เป็นกรณีทั่วไปทั้งหมด 4 กลวิธี ได้แก่ กลวิธีโดยปริยายของเหตุการณ์ กลวิธีการเปลี่ยนแปลงตามลำดับของเหตุการณ์ กลวิธีการเชื่อมโยงของ และ กลวิธีการผสมผสานของเหตุการณ์ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ใช้กลวิธีการเปลี่ยนแปลงตามลำดับของเหตุการณ์ รองลงมาคือกลวิธีการผสมผสานของเหตุการณ์ ในการแก้สถานการณ์ปัญหาให้ประสบความสำเร็จ ในขณะที่กลวิธีโดยปริยายของเหตุการณ์มีประสิทธิภาพน้อยที่สุด นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนที่มีความยืดหยุ่นทั้งแบบภายในและไขว้สถานการณ์ปัญหาในระดับสูงสามารถตัดสินใจเลือกใช้กลวิธีอย่างเหมาะสม และสามารถให้เหตุผลเกี่ยวกับกฎที่พัฒนาขึ้นได้ ส่วนนักเรียนที่มีความยืดหยุ่นระดับต่ำจะไม่สามารถตรวจสอบการใช้กลวิธีหรือปรับใช้กฎต่าง ๆ ในการแก้สถานการณ์ปัญหาได้ ดังนั้นความสามารถของนักเรียนในการสร้างความ เป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตจากสถานการณ์ที่กำหนดด้วยการสร้างความ เป็นกรณีทั่วไปอย่างยืดหยุ่นจึงเป็นสิ่งที่มีความสำคัญยิ่งในหลักสูตรคณิตศาสตร์ ดังนั้นการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับความต้องการของสังคมปัจจุบัน จึงควรเน้นความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาที่สลับซับซ้อน ทำทาย และอิงบริบทของสังคม มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาอย่างมีชีวิตชีวาอย่างมีความหมาย และมีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาด้วยกลวิธีต่างๆอย่างหลากหลาย ทักษะเหล่านี้เป็นองค์ประกอบสำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนประสบความสำเร็จในการเรียนคณิตศาสตร์และการประกอบอาชีพในอนาคต (NCTM, 2000 : 20 – 21) จากการที่นักเรียนได้มีโอกาสแก้ปัญหาที่ไม่มีในบทเรียน ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการที่สามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างยืดหยุ่น ซึ่งสิ่งเหล่านี้จะกลายเป็นสิ่งที่สำคัญในการดำเนินชีวิต



ต่อไป และสิ่งที่เราต้องการให้นักเรียนมีทักษะเหล่านี้ โรงเรียนจะต้องจะมีการปรับเปลี่ยนกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยการให้นักเรียนรู้จักสำรวจ (Explore) คาดการณ์ (Conjecture) และให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล (Reasoning logically) ตลอดจนความสามารถในการใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายอย่างมีประสิทธิภาพในการแก้ปัญหาที่ไม่มีในบทเรียน (NCTM. 1989 : 5)

การที่นักเรียนจะสามารถอธิบายหรือแสดงหลักฐานในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรมได้นั้น นักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับเนื้อหา นั้น อย่างเพียงพอ และจะต้องมีความพร้อมทางสติปัญญาในการให้เหตุผลเพื่ออธิบายความเป็นนามธรรมได้อย่างชัดเจน ตลอดจนสามารถใช้หลักเกณฑ์ของความสัมพันธ์ต่างๆมาประกอบการให้เหตุผล สามารถคิดหาเหตุผลนอกเหนือจากเหตุผลที่มีอยู่ได้ ซึ่งเด็กในวัยนี้ ตามทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาของเพียเจต์ (Piaget's Theory of Intellectual Development) จะอยู่ในขั้นที่ 4 คือ ขั้นปฏิบัติการปกติ (Formal Operation) ซึ่งอยู่ในช่วงอายุ 11 – 15 ปี เป็นขั้นที่มีพัฒนาการทางเรขาคณิตสูงสุด เด็กจะมีวิธีการคิดแบบเดียวกับผู้ใหญ่ รู้จักเหตุผลและสามารถคิดในสิ่งที่เป็นนามธรรมได้ การคิดของเด็กในวัยนี้จะเป็นไปตามกฎเกณฑ์แบบวิทยาศาสตร์ เพื่อนำไปใช้ในขั้นตอนการตรวจสอบข้อความคาดการณ์หรือทฤษฎีบท นักเรียนที่อยู่ในอายุระหว่างนี้ ได้แก่ นักเรียนที่เรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และจากการวิเคราะห์หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (กระทรวงศึกษาธิการ. 2552 : 43 – 48) พบว่า เรื่องสมการเชิงเส้นและเลขยกกำลัง เป็นเนื้อหาที่เรียนในชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และภาคเรียนที่ 1 ของชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ผู้วิจัยเห็นว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นกลุ่มที่มีความเหมาะสมทั้งด้านความรู้และความพร้อม ดังนั้นในการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงเลือกนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 เป็นกลุ่มตัวอย่าง และสถานการณ์ปัญหาเชิงพีชคณิตที่นำมาใช้กับกลุ่มตัวอย่างมีลักษณะปัญหาที่ไม่ปรากฏในบทเรียนแต่สามารถนำความรู้เรื่อง สมการเชิงเส้น และเลขยกกำลัง มาใช้แก้สถานการณ์ปัญหาได้ และสถานการณ์ปัญหานี้ได้ผ่านการทดลองใช้กับนักเรียนที่มีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่างแล้ว

จากการสำรวจงานวิจัยทั้งในประเทศและต่างประเทศ พบว่า มีงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตจำนวนไม่มากนัก เช่น พรรณทิพา พรหมรักษ์ (2552 :181 – 196) ได้ทำการวิจัยเรื่องการพัฒนากระบวนการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการให้เหตุผลทางพีชคณิตและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

มัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กระบวนการวางแผนทั่วไป (สร้างความเป็นกรณีทั่วไป) และในต่างประเทศ เช่น ออร์ตัน และออร์ตัน (Orton and Orton. 1999 : 104 – 120) ได้ทำศึกษาความสามารถในการหากรณีทั่วไปของแบบรูปของจำนวนของนักเรียนเกรด 6-8 แลนนิบาร์เกอร์ และทาวเซนด์ (Lannin, Barker and Townsend. 2006 : 3-28) ได้ศึกษากลวิธีการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต ในประเด็นปัจจัยที่ส่งผลต่อการเลือกกลวิธีของนักเรียน เกรด 5 แลนนิบ (Lannin, 2007 : 231-258) ได้ศึกษาการสร้างข้อสรุป (การสร้างความเป็นกรณีทั่วไป) และการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตผ่านกิจกรรมการสร้างแบบรูปของนักเรียนเกรด 6 เอลลิส (Ellis. 2007 : 194 -229) ได้ศึกษาความเชื่อมโยงระหว่างการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปและการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงเส้นของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ริทเทิล-จอห์นสัน และ สตาร์ (Rittle-Johnson B. and Star J.R. 2007 : 1-15) ได้ศึกษาความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา: กรณีการแก้สมการของนักเรียนเกรด 6 และทาวน์เซนด์ (Townsend. 2005 : 141 – 162 ) ได้ตรวจสอบการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ในประเด็น ความยืดหยุ่นและกลวิธีในการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตของนักเรียนระดับเกรด 10 อย่างไรก็ตามยังไม่พบงานวิจัยที่ศึกษาความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตที่จำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และเพศ

จากเหตุผลที่กล่าวมาดังกล่าว ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์และเพศ เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาการให้เหตุผลเชิงพีชคณิตอย่างหลากหลายในการแก้ปัญหา และการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตที่ถูกต้อง เหมาะสม และเชื่อถือได้ตามหลักวิชา ตลอดจนเป็นแนวทางในการทำวิจัยทางคณิตศาสตร์ศึกษาต่อไป

### วัตถุประสงค์การวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยมีวัตถุประสงค์เฉพาะ ดังนี้

1. เพื่อศึกษากลวิธีที่ใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

2. เพื่อศึกษาความยืดหยุ่นในการใช้กลวิธีเพื่อสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
3. เพื่อศึกษาความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตของนักเรียนจำแนกตามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
4. เพื่อศึกษาความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตของนักเรียนจำแนกตามเพศ

### คำถามวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ มีคำถามวิจัยดังนี้

1. กลวิธีใดที่นักเรียนใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต
2. นักเรียนมีความยืดหยุ่นในการใช้กลวิธีเพื่อสร้างความเป็นกรณีทั่วไปของสถานการณ์เชิงพีชคณิตในระดับใด
3. ความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตของนักเรียนที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ต่างกัน เป็นอย่างไร
4. ความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตของนักเรียนที่มีเพศต่างกัน เป็นอย่างไร

### ขอบเขตการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ มีขอบเขตการวิจัยดังนี้

#### ประชากร

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่เรียนในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จากโรงเรียนในเขตอำเภอเมืองมหาสารคาม สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษามหาสารคาม เขต 1 จำนวน 15 โรงเรียน รวม 355 คน โรงเรียน สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่ศึกษามัธยมศึกษา เขต 26 จำนวน 4 โรงเรียน รวม 1,963 คน สังกัดองค์กรบริหารส่วนจังหวัด จำนวน 2 โรงเรียน จำนวน 126 คน สังกัดเทศบาลเมืองมหาสารคาม จำนวน 4 โรงเรียน รวม 242 คน และโรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม จำนวน 70 คน รวมทั้งสิ้น 2,756 คน

### กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ปานกลาง และต่ำ ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 ของแต่ละโรงเรียนในเขตอำเภอเมืองมหาสารคามทุกสังกัด โดยเลือกสังกัดละ 2 โรงเรียน โรงเรียนละ 6 คน รวมทั้งสิ้น 54 คน นำกลุ่มตัวอย่างทั้งหมดมาจำแนกใหม่เป็น 3 กลุ่มอีกครั้งหนึ่งตามคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบของการทดสอบการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Educational Test [O – net])

### ตัวแปรที่ศึกษา

ตัวแปรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ ความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต

### เนื้อหา

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ สถานการณ์ปัญหาเชิงพีชคณิตที่มีลักษณะเป็นแบบรูปและความสัมพันธ์เกี่ยวกับ สมการเชิงเส้นและเลขยกกำลัง

### ระยะเวลา

ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ได้แก่ ปีการศึกษา 2555

### นิยามศัพท์เฉพาะ

**ความสามารถ (Ability)** หมายถึง การแสดงออกถึงการกระทำอย่างใดอย่างหนึ่งออกมาซึ่งบ่งบอกถึงคุณสมบัติที่จะทำได้หรือสูงกว่าเกณฑ์เฉลี่ยหรือมาตรฐานทั่วไป อาจเกิดขึ้นได้จากการเรียนรู้ฝึกฝน จนกลายเป็นทักษะ / ความชำนาญ

**กรณีทั่วไป (Generalize)** หมายถึง ลักษณะความรู้ที่อยู่ในรูปกฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป ซึ่งความรู้ดังกล่าวสามารถนำไปใช้ได้ในทุกกรณี

**กรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต** หมายถึง ลักษณะความรู้ทางพีชคณิตที่อยู่ในรูปกฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไปที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของตัวแปร หรือจำนวน ซึ่งความรู้ดังกล่าวสามารถนำไปใช้ได้ในทุกกรณี

**การสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต (Algebraic Generalization)** หมายถึง การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ คุณลักษณะร่วมของทุกเหตุการณ์ แล้วขยายขอบเขตไปสู่ข้อสรุปใน



รูปของกรณีทั่วไปของปัญหาเชิงพีชคณิต เช่น กฎ โครงสร้าง และแบบรูป โดยในการวิจัยครั้งนี้เลือกใช้สถานการณ์ปัญหาเชิงพีชคณิตที่มีลักษณะเป็นแบบรูปและความสัมพันธ์เกี่ยวกับสมการเชิงเส้น และเลขยกกำลัง ในการสร้างสถานการณ์ปัญหาที่นำไปสู่การสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตของนักเรียน

**การให้เหตุผลเชิงพีชคณิต (Algebraic Reasoning)** หมายถึง การอธิบายหรือการใช้หลักฐานอ้างอิงในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปของสถานการณ์ปัญหาเชิงพีชคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยสร้างขึ้นจากการคิดที่อาศัยหลักตรรกศาสตร์แล้วถ่ายทอดออกมาในรูปประโยคข้อความภาษาหรือสัญลักษณ์ทางพีชคณิต

**การอ้างเหตุผล (Justification)** หมายถึง ความสามารถในการแสดงความคิดและความเข้าใจ โดยใช้หลักฐานอ้างอิงในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต ประกอบด้วย การอ้างเหตุผลเชิงบริบท และการอ้างเหตุผลเชิงตัวเลข

**การอ้างเหตุผลเชิงบริบท (Contextual Justification)** หมายถึง การอ้างเหตุผลในลักษณะของความรู้ความเข้าใจภายใต้บริบทที่เกี่ยวข้อง เช่น ความรู้ของผู้เรียน ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์ปัญหา ความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ในสถานการณ์ปัญหา เป็นต้น

**การอ้างเหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical Justification)** หมายถึง การอ้างเหตุผล ในลักษณะของการดำเนินการเชิงตัวเลข ซึ่งเป็นการใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหา

**ความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต (Ability in Algebraic Generalization)** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ในเขตอำเภอมืองมหาสารคาม ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตที่มีความถูกต้อง/เหมาะสม/เชื่อถือได้ตามหลักวิชาด้วยกลวิธีที่ใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตอย่างยืดหยุ่น ซึ่งประเมินจากแบบทดสอบสถานการณ์ปัญหาเชิงพีชคณิตที่ผู้วิจัยเป็นผู้สร้างขึ้น โดยมีเกณฑ์การประเมิน 3 ระดับ ได้แก่ ระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ

**ความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตระดับสูง** หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต ในลักษณะอย่างใดอย่างหนึ่ง ต่อไปนี้คือ นักเรียนสามารถสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตได้คะแนนรวมอย่างน้อยร้อยละ 80 และมีความยืดหยุ่นในระดับสูง หรือระดับปานกลาง

ความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตระดับปานกลาง หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต ในลักษณะอย่างใดอย่างหนึ่ง ต่อไปนี้

1. นักเรียนสามารถสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตได้คะแนนรวมอย่างน้อยร้อยละ 80 และมีความยืดหยุ่นในระดับต่ำ หรือ
2. นักเรียนสามารถสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตได้คะแนนรวมร้อยละ 50–79 และมีความยืดหยุ่นในระดับสูง หรือในระดับปานกลาง หรือ
3. นักเรียนสามารถสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตได้คะแนนรวมไม่เกินร้อยละ 49 และมีความยืดหยุ่นในระดับสูง

ความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตระดับต่ำ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต ในลักษณะอย่างใดอย่างหนึ่ง ต่อไปนี้

1. นักเรียนสามารถสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตได้คะแนนรวมร้อยละ 50–79 และมีความยืดหยุ่นในระดับต่ำ หรือ
2. นักเรียนสามารถสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตได้คะแนนรวมไม่เกินร้อยละ 49 และมีความยืดหยุ่นในระดับปานกลาง หรือในระดับต่ำ หรือ
3. นักเรียนไม่สามารถสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตได้เลย

กลวิธีที่ใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต (Strategy Use) หมายถึง วิธีการคิดในลักษณะต่าง ๆ เพื่อใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตของนักเรียน ชั้นมัธยมปีที่ 2 ประกอบด้วย 4 กลวิธี ได้แก่ กลวิธีโดยปริยายของเหตุการณ์ กลวิธีการเปลี่ยนแปลงตามลำดับของเหตุการณ์ กลวิธีการเชื่อมโยงของเหตุการณ์ และ กลวิธีการผสมผสานของเหตุการณ์

กลวิธีโดยปริยายของเหตุการณ์ (Explicit Strategy) หมายถึง กลวิธีที่ใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด โดยการพิจารณาความสัมพันธ์ของตัวแปร ซึ่งในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปจะต้องใช้การอ้างเหตุผลเชิงบริบทและเชิงตัวเลข

การอ้างเหตุผลเชิงบริบทของกลวิธีโดยปริยายของเหตุการณ์ หมายถึง การอ้างเหตุผลที่ใช้ความสัมพันธ์ของตัวแปรต้นเพื่อนำไปสู่การหาค่าของตัวแปรตาม หรือสร้างเป็นกฎหรือสูตรเพื่อใช้ในการคำนวณเมื่อค่าของตัวแปรมีการเปลี่ยนแปลง

การอ้างเหตุผลเชิงตัวเลขของกลวิธีโดยปริยายของเหตุการณ์ หมายถึง การอ้างเหตุผลที่แสดงถึงความเข้าใจลักษณะการเปลี่ยนแปลงของผลลัพธ์ที่ขึ้นอยู่กับตัวไม่ทราบค่า และพยายามสร้างเป็นกฎ สูตร หรือรูปทั่วไปเพื่อใช้ในการคิดคำนวณ และแทนจำนวนที่เป็นปัจจัยในการเปลี่ยนแปลงเพื่อให้ได้ค่าใหม่ลงในตัวไม่ทราบค่า แล้วใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ช่วยในการหาคำตอบที่ต้องการ

กลวิธีการเปลี่ยนแปลงตามลำดับของเหตุการณ์ (Recursive Strategy) หมายถึง กลวิธีที่ใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต โดยการพิจารณาความสัมพันธ์ของแต่ละเหตุการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้น ซึ่งในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปจะต้องใช้การอ้างเหตุผลเชิงบริบทและเชิงตัวเลข

การอ้างเหตุผลเชิงบริบทของกลวิธีการเปลี่ยนแปลงตามลำดับของเหตุการณ์ หมายถึง การอ้างเหตุผลที่พิจารณาความสัมพันธ์ของแต่ละเหตุการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้น แล้วเชื่อมโยงข้อมูลเหล่านั้นในการแก้ปัญหาตามลำดับของเหตุการณ์

การอ้างเหตุผลเชิงตัวเลขของกลวิธีการเปลี่ยนแปลงตามลำดับของเหตุการณ์ หมายถึง การอ้างเหตุผลที่สังเกตเห็นแบบรูปหรือความสัมพันธ์ในการหาผลลัพธ์ของเหตุการณ์ในลำดับต่าง ๆ และเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของค่าเดิมกับค่าใหม่ที่ต้องการ โดยใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ช่วยในการหาคำตอบ ซึ่งอาจจะเป็นลักษณะของการเพิ่มขึ้นหรือลดลงตามลักษณะความสัมพันธ์นั้น ๆ

กลวิธีการเชื่อมโยงของเหตุการณ์ (Whole – object Strategy) หมายถึง กลวิธีที่ใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต โดยการเชื่อมโยงข้อมูลของแต่ละเหตุการณ์ และใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะวิธีการคูณในการหาคำตอบที่ต้องการ ซึ่งในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปจะต้องใช้การอ้างเหตุผลเชิงบริบทและเชิงตัวเลข

การอ้างเหตุผลเชิงบริบทของกลวิธีการเชื่อมโยงของเหตุการณ์ หมายถึง การอ้างเหตุผลที่สร้างภาพในใจหรือแผนภาพโครงสร้างปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกิดขึ้นในการเชื่อมโยงข้อมูลของเหตุการณ์ เพื่อพิจารณาหาจำนวนที่เป็นความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ และจำนวนที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ แล้วใช้การคูณจำนวนที่เป็นความสัมพันธ์ของเหตุการณ์กับค่าที่มีอยู่แล้วเพื่อหาผลลัพธ์ที่ต้องการ โดยจะต้องพิจารณาจำนวนที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ด้วย

การอ้างเหตุผลเชิงตัวเลขของกลวิธีการเชื่อมโยงของเหตุการณ์ หมายถึง การอ้างเหตุผลที่หาคำตอบจากการคูณชุดเดิมกับจำนวนที่กำหนดจากความสัมพันธ์ของแต่ละ

เหตุการณ์ ซึ่งในบางสถานการณ์ปัญหาอาจจะต้องพิจารณาความสัมพันธ์ของแต่ละองค์ประกอบในชุดเดิมด้วย โดยอาจจะต้องนำบางค่ามาบวกเข้าหรือลบออกก่อนจึงจะได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง เพราะหากไม่พิจารณาอาจจะเกิดข้อผิดพลาดได้

**กลวิธีการผสมผสานของเหตุการณ์ (Chunking Strategy)** หมายถึง กลวิธีที่ใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตที่มีหลายขั้นตอน โดยการผสมผสานแนวคิดกลวิธี 3 กลวิธีที่กล่าวไว้ข้างต้น อาจจะใช้ 2 หรือ 3 กลวิธีก็ได้ ซึ่งในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปจะต้องใช้การอ้างเหตุผลเชิงบริบทและเชิงตัวเลข

**การอ้างเหตุผลเชิงบริบทของกลวิธีการผสมผสานของเหตุการณ์** หมายถึง การอ้างเหตุผลที่ใช้วิธีการหาผลลัพธ์ที่ต่อเนื่องจากค่าที่มีอยู่แล้ว ซึ่งค่าที่มีอยู่แล้วได้มาจากการใช้กลวิธีต่าง ๆ 3 กลวิธีข้างต้นในเชิงบริบท อาจจะใช้เพียงกลวิธีเดียวหรือหลายกลวิธีก็ได้ แล้วพิจารณาความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ที่เหลือจนถึงเหตุการณ์ที่เป็นผลลัพธ์เพื่อหาค่าใหม่ ซึ่งผลลัพธ์ที่ต้องการเกิดจากการนำค่าที่มีอยู่แล้วรวมกับค่าใหม่

**การอ้างเหตุผลเชิงตัวเลขของกลวิธีการผสมผสานของเหตุการณ์** หมายถึง การอ้างเหตุผลที่นำค่าที่มีอยู่แล้วซึ่งได้จากการใช้กลวิธีต่าง ๆ 3 กลวิธีข้างต้นในเชิงตัวเลข อาจจะใช้เพียงกลวิธีเดียวหรือหลายกลวิธีก็ได้ รวมกับค่าที่ได้ใหม่จากการพิจารณาความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ที่เหลือจนถึงเหตุการณ์ที่เป็นผลลัพธ์ เช่น ในเบื้องต้นใช้กลวิธีการเปลี่ยนแปลงตามลำดับของเหตุการณ์ก่อนเพื่อหาค่าของเหตุการณ์ที่เป็นลำดับต้น ๆ แล้วใช้กลวิธีโดยปริยายของเหตุการณ์หาค่าของเหตุการณ์ต่อ ๆ ไปตามต้องการ แล้วนำมาค่าทั้งสองมารวมกัน

**ระดับของการใช้กลวิธีในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต** หมายถึง ระดับการแสดงถึงการอ้างเหตุผลในการใช้กลวิธีในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต มี 3 ระดับ คือ ระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ โดยหากใช้กลวิธีใดด้วยการอ้างเหตุผลเชิงบริบท แสดงว่ามีการใช้กลวิธีนั้นในระดับสูง หากใช้กลวิธีใดด้วยการอ้างเหตุผลเชิงตัวเลข แสดงว่ามีการใช้กลวิธีนั้นในระดับปานกลาง และหากไม่ใช้กลวิธีใดในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต แสดงว่ามีการใช้กลวิธีนั้นในระดับต่ำ

**ความยืดหยุ่นในการใช้กลวิธีเพื่อสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต (Flexibility)** หมายถึง ลักษณะของการใช้กลวิธีที่หลากหลายอย่างมีประสิทธิภาพในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตที่ถูกต้อง ภายใต้บริบทและเงื่อนไขที่กำหนดให้ มีทั้งหมด 2 ประเภท ได้แก่ ความยืดหยุ่นแบบภายในสถานการณ์ปัญหา และความยืดหยุ่นแบบไขว้



สถานการณ์ปัญหา โดยความยืดหยุ่นทั้ง 2 ประเภทมีเกณฑ์การพิจารณา 3 ระดับ ได้แก่ ระดับสูง ระดับปานกลาง และระดับต่ำ

**ความยืดหยุ่นระดับสูง** หมายถึง ความยืดหยุ่นของนักเรียนในการใช้กลวิธีเพื่อสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต ในลักษณะอย่างใดอย่างหนึ่ง ต่อไปนี้คือ นักเรียนใช้กลวิธีในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตอย่างน้อย 3 กลวิธีในระดับสูง

**ความยืดหยุ่นระดับปานกลาง** ความยืดหยุ่นของนักเรียนในการใช้กลวิธีเพื่อสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต ในลักษณะอย่างใดอย่างหนึ่ง ดังนี้

1. นักเรียนใช้กลวิธีในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต 2 กลวิธีในระดับสูง
2. นักเรียนใช้กลวิธีในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต 3 หรือ 4 กลวิธีในระดับปานกลาง
3. นักเรียนใช้กลวิธีในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต 1 กลวิธีในระดับสูง 2 กลวิธีในระดับปานกลาง และ 1 กลวิธีในระดับต่ำ
4. นักเรียนใช้กลวิธีในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต 1 กลวิธีในระดับสูง 1 กลวิธีในระดับปานกลาง และ 2 กลวิธีในระดับต่ำ

**ความยืดหยุ่นระดับต่ำ** ความยืดหยุ่นของนักเรียนในการใช้กลวิธีเพื่อสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต ในลักษณะอย่างใดอย่างหนึ่ง ดังนี้

1. นักเรียนใช้กลวิธีในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต 2 กลวิธีในระดับปานกลาง และ 2 กลวิธีในระดับต่ำ
2. นักเรียนใช้กลวิธีในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตอย่างน้อย 3 กลวิธีในระดับต่ำ

**ความยืดหยุ่นแบบภายในสถานการณ์ปัญหา (Within – task Flexibility)** หมายถึง ความยืดหยุ่นในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต โดยการเชื่อมโยงความรู้ และใช้กลวิธีที่ใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตในการแก้สถานการณ์ปัญหานั้น ภายใต้อบริบทและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ

**ความยืดหยุ่นแบบไขว้สถานการณ์ปัญหา (Cross – task Flexibility)** หมายถึง ความยืดหยุ่นในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต โดยการเชื่อมโยงความรู้ และใช้กลวิธีที่ใช้ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตที่เคยมีประสบการณ์มาแล้วในการแก้

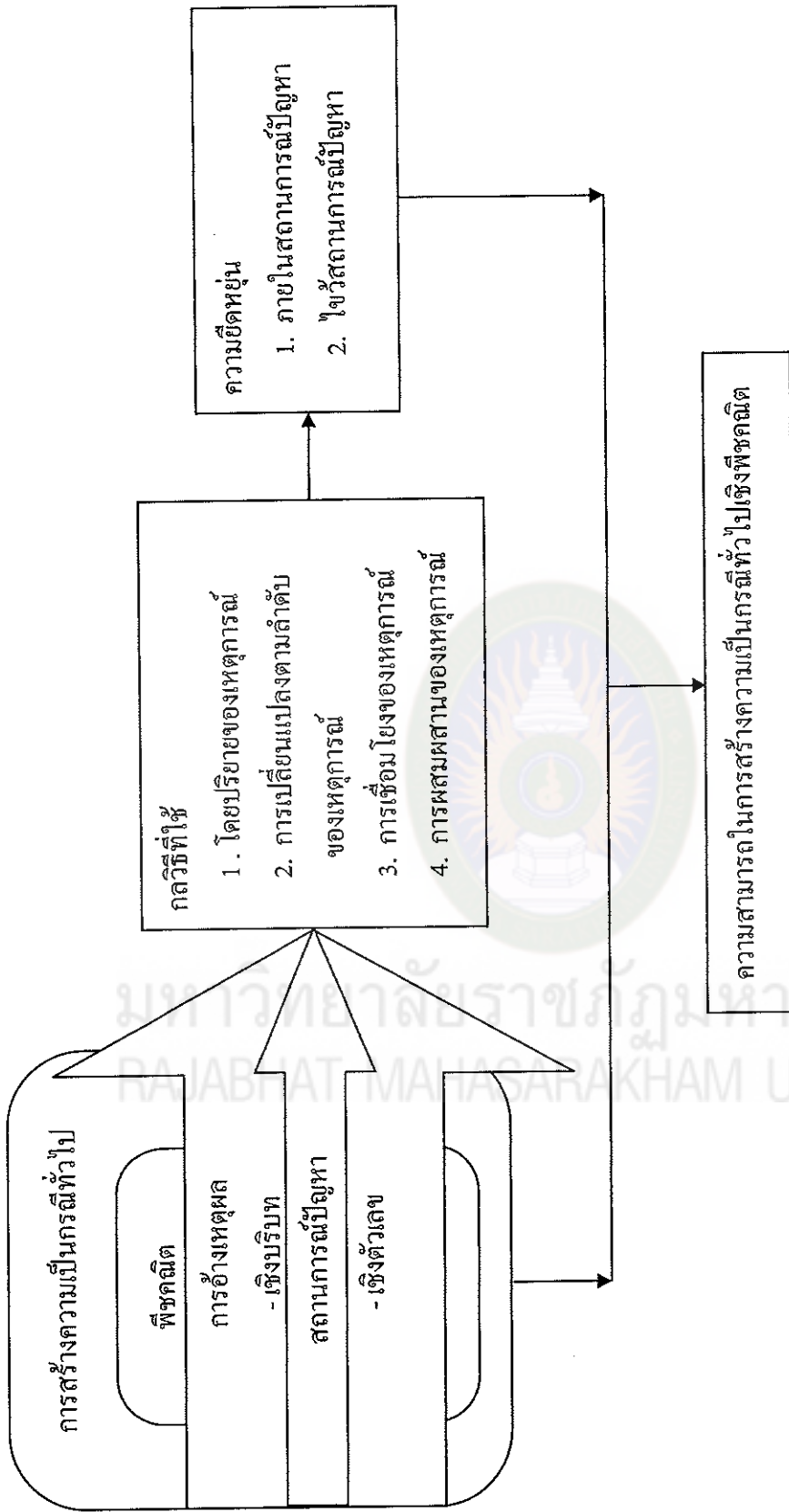
สถานการณ์ปัญหาอื่น ๆ ที่มีลักษณะใกล้เคียงกัน ภายใต้บริบทและเงื่อนไขของสถานการณ์  
ปัญหานั้น ๆ

### กรอบแนวคิดในการวิจัย

จากการศึกษาทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยได้กำหนดกรอบแนวคิดใน  
การวิจัย ดังแผนภาพต่อไปนี้



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม  
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



แผนภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

จากแผนภาพที่ 1 จะเห็นว่า ความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตเป็นศูนย์กลางของ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งหมด (Mason, 1996 : 67) ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปจะ ประกอบด้วย สถานการณ์ปัญหาเชิงพีชคณิต และมีการอ้างเหตุผลเชิงบริบทหรือเชิงตัวเลขเพื่อ แสดงถึงระดับของการใช้กลวิธีในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไป ซึ่งประกอบด้วย 4 กลวิธี ได้แก่ กลวิธีโดยปริยายของเหตุการณ์ กลวิธีการเปลี่ยนแปลงตามลำดับของเหตุการณ์ กลวิธี การเชื่อมโยงของเหตุการณ์ และการผสมผสานของเหตุการณ์ ถ้าผู้เรียนสามารถใช้กลวิธีได้ อย่างหลากหลายในการแก้สถานการณ์ปัญหาภายใต้บริบทและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ หรือใช้กลวิธีที่เคยใช้แล้ว มาแก้สถานการณ์ปัญหาอื่น ๆ ที่มีลักษณะใกล้เคียงกันภายใต้ บริบทและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ อย่างหลากหลาย แสดงว่ามีความยืดหยุ่นใน การสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตในระดับสูง ถ้าสามารถใช้กลวิธีได้เพียงกลวิธีเดียว หรือไม่ได้เลยในการแก้สถานการณ์ปัญหาภายใต้บริบทและเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ หรือใช้กลวิธีที่เคยใช้แล้วมาแก้สถานการณ์ปัญหาอื่น ๆ ที่มีลักษณะใกล้เคียงกันภายใต้บริบท และเงื่อนไขของสถานการณ์ปัญหานั้นเพียงกลวิธีเดียวหรือไม่ได้เลย แสดงว่ามีความยืดหยุ่น ในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตในระดับต่ำ และถ้าสามารถสร้างความเป็นกรณี ทั่วไปที่มีความถูกต้อง/เหมาะสม/เชื่อถือ ได้ตามหลักวิชาด้วยกลวิธีที่ใช้ในการสร้างความเป็น กรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตอย่างยืดหยุ่น แสดงว่าเป็นผู้ที่มี ความสามารถในการสร้างความเป็น กรณีทั่วไปเชิงพีชคณิต

### ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

ผลการวิจัยเป็นข้อเสนอแนะในการพัฒนาการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริม กลวิธีในการคิดและความสามารถในการสร้างความเป็นกรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตที่เกี่ยวกับ สมการเชิงเส้นและเลขยกกำลัง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนในเขตอำเภอเมือง จังหวัดมหาสารคาม และจะเป็นแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการสร้างความเป็น กรณีทั่วไปเชิงพีชคณิตในเรื่องอื่น ๆ และในชั้นอื่น ๆ ด้วย นอกจากนี้ยังจะเป็นข้อเสนอแนะ ในการพัฒนาหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมให้นักเรียนมีความคิดอย่าง หลากหลายในการนำไปใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตจริง และเป็นประโยชน์ในการประกอบ อาชีพและการพัฒนาประเทศต่อไป