ภาคผนวก ก

แสดงใบเนื้อหา

แสดงแบบฝึกหัดรายกลุ่ม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ใบเนื้อหา เรื่อง

กำหนดการเชิงเส้น (Linear Programming)

การจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่จำกัดให้เกิดประโยชน์และมีประสิทธิภาพสูงสุด เช่น ตั้งเป้าหมายกำไรสูงสุด หรือต้นทุนค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด ลักษณะเฉพาะของการกำหนดการเชิงเส้น

ตัวอย่าง ทรัพยากรที่มีจำกัด เช่น กำลังคน เครื่องจักร เงิน สถานที่

2.1 ตัวอย่างการกำหนดของปัญหาเชิงเส้น

เมื่อได้ศึกษาปัญหาจะต้องหาและกำหนดให้ได้ว่า

1. เป้าหมายคืออะไร
2. ตัวแปรตัดสินใจคืออะไร
3. มีข้อจำกัดอะไรบ้าง

ตัวอย่าง โรงงานเล็ก ๆ โรงงานหนึ่งผลิตสินค้า 2 ชนิด คือ A และ B ความต้องการของตลาด คือ ต้องการสินค้า 2 ชนิดนี้ เท่ากับความสามารถของโรงงานจะผลิตได้ ถ้าผลิตแต่ละชนิดใช้เวลาผลิตในแต่ละแผนกต่าง ๆ กันดังนี้

	เวลาที่ใช้ในการผลิต(ชั่วโมง)		
	แผนกที่ 1	**แผนกที่ 2**	**แผนกที่ 3**
A	2	1	4
B	2	2	2

แผนกที่	**กำลังคน(ชั่วโมง)/สัปดาห์**
1	160
2	120
3	280

สมมติว่าขายสินค้าชนิด A 1 ชิ้นได้กำไร 10 บาท และขายสินค้าชนิด B 1 ชิ้นได้กำไร 15 บาท ฝ่ายวางแผนจะต้องวิเคราะห์ดูว่าจะผลิตสินค้าอย่างไร ให้ได้ กำไรสูงสุดและสอดคล้องกับข้อจำกัดที่มีอยู่

วิธีทำ

เป้าหมาย ? คือ กำไรสูงสุด

ตัวแปรตัดสินใจ ? คือ จำนวนสินค้าที่จะผลิต ชนิด A และ ชนิด B

จน.สินค้าที่จะผลิตข้อจำกัด ? คือ กำลังคนในแต่ละแผนกต่อสัปดาห์

ให้ X1 = จน.สินค้า ชนิด A ที่จะผลิต

X2 = จน. สินค้า ชนิด B ที่จะผลิต

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

Z = กำไร

กำหนดเป้าหมาย

กำไร = (กำไรสินค้า A 1 หน่วย) x (จน.สินค้า A) + (กำไรสินค้า B 1 หน่วย) x (จน.สินค้า B)

Z = 10 X1 + 15X2

ข้อจำกัด ด้านกำลังคน ในแต่ละแผนกต่อสัปดาห์ มีจำกัดเวลา ที่ใช้ผลผลิตในแผนกที่ 1

= (เวลาที่ใช้ผลิตสินค้า A 1 หน่วย) x (จน.สินค้า A) +

(เวลาที่ใช้ผลิตสินค้า B 1 หน่วย) x (จน.สินค้า B)

= 2X1 + 2X2 แผนก 1 ไม่เกิน 160 ชม./สัปดาห์

= 2X1 + 2X2 <= 160

เช่นเดียวกันในแผนกที่ 2,3

X1 + 2X2 <= 120

4X1 + 2X2 <= 280

ให้ X1 ,X2 แทนจำนวนสินค้า ดังนั้น ค่า X1,X2 ติดลบไม่ได้ นั้นคือ

X1 >= 0 , X2>= 0

จากสมการเป้าหมาย และข้อจำกัดที่ได้ล้วนเป็นแบบเชิงเส้นทั้งสิ้น ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ สำหรับปัญหา คือ

หาค่ามากสุดของ

Z = 10X1 + 15X2

โดยมีข้อจำกัด คือ

2X1 + 2X2 <= 160

X1 + 2X2 <= 120

4X1 + 2X2 <= 280 , X1 >= 0 , X2 >= 0

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวอย่าง อาหาร 3 ชนิด มีหินปูน ข้าวโพด และถั่วเหลือง ซึ่งมีส่วนประกอบของธาตุอาหารต่างกันต่อ 1 ปอนด์ ดังในตาราง 2-3 ค่าใช้จ่ายของอาหารแต่ละชนิดต่อ 1 สัปดาห์ สมมติว่า 1 วัน ต้องให้อาหารสัตว์ทั้งหมด 100 ปอนด์ โดยที่ต้องได้ธาตุอาหารดังนี้

แคลเซียมอย่างน้อย	0.8 % แต่ไม่เกิน	1.2 %
โปรตีนอย่างน้อย	22%	
ธาตุอื่น ๆ ไม่เกิน	5 %	

จงหาว่าควรจะให้อาหารแต่ละชนิดจำนวนเท่าไร เพื่อให้เสียค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด และได้ธาตุอาหารตามที่กำหนด

	ส่วนประกอบ 1 ปอนด์			ค่าใช้จ่ายต่อ 1 สัปดาห์
	แคลเซียม	โปรตีน	ธาตุอื่นๆ	
หินปูน	.380	.00	.00	16
ข้าวโพด	.001	.09	.02	20
ถั่วเหลือง	.002	.50	.08	18

จากตารางที่ 2-3 แสดงส่วนประกอบของอาหารแต่ละชนิด ต่อ 1 ปอนด์ และค่าใช้จ่ายต่อ 1 ปอนด์

X1 = จน. หินปูน(ปอนด์) ที่ให้แต่ละวัน

X2 = จน. ข้าวโพด (ปอนด์) ที่ให้แต่ละวัน

X3 = จน.ถั่วเหลือง (ปอนด์) ที่ให้แต่ละวัน

โดยที่ X1 + X2 +X3 = 100 ปอนด์

สมการเป้าหมาย คือ Z = 16X1 + 20X2 + 18X3

ข้อจำกัด ของปริมาณธาตุอาหารที่ต้องใช้ในแต่ละวันดังนี้

ปริมาณแคลเซียมที่ได้ในแต่ละวันจากอาหาร 3 ชนิด คือ

.380X1 + .001X2 +.002X3

.ในแต่ละวันต้องได้แคลเซียมอย่างน้อย 0.8 % แต่ไม่เกิน 1.2 %

.380X1 + .001X2 + .002X3 <= 1.2

.380X1 + .001X2 + .002X3 >= 0.8

ในแต่ละวันต้องได้โปรตีนอย่างน้อย 22%

.00X1 + .09X2 + .5X3 >= 22

ในแต่ละวันต้องได้ธาตุอาหารอื่น ๆ ไม่เกิน 5 %

.00X1 + .02X2 + .08X3 <= 5

ดังนั้นกำหนดการเชิงเส้นของปัญหานี้ คือ

หาค่าใช้จ่ายน้อยสุด ของ Z = 16x1 + 20x2 + 18x3

โดยมีข้อจำกัด

.380x1 + .001x2 + .002x3 <= 1.2

.380x1 + .001x2 + .002x3 >= 0.8

.00x1 + .09x2 + .5x3 >= 22

.00x1 + .02x2 + .08x3 <= 5 โดยที่ x1 >= 0 , x2 >= 0

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวอย่าง บริษัทผู้ผลิตแห่งหนึ่งผลิตสินค้า 3 ชนิด ในการผลิตสินค้าทั้ง 3 ชนิดนี้ต้องใช้วัตถุดิบ 3 อย่าง คือ ก ข และ ค ในจำนวนที่ต่างกันดังนี้

จำนวนวัตถุดิบที่ใช้ในการผลิตสินค้า 1 หน่วย

	สินค้า ชนิดที่ 1 (ชิ้น)	สินค้า ชนิดที่2 (ชิ้น)	สินค้า ชนิดที่ 3 (ชิ้น)
วัตถุดิบ ก	4	3	2
วัตถุดิบ ข	7	9	2
วัตถุดิบ ค	8	7	12

ขณะนี้บริษัทวัตถุดิบ ก ข และ ค อยู่เป็นจำนวน 400 ชิ้น 800 ชิ้น และ 1,000 ชิ้น ตามลำดับ และวัตถุดิบเหล่านี้ไม่สามารถหาเพิ่มเติมได้ในระยะเวลาสั้น ถ้าสินค้าทั้ง 3 ชนิดทำกำไรให้แก่บริษัทหน่วยละ 18 บาท 10 บาท และ 12 บาท ตามลำดับ บริษัทควรจะกำหนดปริมาณการผลิตสิ้นค้าทั้ง 3 ชนิดอย่างไร

วิธีทำ

กำหนดตัวแปรในการตัดสินใจ

X1 ปริมาณการผลิตสินค้าที่ 1 (หน่วย)

X2 ปริมาณการผลิตสินค้าที่ 2 (หน่วย)

X3 ปริมาณการผลิตสินค้าที่ 3 (หน่วย)

Z = กำไรสูงสุด

เขียนเป็นกำหนดการเชิงเส้นได้ดังนี้

กำไรสูงสุด $Z = 18X1 + 10X2 + 12X3$

ข้อจำกัด

ปริมาณการใช้วัตถุดิบ ก $4X1 + 3X2 + 2X3 \leq 400$

ปริมาณการใช้วัตถุดิบ ข $7X1 + 9X2 + 2X3 \leq 800$

ปริมาณการใช้วัตถุดิบ ค $8X1 + 7X2 + 12X3 \leq 1,000$

$X1, X2, X3 \geq 0$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวอย่าง ปัญหาการจัดสรรพนักงาน (Labor allocation problem)

ร้านฟาส์ตฟูดแห่งหนึ่งเปิดบริการ 24 ชั่วโมง โดยแบ่งการทำงานของพนักงานออกเป็น 6 กะ แต่ละกะทำงาน 8 ชั่วโมงติดต่อกันดังนี้

กะที่	เวลาทำงาน
1	24.00 – 08.00 น.
2	04.00 – 12.00 น.
3	08.00 – 16.00 น.
4	12.00 – 20.00 น.
5	16.00 – 24.00 น.
6	20.00 – 04.00 น.

ในแต่ละช่วงเวลาที่เปิดดำเนิน 24 ชั่วโมง จะมีจำนวนลูกค้าเข้ามามากน้อยต่างกัน ดังนั้นจำนวนพนักงานที่จำเป็นต้องมีอยู่ประจำร้านเพื่อให้บริการลูกค้าจึงควรแตกต่างกันไปในแต่ละช่วงเวลาด้วย จากประสบการณ์และการรวบรวมข้อมูลจำนวนลูกค้าที่เข้ามาใช้บริการ ผู้จัดการแบ่งเวลาทั้งวันออกเป็น 6 ช่วงช่วงละ 4 ชั่วโมงและกำหนดจำนวนพนักงานขั้นต่ำที่ต้องมีประจำร้านในแต่ละช่วงเวลาไว้ดังนี้

เวลา	จำนวนพนักงานขั้นต่ำ(คน)
24.00 – 08.00 น.	3
04.00 – 12.00 น.	5
08.00 – 16.00 น.	10
12.00 – 20.00 น.	6
16.00 – 24.00 น.	10
20.00 – 04.00 น.	8

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

วิธีทำ

กำหนดให้

X1 = จำนวนพนักงานกะที่ 1

X2 = จำนวนพนักงานกะที่ 2

X3 = จำนวนพนักงานกะที่ 3

X4 = จำนวนพนักงานกะที่ 4

X5 = จำนวนพนักงานกะที่ 5

X6 = จำนวนพนักงานกะที่ 6

Z = จำนวนพนักงานรวม (คน)

เขียนเป็นกำหนดการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$Z = X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6$$

ข้อจำกัด

$$X1 + X2 \geq 5$$

$$X2 + X3 \geq 10$$

$$X3 + X4 \geq 6$$

$$X4 + X5 \geq 10$$

$$X5 + X6 \geq 8$$

$$X6 + X1 \geq 3$$

$$Xj \geq 0 \quad (j = 1, 2, 3, \ldots, 6)$$

2.2 การแก้ปัญหาโดยวิธีกราฟ (Graph Solution)

การกำหนดการเชิงเส้น 2 ตัวแปร แสดงว่ามี 2 มิติ (Dimension) ดังนั้น การแก้ปัญหา นี้สามารถทำได้โดยใช้วิธีเขียนกราฟดังนี้

1 เขียนด้วยกราฟ 2 มิติ แทนด้วย x1 และ x2 ดังรูป 2-2

2 เขียนกราฟของสมการหรืออสมการ ข้อจำกัดแล้วหาค่า ของ(x1,x2) ที่สอดคล้องกับข้อจำกัด เช่นถ้ามีกำหนดการเชิงเส้น คือหาค่าสูงสุดของ

$$Z = 3x1 + 5x2$$

โดยมีข้อจำกัด

$$x1 <= 4$$

$$2x2 <= 12$$

$$3x1 + 2x2 <= 18 , x1 >=0 , x2 >=0$$

พิจารณา ข้อจำกัด x1 <= 4 และ x1 >=0 ,x2 >=0 หมายความว่า (x1,x2) อยู่ทางซ้าย อยู่ในจตุภาคที่ 1 ดังรูป 2-3

เขียนกราฟของ 2x2 <= 12 และ 3x1+2x2 <= 18 ดังรูป 2-4

จากรูป หาจุดในอาณาบริเวณที่ค่า (x1,x2) สอดคล้องกับทุก ๆ ข้อจำกัดและให้ค่า

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

$Z = 3x1 + 5x2$ มีค่าสูงสุดดังนี้

ซึ่งความชันของเส้นตรง $Z = c1x1 + c2x2$ คือ $-c1/c2$ ความชันเส้นตรง $= -3/5$ จากรูปที่ 2-5 ค่าความชัน เพิ่มขึ้น เมื่อเพิ่มค่า x1,x2

เมื่อเพิ่มค่า Z และ x1 , x2 จะได้เส้นตรง เลื่อนไปทางขวามือจนสุดอาณาบริเวณที่แรเงาที่จุด A จะได้ว่า Z สูงสุด เท่ากับ 36

- หาจุดของ 2 สมการนี้จะได้ (x1,x2) = (2,6) นั้นคือ x1=2 ,x2=6

ทำให้ได้ค่า Z = 36 ซึ่งมีค่าสูงสุดและสอดคล้องกับข้อจำกัด

- สำหรับปัญหาการหาค่าน้อยที่สุดของ Z = 3x1+5x2 ทำได้โดยเลื่อนเส้นตรงนี้มาทางซ้ายมือ จนสุดอาณาบริเวณแรเงา ดังรูป 2-6 ได้ค่า Z ที่น้อยที่สุดเมื่อ (x1,x2) = (0,0)

ตัวอย่าง 2.7 จงหาค่าสูงสุดของ $Z = 5x1 - 3x2$

ข้อจำกัด $x1 <= 4$

$2x2 <= 12$

$3x1 +$ $x1>= 0 ,x2 >= 0$

วิธีทำ

1 เขียนกราฟอสมการข้อจำกัดแสดงค่าของ (x1,x2) ที่สอดคล้องกับข้อจำกัดจะได้รูปที่ 2-4

2 หาค่าสูงสุดของ $Z = 5x1 - 3x2$ เนื่องจากค่า Z จะเพิ่มขึ้นถ้าไปทางขวามือจนสุดบริเวณแรเงาที่จุด A หาค่า x1 ,x2 ที่จุด A จะได้ x1 =4 ,x2=0 ดังนั้นค่า Z สูงสุดเท่ากับ

$5(4) - 3(0) = 20$

2.3 ข้อยกเว้นบางประการในการแก้ปัญหาโดยวิธีกราฟ

ปัญหาเชิงเส้นบางปัญหาที่มีตัวแปรตัดสินใจ 2 ตัวนั้น ในบางครั้งการแก้ปัญหาโดยวิธีกราฟ อาจพบว่าปัญหานั้นไม่มีขอบเขตผลลัพธ์(Unbound solution) หรือปัญหานั้นไม่มีคำตอบหรืออาจมีหลายคำตอบ ดังตัวอย่าง (p28-31)

มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ RAJABHAT NAKHONSAWAN UNIVERSITY

2.4 รูปแบบทั่วไปของกำหนดการเชิงเส้น

- ปัญหากำหนดการเชิงเส้น เป็นปัญหาเกี่ยวกับการหาค่าสูงสุด หรือค่าต่ำสุดของฟังก์ชันแบบเชิงเส้นตรง
- โดยข้อจำกัดอาจอยู่ในรูปสมการหรืออสมการเชิงเส้น หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของสมการโดยมีสมการเป้าหมาย

$Z = c1x1 + c2x2 + \ldots + cnxn$ สมการที่ 2.17

ข้อจำกัด

$a11x1 + a12x2 + \ldots + a1nxn$

$a21x1 + a22x2 + \ldots + a2nxn$ สมการที่ 2.18

สมการที่ 2.17 แทนสมการเป้าหมาย สำหรับชุดของ m หรือ อสมการเชิงเส้น (2.18) ซึ่งมีตัวแปร n ตัว จะแทนข้อจำกัดของปัญหา

- การแก้ปัญหา ต้องหา $x1, x2, \ldots, xn$ ที่สอดคล้องกับสมการและอสมการ (2.17),(2.19) โดย aij , bij ,ci เป็นค่าคงที่ที่รู้จัก

สามารถเขียนใช้สัญลักษณ์การบวกคือ $\sum$ จะได้ดังนี้

(หน้า 31-32) หาค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของ $Z = \sum cj\,xj$

ข้อจำกัด

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.4.1 รูปแบบที่ง่ายที่สุดของการกำหนดเชิงเส้น

ลักษณะของรูปแบบง่ายที่สุดของการกำหนดการเชิงเส้น

1. ตัวแปรตัดสินใจต้องไม่เป็นลบ
2. ทุก ๆ ข้อจำกัดอยู่ในรูปอสมการ
3. ฟังก์ชันเป้าหมายอยู่ในรูปการหาค่าสูงสุด

ปัญหากำหนดการเชิงเส้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบที่ง่ายที่สุด

โดยใช้หลักการแปลงเบื้องต้น ดังนี้

1. ถ้าต้องการหาค่า f(x) ที่น้อยที่สุดจะสามารถหาโดยเขียนอยู่ในรูป –f(x) แล้วหาค่า – f(x) ที่มากที่สุด

เช่น สมการหาค่าต่ำสุด

$Z = c1x1 + c2x2 + \ldots + Cn\,Xn$

จะสมมูลกับหาค่าสูงสุดของ

$Z' = -Z = -c1x1 - c2x2 \ldots - cnxn$ โดยที่ $Z = Z'$

2. เครื่องหมายอสมการ $\leq$ หรือ $\geq$ จะสามารถเปลี่ยนให้เป็นตรงกันข้ามเครื่องหมายเดิมโดยเอา –1 คูณตลอดสมการ เช่น

$a1x1 + a2x2 \geq b$ สมมูลกับ $-a1x1 - a2x2 \leq -b$

$p1x1 + p2x2 \leq q$ สมมูลกับ $-p1x1 - p2x2 \geq -q$

สมการสามารถเขียนแทนด้วย อสมการ 2 อสมการที่มีเครื่องหมาย ตรงกันข้ามกัน

เช่น $a1x1 + a2x2 = b$ เขียนได้เป็น

$a1x1 + a2x2 \leq b$ และ $a1x1 + a2x2 \geq b$

หรือ

$a1x1 + a2x2 \leq b$ และ $-a1x1 - a2x2 \leq -b$

3. อสมการของข้อจำกัดเขียนในรูปค่าสัมบูรณ์ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปอสมการได้ 2 อสมการ ดังนี้

$|a1x1 + a2x2| \leq b, \quad b \geq 0$ เขียนได้เป็น

$a1x1 + a2x2 \geq -b$, $a1x1 + a2x2 \leq b$

4. ตัวแปรที่ไม่จำกัดเครื่องหมาย คืออาจเป็น + , - หรือ 0 จะสมมูลกับผลต่างระหว่างตัวแปรที่ไม่เป็นลบ 2 ตัว เช่น

X เป็นตัวแปร ที่ไม่จำกัดเครื่องหมาย จะเขียนแทน x ด้วย x^- , x^+

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวอย่างที่ 2.16 จงเขียนปัญหากำหนดการเชิงเส้นนี้ ให้อยู่ในรูปแบบง่ายที่สุด

หาค่าต่ำสุดของ $Z = 3x1 - 3x2 + 7x3$

ข้อจำกัด

$x1 + x2 + 3x3 \leq 40$

$x1 + 9x2 - 7x3 \geq 50$

$5x1 + 3x2 = 20$

$|5x2 + 8x3| \leq 100$

$x1, x2 \geq 0$, $x3$ ไม่จำกัดเครื่องหมาย

<u>วิธีทำ</u>

หาค่าสูงสุดของ $Z' = Z$ เขียนสมการและอสมการจำกัดอยู่ในรูป $\leq$

$Z' = -Z = -3x1 + 3x2 - 7(x3^+ - x3^-)$

โดยทุกตัวแปรต้องมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0 ดังนี้

$x1 + 9x2 - 7x3 \geq 50$ สมมูลกับ $-x1 - 9x2 + 7x3 \leq -50$

$5x1 + 3x2 = 20$ สมมูลกับ $5x1 + 3x2 \leq 20$

และ $5x1 + 3x2 \geq 20 \rightarrow -5x1 + -3x2 \leq -20$

$|5x2 + 8x3| <= 100$ สมมูลกับ $5x2 + 8x3 \leq 100$

และ $5x2 + 8x3 \geq -100 \rightarrow -5x2 - 8x3 \leq 100$

$x3 = x3^{+} - x3^{-}$ เมื่อ $x3^{+} \geq 0$, $x3^{-} \geq 0$

ดังนั้นกำหนดการเชิงเส้น เขียนให้อยู่ในรูปแบบง่ายดังนี้

หาค่าสูงสุด

$$Z' = -Z = -3x1 + 3x2 - 7(x3^{+} - x3^{-})$$

$$x1 + x2 + 3(x3^{+} - x3^{-}) \leq 40$$

$$-x1 - 9x2 + 7(x3^{+} - x3^{-}) \leq -50$$

$$5x1 + 3x2 \leq 20$$

$$-5x1 + -3x2 \leq -20$$

$$5x2 + 8(x3^{+} - x3^{-}) \leq 100$$

$$-5x2 - 8(x3^{+} - x3^{-}) \leq 100$$

$$x1 \geq 0, x2 \geq 0, x3^{+} \geq 0, x3^{-} \geq 0$$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รูปแบบมาตรฐานของกำหนดการเชิงเส้น

1. ทุก ๆ ข้อจำกัดเขียนในรูปสมการ **ยกเว้น** ข้อจำกัดเขียนในรูปอสมการอยู่ในรูป ($xj \geq 0$)
2. ค่าคงที่ ด้านขวามือของสมการข้อจำกัดต้องไม่เป็นลบ
3. ตัวแปรทุกตัวต้องไม่เป็นลบ
4. ฟังก์ชันเป้าหมายอยู่ในรูปการหาค่าสูงสุดหรือหาค่าต่ำสุด

- ข้อจำกัดที่อยู่ในของอสมการต้องเปลี่ยนมาให้อยู่ ในรูปสมการโดยใช้การแต่งเติมดังนี้

1. **ตัวแปรขาด** (Slack Variable) คือ ตัวแปรที่ใช้แต่งเติม โดย
   บวกเข้าทางด้านซ้ายมือของอสมการ ที่อยู่ในรูป $\leq$
2. **ตัวแปรเกิน** (Surplus variable) คือ ตัวแปรที่ใช้แต่งเติมโดย
   ลบออก ทางด้านซ้ายมือของอสมการที่อยู่ในรูป $\geq$

เช่น ข้อจำกัดอยู่ในรูป $\leq$ คือ

$a1x1 + a2x2 \leq b$, $b \geq 0$

เปลี่ยนให้อยู่ในรูปมาตรฐานจะได้

$a1x1 + a2x2 + s1 = b$

s1 เป็นตัวแปรขาด และ $s1 \geq 0$

ข้อจำกัดอยู่ในรูป $\geq$ คือ

$c1x1 + c2x2 \geq d$, $d \geq 0$

เปลี่ยนให้อยู่ในรูปมาตรฐานจะได้

$c1x1 + c2x2 - s2 = d$

s2 เป็นตัวแปรเกิน $s2 \geq 0$

(หน้า 34) ****

- ดังนั้นรูปแบบของสมการเชิงเส้น คือ

- เมื่อเปลี่ยนให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานจะได้เป็น

การแก้ปัญหาโดยวิธีการซิมเพลกซ์ (Simplex method)

- การแก้ปัญหากำหนดการเชิงเส้นที่มีตัวแปรมากกว่า 2 ตัว วิธีที่นิยมในการแก้ปัญหาคือ **วิธีการซิมเพลกซ์**
- การแก้ปัญหา จะต้องเรียนรู้ว่ามีขั้นตอนอย่างไรบ้าง สร้างรูปแบบกำหนดการเชิงเส้นให้อยู่ในรูปแบบทั่วไป → เปลี่ยนข้อจำกัดที่อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน → แก้สมการด้วยวิธีการซิมเพลกซ์

ตัวอย่าง จากรูปแบบง่ายที่สุด กำหนดการเชิงเส้น คือ

หาค่าสูงสุด $Z = 3x1 + 5x2$

ข้อจำกัด

$x1 \leq 4 \rightarrow$ $x1 + S1 = 4$

$2x2 \leq 12 \rightarrow$ $2x2 + S2 = 12$

$3x1 + 2x2 \leq 18 \rightarrow$ $3x1 + 2x2 + S3 = 18$

$x1, x2 \geq 0$

เขียนข้อจำกัดให้อยู่ในรูป อสมการ โดยตัวแปรขาด (Slack Variable) ดังนี้

s1,s2 ,s3 >= 0 จะได้

$x1 + s1 = 4$

$2x2 + s2 = 12$

$3x1 + 2x2 + s3 = 18$

$x1, x2 \geq 0$

ดังนั้น กำหนดเชิงเส้นใหม่ อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน คือ หาค่าสูงสุด

$Z = 3x1 + 5x2$

ข้อจำกัด

$x1 + s1 = 4$

$2x2 + s2 = 12$

$3x1 + 2x2 + s3 = 18$ โดยที่ $x1, x2, s1, s2 \geq 0$ } สมการ 2.29

จากสมการ (2.29) ระบบสมการมีตัวแปรมากกว่า 2 ตัว

- การแก้ปัญหาของระบบสมการ 2 ตัวแปร ระดับขั้นความเสรี (Two Degree of Freedom) เลือก 2 ตัวแปรใด ๆ ให้มีค่าตามใจชอบ เพื่อให้ข้อจำกัดมีจำนวนสมการเท่ากับจำนวนตัวแปรคือ สมการ 3 ตัวแปร เพื่อไม่ให้มีตัวแปรมากเกินความจำเป็น (Redundant)

- **วิธีการซิมเพลกซ์** ให้ค่าคงที่ตามใจชอบ เป็น 0 เรียก
  - ตัวแปรที่ถูกกำหนดค่าเป็น 0 นี้ว่า **ตัวแปรไม่เป็นมูลฐาน** (Non basic Variable)
  - ตัวแปรอื่น ๆ ที่เหลือ เรียกว่า **ตัวแปรมูลฐาน** (Basic Variable) คำตอบที่ได้จากการแก้สมการนี้ เรียก **คำตอบมูลฐาน** Basic Solution
  - สำหรับคำตอบมูลฐานที่ไม่เป็นลบ เรียกว่า **คำตอบมูลฐานที่เป็นไปได้** (Basic Feasible Solution)

๒. การแก้ปัญหาการหาค่าเชิงเส้นโดยวิธีการ ซิมเพลกซ์ ปรับสมการเป้าหมายใหม่

- จากสมการเดิม $Z = 3x_1 + 5x_2$

$x_1 \leq 4$

$2x_2 \leq 12$

$3x_1 + 2x_2 \leq 18$

$x_1 , x_2 \geq 0$

ทำให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐานและเขียนในรูปแบบใหม่

ข้อจำกัด (0) $Z - 3x_1 - 5x_2 = 0$

(1) $x_1 + s_1 = 4$

(2) $2x_2 + s_2 = 12$

(3) $3x_1 + 2x_2 + s_3 = 18$

x_1 , x_2 ,s_1 ,s_2,s_3 ≥ 0 (2.30)

- ความคิดมูลฐานของวิธีซิมเพลกซ์ คือ การแก้ปัญหาสมการโดย ทำซ้ำๆ กัน เริ่มจากคำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้
  - แล้วเปลี่ยนตัวแปรใหม่คราวละ 1 ตัว โดยเลือกจากตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐาน เรียกตัวแปรมูลฐานใหม่ว่า **ตัวแปรมูลฐานเข้า** (Entering Basic Variable)
  - สำหรับตัวแปรมูลฐานเดิม ถูกแทนที่ด้วยตัวแปรมูลฐานใหม่ จะกำหนดให้เป็นตัวแปรที่ไม่เป็นมูลฐาน เรียก ตัวแปรนี้ว่า **ตัวแปรมูลฐานออก** (Leaving Basic Variable)
  - คำตอบมูลฐานที่เป็นไปได้นี้จะเปลี่ยนไปเมื่อตัวแปรเข้าและออก 1 ครั้ง คำตอบที่ได้ใหม่นี้เรียกว่า **คำตอบประชิด** (Adjacent Basic Feasible Solution)

- **ขั้นตอนของวิธีซิมเพลกซ์**
  - 2.5.1.1 **ขั้นตอนเริ่มต้น** (Initialization Step)
  - จากสมการ 2.30 ตัวแปร s_1 ,s_2,s_3 เป็นตัวแปรขาด

    ตัวแปร x_1 , x_2 ให้เป็นตัวแปรไม่เป็นมูลฐานเริ่มต้น และมีค่าเป็น 0

    ดังนั้น s_1,s_2,s_3 เป็นตัวแปรมูลฐานเริ่มต้น
  - ในการหาคำตอบจึงสร้างรูปแบบตารางวิธีซิมเพลกซ์ เพื่อบันทึกข้อมูลสำคัญดังต่อไปนี้
    1. สปส.ของตัวแปร
    2. ค่าคงที่ทางขวามือของแต่ละสมการ
    3. ตัวแปรมูลฐานที่ปรากฏในแต่ละสมการขณะที่ทำการเปลี่ยนตัวแปร

B.V	สมการ	ส.ป.ส					ค่าคงที่
		Z	x_1 x_2	s_1	s_2	s_3	
Z	(0)	1	-3 -5	0	0	0	0
s_1	(1)	0	1 0	1	0	0	4
s_2	(2)	0	0 2	0	1	0	12
S_3	(3)	0	3 2	0	0	1	18

ตารางที่ 2-7 ตารางซิมเพลกซ์ของกำหนดการเชิงเส้น 2.30

ดังนั้นคำตอบมูลฐานที่เป็นไปได้เริ่มต้น (Initial Basic Feasible Solution) คือ

$(x_1, x_2, s_1, s_2, s_3) = (0, 0, 4, 12, 18)$

- 2.5.1.2 **ขั้นตอนที่ต้องทำซ้ำ** (Iteration Step)

ขั้นที่ 1 หาตัวแปรมูลฐานเข้า (Entering Basic Variable)

-เลือกตัวแปรไม่เป็นมูลฐาน ที่มี สปส.ในสมการเป้าหมาย ที่ติดลบมากที่สุด เช่น $Z - 3x_1 - 5x_2 = 0$ ดังนั้น เพื่อให้ค่า Z มีค่ามากที่สุดจึงเลือกตัวแปรที่มี สปส.ติดลบมากที่สุด ในที่นี้ คือ $Z = 5x_2$

- จากตารางที่ 2-7 ตัวแปร x_2 ติดลบมากที่สุดคือ –5 เลือกตัวแปร x_2 **เป็นตัวแปรมูลฐานเข้า เปลี่ยนจาก ตัวแปรไม่เป็นมูลฐาน เป็น ตัวแปรมูลฐาน สดมภ์หลัก**(Pivot Column) **คือสดมภ์** ที่อยู่ภายใต้ตัวแปร

ขั้นที่ 2 หาตัวแปรมูลฐานออก (Laving Basic Variable) การหาตัวแปรมูลฐานออก

- เลือก สปส.ในสดมภ์หลักที่มีค่ามากกว่า 0
- หารค่าคงที่ทางขวามือด้วย สปส. ในสดมภ์หลักที่มีค่ามากกว่า 0 และอยู่ในแถวเดียวกัน
- เลือกสมการที่**ให้ผลหารน้อยที่สุด** แล้วเลือก สมการนั้น**เป็นแถวหลัก** (Pivot Row) ค่าที่ล้อมกรอบทั้งทางด้านแถวและคอลัมภ์**เรียกว่า** เลขหลัก (Pivot Number)
- เลือกตัวแปรมูลฐานออกจากแถวนี้ คือ เลือกตัวแปร S_2 (ตารางที่ 2-9 หน้า39)

ขั้นตอนที่ 3 หาคำตอบมูลฐานใหม่โดย ทำให้ สปส. ของตัวแปรมูลฐานใหม่ใน**แถวหลักทำให้เป็น** +1 โดย**หารแถวหลักด้วยเลขหลัก** จะได้ สปส.ของทุกตัวแปรในแถวหลักใหม่ เท่ากับ

B.V	สมการ	ส.ป.ส						ค่าคงที่
		Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	
Z	0		-3	-5	0	0	0	0
s_1	1	0	1	0	1	0	0	4
x_2	2	0	0	1	0	1/2	0	6
S_3	3	0	3	2	0	0	1	18

ขั้นตอนที่ 4 ต่อไปทำให้ สปส.ของ X_2 ในแถวอื่น ๆ เป็น 0 ทั้งหมด โดยสูตร

แถวใหม่ = แถวเดิม – (ส.ป.ส สดมภ์หลัก * แถวหลักใหม่)

ได้ค่าตัวแปรมูลฐานใหม่ดังนี้

แถว (0) ใหม่ = แถวเดิม(0) – [(-5) * แถวหลักใหม่]

แถว(0)เดิม	-3	-5	0	0	0	0	
- (-5)*แถวหลักใหม่	0	-5	0	-5/2	0	-30	
แถว (0) ใหม่	-3	0	0	5/2	0	30	เป็นต้น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

(หน้า 40)

B.V	สมการ	ส.ป.ส						ค่าคงที่
		Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	
Z	0	1	-3	0	0	5/2	0	30
S_1	1	0	1	0	1	0	0	4
X_2	2	0	0	1	0	1/2	0	6
S_3	3	0	3	0	0	-1	1	6

ดังนั้นคำตอบมูลฐานที่เป็นไปได้ชุดใหม่ คือ $(x_1, x_2, s_1, s_2, s_3) = (0,6,4,0,6)$ ค่า Z=30

ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบดูว่าได้คำตอบที่เหมาะสมหรือยัง จากสมการ(0) ยังมี สปส. ของตัวแปรที่เป็นลบคือ สปส. x_1 เท่ากับ –3 แสดงว่ายังเพิ่มค่า Z ได้อีก พิจารณาหาตัวแปรเข้า ตัวแปรออกใหม่ ซึ่งจะได้ เป็นตัวแปรเข้า x_1 และ s_3 เป็นตัวแปรออก

B.V	สมการ	ส.ป.ส						ค่าคงที่
		Z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	
Z	0	1	-3	0	0	5/2	0	30
s_1	1	0	1	0	1	0	0	4/1=4
x_2	2	0	0	1	0	1/2	0	6
S_3	3	0	3	0	0	-1	1	6 /3=2 *

- ทำให้เลขหลักหรือ สปส. ของ ในแถว (3) มีค่าเป็น 1 โดย 3 หารตลอด ก็จะได้สปส.ของตัวแปรในแถวหลักใหม่

- ต่อไปทำให้ สปส.ของ x_1 ในแถวอื่นๆ เป็น 0 ทั้งหมด โดยใช้สูตรเดิมในขั้นที่ 3

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เขียนเป็นตารางซิมเพลกซ์ที่สมบูรณ์ในการแก้ปัญหาดังนี้

ทำซ้ำครั้งที่	B.V	สมการ	ส.ป.ส						ค่าคงที่
			Z	x_1	x_2	S_1	s_2	s_3	
	Z	0	1	-3	-5	0	0	0	0
0	s_1	1	0	1	0	1	0	0	4
	s_2	2	0	0	2	0	1	0	12
	S_3	3	0	3	2	0	0	1	18
	Z	0	1	-3	0	0	5/2	0	30
1	s_1	1	0	1	0	1	0	0	4
	x_2	2	0	0	1	0	1/2	0	6
	S_3	3	0	3	0	0	-1	1	6
	Z	0	1	0	0	0	3/2	1	36
2	s_1	1	0	0	0	1	1/3	-1/3	2
	x_2	2	0	0	1	0	1/2	0	6
	x_1	3	0	1	0	0	-1/3	1/3	2

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ถ้าข้อจำกัดของปัญหาเดิมอยู่ในรูป ≥หรือ เท่ากับ ในกรณีนี้ ต้องใช้เทคนิคตัวแปรเทียม (Artificial Variable Techniques)

♦ 2.6 เทคนิคตัวแปรเทียม (Artificial Variables Techniques)

ถ้าข้อจำกัดของปัญหาเดิมอยู่ในรูป $\geq$ หรือ = การกำหนดคำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้ต้องอาศัยการแต่งเติมข้อจำกัดด้วยตัวแปรเทียม

1. ถ้าข้อจำกัดอยู่ในรูป = เช่น

   $3x_1 + 2x_2 = 18$

   ให้ R_1 เป็นตัวแปรเทียม บวกเข้าทางซ้ายสมการ

   $3x_1 + 2x_2 + R_1 = 18$, R_1จะเป็นคำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้ $x_1, x_2=0$

2. ถ้าข้อจำกัดอยู่ในรูปอสมการ $\geq$

   $3x_1 + 2x_2 \geq 18$ ทำให้สมการสมมูลกันโดยลบทางซ้ายด้วยตัวแปรเกิน

$3x_1 + 2x_2 - S = 18$ จากสมการนี้ถ้าให้ $x_1, x_2 = 0$ จะทำให้ จะได้ $S = -18$ ซึ่งขัดแย้งกับข้อจำกัดที่ตัวแปรเกินต้องมีค่า ≥ 0 จึงต้อง **หาตัวแปรเทียม ดังนั้นจะต้องเพิ่มตัวแปรเทียมเข้าไปอีก**

$3x_1 + 2x_2 - S + R_2 = 18$

R_2 เป็นตัวแปรเทียมจะเป็นคำตอบมูลฐานเริ่มต้นของปัญหานี้

เทคนิคการใช้ตัวแปรเทียมที่จะศึกษาต่อไปนี้คือ

1. เทคนิค Big – M หรือวิธีการลงโทษ (Big-M Technique or Method of Penalty)
2. เทคนิค 2 ระยะ (Two – Phase Technique)

♦ 2.6.1 **เทคนิค Big – M**

ขั้นที่ 1 เขียนรูปแบบปัญหา ให้อยู่ในรูปมาตรฐาน หรือข้อจำกัดอยู่ในรูปสมมูลกัน

ขั้นที่ 2 เติมตัวแปรเทียมเข้าทางซ้ายมือสมการ ข้อจำกัด $\geq$ และตัวแปรเทียมที่มีค่า ≥ 0

ขั้นที่ 3 กำหนดให้

ถ้าฟังก์ชันเป้าหมายต้องการค่าสูงสุด จะกำหนด (-M) เท่าของตัวแปรเทียม บวกเข้าในฟังก์ชันเป้าหมายนี้

ถ้าฟังก์ชันเป้าหมายต้องการค่าต่ำสุด จะกำหนด (+M) เท่าของตัวแปรเทียม บวกเข้าในฟังก์ชันเป้าหมายนี้

ขั้นที่ 4 ให้ตัวแปรเทียมเป็นคำตอบมูลฐานเริ่มต้น จะต้องทำให้ สปส. ของตัวแปรเทียมในสมการเป้าหมายเป็น 0 แล้วจึงสร้างตารางซิมเพลกซ์เริ่มต้น

ขั้นที่ 5 ใช้ตัวแปรมูลฐานเข้าและตัวแปรมูลฐานออก เพื่อปรับปรุงค่าตัวแปรให้ได้ผลตามเป้าหมาย

ตย. 2.19 จงหาค่าสูงสุดของ $Z = 3x_1 + 5x_2$

$x_1 \leq 4$

$2x_2 \leq 12$

$3x_1 + 2x_2 = 18$

$x_1 , x_2 \geq 0$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ขั้นที่ 1 ทำให้อยู่ในรูปแบบมาตรฐาน

ข้อจำกัด (0) $Z = -3x_1 - 5x_2$

(1) $x_1 + s_1 = 4$

(2) $2x_2 + s_2 = 12$

(3) $3x_1 + 2x_2 = 18$

ขั้นที่ 2 ให้ $R \geq 0$ เป็นตัวแปรเทียม บวกเข้าซ้ายมือของสมการ จะได้

$3x_1 + 2x_2 + R = 18$

ขั้นที่ 3 เปลี่ยนฟังก์ชันเป้าหมายเป็นหาค่าสูงสุดด้วยการ - MR เข้าไปในสมการเป้าหมาย เขียนสมการในรูปแบบมาตรฐานได้เป็น

(0) $Z - 3x_1 - 5x_2 + MR = 0$

(1) $x_1 + s_1 = 4$

(2) $2x_2 + s_2 = 12$

(3) $3x_1 + 2x_2 + R = 18$

ขั้นที่ 4 คำตอบมูลฐานเบื้องต้นคือ

$(x_1 , x_2 , s_1 , s_2, R) = (0, 0, 4, 12, 18)$

ใช้สมการ ที่ 3 หาค่า R และแทนในข้อจำกัด 0 จะได้

$R = 18 - 3x_1 - 2x_2$ แทนค่า R ในสมการเป้าหมายจะได้

$Z - 3x_1 - 5x_2 + M(18 - 3x_1 - 2x_2) = 0$

$Z - (3M+3)x_1 - (2M + 5)x_2 = -18M$

ขั้นที่ 5 สร้างตารางซิมเพลกซ์ หาตัวแปรเข้าและออก เพื่อปรับปรุงค่า Z ให้ดีขึ้น จนกระทั่งในสมการเป้าหมาย สปส. ของตัวแปรไม่เป็นมูลฐาน มีค่าเป็น 0 หรือ + แสดงว่าไม่สามารถหาตัวแปรใหม่เข้าเป็นตัวแปรมูลฐานได้อีก ดังนั้นตารางแรกจะได้

(ตารางที่ 2-18 ในหน้า 51)

- เลือกตัวแปรเข้าและตัวแปรออก ทั้งหมด 3 ครั้ง จะได้ว่าไม่สามารถปรับปรุงค่าให้ดีขึ้นได้อีก คำตอบที่เหมาะสมของปัญหานี้

  $x_1 = 2 , x_2 = 6 , s_1 = 0 , s_2 = 0$ และ $Z = 36$

♦ **เทคนิค 2 ระยะ** (The Two- Phase Technique)

เนื่องจากปัญหาจาก Big - M การคิดค่าตัวเลขอาจผิดพลาดได้ง่าย และบางครั้งเมื่อวิเคราะห์ไปแล้วแต่ผลลัพธ์นั้นไม่มีคำตอบ ดังนั้นจึงต้องมีการตรวจสอบก่อนว่า ปัญหานั้นมีคำตอบหรือไม่

ระยะที่ 1 ถ้าเป็นการหาค่าสูงสุด ให้สร้างสมการเป้าหมายใหม่ เป็น

หาค่าสูงสุดของ – (-ผลบวกของตัวแปรเทียม)

ถ้าเป็นการหาค่าต่ำสุด ให้สร้างสมการเป้าหมายใหม่

หาค่าต่ำสุด (ผลบวกของตัวแปรเทียม)

- ใช้ข้อจำกัดของปัญหาเดิม
- สร้างตารางซิมเพลกซ์วิเคราะห์ปัญหา ถ้าตารางสุดท้ายได้ค่าฟังก์ชันเป้าหมายเป็น 0 แสดงว่าปัญหานั้นมีคำตอบ ทำระยะที่ 2 ถ้าค่าฟังก์ชันไม่เป็น 0 แสดงว่าปัญหานั้นไม่มีคำตอบเพราะไม่สามารถหาค่าตัวแปรมูลฐานใหม่ที่จะแทนเข้าตัวแปรเทียมได้

ระยะที่ 2 ใช้คำตอบมูลฐานที่เหมาะสมที่ได้จากระยะที่ 1 เป็นตารางเริ่มต้นโดยใช้เป้าหมายเดิมข้อจำกัดเดิมแล้วใช้วิธีการซิมเพลกซ์ต่อไปกระทั่งได้คำตอบ

บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวอย่างที่ 2.2 จงหาค่าต่ำสุดของ $Z = 4x_1 + x_2$

ข้อจำกัด $3x_1 + x_2 = 3$

$4x_1 + 3x_2 \leq 6$

$x_1 + 2x_2 \leq 3$

$x_1, x_2 >= 0$

วิธีทำ เปลี่ยนข้อจำกัดเดิมให้อยู่ในรูปสมการที่สมมูลกัน

$3x_1 + x_2 + R_1 = 3$

$4x_1 + 3x_2 - S_1 + R_2 = 6$

$x_1 + 2x_2 + S_2 = 3$ แก้ปัญหาด้วยการทำเทคนิค 2ระยะ

$x_1, x_2 >= 0, S_1, S_2, R_2, R_2 >= 0$

ระยะที่ 1 สร้างสมการเป้าหมายใหม่ คือ

หาค่าต่ำสุดของ $Z_1 = R_1 + R_2$

ข้อจำกัดของ $3x_1 + x_2 + R_1 = 3$

$4x_1 + 3x_2 - S_1 + R_2 = 6$

$x_1 + 2x_2 + S_2 = 3$ แก้ปัญหาด้วยการทำเทคนิค 2ระยะ

$x_1, x_2 >= 0, S_1, S_2, R_1, R_2 >= 0$

หาค่าต่ำสุดของ Z_1 โดยมีข้อจำกัดดังนี้

(0) $Z_1 = R_1 - R_2$

(1) $3x_1 + x_2 + R_1 = 3$

(2) $4x_1 + 3x_2 - S_1 + R_2 = 6$

(3) $x_1 + 2x_2 + S_2 = 3$

$x_1, x_2 >= 0, S_1, S_2, R_2, R_2 >= 0$

คำตอบมูลฐานที่เป็นไปได้ $(x_1, x_2, S_1, S_2, R_1, R_2) = (0,0,0,3,6,3)$

ทำให้ สปส. ของ R_1, R_2 ในข้อจำกัดที่ (0)เป็น 0 ดังนี้

จากข้อจำกัด (1) $R_1 = 3 - 3x_1 - x_2$

จากข้อจำกัด (2) $R_1 = 6 - 4x_1 - 3x_2 + S_1$

แทนค่าลงในสมการ (0) จะได้ $Z_1 + 7X_1 + 4X_2 - S_1 = 9$

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ใบเนื้อหา
บทที่ 5 เรื่องปัญหาการขนส่ง (The Transportation Problem)
หัวข้อ 5.1-5.2 รูปแบบปัญหาการขนส่ง

การแก้ปัญหาการขนส่ง

ในการแก้ปัญหาการขนส่งเพื่อหาค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดในการขนส่งสินค้า แบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอน คือ

1. การหาคำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้ (Initial Basic Feasible Solution)
2. ปรับปรุงคำตอบเพื่อให้ได้คำตอบที่เหมาะสม (Improved Basic Feasible)

1. การหาคำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้

จากรูปแบบปัญหาการขนส่งซึ่งมีข้อจำกัด $\sum_{i=1}^{m} s_i = \sum_{j=1}^{n} d_i$ นั้นคือ มีแหล่งผลิตสินค้า m แหล่ง และมีคลังสินค้า n คลังสินค้าจะมีสมการที่เป็นอิสระกันได้ m+n-1 สมการ ดังนั้น ถ้าใช้วิธีการซิมเพลกซ์จะได้คำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้มี m + n -1 ตัวแปรมูลฐาน วิธีการในการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้ 3 วิธี

1. วิธีมุมทิศตะวันตกเฉียงเหนือ (North West Corner Rule)
2. วิธีค่าใช้จ่ายน้อยสุด (Matrix Minimum Method)
3. วิธีการหาค่าประมาณโวเกล (Vogel Approximation Method)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

1.1 วิธีมุมทิศตะวันตกเฉียงเหนือ

วิธีมุมทิศตะวันตกเฉียงเหนือ(North West Corner Rule) ในวิธีการนี้จะคำนึงถึงตำแหน่งที่จะทำงานครั้งแรกในการขนส่งสินค้าต้องอยู่มุมทิศตะวันตกเฉียงเหนือของตารางปัญหาการขนส่ง โดยไม่คำนึงถึงค่าใช้จ่ายต่อชิ้นในการขนย้าย มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 พิจารณาช่องในการขนส่งที่มุมทิศตะวันตกเฉียงเหนือ (มุมบน- ซ้ายมือ) ของตารางขนส่งซึ่งเป็นช่องทางการขนส่งจากแหล่งผลิต 1 ไปยังคลังสินค้า 1 จำนวนสินค้าที่จะขนส่งมากที่สุดเท่ากับค่าน้อยสุดจากความต้องการสินค้าจากแหล่งผลิตหรือความสามารถในบรรจุสินค้าหรือการบริโภคสินค้า เช่น min (s_1 , d_1)

ขั้นที่ 2 ให้ปรับค่าจำนวนสินค้าที่บรรจุไปในคลังสินค้าที่ 1 และแหล่งผลิตที่ 1 ให้สอดคล้องกันตามแนวแถวและคอลัมภ์

ขั้นที่ 3 กรณีที่ปรับจำนวนสินค้าแล้ว คลังสินค้าบรรจุสินค้าได้ เท่ากับความสามารถในการบรรจุสินค้าของคลังสินค้า $d_1 = 0$ ให้ลบคอลัมภ์ นั้นออกจากการพิจารณา ให้พิจารณาคอลัมภ์ถัดไป

ขั้นที่ 4 กรณีที่ปรับจำนวนสินค้าแล้ว แหล่งผลิตผลิตสินค้าได้ตรงกับความต้องการ $S_1 = 0$ ให้ลบแถวนั้นออกจากการพิจารณา ให้พิจารณาแถวถัดไป

ขั้นที่ 5 กรณีที่ปรับจำนวนสินค้าแล้ว คลังสินค้าบรรจุสินค้าได้ทั้งหมดเท่ากับแหล่งผลิตที่ผลิตได้ $S_1 = d_1 = 0$ ให้ลบทั้งแถวและคอลัมภ์นั้นออกจากการพิจารณา ให้พิจารณาที่แถวและคอลัมภ์ถัดไป

ขั้นที่ 6 กระทำซ้ำในขั้นที่ 1- ขั้นที่ 5 จนกระทั่งค่าแหล่งผลิตที่ผลิตสินค้าและคลังสินค้าที่จัดเก็บสินค้าหมดมีค่าเท่ากับศูนย์

1.2 วิธีใช้ค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

วิธีใช้ค่าใช้จ่ายน้อยสุด (Matrix Minimum Method)วิธีนี้ใช้หลักการคำนวณหาคำตอบมูลฐานเริ่มต้น โดยให้ความสนใจเฉพาะค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดต่อหน่วยก่อนเป็นลำดับแรก ซึ่งวิธีนี้จะทำให้ได้ค่าใช่จ่ายในการขนส่งสินค้าทั้งหมดน้อยที่สุด ซึ่งมีขั้นตอนวิธีในการทำดังนี้

1) พิจารณาทุก C_{ij}ที่มีค่าใช้จ่ายในการขนส่งต่อหน่วยน้อยที่สุด
2) กรณีที่พบค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดมากกว่าหนึ่งช่องให้เลือกช่องใดช่องหนึ่งในการจัดเก็บสินค้า (นิยมเลือกช่องที่มีค่าตำแหน่งน้อยกว่าก่อน)
3) เลือกบรรจุ X_{ij} ให้มากที่สุดที่สอดคล้องกับข้อกำหนดด้านการผลิตและความสามารถในการจัดเก็บ
4) ทำขั้นตอนที่ 1 – 4 ซ้ำจนสามารถจัดเก็บสินค้าได้ทั้งหมด

1.3 วิธีโดยประมาณของโวเกล (VAM)

วิธีประมาณของโวเกล (Vogel Approximation) เป็นวิธีหาคำตอบเบื้องต้นมักจะให้คำตอบที่ดีกว่า 2 วิธีแรกที่กล่าวมา เพราะว่าคำตอบมูลฐานเริ่มต้น ให้คำตอบเหมาะสมหรือใกล้เคียงคำตอบเหมาะสม วิธีประมาณของโวเกลมีขั้นตอนดังนี้

1) หาผลต่างในแถว I หรือผลต่างในสดมภ์ j โดยพิจารณาค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดและรองน้อยสุดในแต่ละแถว (สดมภ์)

ผลต่างในแถว i (สดมภ์ j) = ค่ารองน้อยสุดในแถว i (สดมภ์ j)
– ค่าน้อยสุดในแถว i (สดมภ์ j)

2) เลือกแถวหรือสดมภ์ที่มีผลต่างมากที่สุด กรณีที่มีผลต่างมากที่สุดมากกว่าหนึ่งแถวหรือสดมภ์สามารถเลือกแถวหรือสดมภ์ใดก็ได้ที่มีผลต่างมากที่สุด

3) ในแถวหรือสดมภ์ที่เลือกมา โดยบรรจุค่า X_{ij} มากที่สุดเท่าที่จะมากได้ในช่องที่มีค่า C_{ij} น้อยที่สุด

4) เริ่มทำซ้ำในขั้นที่ 1 -3 จนกระทั่งบรรจุ X_{ij} ได้สอดคล้องกับ s_i และ d_j ทั้งหมดจึงหยุด

2 การปรับปรุงคำตอบให้ได้คำตอบเหมาะสม

การหาคำตอบมูลฐานเริ่มต้นตอนที่ 3.2.1 เราจำเป็นต้องทำการตรวจสอบจำนวนตัวแปรมูลฐานจะต้องมีจำนวนเท่ากับ m + n -1 ตัว แต่ถ้าจำนวนตัวแปรมูลฐานมีน้อยกว่า m + n -1 ต้องกำหนดตัวแปรมูลฐานเพิ่มขึ้นให้ครบ m + n – 1 ตัว โดยกำหนดจากตัวแปรไม่เป็นมูลฐานใดๆ ให้มีค่าเป็น 0 เมื่อจำนวนตัวแปรมูลฐานมีครบจำนวน m + n -1 ตัว จึงเริ่มปรับปรุงคำตอบเพื่อให้ได้คำตอบเหมาะสม วิธีปรับปรุงเพื่อการหาคำตอบเหมาะสม 2 วิธี ดังนี้

1. วิธีสเตปปิงสโตน (The Stepping Stone Method)
2. วิธีตัวคูณหรือวิธี u –v (Method of Multipliers, u-v Method)

2.1 วิธีสเตปปิ่งสโตน

วิธีสเตปปิ่งสโตน (The Stepping Stone Method) เป็นวิธีการปรับปรุงเพื่อให้ได้คำตอบเหมาะสม มีขั้นตอนดังนี้

1. เริ่มด้วยการหาคำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้ (Initial Basic Feasible Solution) ด้วยวิธีใดวิธีหนึ่งจาก 3 วิธี

1.1 วิธีมุมทิศตะวันตกเฉียงเหนือ

1.2 วิธีใช้ค่าใช้จ่ายน้อยสุด

1.3 วิธีหาค่าประมาณของโวเกล

2. การหาคำตอบมูลฐานเริ่มต้นที่เป็นไปได้ (Initial Basic Feasible Solution ตรวจสอบจำนวนตัวแประมูลฐานมีจำนวนตัวแปรเท่ากับ m + n – 1 ตัวหรือไม่ ถ้าไม่ครบให้เพิ่มจนครบ m + n – 1

3. สร้างบ่วงปิด (Closed Loop) ในช่องตัวแปรไม่เป็นมูลฐานช่องที่ว่าง โดยที่จุดเริ่มต้นและจุดสุดท้ายจะต้องเป็นตัวแปรไม่เป็นมูลฐานตัวเดียวกัน การสร้างบ่วงปิดจะลากเส้นตรงตามแนวตั้งแนวนอน จุดมุมของบ่วงปิดจะต้องเป็นตัวแปรมูลฐานเท่านั้น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

2.2 วิธีMODI หรือ u-v

วิธีการตัวคูณยูวีหรือเรียกอีกวิธีการกระจายเปลี่ยนแปลง (Modified Distribution Method (MODI) or u-v method) เป็นวิธีการปรับปรุงคำตอบเหมาะสมอีกวิธีหนึ่ง ซึ่งจากวิธีการสเตปปิ่งสโตนที่เราจะต้องสร้างบ่วงปิดทุกช่องเพื่อหาตัวแปรไม่เป็นมูลฐานที่เหมาะสมเพื่อปรับปรุงและสร้างบ่วงปิดใหม่หลังมีการปรับปรุงทุกครั้งจนกว่าจะได้คำตอบที่เหมาะสม ในทางตรงกันข้ามวิธี MODI จะทำการสร้างบ่วงปิดเฉพาะช่องที่มีโอกาสทำให้ค่าใช้จ่ายลดลงสูงที่สุด มีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

ขั้นที่ 1 หาคำตอบมูลฐานเริ่มต้นด้วยวิธีการใดวิธีการหนึ่งจาก 3 วิธีต่อไนปี้

- วิธีมุมทิศตะวันตกเฉียงเหนือ
- วิธีค่าใช้จ่ายน้อยสุด
- วิธีหาค่าประมาณโวเกล

ขั้นที่ 2 หาค่าตัวแปร u_i และ v_j จากสูตรต่อไปนี้ $u_i + v_j = c_{ij}$ ของช่องตัวแปรมูลฐาน

ขั้นที่ 3 หาค่าใช้จ่ายของช่องตัวแปรไม่เป็นมูลฐาน จากสูตร $c_{ij} - (u_i + v_j)$

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผลการคำนวณในขั้นที่ 3 ของช่องตัวแปรไม่เป็นมูลฐาน ถ้ามีค่าเป็นบวกหรือศูนย์หมายความว่าไม่จำเป็นที่ต้องย้ายสินค้าไปจัดเก็บที่คลังสินค้าช่องนั้นเพราะทำให้ค่าใช้จ่ายเพิ่มสูงขึ้น ในทางเดียวกันในช่องที่เป็นลบเป็นช่องที่เหมาะสมในการจัดเก็บสินค้า

ขั้นที่ 5 เลือกช่องตัวแปรไม่เป็นมูลฐานที่มีค่าลบมากที่สุด เพื่อสร้างบ่วงปิดกำหนดค่ามุมในบ่วงปิดพร้อมกำหนดค่ามุม θ บวกลบสลับกันตามมุม

ขั้นที่ 6 พิจารณาจำนวนสินค้าที่จัดเก็บในช่องมุมบ่วงปิดของตัวแปรมูลฐาน เลือกจำนวนสินค้าน้อยสุด ย้ายจำนวนสินค้าไปจัดเก็บในช่องตัวแปรไม่เป็นมูลฐาน และปรับปรุงจำนวนสินค้าที่อยู่ในบ่วงปิดตามค่ามุม θ โดยค่ามุม $+\theta$ บวกจำนวนสินค้าที่เลือกในช่องนั้น ส่วนค่ามุม $-\theta$ ลบจำนวนสินค้าที่เลือกในช่องนั้น

ขั้นที่ 7 ทำซ้ำขั้นตอนที่ 2 – 7 จนกว่าช่องตัวแปรไม่เป็นมูลฐานมีค่าเป็นบวกหรือศูนย์ทุกช่อง

"หากท่านนอนให้น้อยลง ท่านจะทำหลายอย่างได้มากขึ้น"

ใบเนื้อหา
เรื่อง การวิเคราะห์การตัดสินใจและเกม
(Decision Analysis and Games)

การตัดสินใจที่มีทางเลือกมากกว่า 1 หนทาง แต่ต้องตัดสินใจเลือก 1 หนทาง กระบวนการในการตัดสินใจทั่วไป ดังนี้

1. คาดการณ์ผลลัพธ์ของแต่ละทางเลือก
2. ประเมินผลลัพธ์ในเชิงปริมาณ
3. เลือกผลลัพธ์ที่ให้ผลลัพธ์ดีที่สุด

ตัวอย่าง 7.1 ในฝ่ายผลิตของบริษัทหนึ่งผู้จัดการต้องการตัดสินใจเกี่ยวกับความต้องการใช้เครื่องจักรสองชนิด คือ อัตโนมัติ (Automatic) และกึ่งอัตโนมัติ (Semiautomatic) เครื่องจักรนี้ใช้ผลิตเฉพาะชิ้นส่วนพิเศษ โดยมี

มูลค่าใช้จ่ายในการผลิตแต่ละรุ่น ประกอบด้วยค่าใช้จ่ายคงที่ (Setup Cost) และค่าใช้จ่ายที่แปรผันตามหน่วยที่ผลิต (Variable Unit cost) จากปัญหาดังกล่าวแสดงว่ามี 2 ทางเลือก คือ

1. ซื้อเครื่องจักรอัตโนมัติ
2. ซื้อเครื่องจักรกึ่งอัตโนมัติ

การตัดสินใจ จะพิจารณาตามตัวแบบ โดยสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ **ดังในหน้า 240**

แก้ปัญหาตัวแบบด้วยการใช้กราฟ ดังแสดงในกราฟรูปที่ 7-1

7.2 สภาวะการตัดสินใจ (Decision Making)

สภาวะการตัดสินใจ แบ่งได้ 3 สภาวะ คือ

1. สภาวะแน่นอน (Under Certainty, Deterministic Situation)
2. สภาวะเสี่ยง (Under Risk, Probabilistic Situation)
3. สภาวะไม่แน่นอน (Under Uncertainty)

1. **สภาวะแน่นอน (Under Certainty,Deterministic Situation)**

- สภาวะเกิดขึ้นแน่นอน
- เลือกทางเลือกที่ดีที่สุด

หลักการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับการวิจัยดำเนินงาน เช่น การกำหนดการเชิงเส้น (Linear Programing) ปัญหาการวิเคราะห์ข่ายงาน (Network Analysis) การแก้ปัญหาการขนส่ง (Transportation Problem) ...

2. **สภาวะเสี่ยง (Under Risk)**

- มีหลายสภาวะให้ต้องพิจารณา
- พิจารณาจาก**ความน่าจะเป็น** (Probability Value) ของผลตอบแทนในแต่ละทางเลือก ภายใต้สภาวการณ์ต่างๆ ทำให้ได้ค่าคาดหมายในแต่ละทางเลือก
- บางครั้งต้องพิจารณาจาก**ค่าคาดหมายและความแปรปรวนด้วย** (Combined Expected Value and Variance)

3. สภาวะไม่แน่นอน

- ไม่มีข้อมูลในอดีตที่จะพอหาค่าความน่าจะเป็นได้
- การตัดสินใจขึ้นกับเกณฑ์การตัดสินหรือนโยบาย ประสบการณ์ การวินิจฉัยของผู้ทำการตัดสินใจจะใช้เกณฑ์ทั่ว ๆ ไปดังนี้

1. เกณฑ์แมกซิมิน (Maximin Criterion)
2. เกณฑ์มินิแมกซ์ (Minimax Criterion)
3. เกณฑ์แมกซิแมกซ์ (MaximaxCriterion)
4. เกณฑ์ของลาปลาซ (LaplaceCriterion)
5. เกณฑ์ของเฮอร์วิคซ์แอลฟา (Hurwicz Alpha Criterion)

ตัวอย่าง 7.4 (ตัวอย่างการตัดสินใจภายใต้สภาวะเสี่ยง)

- บ.ABC ต้องการตัดสินใจเลือกขนาดโรงงาน 3 ขนาด โดยขึ้นกับขนาดของโรงงานที่จะสร้างการผลิตสิ้นค้าต่อปี คือ 10,000 : 15,000 : 20,000
- ประมาณค่าความน่าจะเป็นของความต้องการได้ 5 ระดับ

โดยมีกำไร ณ ระดับต่างๆดังตาราง

ความต้องการ(หน่วย)	Probability	กำไร(10 ล้าน) สำหรับโรงงานขนาดต่างๆ		
		10,000 หน่วย	15,000 หน่วย	20,000 หน่วย
5,000	0.2	-4	-6	-8
10,000	0.3	1.0	0.0	-2.0
15,000	0.2	1.0	7.0	5.0
20,000	0.2	1.0	7.0	11.0
25,000	0.1	1.0	7.0	11.0

ค่าคาดหมายกำไรสำหรับโรงงานขนาดต่างๆ

1. โรงงานขนาดผลิต 10,000 หน่วย

ค่าคาดหมายกำไร = 0.2(-4.0) + 0.3(1.0) + 0.2(1.0) + 0.2(1.0)+ 0.1(1.0) = 0.0

2. โรงงานขนาดผลิต 15,000 หน่วย

ค่าคาดหมายกำไร = 0.2(-6.0) + 0.3(0.0) + 0.2(7.0) + 0.2(7.0)+ 0.1(7.0) = 2.3

3. โรงงานขนาดผลิต 15,000 หน่วย

ค่าคาดหมายกำไร = 0.2(-8.0) + 0.3(-2.0) + 0.2(5.0) + 0.2(11.0)+ 0.1(11.0) = 2.1

ดังนั้นเลือกสร้างโรงงานขนาด 15,000 หน่วย ให้ค่าคาดหมายกำไรสูงสุด คือ 2.3 หรือ 23 ล้านบาท

RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

7.2.3 การตัดสินใจภายใต้สภาวะไม่แน่นอน

เกณฑ์ที่ใช้

1. **เกณฑ์แมกซิมิน** (Maximin Criterion) **การตัดสินใจในแง่ปลอดภัยไว้ก่อน** เลือกทางเลือกที่ให้ผลลัพธ์ที่เลวร้ายที่สุด แล้วเลือกทางเลือกที่ดีที่สุด
   - พิจารณาผลตอบแทนต่ำสุดแต่ละทางเลือก
   - เลือกผลตอบแทนที่มีค่าสูงที่สุด
2. **เกณฑ์มินิแมกซ์** (Minimax Criterion) **ผู้ตัดสินใจตัดสินภายใต้สถานการณ์ดีพอสมควร**
   - พิจารณาผลตอบแทนสูงสุดแต่ละทางเลือก
   - เลือกผลตอบแทนที่มีค่าต่ำที่สุด
3. **เกณฑ์แมกซิแมกซ์** (Maximax Criterion) **ผู้ตัดสินใจตัดสินภายใต้สถานการณ์ดีมาก**
   - พิจารณาผลตอบแทนสูงสุดแต่ละทางเลือก
   - เลือกผลตอบแทนที่มีค่าสูงที่สุด

M_i คือผลตอบแทนสูงสุดจากทางเลือกที่ i

m_i คือผลตอบแทนต่ำสุดจากทางเลือกที่ i

α ส.ป.ส. ของค่าความเหมาะสม เช่น กรรมการที่เกี่ยวข้องกับการตัดสินใจ 5 คน มี 3 คนถือว่าเกณฑ์สูงสุด อีก 2 คน ถือเกณฑ์เลือกค่าต่ำสุด จะกำหนดได้

$\alpha = \frac{3}{5} = 0.6$, $(1 - \alpha) => 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 0.4$

ตัวอย่าง 7.8 บ. หนึ่งต้องการผลิตสบู่กลิ่นต่างๆ โดยประมาณผลตอบแทน (หน่วยหมื่นบาท) สำหรับระดับการขายต่างๆ ในเดือนหน้า

ชนิดกลิ่นหอม	ประมาณระดับการขาย(หน่วย)		
	20,000	10,000	2,000
I	25	15	10
II	40	20	5
III	60	25	3

จากข้อมูลข้างต้นจงหาคำตอบโดยใช้เกณฑ์ทั้ง 5

วิธีทำ

เกณฑ์แมกซิมิน

1 , พิจารณาค่าต่ำสุดของทางเลือก I ,II และ III จะได้ 10,5 และ 3 ตามลำดับ

2. เลือกค่าสูงสุดจากค่าต่ำสุดใน คือ 10 จากทางเลือก I จึงตัดสินใจปล่อยสบู่หอมชนิดที่ I จึงให้ค่าสูงสุดของผลตอบแทนต่ำสุด

เกณฑ์มินิแมกซ์

1. ค่าสูงสุดของทางเลือก I,II,III คือ 25, 40 , 60

2. เลือกค่าต่ำสุดจาก (1) คือ 25 ได้ทางเลือก I จึงตัดสินใจปล่อยสบู่หอมชนิดที่ I ซึ่งให้ค่าต่ำสุดของผลตอบแทนสูงสุด

เกณฑ์แมกซิแมกซ์

1. ค่าสูงสุดของทางเลือก I,II,III คือ 25, 40 , 60

2. เลือกค่าสูงสุด คือ 60 ซึ่งได้ทางเลือก III จึงปล่อยสบู่ซึ่งให้ค่าผลตอบแทนสูงสุด

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

เกณฑ์ของ ลาปลาซ (Laplace Criterion)

จากตัวอย่าง 7.8 ถ้าใช้เกณฑ์ของลาปลาซ จะสร้างตารางดังนี้

สบู่หอม	ความน่าจะเป็น	ค่าคาดหมายผลตอบแทน
ชนิดที่ I	1/3	1/3x25 + 1/3x15 + 1/3 x 10 = 50/3
ชนิดที่ II	1/3	1/3x40 + 1/3x20 + 1/3 x 5 = 65/3
ชนิดที่ III	1/3	1/3x60 + 1/3x25 + 1/3 x 3 = 88/3

จากตารางเลือกทางเลือก II คือ 88/3 จึงตัดสินใจปล่อยสบู่หอมชนิด III

เกณฑ์เฮอร์วิคซ์ แอลฟา

$$Di = \alpha M_i + (1 - \alpha) m_i$$

M_i คือผลตอบแทนสูงสุดจากทางเลือกที่ i

m_i คือผลตอบแทนต่ำสุดจากทางเลือกที่ i

$\alpha = 3/5 = 0.6$, $1- \alpha = 1 - 3/5 = 2/5 = 0.4$

จากตัวอย่าง 7.8 ถ้าใช้เกณฑ์ของเฮอร์วิคซ์ แอลฟา โดยให้ $\alpha = 0.6$ จะได้

$D1 = 0.6\ (25) + (1 - 0.6)\ 10 = 19.0$

$D2 = 0.6\ (40) + (1 - 0.6)\ 5 = 26.0$

$D3 = 0.6\ (60) + (1 - 0.6)\ 3 = 37.2$

ค่า D3 สูงสุด จึงตัดสินใจปล่อยสบู่หอมชนิด III

สรุปผลของการตัดสินใจทั้ง 5 เกณฑ์ ดังตาราง

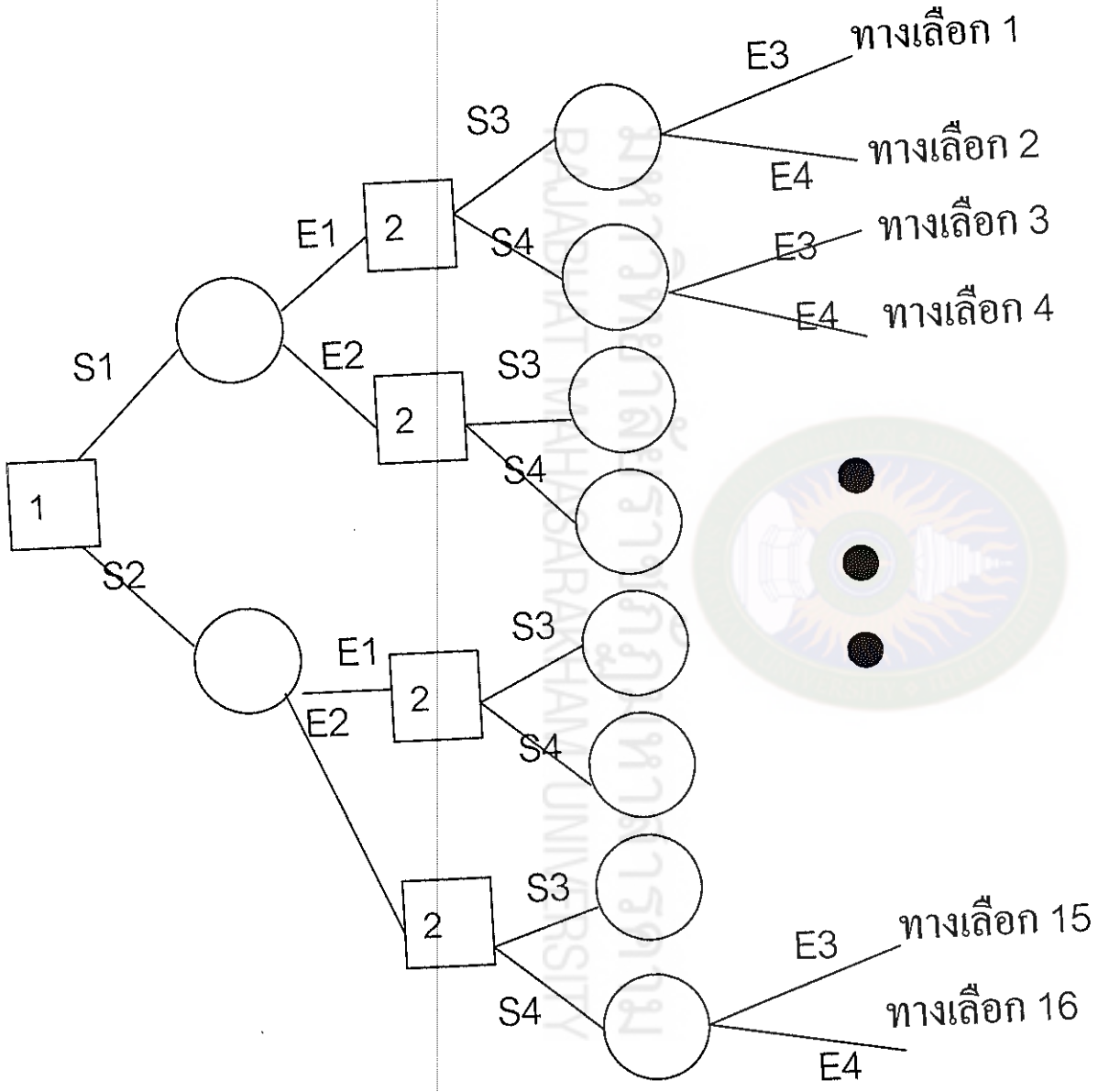
เกณฑ์	ตัดสินใจ – เลือกปล่อยสบู่ชนิดที่
แมกซิมิน	I
มินิแมกซ์	I
แมกซิแมกซ์	III
ลาปลาซ	III
เฮอร์วิคซ์ แอลฟา	III

7.3 การตัดสินใจโดยใช้แผนภาพต้นไม้ (Decistion tree)

- พิจารณาทุกทางเลือกที่เป็นไปได้
- แผนภาพประกอบด้วย 4 ส่วนได้แก่
  - โนดตัดสินใจ (Decision Node)
  - สาขา (Branch)
  - โนดเหตุการณ์ (Event Node)
  - ผลลัพธ์ (Outcome)

เช่น

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY


1
S1
S2
E1
E2
2
S3
S4
E3
E4
ทางเลือก 1
ทางเลือก 2
ทางเลือก 3
ทางเลือก 4
ทางเลือก 15
ทางเลือก 16

ตัวอย่าง 7.9 ผู้จำหน่ายเครื่องดื่มสำเร็จรูปชนิดหนึ่ง ต้องการเลือกว่า

1. จะตั้งผู้แทนจำหน่ายแต่ละท้องที่หรือ
2. ส่งตัวแทนจำหน่ายโดยตรง

แต่ละทางเลือกมีโอกาส 70% ที่จะเข้าถึงลูกค้าส่วนใหญ่30% เข้าถึงลูกค้าส่วนน้อย

สำหรับการตั้งตัวแทนจำหน่ายถ้าเข้าถึงลูกค้าส่วนใหญ่จะได้ผลตอบแทน 45

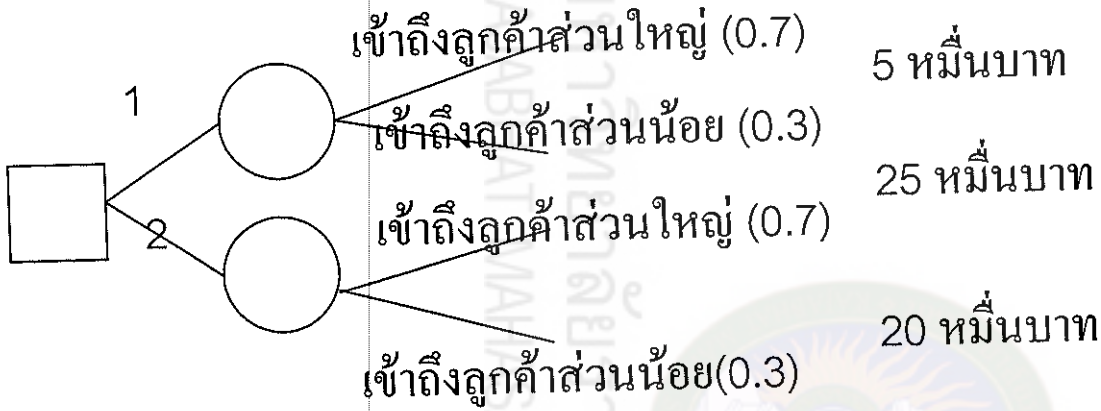
สำหรับการตั้งตัวแทนจำหน่ายถ้าเข้าถึงลูกค้าส่วนน้อยจะได้ผลตอบแทน 5

สำหรับการส่งตัวแทนจำหน่ายโดยตรงถ้าเข้าถึงลูกค้าส่วนใหญ่จะได้ผลตอบแทน 25

สำหรับการส่งตัวแทนจำหน่ายโดยตรงถ้าเข้าถึงลูกค้าส่วนน้อยจะได้ผลตอบแทน 20

45 หมื่นบาท

แผนภาพ



ค่าคาดหมายผลตอบแทนสำหรับการตั้งตัวแทนจำหน่ายแต่ละท้องที่

$= 0.7(45) + 0.3(5) = 33$ หมื่นบาท

ค่าคาดหมายผลตอบแทนสำหรับการตั้งตัวแทนจำหน่ายตรง

$= 0.7(25) + 0.3(20) = 23.5$ หมื่นบาท

ใบเนื้อหา
เรื่อง การวิเคราะห์ข่ายงาน (Network Analysis)

การวางแผนเป็นสิ่งสำคัญในการที่จะทำให้โครงงานหนึ่งๆ สำเร็จ วิธีวิเคราะห์การวางแผนโครงงานที่จะกล่าวถึงในบทนี้ 2 วิธีคือ วิธีหาทางวิกฤต (Critical Path Method, CPM) เรียกเทคนิคซีพีเอ็ม และเทคนิคการตรวจดูและประเมินค่าโครงงาน (Project Evaluation and Review Technique, PERT) เรียกเทคนิคเพิร์ต

ขั้นตอนการวางแผนกำหนดขั้นตอนการทำงาน

ในการบริหารงานหรือควบคุมโครงงานใด ๆ ให้เสร็จตามกำหนดเวลาจะต้องประกอบด้วยสิ่งประกอบ 3 อย่างในการบริหารคือ

1. การวางแผนกำหนดขั้นตอนการทำงาน (Planning) คือ ศึกษาดูโครงงานนั้นประกอบงานย่อยๆ อะไรบ้าง และงานใดทำก่อนทำหลังหรือทำพร้อมกันได้ โดยเขียนแผนภาพข่ายงาน (Arrow Diagram or Network) เช่น โครงงานเพื่อเปิดสำนักงานสาขาใหม่ สามารถแยกงานย่อย ตามลำดับได้ดังนี้

งาน	รายละเอียด
A	เลือกทำเลที่ตั้ง
B	วางแผนการจัดการองค์การและวางแผนด้านการเงิน
C	กำหนดความต้องการด้านบุคคล
D	ออกแบบจัดสำนักงาน
E	ตกแต่งภายใน
F	คัดเลือกพนักงานเก่าจากสำนักงานใหญ่
G	รับพนักงานใหม่
H	ย้ายเอกสารเครื่องใช้สำนักงานใหญ่
I	ติดต่อธนาคารในท้องถิ่น
J	ฝึกอบรมพนักงานใหม่

เมื่อแยกขั้นตอนของงานที่ต้องทำให้เด่นชัดแล้ว ก็สามารถผูกโครงงานทั้งสิ้นให้เป็นรูปโครงข่ายซึ่งมองดูแล้วทำให้เข้าใจได้ง่าย โดยใช้รูปแบบแผนภาพข่ายงาน

2. กำหนดช่วงเวลาในการทำงาน (Scheduling) จากโครงข่ายงานที่จัดรูปแบบถูกต้องแล้ว จะต้องใช้ความชำนาญและประสบการณ์ในการกำหนดช่วงเวลา หรือระยะเวลาที่จะใช้ในการทำงาน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แต่ละขั้นตอนโดยสร้างแผนภูมิเวลา(Time Chart) ที่แสดงเวลาเริ่มต้นและสิ้นสุดของแต่ละงานย่อยๆ เช่น ย้ายเอกสารเครื่องใช้จากสำนักงานใหญ่ 2 สัปดาห์ ติดต่อธนาคารท้องถิ่น 5 สัปดาห์ เป็นต้น

3. ควบคุมการดำเนินงาน (Controlling) สำหรับการควบคุมการดำเนินงาน คือการจัดการปรับปรุงให้เสร็จตามกำหนดโดยวิเคราะห์จากข่ายงานและแผนภูมิเวลาที่ได้ และในกรณีที่มีการปรับปรุงโครงงานทำได้หลายๆ แบบ ซึ่งมีผลทำให้โครงงานเสร็จสิ้นเร็วขึ้น โดยสิ้นเปลืองค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้นน้อยที่สุด เช่น ทำงานให้เสร็จเร็วขึ้นโดยการเพิ่มการทำล่วงเวลา หรือเพิ่มกำลังคนและเครื่องมือหรือเครื่องจักรกลให้มากขึ้น

จากการดำเนินการทั้ง 3 ขั้นตอนได้ตารางแสดงการดำเนินงานและเงื่อนไขความสัมพันธ์ของงานต่างๆ แสดงในตารางที่ 7-1 และแผนภูมิแกนต์ของโครงการตามตารางที่ 7-1 ดังรูปที่ 7.1 แสดงกราฟแผนภูมิแกนต์ของเปิดสำนักงานสาขาใหม่

ตารางที่ 7-1 ตารางแสดงความสัมพันธ์ของงานต่างๆ

งาน	รายละเอียด	เงื่อนไข	เวลาดำเนินงาน (สัปดาห์)
A	เลือกทำเลที่ตั้ง	เริ่มทำได้ทันที	3
B	วางแผนการจัดการองค์การและวางแผนด้านการเงิน	เริ่มทำได้ทันที	5
C	กำหนดความต้องการด้านบุคคล	ต้องให้งาน B เสร็จก่อน	3
D	ออกแบบจัดสำนักงาน	ต้องให้งาน A และ C เสร็จก่อน	4
E	ตกแต่งภายใน	จะทำงานเมื่องาน D เสร็จ	8
F	คัดเลือกพนักงานเก่าจากสำนักงานใหญ่	จะทำเมื่องาน C เสร็จ	2
G	รับพนักงานใหม่	ต้องให้งาน F เสร็จก่อน	4
H	ย้ายเอกสารเครื่องใช้สำนักงานใหญ่	ต้องให้งาน F เสร็จก่อน	2
I	ติดต่อธนาคารในท้องถิ่น	จะทำเมื่องาน B เสร็จ	5
J	ฝึกอบรมพนักงานใหม่	จะทำเมื่องาน E,G,H เสร็จ	3

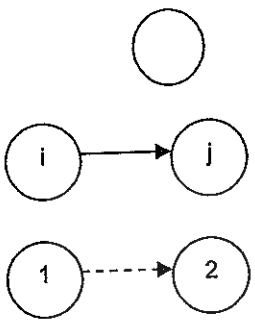
แผนภาพลูกศรหรือข่ายงาน (Arrow Diagram or Network)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การสร้างข่ายงาน คือการนำข้อมูลจากขั้นตอน 7.2 มาสร้างให้อยู่ในรูปของข่ายงานซึ่งมีลักษณะเป็นแผนภาพลูกศร (Arrow Diagram) เพื่อแสดงกิจกรรมของโครงการ ลำดับการทำงานและความสัมพันธ์ระหว่างกิจกรรมต่าง ๆ ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น และเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการวิเคราะห์ข่ายงานในขั้นตอนต่อไป 2 แบบคือ

กิจกรรมบนเส้นเชื่อม (Activity on Arc)

เป็นการเขียนข่ายงานโดยใช้เส้นเชื่อม (Arc) แทนกิจกรรมโดยมีสัญลักษณ์ที่ใช้ดังนี้

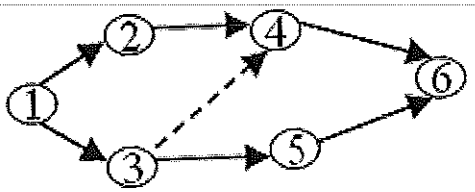


โนด (Node) แสดงงานย่อยในโครงงานและแสดงถึงเหตุการณ์เริ่มต้นหรือสิ้นสุดของงานย่อย

แสดงถึงงานย่อย (i,j) หรืองาน A

เส้นประที่เชื่อมระหว่างจุดเชื่อม แสดงถึง งานย่อยสมมติ (Dummy Activity) คือกิจกรรมที่ไม่มีตัวตนจริงๆ ในโครงการแต่นำมาใส่ไว้ในข่ายงานเพื่อช่วยในการแสดงขั้นตอนการดำเนินงานของกิจกรรมบางกิจกรรมให้ถูกต้องตรงกับความเป็นจริง

โครงข่ายของโครงงานมีองค์ประกอบเพียง 3 อย่าง คือวงกลม (Node) มีตัวเลขใดๆ อยู่ภายในเช่นตัวเลข j แทนจุดแสดงเวลาของเหตุการณ์(Event) j ซึ่งอาจจะหมายถึงเวลาเริ่มต้นของงาน i –k หรือเวลาสิ้นสุดของงาน i-j ส่วนเส้นตรงมีลูกศรแทนขั้นตอนของงาน และเส้นประมีลูกศรแทนขั้นตอนของงานสมมติ (Dummy Activity)



โครงข่ายของโครงงาน

วงกลมที่ 1 แทนความหมายเวลาเริ่มต้นของงาน 1-2 และงาน 1-3 วงกลมที่สองแทนความหมายเวลาสิ้นสุดของงาน 1-2 และเวลาเริ่มต้นของงาน 2-4 เส้นตรงมีลูกศรแทนงานทุกงานที่ใช้เวลาทำงาน แต่เส้นประมีลูกศรสำหรับงาน 3-4 แทนความหมายว่างาน 3-4 เป็นงานที่ใช้เวลาทำงานเป็นศูนย์ ซึ่งดูแล้วไม่มีความหมาย แต่การสร้าง dummy เพื่อเป็นการแสดงให้รู้ว่าวงกลมที่ 3 จะเป็น

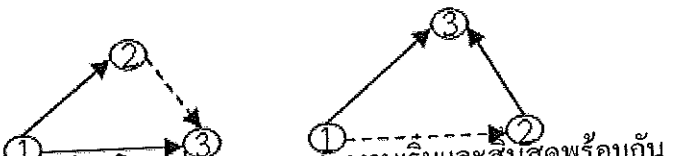
เวลาสิ้นสุดของงาน 2-4 และงาน1-3 โดยงาน 4-6 จะเริ่มทำได้ก็ต่อเมื่องาน 2-4 และ 1-3 ได้เสร็จสิ้นไปแล้ว ในโครงข่ายโครงงานนี้ถ้าไม่รวมงาน 3-4 ซึ่งเป็น dummy job จะพบว่ามีสายงานอยู่ 2 สายงาน ซึ่งจะเริ่มทำได้พร้อมกันคือสายงาน 1-2-4-6 และสายงาน 1-3-5-6 แสดงว่าเราสามารถแบ่งสายงานทั้งสองสายให้ทำงานไปพร้อมกัน การวางแผนงานจึงรัดกุมกว่าการที่จะมาทำงานด้วยสายงานเดียว เช่น 1-2, 1-3, 2-4, 3-4, 4-6, 3-5, 5-6 ถ้างานทุกๆ งานใช้เวลาเท่ากัน สรุปได้ว่าการวางแผนงานตามโครงข่ายของโครงงานแบ่งเป็น 2 สายงานจะลดเวลาทำงานทั้งสิ้นไปได้ถึงครึ่งหนึ่งของเวลาทั้งหมด

งาน หมายถึงกิจกรรมต่างๆ เช่นการดำเนินการขยายงานต่างๆ การตรวจสอบการเคลื่อนย้ายและกระบวนการต่างๆ ซึ่งแสดงให้เห็นได้ว่าการสิ้นสุดของงานจะมาก่อนการเริ่มต้นของงานเดียวกันไม่ได้อย่างมากที่สุดจะเกิดขึ้นพร้อมกันได้ การใช้เส้นตรงหรือเส้นประมีลูกศรแทนความหมายของงานนั้น เช่น เส้นตรงมีลูกศรยาวอาจจะมีความหมายถึงเวลาเพียง 1 วัน แต่เส้นตรงที่สั้นอาจหมายถึงเวลาที่ใช้ทำงาน 10 วันก็ได้

ก่อนที่จะเขียนโครงข่ายของโครงงานที่สมบูรณ์ ส่วนสำคัญคือความสัมพันธ์ของงานแต่ละงานของโครงงาน งานใดจะต้องทำก่อน งานใดจะต้องทำไปพร้อมกับงานอื่นๆ และงานใดต้องทำภายหลัง การพิจารณาอย่างรอบคอบเท่านั้นจึงจะช่วยให้การวางแผนโครงการเป็นไปอย่างถูกต้อง เพื่อให้การตั้งรูปแบบปัญหาตามโครงข่ายของงานถูกต้องตามความต้องการ สามารถสรุปหลักเกณฑ์การเขียนโครงข่ายของโครงงานได้ดังนี้

1. งานแต่ละงานจะใช้แทนด้วยเส้นตรงมีลูกศร เส้นตรงมีลูกศรหนึ่งเส้นแทนด้วยงานเพียงหนึ่งงานเท่านั้น เส้นตรงหนึ่งเส้นจะแทนงานสองงานหรือเส้นตรงสองเส้นจะแทนงานเพียงงานเดียวไม่ได้ อย่างไรก็ตามมีลักษณะงานหลายอย่างซึ่งสามารถแบ่งแยกเป็นงานย่อยๆ หลายๆ งานย่อย ก็อาจใช้เส้นตรงหลายๆ เส้น แทนงานย่อยหลายๆ งานนั้น เส้นตรงหนึ่งเส้นต่องานย่อยหนึ่งงาน

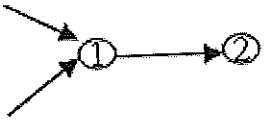
2. งานสองงานซึ่งเริ่มทำไปได้พร้อมกัน มีจุดเริ่มต้นเดียวกัน จะใช้จุดสิ้นสุดเดียวกันไม่ได้เพราะว่า ถ้าเราใช้จุดสิ้นสุดเดียวกันก็จะให้ความหมายว่างานสองงานนั้นเริ่มต้นและสิ้นสุดลงพร้อมกัน ตัวอย่างงานสองงานซึ่งมีจุดเริ่มต้นเดียวกันละจุดสิ้นสุดเดียวกัน จะเขียนรูปโครงข่ายของงานได้ตามโดยใช้เส้นงานสมมติ (Dummy Job) มาช่วย



การเขียนโครงข่ายของงานสองงานเริ่มและสิ้นสุดพร้อมกัน

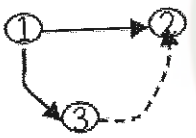
3. เพื่อให้การเขียนโครงข่ายของโครงงานมีความสัมพันธ์ของงานเป็นไปอย่างถูกต้อง ก่อนจะเขียนโครงข่ายนั้นๆ จะต้องตั้งคำถามต่อไปนี้ทุกครั้งที่เพิ่มงานในโครงข่าย

ก. งานใดจะต้องทำให้เสร็จสิ้นก่อนงานนี้



ข. งานใดที่จะตามหลังงานนี้

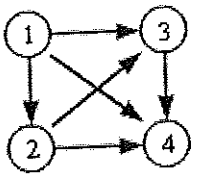
ค. งานใดสามารถทำพร้อมกับงานนี้



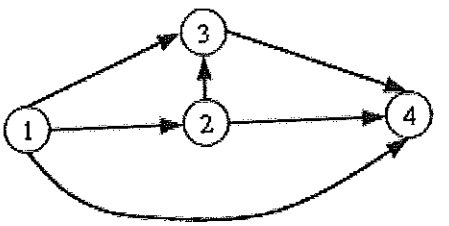
ข้อกำหนดในการสร้างโครงข่ายของโครงงาน

ความยาวของเส้นตรงมีลูกศรในโครงข่ายของโครงงาน ไม่มีความหมายทางเวลาของงาน และเพื่อความสวยงามรวมถึงเพื่อความเข้าใจเกี่ยวกับโครงงานที่จัดวางแผนไว้ หลักการต่างๆ เกี่ยวกับการเขียนโครงข่ายต่อไปนี้ เพื่อให้ตรงกับความต้องการในการสร้างรูปแบบปัญหาการวางแผนสำหรับโครงงานได้ดีขึ้น

1. พยายามหลีกเลี่ยงการเขียนเส้นตรงแทนงาน ซึ่งเขียนทับกัน เพราะจะทำให้สับสนกันได้ ดังรูปที่ (ก) ควรเขียนเป็นดังรูป 7.3



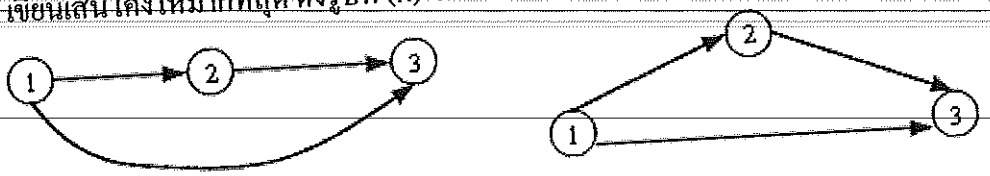
(ก)



(ข)

การเขียนโครงข่ายโดยหลีกเลี่ยงเส้นทับกัน

2. ควรเขียนเส้นตรงให้มีลูกศรทุกเส้นและให้เป็นเส้นตรง โดยหลีกเลี่ยงการเขียนเส้นโค้งให้มากที่สุด ดังรูปที่ (ก) ควรเขียนเป็น (ข)



(ก) (ข)

การเขียนโครงข่ายโดยหลีกเลี่ยงเส้นโค้ง

3. ความยาวของเส้นตรงมีลูกศร ควรจะมีขนาดใกล้เคียงกันสำหรับงานทุกงานในโครงข่ายของโครงงาน

4. พยายามเขียนมุมที่เกิดขึ้นให้กว้างที่สุดเท่าที่จะทำได้

5. จุดยอดสิ้นสุดเวลาของงานที่ใช้เวลามากกว่า ควรเขียนเยื้องมาทางขวา เพราะจะช่วยให้เข้าใจโครงข่ายของโครงงานสมจริงขึ้น

6. พยายามหลีกเลี่ยงการเขียนงานสมมติ (Dummy Job) ควรทำให้โครงสร้างที่เขียนมีความซับซ้อนมากขึ้น โดยไม่เกิดประโยชน์

การคำนวณหาทางวิกฤต (Critical Path Calculations)

การวิเคราะห์ข่ายงานตามวิธีการซีพีเอ็ม เพื่อคำนวณหากำหนดเวลาการทำงานโดยละเอียดของกิจกรรมต่างๆ ว่างานใดๆ ในโครงงานจะเป็นงานวิกฤต (Critical Activities) ถ้าการเริ่มต้นงานนั้นล่าช้าแล้วมีผลทำให้ทั้งโครงงานเสร็จล่าช้า ในการควบคุมโครงงานจึงต้องดูแลงานวิกฤตเป็นพิเศษเพื่อให้เสร็จตามกำหนด สำหรับงานที่ไม่วิกฤต (Noncritical activity) หมายถึงงานที่ล่าช้ากว่ากำหนดไว้ได้ในช่วงเวลาหนึ่งโดยไม่กระทบกระเทือนเวลาเสร็จสิ้นโครงการ

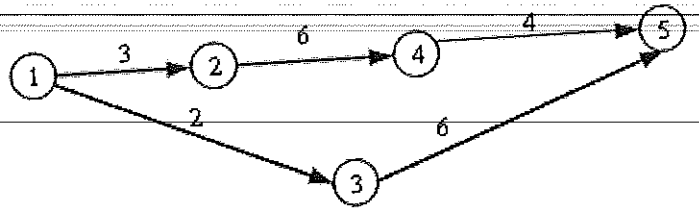
การกำหนดทางวิกฤต (Determination of the Critical Path)

ทางวิกฤต คือทางที่งานวิกฤตต่อกันเป็นลูกโซ่ตั้งแต่เริ่มต้นจนถึงงานสุดท้าย

ตัวอย่าง กำหนดให้โครงงานหนึ่งประกอบด้วยงานย่อยและเวลาในการดำเนินงานย่อย ดังนี้

งาน	เวลาดำเนินงาน(วัน)
1-2	3
2-4	6
4-5	4
1-3	2
3-5	6

เมื่อเขียนข่ายงานจะได้ดังรูป



โครงข่ายของโครงงานนี้ต้องใช้เวลาทั้งสิ้นอย่างน้อย 13 วัน โดยมีทางวิกฤตคือ1-2 , 2-4, 4-5 และงานวิกฤตคืองาน (1,2), (2,4), (4-5) สำหรับโครงงานที่ซับซ้อนขึ้นการหาทางวิกฤตจะกระทำโดย หาเวลาเริ่มต้นเร็วที่สุด เวลาเริ่มต้นช้าที่สุดแต่ละงาน

วิธีการคำนวณทางวิกฤต

การคำนวณหาทางวิกฤตต้องทำ 3 ขั้นตอน ดังนี้

1) **การคำนวณแบบผ่านไปข้างหน้า (Forward Pass)** จะคำนวณเวลาจากโนดแรกของโครงข่ายของโครงงานไปจนถึงโนดสุดท้ายหรืองานสิ้นสุด ได้ตัวเลขจะเก็บใน ซึ่งแสดงถึงเวลาเริ่มต้นที่เร็วที่สุด (Earliest Start Time) ที่โนดนั้น □

<u>คำนวณแบบผ่านไปข้างหน้า</u> เริ่มที่โนดเริ่มต้นในข่ายงานหรืองานแรกในโครงงานข่าย กำหนดให้เวลาเริ่มต้นที่โนดแรกเท่ากับศูนย์ เช่น โนดแรกโนด 0 กำหนดให้ $ES_0 = 0$ หาเวลาเริ่มต้นเร็วที่สุดที่โนด j ได้จากสูตร

$$ES_j = \max_i \{ES_i + D_{ij}\},\ \text{ทุกๆ } (i,j) \text{ ที่กำหนดให้}$$

2) **การคำนวณแบบผ่านย้อนหลัง (Backward Pass)** จะคำนวณเวลาจากโนดสุดท้ายไปยังโนดเริ่มต้นของโครงข่ายของโครงงาน ได้ตัวเลขเก็บใน △ แสดงถึงเวลาเสร็จงานช้าที่สุด (Latest Completion Time) ที่โนดนั้น

<u>คำนวณแบบย้อนกลับ</u> หาเวลาเสร็จงานช้าที่สุด โดยเริ่มจากโนดสุดท้าย $LC_n = ES_n$ และเวลาที่เสร็จงานช้าที่สุดที่โนด i หาได้จากสูตร

$$LC_i = \min_j \{LC_j - D_{ij}\}\ ,\ \text{ทุกๆ } (i,j) \text{ ที่กำหนดให้}$$

3) ขั้นตอนสรุปทางวิกฤตจากผลการคำนวณในขั้นตอนที่ 1, 2 โดยงาน(i, j) จะเป็นงานวิกฤตถ้าสอดคล้อง 3 เงื่อนไข คือ

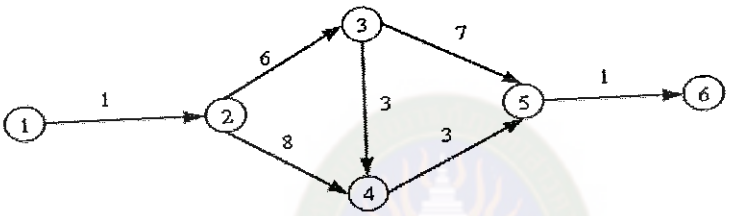
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

(1) $ES_i = LC_i$

(2) $ES_j = LC_j$

(3) $ES_j - ES_i = LC_j - LC_i = D_{ij}$

<u>ตัวอย่างที่</u> พิจารณารูปที่ 7.9 โนดเริ่มต้นโนด 1 และโนดสิ้นสุดโนด 9 เวลาที่ต้องใช้ในการทำแต่ละงานกำหนดบนลูกศร จงคำนวณหาทางวิกฤติ



รูปที่ 7.9

วิธีทำ

ขั้นตอนที่ 1 คำนวณแบบผ่านไปข้างหน้า จากรูป 7.9 คำนวณ ESj ใส่ใน □

กำหนดให้ $ES_1 = 0$

$ES_2 = ES_1 + D_{12} = 0 + 1 = 1$

$ES_3 = ES_2 + D_{23} = 1 + 6 = 7$

$ES_4 = \max_{i=2,3} \{ ES_2 + D_{24}, ES_3 + D_{34} \}$

$= \max \{ 1+8, 7+3 \} = 10$

$ES_5 = \max_{i=3,4} \{ ES_3 + D_{35}, ES_4 + D_{45} \}$

$= \max \{ 7+7, 10+3 \} = 14$

$ES_6 = ES_5 + D_{56} = 14 + 1 = 15$

ขั้นตอนที่ 2 คำนวณแบบย้อนหลัง หาเวลาเสร็จงานช้าที่สุด เริ่มจากโนดสุดท้ายเก็บค่าใน

กำหนดให้ △ $LC_6 = ES_6 = 15$

$LC_5 = LC_6 - D_{56} = 15\text{-}1 = 14$

$LC_4 = LC_5 - D_{45} = 14\text{-}3 = 11$

$LC_3 = \min_{j=4,5} \{ LC_4 - D_{34}, LC_5 - D_{35} \}$

$= \min \{ 11\text{-}3, 14\text{-}7 \} = 7$

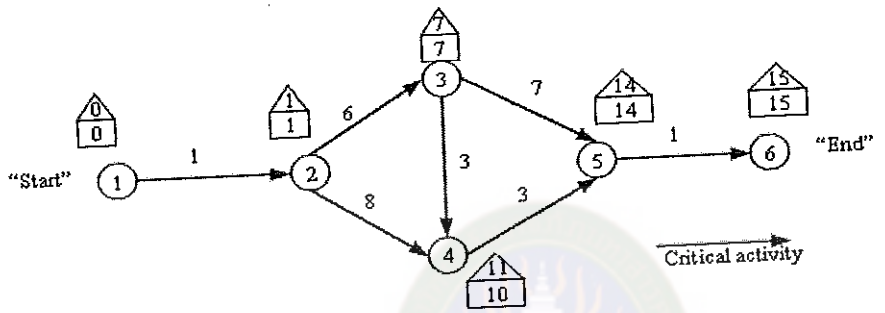
มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

$$LC_2 = \min_{j=3,4} \{ LC_3 - D_{23}, LC_4 - D_{24} \}$$

$$= \min \{ 7 - 6, 11-8 \} = 1$$

$$LC_1 = LC_2 - D_{12} = 1 - 1 = 0$$

จากผลการคำนวณแบบผ่านไปข้างหน้าและแบบย้อนหลังสามารถแสดงได้ดังรูปที่ 7.10



รูปที่ 7.10

การคำนวณค่าความยืดหยุ่นของงาน (Determination of the Floats)

งานวิกฤตเป็นงานของโครงงานซึ่งไม่สามารถจะเลื่อนระยะเวลาทำงานได้ ซึ่งจะเห็นได้ว่ามีค่าเวลาเริ่มต้นของงานที่จะทำเท่ากับเวลาสิ้นสุดของงานที่ทำมาแล้ว คือ $ES_i = LC_j$ สายงานซึ่งเป็นงานวิกฤตจึงไม่มีความยืดหยุ่น หมายความว่าไม่มีเวลาเหลือพอที่จะขยับเวลาเริ่มต้นหรือเวลาสิ้นสุดให้เปลี่ยนแปลงเป็นอื่นได้

ความยืดหยุ่นของงานคือ เวลาที่งานนั้นสามารถเลื่อนไปให้เสร็จช้าหรือเร็วในขอบเขตของเวลาที่เป็นไปได้ สำหรับงานวิกฤตค่าความยืดหยุ่นเป็นศูนย์เสมอ จึงพิจารณาความยืดหยุ่นของงานไม่วิกฤต กำหนดให้

LS_{ij} แทนเวลาเริ่มต้นที่ช้าที่สุดของงาน (i, j)

EC_{ij} แทนเวลาที่งาน (i,j) เสร็จเร็วที่สุด

$LS_{ij} = LC_j - D_{ij}$

$EC_{ij} = ES_i - D_{ij}$

ชนิดของความยืดหยุ่นของงานสามารถสรุปได้ 4 ประเภท คือ

1) ความยืดหยุ่นรวม (Total Float, TF) คือจำนวนวันทั้งหมดที่งานนั้นๆ สามารถเลื่อนไปทำได้ช้ากว่ากำหนดเวลา ES เดิม โดยไม่ทำให้งานทั้งโครงงานต้องเสร็จช้ากว่ากำหนด แต่อาจจะทำให้กำหนด ES ของงานที่ต่อเนื่องถัดไปต้องเลื่อนตามไปด้วย ค่าความยืดหยุ่นรวมของงาน (i,j) แทนด้วย TF_{ij} คำนวณได้จาก

$$TF_{ij} = (LC_j - ES_i) - D_{ij} = LC_j - EC_{ij} = LS_{ij} - ES_i$$

2) ความยืดหยุ่นอิสระ (Free Float, FF) คือจำนวนวันที่งานสามารถเลื่อนช้าไปกว่ากำหนด ES เดิมได้ โดยไม่ทำให้งานทั้งโครงงานต้องเสร็จช้ากว่ากำหนดและไม่ทำให้กำหนดค่าความยืดหยุ่นอิสระของงาน (i,j) แทนด้วย FF_{ij} คำนวณได้ดังนี้

$$FF_{ij} = ES_j - ES_i - D_{ij}$$

งานใดๆ ถ้าค่า TF = 0 แสดงว่าค่า FF = 0 ด้วย แต่ถ้าค่า FF = 0 ไม่จำเป็นว่าค่า TF จะต้องเท่ากับ 0 ด้วย

จากรูปที่ 7.11 เมื่อคำนวณความยืดหยุ่นรวม(TF) และความยืดหยุ่นอิสระ (FF) จะได้ตารางที่ 7-2 แสดงผลการคำนวณ TF และ FF

ตารางที่ 7-2 ผลลัพธ์หาค่า TF และ FF

งาน (i,j)	เวลาทำงาน D_{ij}	เร็วที่สุด เริ่ม ES_i	เร็วที่สุด เสร็จ EC_{ij}	ช้าที่สุด เริ่ม ES_i	ช้าที่สุด เสร็จ EC_{ij}	ความยืดหยุ่น รวม TF_{ij}	ความยืดหยุ่น อิสระ FF_{ij}
(0,1)	2	0	2	2	4	2	0
(0,2)	3	0	3	0	3	0[a]	0
(1,3)	2	2	4	4	6	2	2
(2,3)	3	3	6	3	6	0[a]	0
(2,4)	2	3	5	4	6	1	1
(3,4)	0	6	6	6	6	0[a]	0
(3,5)	3	6	9	10	13	4	4
(3,6)	2	6	8	17	19	11	11
(4,5)	7	6	13	6	13	0	0
(4,6)	5	6	11	14	19	8	8
(5,6)	6	13	19	13	19	0[a]	0

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

กรณีงานไม่วิกฤต (0,1) ที่มีค่า TF = 2 แสดงว่างาน (0,1) สามารถเลื่อนไปทำช้ากว่ากำหนด ES เดิมได้ 2 วัน โดยไม่ทำให้งานทั้งโครงงานต้องเสร็จช้ากว่ากำหนด แต่เนื่องจากค่า FF = 0 แสดงว่ามีผลให้กำหนด ES ของงานที่ต่อเนื่องกันไปต้องเลื่อนตามไป

งานไม่วิกฤต (1,3) ค่า TF = 2 และค่า FF = 2 แสดงว่างาน (1,3) สามารถเลื่อนไปช้ากว่ากำหนดเวลา ES เดิม 2 วันและไม่ทำให้กำหนด ES ของงานที่ต่อเนื่องกันไปต้องเลื่อนตามคือที่โนด 3 กำหนดเวลา ES ยังคงเท่ากับ 6

งานไม่วิกฤต (2,4) คือ TF = 1 และค่า FF= 1 แสดงว่างานนี้เริ่มช้ากว่ากำหนดเวลา ES เดิมได้ 1 วัน โดยไม่ทำให้ ES ของงานที่ต่อเนื่องกันไปต้องเลื่อนตามคือโนดที่ 4 กำหนด ES_4 ยังคงเดิมต่อไป พิจารณางานไม่วิกฤต (3,5), (3,6) และ(4,6)

7.4 การวางแผนโครงงานและค่าใช้จ่ายด้วยวิธีเพิร์ต (PERT in Cost Considerations and Project Scheduling)

ดังได้กล่าวมาแล้ว วิธี CPM และ PERT มีวิธีการแบบเดียวกัน โดยมีข้อแตกต่างเพียงแต่ว่า ถ้าการกำหนดเวลาของงานเป็นส่วนซึ่งกำหนดได้แน่นอน ก็จะใช้วิธีการซีพีเอ็ม กำหนดหางานวิกฤตตามขั้นตอนที่ได้กล่าวมาแล้ว แต่ถ้าไม่สามารถกำหนดเวลาแน่นอนได้ โดยแต่ละงานมีรูปแบบความน่าจะเป็น (Probabilistic Model) ของเวลาทำงานที่แตกต่างกัน เมื่อต้องการวางแผนโครงงานและค่าใช้จ่ายจะใช้วิธีเพิร์ต

7.4.1 การวางแผนโครงงานเมื่อเวลางานเป็นแบบความน่าจะเป็น (Probability Considerations in Project Scheduling)

การกำหนดหาค่าแทนความหมายของเวลาทำงานของแต่ละงานจากความน่าจะเป็นไปของเวลาทำงานแต่ละงานจึงเป็นการสิ้นเปลืองและอาจจะได้ผลไม่คุ้มค่า หรือในกรณีที่เป็นงานโครงการใหม่ๆ ที่ไม่เคยทำมาก่อน ผู้บริหารหรือผู้รับผิดชอบกิจกรรมนั้นๆ ไม่สามารถประมาณเวลาที่ใช้ทำกิจกรรมต่างๆ ให้แน่ชัดลงไปได้เนื่องจากมีความไม่แน่นอน เกี่ยวกับเวลาดำเนินงานของกิจกรรม จึงประมาณเวลาของแต่ละกิจกรรมเป็น 3 ค่าดังนี้

1. ระยะเวลาที่ทำกิจกรรมเสร็จได้เร็วที่สุด (Optimistic Time) แทนด้วย a
2. ระยะเวลาที่ทำกิจกรรมเสร็จได้ช้าที่สุด (Pessimistic Time) แทนด้วย b
3. ระยะเวลาที่ทำกิจกรรมเสร็จได้เป็นส่วนมาก (Most Likely Time) แทนด้วย m

สามารถแสดงการเกิดค่าทั้ง 3 ค่าในรูปกราฟ ดังรูปที่ 7.14

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ในการวิเคราะห์โครงงานเพิร์ต ส่วนใหญ่จะกำหนดเวลาของกิจกรรมมีการแจกแจงแบบเบต้า (Beta Distribution) ดังรูปที่ 7.15 การแจกแจงแบบเบต้ามีคุณสมบัติคือ

1. มีฐานนิยม (Mode) เดียว หมายถึงการกระจายของข้อมูลมีส่วนของข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดเพียงค่าเดียว

2. มีขอบเขตต่ำสุดและขอบเขตสูงสุดของข้อมูล

ในการวิเคราะห์ด้วยวิธีเพิร์ต จะประมาณค่าคาดหมายของเวลางานด้วยค่าเฉลี่ย (Mean) แทนด้วย $\overline{D}$ และความแปรปรวน (Variance) แทนด้วย V ของการแจกแจงแบบเบต้า โดยสมมติว่าน้ำหนักเฉลี่ยของจุดกึ่งกลาง $\left(\frac{a+b}{2}\right)$ มีค่าเท่ากับครึ่งหนึ่งของ m ดังนั้น $\overline{D}$ คือตัวกลางเลขคณิต (Arithmetic Mean) ของ $\frac{a+b}{2}$ และ 2m นั้นคือ

$$\text{ค่าคาดหมายเวลางานด้วยค่าเฉลี่ย } (\overline{D}) = \frac{\frac{a+b}{2}+2m}{3} = \frac{a+b+4m}{6}$$

$$\text{ค่าความแปรปรวน (V)} = \left(\frac{b-a}{6}\right)^2$$

เมื่อสามารถประเมินเวลาทั้ง 3 ลักษณะของงานต่างๆ แล้ว ขั้นตอนต่อไปจะเป็นการหาค่าเฉลี่ยและนำค่าแปรปรวนมาหางานวิกฤตตามแบบซีพีเอ็ม โดยมีผลรวมค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนของงานวิกฤตเป็นเวลาทำงานทั้งสิ้นของโครงงานและความแปรปรวนของเวลาทำงานทั้งสิ้น สามารถกำหนดหาความน่าจะเป็นไปได้ต่างๆ ของการเสร็จสิ้นของโครงงานได้ เช่น ถ้าผลรวมของเวลาทำงานของงานวิกฤตเป็น $\overline{D}$, ผลรวมของค่าความแปรปรวนของงานวิกฤตเป็น V กรณีต้องการหาค่าความน่าจะเป็นไปได้สำหรับเวลาเสร็จสิ้นของโครงงานเป็น X ใดๆ สามารถใช้ทฤษฎีจำกัดลู่เข้าสู่ศูนย์กลาง (Central Limit Theorem) โดยจัดปรับค่า X ให้เป็นค่าของนอร์มอลมาตรฐาน (Standard Normal) ได้ดังนี้

$$Z = \frac{X-\mu}{\sigma} = \frac{X-\overline{D}}{\sqrt{V}}$$

จากนั้นนำค่าไปเปรียบเทียบในตารางนอร์มอลมตรฐาน (Standard Normal) ซึ่งดูค่าในตารางได้ในภาคผนวก

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ตัวอย่างที่ 7.6 พิจารณาโครงงานหนึ่ง กรณีที่ข้อมูลเวลาทำงานนั้นกำหนดได้ไม่แน่นอนไม่ได้จะใช้วิธีการประเมินเวลา 3 ค่าคือ เวลาเริ่มต้นเร็วที่สุด เวลาเริ่มต้นช้าที่สุด เวลาที่เสร็จเป็นส่วนมาก ได้ดังตารางที่ 7-3 จงหางานวิกฤตและโอกาสที่โครงงานนี้เสร็จภายใน 16 วัน

ตารางที่ 7-3 การประเมินเวลาของงานในตัวอย่างที่ 7.6

งาน	เวลางานเสร็จเร็วที่สุด(a)	เวลางานที่เสร็จช้าที่สุด(b)	เวลางานที่เสร็จได้ส่วนมาก(m)
1-2	2	8	2
2-3	1	11	1.5
2-4	0.5	7.5	1
3-5	1	7	2.5
3-6	1	3	2
4-5	6	8	7
4-6	3	11	4
5-6	4	8	6

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

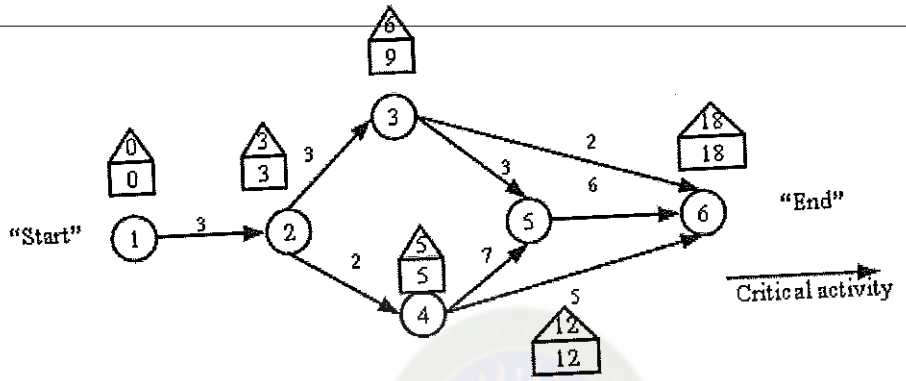
วิธีทำ คำนวณค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และความแปรปรวนของเวลาทำงานแต่ละงานย่อยดังตารางที่ 7-4

ตารางที่ 7-4 ค่าเฉลี่ยและค่าแปรปรวนของตัวอย่างที่ 7.6

งาน	ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน	ความแปรปรวน
1-2	3	1.00
2-3	3	2.80
2-4	2	1.36
3-5	3	1.00
3-6	2	0.11
4-5	7	0.11
4-6	5	1.78
5-6	6	0.44

เขียนข่ายงานได้ดังรูปที่ 7.15 โดยการหาเวลาเริ่มต้นและช้าที่สุดของแต่ละงานจะพิจารณาจาก

เวลาเฉลี่ย



รูปที่ 7.15 ข่ายงานของตัวอย่างที่ 7.6

จากรูปที่ 7.15 งานวิกฤตคืองาน 1, 2, 4, 5, 6

ทางวิกฤตคือ 1-2, 2-4, 4-5, 5-6

เวลาเฉลี่ยที่ใช้ในการทำโครงงานนี้ประมาณ 18 วัน ซึ่งเวลาเฉลี่ยในการทำงานวิกฤต 1, 2, 4, 5, 6 = 3+2+7+6 = 18 วัน

ค่าความแปรปรวนของเวลาทำโครงงานเท่ากับผลบวกของความแปรปรวนของงานวิกฤต 1, 2, 4, 5, 6 เท่ากับ 1.00 + 1.36 + 0.11 + 0.44 = 2.91

โอกาสที่งานเสร็จสิ้นก่อน 16 วัน = $P\left(Z \leq \frac{16-18}{\sqrt{2.91}}\right)$

$= P(Z \leq -1.36)$

$= 0.086$

นั้นคือโอกาสที่โครงงานนี้เสร็จภายใน 16 วันมีถึง 8%

จากตัวอย่างที่ 7.6 ถ้าต้องการหาค่าความน่าจะเป็นที่โครงงานเสร็จภายใน 30 วัน ดังนั้น

$P(Z \leq 30) = P\left(Z \leq \frac{30-18}{\sqrt{2.91}}\right)$

$= P(Z \leq 3.40) = 0.99$

นั้นคือโอกาสที่โครงงานนี้เสร็จสิ้นภายใน 30 วันมีถึง 99%

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

พิจารณาค่าใช้จ่ายในการวางแผนโครงงาน (Cost Considerations in Project Scheduling)

ในการพิจารณาทางวิกฤตคือกิจกรรมหรืองานย่อยในทางวิกฤตใดใช้เวลามากกว่าเวลาปกติ (Normal Time) ก็จะส่งผลทำให้โครงงานล่าช้ากว่าที่กำหนดไว้ การควบคุมโครงงานให้แล้วเสร็จตามกำหนดจึงต้องควบคุมงานย่อยที่อยู่ในทางวิกฤตให้เป็นไปตามแผนงานที่ได้กำหนดไว้ จากงานย่อยในทางวิกฤตมีผลกระทบโดยตรงต่อกำหนดแล้วเสร็จของโครงงานเช่นนี้ ในกรณีที่มีความจำเป็นต้องการเร่งโครงงานให้เสร็จเร็วขึ้นสามารถทำได้โดยการเร่งงานย่อยวิกฤตเสร็จเร็วกว่ากำหนด ทั้งนี้สมมติฐานว่างานย่อยจะเสร็จถ้ามีการเพิ่มทรัพยากรในการดำเนินงาน เช่น คนงาน เวลา เครื่องมือที่ใช้ ฯลฯ

การเร่งงานวิกฤต หมายถึงค่าใช้จ่ายในการทำงานนั้นจะเพิ่มสูงขึ้นกว่าการทำงานปกติ โดยให้เวลาและค่าใช้จ่ายดังกล่าวมีความสัมพันธ์กันเป็นเส้นตรง งานย่อยที่มีการดำเนินงานที่ต่างกันทรัพยากรที่ใช้ต่างกัน ก็จะส่งผลให้ค่าใช้จ่ายแตกต่างกัน ดังรูปที่ 7.16 แสดงถึงความสัมพันธ์ของช่วงเวลางานปกติ D_n (Normal Duration) คือเวลางานดำเนินงานที่ประมาณไว้ในขั้นตอนการวางแผนเรียกว่าเสียค่าใช้จ่ายปกติ C_n (Normal Cost) คือค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นเมื่อกิจกรรมมีการดำเนินงานตามปกติ และถ้าเร่งโครงงานให้เสร็จในช่วงเวลา D_c (Crash Duration) คือระยะเวลาสั้นที่สุดที่จะเร่งกิจกรรมนั้นๆ ได้ และทำให้เกิดค่าใช้จ่าย C_c (Crash Cost) คือค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นเมื่อเร่งกิจกรรมนั้นๆ ให้เสร็จโดยเร็วที่สุด มีจุด (D_c, C_c) คือจุดที่เร่งงานให้เสร็จได้เร็วที่สุดในเวลา D_c และเสียค่าใช้จ่าย C_c

ความสัมพันธ์เชิงเส้นตรงระหว่างค่าใช้จ่ายและช่วงเวลางานดังรูป 7.16(a) ใช้ในกรณีที่ต้องการความสะดวกในการวิเคราะห์โครงงาน สำหรับรูปที่ 7.16 (b) แสดงความสัมพันธ์ที่ไม่เป็นเชิงเส้นแต่สามารถประมาณได้เป็นเส้นตรงช่วงๆ จากความสัมพันธ์ในกราฟระหว่างค่าใช้จ่ายและช่วงเวลาของแต่ละงาน ทำให้สามารถหาค่าใช้จ่ายที่ทำให้เวลางานลดลงได้ ถ้าเป็นความสัมพันธ์เชิงเส้นตรง ค่าใช้จ่ายที่ทำให้เวลางานลดลง 1 วัน คือ ความชันของเส้นตรงนั้น หาได้ดังนี้

$$\text{ค่าใช้จ่ายในการเร่งงาน 1 วัน} = \frac{C_c - C_n}{D_n - D_c}$$

การเร่งโครงงานจะต้องทำการคำนวณค่าใช้จ่ายในการเร่งงานต่อหน่วยเวลาของทุกกิจกรรมในโครงงานก่อน เมื่อเรียบร้อยแล้วจึงทำการคำนวณตามขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดวัตถุประสงค์ในการเร่งโครงการ เช่น ต้องการให้โครงการแล้วเสร็จโดยเร็วที่สุดเท่าที่จะทำได้ หรือต้องการเร่งโครงการโดยให้เกิดค่าใช้จ่ายทางตรงและทางอ้อมแล้วต่ำที่สุด

ขั้นที่ 2 คำนวณเวลาแล้วเสร็จตามปกติของโครงการ ระบุเส้นทางวิกฤตและงานวิกฤต

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

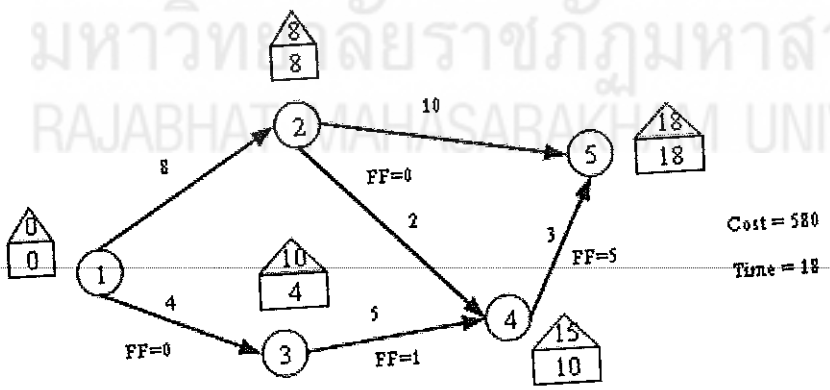
ขั้นที่ 3 เร่งงานวิกฤตที่มีค่าใช้จ่ายในการเร่งงานต่อหน่วยเวลาต่ำที่สุด ในกรณีมีเส้นทางมากกว่า 1 เส้นทาง ให้เลือกงานวิกฤตที่มีค่าใช่จ่ายในการเร่งงานต่ำที่สุดในแต่ละเส้นทางและเร่งงานเหล่านั้นให้แล้วเสร็จเร็วขึ้นเท่าๆ กัน เช่น เร่งงาน A และ B ให้เสร็จเร็วขึ้นงานละ 2 วัน กล่าวคือ งาน A ใช้เวลา 5 วัน เมื่อเร่งงานแล้วจะเสร็จใน 3 วัน และตามปกติ งาน B ปกติใช้เวลา 7 วัน เมื่อเร่งงานแล้วจะเสร็จใน 5 วัน เป็นต้น

ขั้นที่4 คำนวณเวลาแล้วเสร็จของโครงงาน ถ้าโครงงานยังไม่เสร็จตามเป้าหมายที่ตั้งไว้กลับไปทำขั้นตอนที่ 3 ถ้าเป็นไปตามเป้าหมายทำขั้นที่ 5

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบแผนงานการเร่งโครงงานเพื่อปรับปรุงการกำหนดงาน ซึ่งจะช่วยลดค่าใช้จ่ายที่จำเป็นลงไปได้บางส่วน

ตัวอย่างที่ 7.7 พิจารณาข่ายงานดังรูปที่ 7.17 กำหนดค่าใช้จ่ายของแต่ละงานที่ทำงานปกติและทำงานอย่างเร่งรัดดังตารางที่ 7-6 ต้องการหาค่าใช้จ่ายน้อยที่สุดที่สามารถเร่งโครงงานนั้นได้

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY



รูปที่ 7.17

ตารางที่ 7-6

งาน	เวลาปกติ (Normal)		เวลาเร่งงาน (Crash)	
(i,j)	เวลางาน	ค่าใช้จ่าย	เวลางาน	ค่าใช้จ่าย
(1,2)	8	100	6	200
(1,3)	4	150	2	350
(2,4)	2	50	1	90
(2,5)	10	100	5	400
(3,4)	5	100	1	200
(4,5)	3	80	1	100

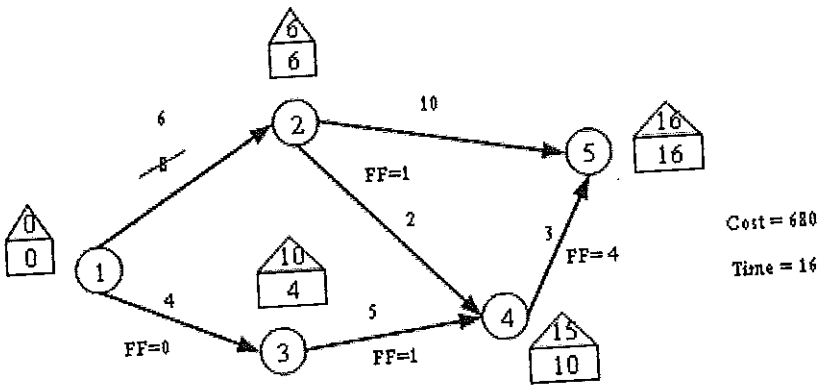
จากรูปที่ 7.17 งานวิกฤต 2 งาน คืองาน (1,2) และงาน (2,5) สำหรับค่าใช้จ่ายในการทำโครงงานเวลาปกติ คือผลรวมค่าใช้จ่ายในการทำงานทั้งหมดของโครงงานเท่ากับ

$100 + 150 + 50 + 100 + 100 + 80 = 580$ และเสร็จโครงงานภายใน 18 วัน

<u>การเร่งโครงงานครั้งที่ 1</u> พิจารณาค่าใช้จ่ายที่เพิ่มขึ้น/ วัน ของงานวิกฤตดังนี้

งานวิกฤต	ค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้น/วัน
(1,2)	$\frac{200-100}{8-6} = 50$
(2,5)	$\frac{400-100}{10-5} = 60$

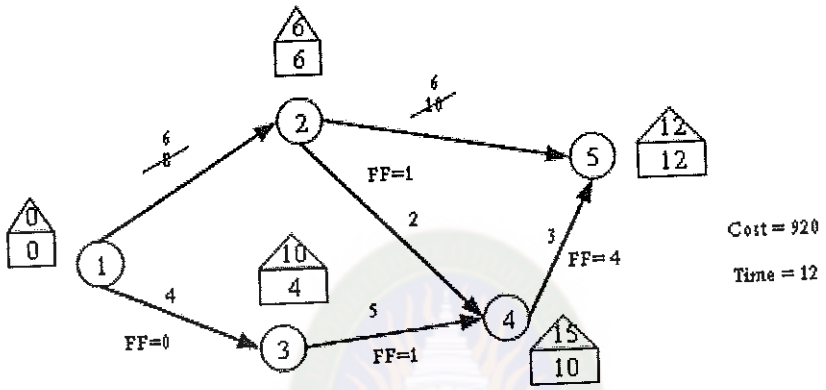
งานวิกฤตที่จะลดคือ (1,2) เสียค่าใช้จ่ายเพิ่มน้อยที่สุด คือ 50 บาท/วัน และสามารถลดเวลาทำงานจาก 8 วันเป็น 6 วัน สามารถแสดงรูปข่ายงานใหม่เมื่อมีการเร่งโครงงานครั้งที่ 1 ดังรูปที่ 7.18



รูปที่ 7.18

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

การเร่งโครงงานครั้งที่ 2 พิจารณาลดเวลางานวิกฤต (2,5) ซึ่งสามารถลดเวลางานปกติ 10 เป็น 5 วัน แต่เนื่องจาก FF=4 เท่ากับ 4 วัน การพิจารณาลดเวลางาน (2,5) จะได้เท่ากับ 4 วัน สามารถแสดงรูปข่ายงานใหม่เมื่อมีการเร่งโครงงานครั้งที่ 2 ดังรูปที่ 7.19 และค่าใช้จ่ายเท่ากับค่าใช้จ่ายเดิม 680 และค่าใช้จ่ายในการเร่งเท่ากับ 60x4 = 240 ค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดเท่ากับ 920 ใช้เวลาทั้งโครงงาน 12 วัน



รูปที่ 7.19

จากรูปที่ 7.19 จะเห็นได้ว่ามีเส้นทางวิกฤตใหม่เพิ่มขึ้นเป็น 2 ทางวิกฤต คือ 1-2-5 และ 1-3-4-5

การเร่งโครงงานที่ 3 พิจารณาลดเวลาเสร็จสิ้นของโครงงานต่อไป โดยพิจารณางานวิกฤตของทั้ง 2 ทางวิกฤตดังนี้

ทางวิกฤต 1 (1-2-5)

งานวิกฤต	ค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้น/วัน
(1,2)	-
(2,5)	60

ทางวิกฤต 2 (1-3-4-5)

งานวิกฤต	ค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้น/วัน
(1,3)	$\frac{350-150}{4-2} = 100$
(3,4)	$\frac{200-100}{5-1} = 25$
(4,5)	$\frac{100-80}{3-1} = 10$

ในกรณีมีเส้นทางวิกฤต 2 ทางวิกฤต จะต้องลดเวลาของทั้งสองทางวิกฤตพร้อมๆ กัน สำหรับทางวิกฤต 1 (1-2-5) สามารถลดงานได้ 1 วัน คืองาน (2,5) ดังนั้นจึงลดเวลางานของทางวิกฤต 2 (1-3-4-5) ลดได้ 1 วัน คืองาน (4,5) เพราะค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้นน้อยที่สุดได้ข่ายงานใหม่ดังรูปที่ 7.20 ค่าใช้จ่ายทั้งหมดเท่ากับ 920 + 60 + 10 = 990 บาท เวลาเสร็จสิ้นโครงงานเหลือ 11 วัน และเนื่องจากทางวิกฤต 1-2-5 ไม่สามารถลดเวลาได้อีกแล้ว แสดงว่าเวลาที่โครงงานจะเสร็จได้เร็วที่สุดคือ 11 วัน

มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครสวรรค์ RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ขั้นที่ 1 กำหนดให้โนดเริ่มต้น กำหนด m1 = 0

ขั้นที่ 2 คำนวณโนดใดๆ ที่ mj โดยกำหนดให้ j เริ่มจากน้อยไปหามาก โดยที่

$$mj = \min_{i=1,2,3,\ldots j-1} (m_i + d_{ij})$$

d_{ij} คือระยะทางระหว่างโนด i และโนด j

ถ้าโนด i,j ใดไม่เชื่อมกัน กำหนดให้ d_{ij} --> α

ขั้นที่ 3 โนดสุดท้ายคือโนด n ค่า m_n คือระยะทางเดินสั้นที่สุดของข่ายงาน สำหรับทางเดินสั้นที่สุดได้จากการย้อนหลังจากโนด n ไปยังทุกๆ โนดที่

$$m_i + d_{ij} = mj \text{ เมื่อ } j = n, n-1, \ldots, 1$$

นั้นคือ ทางเดินสั้นที่สุดของข่ายงานจะเชื่อมโนดที่ $m_i + d_{ij} = mj$

<u>ตัวอย่าง 7.8</u> จงหาทางเดินสั้นที่สุดของข่ายงาน จากรูปที่ 7.21

<u>ขั้นที่ 1</u> m1 = 0

<u>ขั้นที่ 2</u> $m2 = \min(m1 + d_{12}) = \min(0+6) = 6$

$m3 = \min(m1 + d_{13}) = \min(0+9) = 9$

$m4 = \min(m1 + d_{14}, m2 + d_{24}, m3 + d_{34})$

$= \min(0+3, 6+4, 9+2) = 3$

$m5 = \min(m3 + d_{35}, m4 + d_{45}) = \min(9+4, 3+6) = 9$

$m6 = \min(m2 + d_{26}, m5 + d_{56}) = \min(6+3, 9+1) = 9$

$m7 = \min(m2 + d_{27}, m5 + d_{57}, m6 + d_{67}) = \min(6+10, 9+4, 9+6) = 13$

<u>ขั้นที่ 3</u>

m7 = 13 แสดงว่าระยะทางเดินสั้นที่สุด คือ 13

ทางเดินสั้นที่สุด ย้อนหลังจากโนด 7 และย้อนหลังไปตามทางเดินที่เลือก

(5,7) , (4,5) , (1,4) หรือ 1 --> 4 --> 5 --> 7

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

กรณีทางเดินที่สั้นที่สุดระหว่าง 2 โนดใดๆ ในข่ายงานกระทำได้ดังนี้ หาทางเดินที่สั้นที่สุดระหว่าง โนด h และ k โดยที่ k > h ซึ่งจะเริ่มพิจารณาข่ายงานเฉพาะที่โนดตั้งแต่ h ขึ้นไป และให้ m_h = 0 แสดงตัวอย่างการคำนวณดังในตัวอย่าง 7.9

ตัวอย่างที่ 7.9 จงหาทางเดินที่สั้นที่สุดจากโนด 3 ถึงโนด 7 ของข่ายงาน รูปที่ 7.21 และแสดงผลการคำนวณจากโนด 3 ถึงโนด 7 ดังรูปที่ 7.22

วิธีทำ

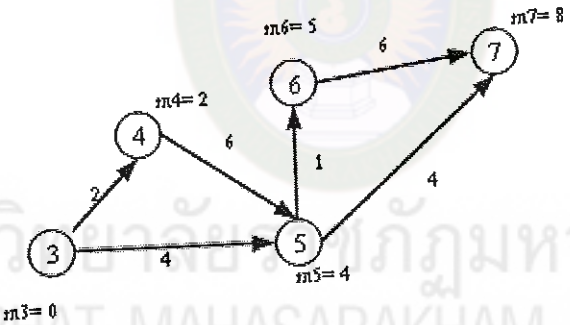
ขั้นที่ 1 m3 = 0

ขั้นที่ 2 $m4 = \min (m3 + d_{34}) = \min (0+2) = 2$

$m5 = \min (m3 + d_{35} , m4 + d_{45}) = \min (0+4, 2+6) = 4$

$m6 = \min (m5 + d_{56}) = \min (4 + 1) = 5$

$m7 = \min (m5 + d_{57} , m6 + d_{67}) = \min (4+4, 5+6) = 8$



รูปที่ 7.22

ขั้นที่ 3 m7 = 8 เป็นระยะทางที่สั้นที่สุดจากโนด 3 ถึงโนด 7 เส้นทางที่สั้นที่สุด ย้อนหลังจากโนด 7 ได้เป็น (3,5) , (5,7) เส้นทางที่สั้นที่สุด 3 -- > 5 -- > 7

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

แบบฝึกหัดรายกลุ่ม
เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น

วิชา การวิจัยการดำเนินงาน (Operation Research) กลุ่มโปรแกรมคอมพิวเตอร์

1. ในโรงงานอุตสาหกรรมแห่งหนึ่ง มีความจำเป็นที่จะต้องหยุดการผลิตสินค้าชนิดหนึ่งซึ่งไม่มีกำไร โดยผลจากการหยุดนี้จะทำให้เครื่องจักรและแรงงานว่างลง โดยความเห็นของฝ่ายผลิต เครื่องจักรและแรงงานที่ว่างอยู่สามารถดัดแปลงใช้ผลิตสินค้าอื่น ๆ ได้ 3 ชนิด ข้อมูลจากฝ่ายผลิตรวบรวมมาได้ดังนี้

ชนิดของเครื่องจักรที่ใช้	เวลาเครื่องจักร (ชั่วโมงอาทิตย์)	เวลาที่ใช้ในการผลิตสินค้า (ชั่วโมง)		
		ชนิดที่ 1	ชนิดที่ 2	ชนิดที่ 3
เครื่องตัด	200	8	2	3
เครื่องกลึง	100	4	3	-
เครื่องขัด	50	2	-	1
ผลกำไรต่อหน่วยจากสินค้า (บาท)		20	6	8

2. ในการผลิตสินค้า 2 ชนิด ชนิดที่หนึ่งได้กำไร 2 บาทต่อชิ้นในขณะที่ชนิดที่สองสามารถทำกำไร 2 บาทต่อชิ้น สินค้าชนิดที่หนึ่งแต่ละชิ้นต้องใช้เวลาผลิต 3 ชั่วโมงและวัตถุดิบ 9 ส่วน ส่วนชนิดที่สองแต่ละชิ้นใช้เวลาผลิต 4 ชั่วโมง และวัตถุดิบส่วน 7 ส่วน ข้อกำหนดเวลาทำงานมีอย่าง มากที่สุด 200 ชั่วโมง และมีวัตถุดิบเหลืออยู่เพียง 300 ส่วน โดยที่สินค้าชนิดที่หนึ่งมีความต้องการของตลาดไม่น้อยกว่า 20 ชิ้น จงหากำไรสูงสุด

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3. โรงงานผลิตผลซักฟอก ทำการผลิตผงซักฟอกที่มีคุณภาพ 3 ชนิด โดยใช้วัตถุดิบเป็นสาร 3 ชนิด คือ A, B และ C ดังรายละเอียดดังต่อไปนี้

สารผสม	อัตราส่วนผสมในหนึ่งกิโลกรัม			จำนวนผสมที่ใช้ (กิโลกรัม/ วัน)
	คุณภาพต่ำ	คุณภาพปานกลาง	คุณภาพดี	
A	0.25	0.15	0.30	3,200
B	0.65	0.55	0.30	2,800
C	0.10	0.30	0.40	1,200
กำไรต่อ กก.(บาท)	**15**	**27**	**38**	

ถ้าไม่มีปัญหาด้านการขาย โรงงานควรจัดผลิตอย่างไรจึงจะให้ได้กำไรสูงสุด ให้ตั้งรูปแบบแทนปัญหา

แบบฝึกหัดรายกลุ่ม
เรื่อง ปัญหาการขนส่ง

1. จงหาคำตอบมูลฐานเริ่มต้นของปัญหาขนส่งเมื่อ กำหนดค่าขนส่งจากแหล่ง i ไปจุดหมาย j ดังตาราง โดยใช้ ตารางข้างล่างนี้ พร้อมคำนวณหาค่าใช้จ่ายต่ำสุดของแต่ละวิธี

1.1 วิธีมุมทิศตะวันตกเฉียงเหนือ (3 คะแนน)

1.2 วิธีค่าใช้จ่ายต่ำสุด (3 คะแนน)

1.3 วิธี VAM (4 คะแนน)

ตลาด / โรงงาน	A	B	C	D	ความสามารถในการผลิต
1	18	16	16	19	20
2	19	20	21	18	30
3	16	17	19	16	10
ความต้องการ	10	10	20	20	60

2. จงแก้ปัญหาการขนส่งเพื่อหาค่าใช้จ่ายต่ำสุด ขั้นตอนหาคำตอบเริ่มต้นให้ใช้วิธีการค่าประมาณโวเกล ขั้นตอน2ปรับปรุงคำตอบเพื่อให้ได้คำตอบเหมาะสม (กำหนดให้ใช้วิธีการ u-v method) (10 คะแนน)

ตลาด / โรงงาน	A	B	C	ความสามารถในการผลิต
1	8	6	5	15
2	5	0	12	5
3	10	7	14	10
ความต้องการ	10	10	10	30

3. จงหาคำตอบเหมาะสมของการจัดงาน เมื่อกำหนดค่าใช้จ่ายในการผลิตงาน (5 คะแนน)

เครื่องจักร j / งาน i	1	2	3	4
1	1	9	4	8
2	4	7	5	7
3	6	10	11	8
4	3	9	7	5

แบบฝึกหัดรายกลุ่ม
เรื่อง การวิเคราะห์ตัดสินใจและเกม

1. ในการวางแผนโฆษณาทางการค้าของห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งมี 3 ทางเลือก ผลตอบแทนของแต่ละทางเลือกขึ้นอยู่กับระดับ(เกณฑ์) การโฆษณา ทางห้างคาดว่าจะได้ผลตอบแทน (หน่วยแสนบาท) ดังตาราง

แผนการโฆษณา	ระดับการโฆษณา		
	มาก	ปานกลาง	น้อย
I	60	45	25
II	80	50	30
III	40	20	10

จงทำการวิเคราะห์ภายใต้เกณฑ์ต่าง ๆ ทั้ง 5 เกณฑ์ แล้วตัดสินเลือก สำหรับเกณฑ์ของเฮอร์วิคซ์ แอลฟา กำหนดให้ $\alpha = 0.6$ (10 คะแนน)

2. จงแก้ปัญหาเกมโดยใช้ยุทธวิธีเหนือกว่า ลดขนาดตารางผลตอบแทนของ A (3คะแนน) กำหนดให้ A เริ่มเล่นก่อน(5 คะแนน)

A	4	5	8
	-2	-3	4
	-6	-4	0
	6	-6	2

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

3. จงหาค่าประมาณของเกม เมื่อกระทำซ้ำ ๆ 10 ครั้ง กำหนดให้ A เริ่มเล่นก่อนและเลือกยุทธวิธีที่ 2 (5 คะแนน)

	B			
A	5	-10	9	0
	0	7	8	1
	8	7	15	2
	3	-1	-1	4

แบบฝึกหัดรายกลุ่ม
เรื่อง การวิเคราะห์ข่ายงาน

1. จงเขียนข่ายงานให้ถูกต้องตามความสัมพันธ์ต่อไปนี้ (2 คะแนน)

งาน	งานที่ต้องทำก่อน
A, B	-
D	A, B
E, F	B
I	E, F
H	F
J	D

*** หมายเหตุ** งาน J, I, H เป็นงานสุดท้าย

2. จากข่ายงานและข้อมูลในตาราง จงตอบคำถามต่อไปนี้ (รวมทั้งหมด 18 คะแนน)

เติมตัวเลขใน ช่องสี่เหลี่ยมและสามเหลี่ยมให้ถูกต้อง (6 คะแนน)

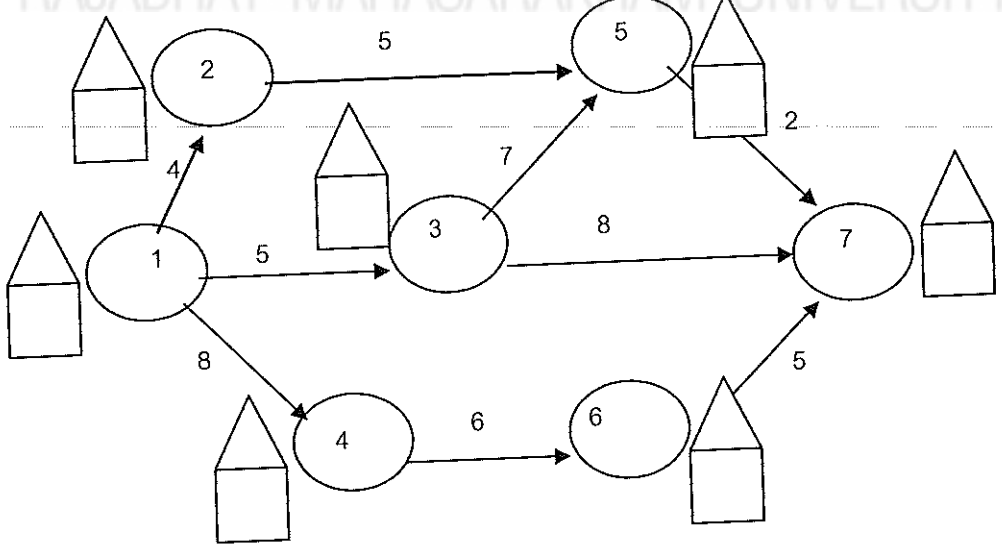
หาเส้นทางวิกฤต (2 คะแนน)

หาค่าใช้จ่ายจากการทำโครงการทั้งหมด (2 คะแนน)

หาค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจากการเร่งโครงการ ครั้งที่ 1 (วาดรูปข่ายงานที่เกิดขึ้นหลังจากการเร่งโครงการประกอบด้วย) (4 คะแนน)

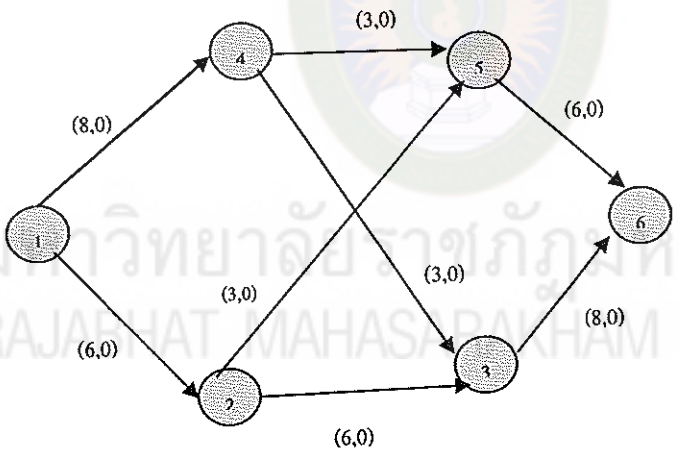
หาค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจากการเร่งโครงการ ครั้งที่ 2 (วาดรูปข่ายงานที่เกิดขึ้นหลังจากการเร่งโครงการประกอบด้วย) (4 คะแนน)

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม MAHASARAKHAM UNIVERSITY



งาน	เวลาปกติ		เวลาเร่ง	
	เวลา	ค่าใช้จ่าย	เวลา	ค่าใช้จ่าย
(1,2)	4	100	2	200
(1,3)	5	80	3	130
(1,4)	8	150	6	200
(2,5)	5	50	3	100
(3,5)	7	50	4	120
(3,7)	8	200	3	250
(4,6)	6	210	3	300
(5,7)	2	70	1	100
(6,7)	5	140	4	180

3. จงหาปริมาณการไหลสูงสุดของข่ายงานต่อไปนี้ (5 คะแนน)



มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

ภาคผนวก ข

แสดงคะแนนผู้เรียน

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY

รหัส นศ.	ชื่อ-นามสกุล	เข้าเรียน	A	B	C	D	ค1	ค2	ค3	ค4	ค5	ค6	รวม
504244101	นางสาวกนกวรรณ บุญหนา	10	4	0	9	5.5	2.5	2	2	2	2	3	42
504244102	นางสาวกัลยาวัฒน์ ทับนาค	10	0	0	2	0.5	2.5	2	2	2	2	2.5	25.5
504244103	นางสาวกีรติพรรณ ชุมนุม	9	4	2	10	10.5	3	2	2	2	1.5	3	49
504244105	นางสาวชไมพร แก้วพรม	9	6	0	10	0	2.5	2	2	2	1.5	3	38
504244106	นางสาวนันทยา ภาโส	10	3	7	10	0.5	2.5	2	2	2	1.5	3	43.5
504244107	นางสาวเบญจวรรณ การฝั้ง	10	7	13	15	6	3	2	2	2	1.5	3	64.5
504244108	นางสาวพรวรี ลาสีทัด	10	6	5	15	15	2.5	2	2	2	1.5	3	64
504244109	นางสาวภาวิณี เทพบำรุง	10	4	1	14	13	3	2	2	2	1.5	3	55.5
504244110	นางสาวยุวรรดา นาสิงห์ทอง	10	14	11	20	15	3	2	2	2	1.5	3	83.5
504244111	นางสาวลลิตา ท่วมพุดซา	8	8	1	8	7.5	2.5	2	2	2	2	3	46
504244113	นางสาววนัชภรณ์ แย้มไสย์	10	8	4	11	14.5	2.5	2	2	2	1.5	3	60.5
504244114	นางสาวสุกัญญา วิชา	10	3	0	11	1.5	2.5	2	2	2	1.5	3	38.5
504244115	นางสาวสุภาพร ชมบุตรศรี	10	6	1	18	11.5	3	2	2	2	3	3	61.5
504244117	นางสาวอารีรัตน์ ยศพล	10	2	0	15	4.5	3	2	2	2	2	3	45.5
504244118	นางสาวอรวาพร ภิรมย์	10	3	2	12	3	3	2	2	2		3	42
504244120	นายคมกริช จุลเสริม	10	4	9	18	12.5	2.5	2	2	2	1.5	3	66.5
504244122	นายเจนวิทย์ มยุรา	6	0	0	16	7	2.5	2			1.5	3	38
504244124	นายณรงค์ศักดิ์ ภูลคร	10	14	14	16	10	2.5	2	1.8	1.8	2	2	76.1
504244125	นายคนัย ภูครองนา	10	6	12	15.5	14.5	2.5	2	2	2	1.5	3	71
504244126	นายทศพล สิมพันธุ์	8	4	3	1	0.5	2.5	2	2	2	1.5	2.5	29
504244127	นายธนากร ทะไกรราช	10	4	0	14	4.5	2	2	2	2	1.5	2.5	44.5
504244128	นายธีรวัฒน์ เพชรฟ้า	10	6	6	10	10	2	2	1	2	1.5	2.5	53
504244130	นายปรัชญาพล พันทะสาร	2	0	3				2	2	2	2		13
504244131	นายพงศพันธ์ มาตย์แท่น	10	6	0	10	0.5	3	2	2	2	2	2	39.5
504244133	นายพีระพงษ์ น้อมระวี	10	6	8	15	5	2.5	2	2	2	1.5	2	56
504244134	นายมนตรี เฉิดละออ	7	7	3	10	0.5	2		2	2	2	2.5	38
504244135	นายยุทธนา งามชื่น	3	3										6
504244137	นายวันเฉลิม ธารบุญ	8	8	11	15.5	12.5		2	2	2	1.5	3	65.5
504244138	นายวิทวัส ภิรมย์	8	13	14	16.5	14.5	2	2			1.5	2.5	74
504244139	นายศิริศักดิ์ เสนาราช	10	11	1	20	11.5	2	2	2	1.8	2	3	66.3
504244140	นายศุภรัตน์ แก้วสองสี	10	6	8	11.5	5.5	2.5	2	2	2	1.5	3	54
504244142	นายสันติภาพ อาจชมภู	10	2	5	11	3	2	2	2	2	1.5	3	43.5
504244143	นายอนุพงศ์ แสนพาน	10	4	9	7	4.5	2.5	2	2	2	2		45
504244146	นายอรชุน ชิณรักษา	10	3	0	10	0.5	2.5	2	2	2	1.5	2.5	36

รหัส นศ.	ชื่อ-นามสกุล	เข้าเรียน	A	B	C	D	ค1	ค2	ค3	ค4	ค5	ค6	รวม
504244201	นางสาวกนกวรรณ ศรี	10	6	0	7	2	2.5	2	2		1.5	3	36
504244202	นางสาวกาญจนา สิบเมือง	10	5	0	11	6.5	2.5	2	2		2	3	44
504244203	นางสาวเกียรติสุดา ศรีสุไล	10	6	6	16	12	3	2	2	2	2	3	64
504244205	นางสาวณิชาภัทร พินทา	10	7	5	11	10	3	2		2	1.5	3	54.5
504244206	นางสาวนันติยา จารุวงษ์	10	1	0	13	5	3	2	2	2	1.5	3	42.5
504244207	นางสาวปวันรัตน์ บุญศรี	10	4	5	15	5	3	2	2	2	3	3	54
504244208	นางสาวพัชราพร พงษ์	10	4	0	15	11.5	3	2	2	2	1.5	3	54
504244209	นางสาวยุพยงค์ ทัพภูธร	10	5	5	13	15	3	2			2	3	58
504244210	นางสาวรัตติกร ครูวาจารย์	10	13	11	14.5	5.5	2.5	2	2	2	2	3	67.5
504244211	นางสาวละมัย ไชยเยศ	10	10	15	15.5	15	2.5	2	2	2	2	3	79
504244213	นางสาววรรณภา ประจวบ	10	2	0	9	0.5	3	2	2	2	1.5	3	35
504244214	นางสาวสุกัญญา แสนคุณ	10	3	0	10	2.5	3	2	2	2	2	3	39.5
504244216	นางสาวอรสา เวียงแก้ว	9	9	0	10	13	2.5	2	2		1.5	2.5	51.5
504244218	นางสาวอุษา สละ	10	9	1	11	5	2.5	2	2		1.5	3	47
504244219	นายชจรศักดิ์ วะสมบัติ	8	3	0	0	0	2.5	2	1	2	1.5		20
504244220	นายคมกริช ปรุงฆ้อง	8	3	0	4			2	2	2			21
504244221	นายจักราชัย วงชารี	10	5	7	15	9	2.5	2	2	2	1.5	3	59
504244222	นายฉมา ทวาธร	10	1	0	10	7	2	2	2	2	2	3	41
504244223	นายชีชชล ศรีฤาชา	8	0	0	0	4		2	2	2		3	21
504244225	นายดนุพล ไทธรรม	10	1	1	18.5	11	2	2			2	3	50.5
504244228	นายนพดล พรมสอน	10	0	0	6.5	0.5	2.5	2	2	2	2	2	29.5
504244229	นายปรพล บรรณสาร	10	5	8	15	5	3	2	2	2	1.5	3	56.5
504244231	นายพรพิทักษ์ ประทุมมา	10	20	15	20	15	2	2	2	2	2	2.5	92.5
504244232	นายพิชัย สารเมืองโฮม	10	9	15	19.5	9.5	2	2	2	2	2	3	76
504244233	นายเพิ่มพูน ช่อประพันธ์	6	0	0	0	4		2					12
504244234	นายมนตรี ศรีวงษ์ษา	8	7	1	12	3	2	2	2			2	39
504244238	นายวีระศักดิ์ พละสินธุ์	10	7	13	15	12.5	3	2	2	2	3	3	72.5
504244239	นายศุภกรณ์ ไลโห	10	3	3	8	1	2.5	2	2	2	1.5	3	38
504244241	นายสัวัสดิ์ ตอเสนา	9	9	0	11	14	2	2			1.5		48.5
504244242	นายสำราญ ปาไสรักษ์	10	15	1	15	11	1.5	2	2	2	1.5	2.5	63.5
504244243	นายอนุวัฒน์ โทไชษร	6											6
504244244	นายคุณาวุฒิ เวียงวิเศษ	10	4	11	15	7.5	3	2	2	2	1.5	2	60

รหัส นศ.	ชื่อ-นามสกุล	เข้าเรียน	A	B	C	D	ค1	ค2	ค3	ค4	ค5		รวม

504244301	นางสาวกิตติพร ปะสาวะภา	10	17	12	20	9		2	2	4	2		78
504244303	นางสาวจิตราวดี รัตนวิเศษ	7	6	10	10	8.5			2	4	2.5		50
504244304	นางสาวชนากานต์ เมืดโส	10	5	1	1	1	2.5	3	2	4	3		32.5
504244305	นางสาวเดือนเพ็ญ เดช	10	0	0	4	1.5	2.5	3	2	4	2.5		29.5
504244306	นางสาวน้ำฝน ช้าวเกวียน	10	13	9	15	11		2	2	4	3		69
504244307	นางสาวพนัดดา พลารักษ์	10	1	0	11	6	2.5	3	2	4	3		42.5
504244308	นางสาวพิกุล ภูผัน	10	5	0	11	4.5	2.5	3	2	4	2.5		44.5
504244309	นางสาวยุภาพร ประทุม	10	8	11	11	9.5		2	2	4	3		60.5
504244310	นางสาวรัตนมณี ตาสุ่ง	9	5	13	17	4.5		2	2	4	2		58.5
504244311	นางสาวละออง ทัพหงษา	9	5	4	15	4		2	2	4	2		47
504244312	นางสาววชิราภรณ์ ทันแสน	10	11	11	14	7.5		2	2	4	3		64.5
504244314	นางสาวสุดธิมา ภูงามตา	10	2	0	10	1.5	2.5	3	2	4	2.5		37.5
504244315	นางสาวอนงคภัทร์ เผชรไพฑูรย์	5							2				7
504244316	นางสาวอัญชลี รัตนนท์	9	0	13	19.5	8		1.5	2	4	2.5		59.5
504244317	นางสาวอมาพร ภารวงศ์	6	1	0	10	5			2	4	1.5		29.5
504244318	นายกวิน ชิณเทศน์	7	2	13	10						2.5		34.5
504244319	นายคณิต จันทรสด	0	0	0	4	5.8							9.8
504244322	นายเฉลิมชาติ ภูบัวดวง	10	6	7	17	12	2.5	3	2	4	2.5		66
504244324	นายณัฐพันธ์ พันธ์ศรี	5	0	0	0	4	2.5		2				13.5
504244325	นายทนงศักดิ์ บางบ่อ	0	0	3	10	3							16
504244326	นายเทียนชัย ชัยประสิทธิ์	9	5	3			2.5	2	2				23.5
504244328	นายนันทพงษ์ ภูขมัง	2			0								2
504244329	นายประชา วรรณวิจิตร	8	3	1	10	4.5	2.5		2	4	2.5		37.5
504244330	นายพงศ์ดนัย เหล็กจาน	9	4	6			2.5		2				23.5
504244331	นายมนัสศักดิ์ บุบผารัตน์	2	0										2
504244332	นายมีพัฒน์ อินทิแสง	9	2	0	6.5	0.5	2.5		2				22.5
504244334	นายมโนสิทธิ์ ศิริเลิศ	2		0									2
504244336	นายวัชรินทร์ สัจจัง	3											3
504244337	นายวิทยา มาตรี	7	0				2.5		2				11.5
504244338	นายศิริพงษ์ ประดับเสริฐ	8	4	0				1.5	2				15.5
504244340	นายสมชาติ ภาระพงษ์	2		0									2
504244341	นายสหรัฐ ภูงามนิล	9	1	0			2.5		2				14.5

ภาคผนวก ค

แสดงภาพกิจกรรม

มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
RAJABHAT MAHASARAKHAM UNIVERSITY